Final 2014

Теория вероятностей и математическая статистика

Обратная связь:
https://github.com/bdemeshev/probability_hse_exams

Последнее обновление: 7 января 2019 г.

1

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- несмещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- смещенной и состоятельной

2

Пусть $X_1, \dots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

3

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$

4

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_{(n)}$
- $X_{(n-1)}$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

5

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$

6

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- состоятельной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- несмещенной оценкой p^2

7

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически несмещенной
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически смещённой
- несмещенной
- нормально распределённой

8

Вероятностью ошибки второго рода называется

- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

9

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0: \ \sigma = 1$

- Не отвергается
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma < 1$
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma > 1$
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma \neq 1$

10

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- χ^2_n
- $N(0,1)$
- $t_n - 1$
- $\chi^2_n - 1$
- t_n

11

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $N(0,1)$
- $t_n - 1$
- $\chi_n^2 - 1$
- χ_n^2
- t_n

12

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0: \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%

13

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0 :\ X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a :\ X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.2
- 0.4
- 0.1
- 0.3
- 0.5

14

Пусть X_1, X_2, ..., X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.58
- 0.98
- 0.78
- 0.85

15

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.25
- 0.75
- 2.5
- 0.5
- 7.5

16

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

	Кухарка заходит	Кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 179
- 139
- 100
- 79
- 39

17

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 12
- 6
- 18
- 2
- 15

18

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Дисперсия несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- 100
- 10
- 0.1
- 1
- 0.01

19

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = 68, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$

20

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 2}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 4}{n}$

21

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n \prod \ln a - ax^n$
- $3n \sum \ln a_i - a \sum \ln x_i$
- $3n \ln a - a \prod \ln x_i$
- $3n \ln a - an \ln x_i$
- $3n \ln a - a \sum x_i$

22

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$
- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$

23

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 80
- $3/4$
- 25
- 4
- $4/3$

24

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-1}$
- F_{n_1-1,n_2-1}
- F_{n_1,n_2}
- $N(0;1)$

25

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $t_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

26

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

27

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha \leq \beta$
- $\alpha + \beta \geq 1$

28

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 1.6
- 0.16
- 0.016
- 0.04
- 0.4

29

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 0.78, H_0 отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается
- 1.26, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается

30

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона для меньшей выборки и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 20, H_0 не отвергается
- 53, H_0 отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 24, H_0 не отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается

31

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.29, H_0 не отвергается

32

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \mu = 10$ против $H_a: \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.16
- 0.34
- 0.83
- 0.17
- 0.32

33

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- 3
- $100/11$
- 10
- 3.3
- 0.33

34

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- $1/11$
- $1/10$
- 10
- $100/11$
- $11/100$

35

Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ равно

- σ^2/n
- σ^2
- μ
- $(n-1)\sigma^2$
- $\hat{\sigma}^2$

36

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n-3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^{n} Z_i^2}}$ имеет распределение

- $F_{1,n-2}$
- t_{n-3}
- χ^2_{n-4}
- t_{n-1}
- $N(0,1)$

37

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $\frac{2Z_1^2}{Z_2^2+Z_7^2}$ имеет распределение

- $F_{1,2}$
- $F_{2,7}$
- $F_{7,2}$
- $F_{1,7}$
- t_2

38

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $Z_1^2 + Z_4^2$ имеет распределение

- χ_1^2
- χ_2^2
- χ_3^2
- t_2
- χ_4^2

39

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathbb{P}(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$

40

Функция правдоподобия, построенная по случайной выборке $X_1, \ldots,$ X_n из распределения с функцией плотности $f(x) = (\theta + 1)x^\theta$ при $x \in [0; 1]$ имеет вид

- $(\theta + 1)x^{n\theta}$
- $\sum(\theta + 1)x_i^\theta$
- $(\theta + 1)^{\sum x_i}$
- $(\sum x_i)^\theta$
- $(\theta + 1)^n \prod x_i^\theta$

1

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- несмещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- смещенной и состоятельной

Да! Следующий вопрос

2

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

Да! Следующий вопрос

3

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$

Да! Следующий вопрос

4

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_{(n)}$
- $X_{(n-1)}$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

Да! Следующий вопрос

5

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$

Да! Следующий вопрос

6

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- состоятельной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- несмещенной оценкой p^2

Да! Следующий вопрос

7

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически несмещенной
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически смещённой
- несмещенной
- нормально распределённой

Да! Следующий вопрос

8

Вероятностью ошибки второго рода называется

- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

Да! Следующий вопрос

9

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0: \ \sigma = 1$

- Не отвергается
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma < 1$
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma > 1$
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma \neq 1$

Да! Следующий вопрос

10

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- χ^2_n
- $N(0, 1)$
- $t_n - 1$
- $\chi^2_n - 1$
- t_n

Да! Следующий вопрос

11

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $N(0,1)$
- $t_n - 1$
- $\chi^2_n - 1$
- χ^2_n
- t_n

Да! Следующий вопрос

12

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0: \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%

Да! Следующий вопрос

13

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0: \ X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.2
- 0.4
- 0.1
- 0.3
- 0.5

Да! Следующий вопрос

14

Пусть X_1, X_2, ..., X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.58
- 0.98
- 0.78
- 0.85

Да! Следующий вопрос

15

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.25
- 0.75
- 2.5
- 0.5
- 7.5

Да! Следующий вопрос

16

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

	Кухарка заходит	Кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 179
- 139
- 100
- 79
- 39

Да! Следующий вопрос

17

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$.
Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 12
- 6
- 18
- 2
- 15

Да! Следующий вопрос

18

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Дисперсия несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- 100
- 10
- 0.1
- 1
- 0.01

Да! Следующий вопрос

19

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = 68, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$

Да! Следующий вопрос

20

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 2}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 4}{n}$

Да! Следующий вопрос

21

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n\prod \ln a - ax^n$
- $3n\sum \ln a_i - a\sum \ln x_i$
- $3n\ln a - a\prod \ln x_i$
- $3n\ln a - an\ln x_i$
- $3n\ln a - a\sum x_i$

Да! Следующий вопрос

22

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$
- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$

Да! Следующий вопрос

23

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 80
- $3/4$
- 25
- 4
- $4/3$

Да! Следующий вопрос

24

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-1}$
- F_{n_1-1,n_2-1}
- F_{n_1,n_2}
- $N(0;1)$

Да! Следующий вопрос

25

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $t_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

Да! Следующий вопрос

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

Да! Следующий вопрос

27

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha \leq \beta$
- $\alpha + \beta \geq 1$

Да! Следующий вопрос

28

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 1.6
- 0.16
- 0.016
- 0.04
- 0.4

Да! Следующий вопрос

29

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 0.78, H_0 отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается
- 1.26, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

30

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона для меньшей выборки и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 20, H_0 не отвергается
- 53, H_0 отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 24, H_0 не отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

31

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.29, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

32

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \ \mu = 10$ против $H_a: \ \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.16
- 0.34
- 0.83
- 0.17
- 0.32

Да! Следующий вопрос

33

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- 3
- $100/11$
- 10
- 3.3
- 0.33

Да! Следующий вопрос

34

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- $1/11$
- $1/10$
- 10
- $100/11$
- $11/100$

Да! Следующий вопрос

35

Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ равно

- σ^2/n
- σ^2
- μ
- $(n-1)\sigma^2$
- $\hat{\sigma}^2$

Да! Следующий вопрос

36

Величины Z_1, Z_2, $\ldots$, Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n-3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^{n} Z_i^2}}$ имеет распределение

- $F_{1,n-2}$
- t_{n-3}
- χ^2_{n-4}
- t_{n-1}
- $N(0,1)$

Да! Следующий вопрос

37

Величины Z_1, Z_2, $\ldots$, Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $\frac{2Z_1^2}{Z_2^2+Z_7^2}$ имеет распределение

- $F_{1,2}$
- $F_{2,7}$
- $F_{7,2}$
- $F_{1,7}$
- t_2

Да! Следующий вопрос

38

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $Z_1^2 + Z_4^2$ имеет распределение

- χ_1^2
- χ_2^2
- χ_3^2
- t_2
- χ_4^2

Да! Следующий вопрос

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathbb{P}(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$

Да! Следующий вопрос

40

Функция правдоподобия, построенная по случайной выборке $X_1, \ldots,$ X_n из распределения с функцией плотности $f(x) = (\theta + 1)x^{\theta}$ при $x \in [0; 1]$ имеет вид

- $(\theta + 1)x^{n\theta}$
- $\sum(\theta + 1)x_i^{\theta}$
- $(\theta + 1)^{\sum x_i}$
- $(\sum x_i)^{\theta}$
- $(\theta + 1)^n \prod x_i^{\theta}$

Да! Следующий вопрос

1

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- несмещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- смещенной и состоятельной

Нет!

2

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$

Нет!

3

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X}^k}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X}^k}$

Нет!

4

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_{(n)}$
- $X_{(n-1)}$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

Нет!

5

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$

Нет!

6

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- состоятельной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- несмещенной оценкой p^2

Нет!

7

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически несмещенной
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически смещённой
- несмещенной
- нормально распределённой

Нет!

8

Вероятностью ошибки второго рода называется

- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

Нет!

9

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0 : \ \sigma = 1$

- Не отвергается
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a : \ \sigma < 1$
- Отвергается, только если $H_a : \ \sigma > 1$
- Отвергается, только если $H_a : \ \sigma \neq 1$

Нет!

10

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- χ_n^2
- $N(0,1)$
- $t_n - 1$
- $\chi_n^2 - 1$
- t_n

Нет!

11

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $N(0,1)$
- $t_n - 1$
- $\chi_n^2 - 1$
- χ_n^2
- t_n

Нет!

12

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0: \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%

Нет!

13

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0: \; X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a: \; X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.2
- 0.4
- 0.1
- 0.3
- 0.5

Нет!

14

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n$ — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.58
- 0.98
- 0.78
- 0.85

Нет!

15

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.25
- 0.75
- 2.5
- 0.5
- 7.5

Нет!

16

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

	Кухарка заходит	Кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 179
- 139
- 100
- 79
- 39

Нет!

17

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 12
- 6
- 18
- 2
- 15

Нет!

18

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\theta) = -100$. Дисперсия несмещенной эффективной оценки для параметра θ равна

- 100
- 10
- 0.1
- 1
- 0.01

Нет!

19

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = 68, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$

Нет!

20

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 2}{n}$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i + 4}{n}$

Нет!

21

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n\prod \ln a - ax^n$
- $3n\sum \ln a_i - a\sum \ln x_i$
- $3n\ln a - a\prod \ln x_i$
- $3n\ln a - an\ln x_i$
- $3n\ln a - a\sum x_i$

Нет!

22

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$
- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$

Нет!

23

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна

- 80
- $3/4$
- 25
- 4
- $4/3$

Нет!

24

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-1}$
- F_{n_1-1,n_2-1}
- F_{n_1,n_2}
- $N(0;1)$

Нет!

25

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $t_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

Нет!

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

Нет!

27

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha \leq \beta$
- $\alpha + \beta \geq 1$

Нет!

28

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 1.6
- 0.16
- 0.016
- 0.04
- 0.4

Нет!

29

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 0.78, H_0 отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается
- 1.26, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается

Нет!

30

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона для меньшей выборки и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 20, H_0 не отвергается
- 53, H_0 отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 24, H_0 не отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается

Нет!

31

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.29, H_0 не отвергается

Нет!

32

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \mu = 10$ против $H_a: \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.16
- 0.34
- 0.83
- 0.17
- 0.32

Нет!

33

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка μ принимает значение

- 3
- $100/11$
- 10
- 3.3
- 0.33

Нет!

34

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_{11}$ — выборка из распределения с математическим ожиданием μ и стандартным отклонением σ. Известно, что $\sum_{i=1}^{11} x_i = 33$, $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 100$. Несмещенная оценка дисперсии принимает значение

- $1/11$
- $1/10$
- 10
- $100/11$
- $11/100$

Нет!

35

Если X_i независимы, $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ и $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$, то математическое ожидание величины $Y = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ равно

- σ^2/n
- σ^2
- μ
- $(n-1)\sigma^2$
- $\hat{\sigma}^2$

Нет!

36

Величины Z_1, Z_2, $\ldots$, Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $\frac{Z_1\sqrt{n-3}}{\sqrt{\sum_{i=4}^{n} Z_i^2}}$ имеет распределение

- $F_{1,n-2}$
- t_{n-3}
- χ^2_{n-4}
- t_{n-1}
- $N(0,1)$

Нет!

37

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0,1)$. Случайная величина $\frac{2Z_1^2}{Z_2^2+Z_7^2}$ имеет распределение

- $F_{1,2}$
- $F_{2,7}$
- $F_{7,2}$
- $F_{1,7}$
- t_2

Нет!

38

Величины Z_1, Z_2, ..., Z_n независимы и нормальны $N(0, 1)$. Случайная величина $Z_1^2 + Z_4^2$ имеет распределение

- χ_1^2
- χ_2^2
- χ_3^2
- t_2
- χ_4^2

Нет!

39

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathbb{P}(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$

Нет!

40

Функция правдоподобия, построенная по случайной выборке $X_1, \ldots,$ X_n из распределения с функцией плотности $f(x) = (\theta+1)x^\theta$ при $x \in [0;1]$ имеет вид

- $(\theta+1)x^{n\theta}$
- $\sum(\theta+1)x_i^\theta$
- $(\theta+1)^{\sum x_i}$
- $(\sum x_i)^\theta$
- $(\theta+1)^n \prod x_i^\theta$

Нет!