

Имя, фамилия и номер группы:

.....

1. Пират Злопамятный Джо очень любит неразбавленный ром. Из-за того, что он много пьёт, у него проблемы с памятью, и он помнит не больше, чем три последних пинты. Хозяин таверны «Огненная зебра» с вероятностью  $1/8$  разбавляет каждую подаваемую пинту рома. Если по ощущениям Джо половина выпитых пинт или больше была разбавлена, то он разносит таверну к чертям собачьим. Только что Джо вошёл в таверну и закал первую пинту.

Сколько в среднем пинт выпьет Джо, прежде чем разнесёт таверну?

2. В таверне «Крутой ковбой» разбавленный ром подают с вероятностью  $1/2$ . Джо немного сменил свой характер и теперь устраивает скандал, если две пинты рома подряд разбавлены.

Какова вероятность того, что Джо сможет выпить 100 пинт подряд без скандалов?

3. Али-Баба хочет проникнуть в пещеру с сокровищами. Вход в пещеру закрыт и его охраняет Джин с квадратным подносом. В каждой вершине подноса — непрозрачный стаканчик. Под каждым стаканчиком — монетка. Если все четыре монетки окажутся в одинаковом положении, все — орлом вверх, или все — решкой вверх, то вход откроется. За одно действие Али-Баба может открыть любые два стаканчика и положить открывшиеся монетки любой стороной вверх. После действия Али-Бабы Джин накрывает монетки стаканчиками, быстро-быстро вращает поднос и снова предоставляет поднос Али-Бабе. Углядеть за Джином или сделать пометки на подносе невозможно.

а) Как надо действовать Али-Бабе, чтобы гарантировать себе вход в пещеру за наименьшее количество действий?

б) Сколько действий потребуется в худшем случае?

4. Злопамятный Джо очень любит играть в картишки. Перед Джо хорошо перемешанная стандартная колода в 52 карты. Джо извлекает карты по одной.

На каком месте в среднем появляется первая Дама?

5. Вероятность того, что Ученик достигнет Просветления за малый интервал времени, прямо пропорциональна длине этого интервала, а именно,

$$\mathbb{P}(\text{достигнуть Просветления за отрезок времени } [t; t + \Delta]) = 0.2018\Delta + o(\Delta)$$

Какова точная вероятность того, что Ученик, начавший искать Просветление, так и не достигнет его к моменту времени  $t$ ?

6. Исследователь Василий выбирает равномерно и независимо друг от друга 10 точек на отрезке  $[0; 1]$ . Затем Василий записывает их координаты в порядке возрастания,  $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_{10}$ .

Не производя вычислений, *по определению*, выпишите функции плотности случайной величины  $Y_4$ .