

Personal Data

Family Name:	
Given Name:	
Signature:	
checked	

Registration Number

--

0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	5
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	6
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	7
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	8
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	9

In this section no changes or modifications must be made!

Scrambling

0 0

Type

030

Exam ID

18091800001

Please mark the boxes carefully: ☒ Not marked: ☐ or

This document is scanned automatically. Please keep clean and do not bend or fold. For filling in the document please use a blue or black pen.

Only clearly marked and positionally accurate crosses will be processed!

Answers 1 - 15

	a	b	c	d	e
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	a	b	c	d	e

Answers 16 - 30

	a	b	c	d	e
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	a	b	c	d	e



1. В коробке 10 купюр — тысячные, пятисотенные и сотенные. Случайным образом достаются две купюры. Случайная величина  $X_1$  принимает значение, равное номиналу первой купюры, случайная величина  $X_2$  — второй. Величины  $X_1$  и  $X_2$ 
  - (a) положительно коррелированы и независимы
  - (b) некоррелированы и зависимы
  - (c) некоррелированы и независимы
  - (d) отрицательно коррелированы
  - (e) положительно коррелированы
2. Математическое ожидание выборочного среднего, построенного по выборке из равномерного распределения на отрезке  $[0, 2]$ , равно
  - (a) 0
  - (b)  $1/\sqrt{n}$
  - (c) 1
  - (d) 2
  - (e) 1.5
3. Величины  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения Бернулли с параметром  $p \in (0; 1)$ . Информация Фишера о параметре  $p$ , заключенная в одном наблюдении, равна
  - (a)  $\frac{1}{p(1-p)}$
  - (b)  $\frac{1}{p}$
  - (c)  $1 - p$
  - (d)  $p$
  - (e)  $p(1 - p)$
4. Имеется выборка из одного наблюдения  $X_1$ . На основе этой выборки тестируется гипотеза  $H_0: X_1 \sim U[0; 2]$  против альтернативной гипотезы  $X_1 \sim U[1, 3]$ . Используется критерий следующего вида: если  $X_1 > a$ , то  $H_0$  отвергается. Если  $a = 1.5$ , то с ростом  $a$ 
  - (a) вероятности ошибок первого и второго рода от  $a$  не зависят
  - (b) вероятность ошибки второго рода падает, первого — растёт
  - (c) вероятности ошибок первого и второго рода растут
  - (d) вероятности ошибок первого и второго рода падают
  - (e) вероятность ошибки первого рода падает, второго — растёт
5. Экзамен принимают два преподавателя: Злой и Добрый. Злой поставил оценки 2, 3, 10, 8, 1. А Добрый — оценки 6, 4, 7, 9. Значение статистики критерия Вилкоксона о совпадении распределений оценок может быть равно
  - (a) 25
  - (b) 22
  - (c) 23
  - (d) 24
  - (e) 26

6. Последовательность оценок  $\hat{a}_n$  параметра  $a$  является состоятельной, если

- (a)  $\hat{a}_n \xrightarrow{P} a$
- (b)  $\mathbb{E}((\mathbb{E}(\hat{a}_n) - a)^2) \xrightarrow{P} \hat{a}_n$
- (c)  $\mathbb{E}((\hat{a}_n - a)^2) \xrightarrow{P} 0$
- (d)  $\mathbb{E}((\hat{a}_n - a)^2) \xrightarrow{P} \hat{a}_n$
- (e)  $\mathbb{E}((\hat{a}_n - a)^2) \xrightarrow{P} a$

7. Случайная выборка состоит из одного наблюдения  $X_1$ , которое имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-1+\frac{1}{\theta}} & \text{при } x \in (0; 1), \\ 0 & \text{при } x \notin (0; 1). \end{cases}$$

Оценка параметра  $\theta$ , найденная с помощью метода максимального правдоподобия, равна

- (a)  $X_1$
- (b)  $-\ln X_1$
- (c)  $\ln X_1$
- (d)  $-X_1$
- (e)  $\frac{1}{\ln X_1}$

8. Оценка  $\hat{a}$  параметра  $a$  является несмещённой, если

- (a)  $\mathbb{E}(\hat{a} - a) = 0$
- (b)  $\lim \mathbb{E}(\hat{a}) = a$
- (c)  $\text{Var}(\hat{a}) = 0$
- (d)  $\mathbb{E}((\hat{a} - a)^2) = 0$
- (e)  $\text{Var}(\hat{a}) = a$

9. Исследовательница Алеветина подбросила кубик 12 раз и 12 раз на нём выпала шестёрка. Алеветина хочет проверить, выпадают ли все грани равновероятно, при помощи критерия  $\chi^2$  Пирсона. Значение тестовой статистики будет равно

- (a) 60
- (b) 6
- (c) 50
- (d) 12
- (e) 5

10. Алгоритм Гиббса порождает

- (a) Независимую выборку из смеси априорного и апостериорного законов
- (b) Независимую выборку из априорного закона распределения
- (c) Независимую выборку из апостериорного закона распределения
- (d) Зависимую выборку из априорного закона распределения
- (e) Зависимую выборку из апостериорного закона распределения

11. Имеются две случайных выборки  $X_1, \dots, X_{31}$  и  $Y_1, \dots, Y_{41}$  из нормальных распределений. Известно, что  $\sum_{i=1}^{31} (X_i - \bar{X})^2 = 120$  и  $\sum_{i=1}^{41} (Y_i - \bar{Y})^2 = 400$ . При проверке гипотезы о равенстве дисперсий этих распределений значение тестовой статистики может быть равно
- (a) 2
  - (b) 0.3
  - (c) 3.33
  - (d) 2.5
  - (e) 2.52
12. Дана реализация выборки: 1, 2, 0. Выборочный начальный момент второго порядка равен
- (a) 1
  - (b) 5/3
  - (c) 2.5
  - (d) 1/3
  - (e) 3
13. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  — случайная выборка из распределения Пуассона с параметром  $\lambda$ . Известно, что информация Фишера о параметре  $\lambda$ , заключенная в одном наблюдении случайной выборки, равна  $1/\lambda$ . Чему равна дисперсия эффективной оценки неизвестного параметра  $\lambda$ ?
- (a)  $n\lambda$
  - (b)  $\lambda/n$
  - (c)  $\lambda$
  - (d)  $n/\lambda$
  - (e) 1
14. Математическое ожидание выборочной функции распределения в точке  $= 0.5$ , построенной по выборке из равномерного распределения на отрезке  $[0, 1]$  принимает значение
- (a) 1
  - (b) 0
  - (c) 0.5
  - (d) 0.2
  - (e) 0.1
15. Выборочный начальный момент первого порядка, построенный по выборке объема  $n$  из равномерного распределения на отрезке  $[0, 1]$ , при  $n$  стремящимся к бесконечности стремится по вероятности к
- (a) 1
  - (b) 0.1
  - (c) 0.5
  - (d) 0.2
  - (e) 0

16. Величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$  имеют нормальное распределение  $\mathcal{N}(\theta, 7)$ . Оценка  $\bar{X} - \frac{X_1}{n}$  является
- (a) экспоненциальной
  - (b) несмещённой
  - (c) эффективной
  - (d) оптимальной
  - (e) состоятельной
17. При построения доверительного интервала для разности математических ожиданий в двух нормальных выборках размером  $m$  и  $n$  в случае равных неизвестных дисперсий используется распределение
- (a)  $t_{m+n}$
  - (b)  $\mathcal{N}(0, m + n - 2)$
  - (c)  $t_{m+n-2}$
  - (d)  $F_{m,n}$
  - (e)  $F_{m-1, n-1}$
18. Известно, что параметр  $a = 10$ , а информация Фишера о параметре  $a$ , заключенная в ста наблюдениях случайной выборки  $I_{100}(a) = 400$ . Оценка максимального правдоподобия имеет примерно распределение
- (a)  $\mathcal{N}(10; 1/20)$
  - (b)  $\mathcal{N}(10; 1/400)$
  - (c)  $\mathcal{N}(10; 1/40)$
  - (d)  $\mathcal{N}(10; 4)$
  - (e)  $\mathcal{N}(10; 1/4)$
19. Есть выборка  $X_1, X_2, \dots, X_5$  и выборка  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ . Исследовательница Ирина проводит тест суммы рангов Вилкоксона. У выборки  $X_i$  сумма рангов равна 7. Сумма рангов для выборки  $Y_j$  равна
- (a) 2
  - (b) 38
  - (c) 1
  - (d) 43
  - (e) 45
20. Исследовательница Глафира считает, что любовь к энергетическим напиткам и успешность сдачи экзамена по математической статистике должны быть как-то связаны. Опросив 200 своих однокурсников, она поделила студентов по двум признакам: сдал или не сдал, и как часто пьёт энергетик (не пьёт, пьёт иногда, пьёт постоянно). Статистика Пирсона для проверки независимости признаков имеет распределение
- (a)  $t_{198}$
  - (b)  $\chi_2^2$
  - (c)  $\mathcal{N}(0; 1)$
  - (d)  $F_{2,3}$
  - (e)  $t_{199}$

21. При построении доверительного интервала для разности долей при больших выборках размеров  $m$  и  $n$  используется распределение
- (a)  $F_{m-1, n-1}$
  - (b)  $F_{n, m}$
  - (c)  $N(0; 1)$
  - (d)  $t_{m+n-2}$
  - (e)  $t_{m+n}$
22. Дана реализация выборки: 3, 2, 5, 4, 2. Выборочная функция распределения в точке  $x = 2.5$  принимает значение
- (a) 0.2
  - (b) 0.6
  - (c) 0.5
  - (d) 0.4
  - (e) 0.25
23. Выборочная функция распределения, построенная по выборке объёма  $n$  из равномерного распределения на отрезке  $[0, 2]$ , в точке  $x = 0.2$  при  $n$  стремящимся к бесконечности стремится по вероятности к
- (a) 1
  - (b) 0.5
  - (c) 0.1
  - (d) 0.2
  - (e) 0
24. Датчик случайных чисел выдал два значения псевдослучайных чисел 0.1 и 0.8. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу о соответствии распределения равномерному на  $(0, 1)$ . Критическое значение статистики Колмогорова считайте равным 0.776.
- (a) 0.4,  $H_0$  не отвергается
  - (b) 0.2,  $H_0$  не отвергается
  - (c) 0.3,  $H_0$  не отвергается
  - (d) 0.8,  $H_0$  отвергается
  - (e) 0.1,  $H_0$  отвергается
25. При построении 90%-доверительного интервала для дисперсии используется выборка из 26 наблюдений. Несмещенная оценка дисперсии равна 100. Левая граница симметричного по вероятности доверительного интервала равна
- (a) 8.16
  - (b) 66.4
  - (c) 106.32
  - (d) 43.25
  - (e) 32.8
26. При проверке гипотезы о равенстве математических ожиданий оценок по математической статистике в двух группах, было получено Р-значение 0.03. Тогда нулевая гипотеза
- (a) не отвергается ни на уровне значимости 0.05, ни на уровне значимости 0.01
  - (b) отвергается на уровне значимости 0.05 и не отвергается на уровне значимости 0.01
  - (c) не отвергается на уровне значимости 0.05 и отвергается на уровне значимости 0.01
  - (d) отвергается на уровне значимости 0.05 и на уровне значимости 0.01
  - (e) ответ зависит от альтернативной гипотезы

27. В алгоритме Метрополиса-Гастингса был предложен переход из точки  $\theta^{(0)} = 5$  в точку  $\theta_{prop}^{(1)} = 4$ . Априорное распределение  $\theta$  равномерное. Известны значения функций правдоподобия,  $f(data|\theta = 4) = 0.7$ ,  $f(data|\theta = 5) = 0.8$ . Вероятность одобрения перехода равна
- (a)  $28/40$
  - (b)  $7/8$
  - (c)  $4/5$
  - (d)  $1$
  - (e)  $0.8/5$
28. Вероятность того, что в случайной выборке три наблюдения подряд окажутся меньше теоретической медианы
- (a)  $1/4$
  - (b)  $1/2$
  - (c)  $1/8$
  - (d)  $0.01$
  - (e)  $0.05$
29. Оценка  $\hat{a}$  называется эффективной оценкой параметра  $a$  в классе оценок  $K$ , если
- (a)  $\mathbb{E}((\hat{a} - \tilde{a})^2) \leq \mathbb{E}((\tilde{a} - a)^2)$  для всех  $\tilde{a} \in K$
  - (b)  $\mathbb{E}(\hat{a}^2) \geq \mathbb{E}(\tilde{a}^2)$  для всех  $\tilde{a} \in K$
  - (c)  $\mathbb{E}((\hat{a} - a)^2) \leq \mathbb{E}((\tilde{a} - a)^2)$  для всех  $\tilde{a} \in K$
  - (d)  $\mathbb{E}((\hat{a} - a)^2) \geq \mathbb{E}((\tilde{a} - a)^2)$  для всех  $\tilde{a} \in K$
  - (e)  $\mathbb{E}((\hat{a} - \tilde{a})^2) \geq \mathbb{E}((\tilde{a} - a)^2)$  для всех  $\tilde{a} \in K$
30. При построении доверительного интервала для отношения дисперсий в двух выборках размером в 5 и 3 наблюдений было получено значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по одной из выборок равна 8, то другая оценка дисперсии может быть равна
- (a)  $80$
  - (b)  $1/5$
  - (c)  $5/4$
  - (d)  $4/3$
  - (e)  $4$