Final 2015

Теория вероятностей и математическая статистика

Обратная связь:
https://github.com/bdemeshev/probability_hse_exams

Последнее обновление: 8 января 2019 г.

1

Случайные величины X и Y распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается m наблюдений случайной величины X и n наблюдений случайной величины Y. Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- $t_m + n - 2$
- $t_m + n - 1$
- $F_m + 1, n + 1$
- F_m, n
- $F_m - 1, n - 1$

2

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером m и n. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_m, n
- $t_m + n - 2$
- $F_m + 1, n + 1$
- $F_m - 1, n - 1$
- $t_m + n - 1$

3

Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- 1
- 2
- 4
- 1.224
- 1.5

4

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- 2
- 1.5
- 4
- 1.224
- 1

5

При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- t_{m+n-1}
- F_m
- t_{m+n-2}
- $N(0;1)$

6

При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n}$
- $N(0;1)$
- t_{m+n-1}
- t_{m+n-2}

7

Есть две нормально распределённых выборки размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам неизвестны и равны. Выборочные средние по обеим выборкам совпадают. Гипотеза о равенстве математических ожиданий

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости

8

Для проверки гипотезы о равенстве долей в двух выборках могут использоваться следующие распределения

- только χ_1^2
- только $N(0;1)$
- $N(0;1)$ и $F_{m,n}$
- только $F_{m,n}$
- $N(0;1)$ и χ_1^2

9

Доля успехов в первой выборке равна 0.55, доля успехов во второй выборке — 0.4. Количество наблюдений в выборках равно 40 и 20 соответственно. Тестовая статистика для проверки гипотезы о равенстве долей может быть равна

- 2.2
- 2.4
- 1.1
- 1.2
- 0.9

10

Доля успехов в первой выборке равна 0.8, доля успехов во второй выборке — 0.3. Количество наблюдений в выборках 40 и 20 соответственно. Гипотеза о равенстве долей

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости

11

Для выборки $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(-\infty, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$

12

Для выборки $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$

13

При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- отвергается при любом разумном значении α

14

Величины $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости α проверяется гипотеза $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$. Обозначим φ_1 и φ_2 вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- $\varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_2 = 1 - \alpha$
- $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_1 = \alpha$
- $\varphi_1 = 1 - \alpha$

15

По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 25$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 20$ против $H_a : \mu > 20$ можно сделать вывод, что гипотеза H_0

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при любом разумном значении α

16

По выборке $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал (a_1, a_2) при известной дисперсии и интервал (b_1, b_2) при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$
- $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$
- $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$

17

Величины $X_1, \dots, X_n$ — выборка из нормального распределения. Статистика $U = \frac{5-\bar{X}}{5/\sqrt{n}}$ применима для проверки

- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, только при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при любых n
- гипотезы $H_0 : \sigma = 5$
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, при любых n

18

Выборочная доля успехов в некотором испытании составляет 0.3. Исследователь Ромео хочет, чтобы длина двустороннего 95%-го доверительного интервала для истинной доли не превышала 0.1. Количество наблюдений, необходимых для этого, примерно равно

- 81
- 225
- 322
- 161
- 113

19

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из нормального распределения с известной дисперсией σ^2. Пусть $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Величина U^2 имеет распределение

- χ_1^2
- $\chi_n^2 - 1$
- $F_{1,n-1}$
- t_{n-1}
- t_1

20

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- 14/3
- 1
- 2
- 3
- 0

21

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- $1/2$
- 1
- 2
- $1/3$
- $2/3$

22

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$

- $F_n(x)$ имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда
- $F_n(x)$ асимптотически нормальна
- $\mathbb{E}(F_n(x)) = F(x)$
- $F_n(x)$ является состоятельной оценкой функции распределения $F(x)$
- $F_n(x)$ является невозрастающей функцией

23

Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- $\chi^2 = 24,\ df = 1$
- $\chi^2 = 14,\ df = 1$
- $\chi^2 = 20,\ df = 2$
- $\chi^2 = 2,\ df = 2$
- $\chi^2 = 36,\ df = 1$

24

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить качество двух вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

При альтернативной гипотезе о том, что Erich Krause качественнее, **точное** P-значение (P-value) статистики теста знаков равно

- 1/2
- 1/8
- 2/3
- 3/8
- 1/3

25

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. **Используя нормальную аппроксимацию**, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 0.43, H_0 не отвергается
- 0.58, H_0 отвергается
- 0.58, H_0 не отвергается

26

Кузнец Вакула в течение 100 лет ведет статистику о прилете аистов и рождении младенцев на хуторе близ Диканьки. У него получилась следующая таблица сопряженности

	Аисты прилетали	Аисты не прилетали
Появлялся младенец	30	10
Не появлялся младенец	30	30

Укажите число степеней свободы статистики Пирсона и на уровне значимости 5% определите, зависит ли появление младенца от прилета аистов

- $df = 2$, зависит
- $df = 3$, зависит
- $df = 4$, зависит
- $df = 1$, зависит
- $df = 1$, не зависит

27

В коробке 50 купюр пяти различных номиналов. Случайным образом достаются две купюры. Номиналы вынимаемых купюр

- не коррелированы и не зависимы
- отрицательно коррелированы
- положительно коррелированы
- положительно коррелированы, но не зависимы
- не коррелированы, но зависимы

28

Экзамен принимают два преподавателя: Злой и Добрый. Они поставили следующие оценки:

Злой	2	3	10	8	3
Добрый	6	4	7	8	

Значение статистики критерия Вилкоксона о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 19
- 22.5
- 20
- 7.5

29

Датчик случайных чисел выдал два значения псевдослучайных чисел: 0.5 и 0.9. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу о соответствии распределения равномерному на уровне значимости 0.1. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.4, H_0 отвергается
- 0.9, H_0 не отвергается
- 0.9, H_0 отвергается
- 0.5, H_0 не отвергается
- 0.4, H_0 не отвергается

30

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов
- ММП применим для оценивания двух и более параметров
- При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны
- Оценки ММП асимтотически нормальны $\mathcal{N}(0;1)$
- ММП применим для зависимых случайных величин

31

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^2$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$

32

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений: $X_1 = 5$, $X_2 = 3$, $X_3 = 5$. Оценка неизвестного p, полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- $2/3$
- $1/2$
- Метод неприменим
- $1/3$
- $1/4$

33

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

По выборке оказалось, что $\bar{X} = 4.5$. Оценка неизвестного p, полученная методом моментов, равна:

- $1/3$
- Метод неприменим
- $1/4$
- $2/3$
- $1/2$

34

Величины X_1, X_2, ..., X_{2016} независимы и одинаково распределены, $\mathcal{N}(\mu; 42)$. Оказалось, что $\bar{X} = -23$. Про оценки метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и метода максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$, можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M L < -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M > -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M < -23$
- $\hat{\mu}_M L > -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$

35

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия $\ell(\theta)$

- Функция $\ell(\theta)$ может иметь несколько экстремумов
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать значения больше единицы
- Функция $\ell(\theta)$ имеет максимум при $\theta = 0$
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать положительные значения
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать отрицательные значения

36

Величины $X_1, \ldots, X_n$ независимы и одинаково распределены, $\mathbb{E}(X_1^2) = 2\theta + 4$. По выборке из 100 наблюдений оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i^2 = 200$. Оценка метода момента, $\hat{\theta}_{MM}$, равна

- 0
- -1
- Метод неприменим
- 1
- 2

37

По выборке из 100 наблюдений построена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta}_{ML} = 42$. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -1$. Ширина 95%-го доверительного интервала для неизвестного параметра θ примерно равна

- 1
- 1/2
- 2
- 4
- 8

38

Проверяется гипотеза H_0: $\theta = \gamma$ против альтернативной гипотезы H_a: $\theta \neq \gamma$, где θ и γ — два неизвестных параметра. Выберите верное утверждение о распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$

39

По 100 наблюдениям получена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta} = 20$, также известны значения лог-функции правдоподобия $\ell(20) = -10$ и $\ell(0) = -50$. С помощью критерия отношения правдоподобия, LR, проверьте гипотезу H_0: $\theta = 0$ против H_0: $\theta \neq 0$ на уровне значимости 5%.

- Критерий неприменим
- $LR = 60$, H_0 не отвергается
- $LR = 40$, H_0 не отвергается
- $LR = 80$, H_0 отвергается
- $LR = 40$, H_0 отвергается

40

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. Известно, что $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$. Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $\frac{5n}{p(1-p)}$
- $\frac{p(1-p)}{5n}$
- $\frac{5p(1-p)}{n}$
- $\frac{n}{5p(1-p)}$
- $\frac{n}{p(1-p)}$

41

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $n\theta^2$
- $\frac{\theta^2}{n}$
- $\frac{\theta}{n}$
- $\frac{n}{\theta^2}$
- $\frac{n}{\theta}$

42

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, \theta)$ распределения. При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 2
- n
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{n}$

43

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. При каком значении константы c оценка $\hat{p} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 1
- $\frac{1}{5}$
- 5
- n
- $\frac{1}{n}$

44

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq Var(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

45

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- $\frac{1}{n}$
- 1
- n
- $\frac{n}{n+1}$
- $\frac{n+1}{n}$

46

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, 2\theta)$ распределения. Оценка $\hat{\theta} = X_1$

- Эффективная
- Нелинейная
- Асимптотически нормальная
- Несмещённая
- Состоятельная

47

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, ..., X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-3	0	2
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{2}{3} - \theta$	$\frac{1}{3}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 2)$ является несмещённой?

- 1
- 3
- 5
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{5}$

48

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, ..., X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-4	0	3
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{3}{4} - \theta$	$\frac{1}{4}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 3)$ является несмещённой?

- 6
- $\frac{1}{4}$
- 4
- 1
- $\frac{1}{6}$

49

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $I_n(\theta)$ — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка $\hat{\theta}$ называется эффективной, если

- $I^-1_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I^-1_n(\theta) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$

50

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

51

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

1

Случайные величины X и Y распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается m наблюдений случайной величины X и n наблюдений случайной величины Y. Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- $t_m + n - 2$
- $t_m + n - 1$
- $F_m + 1, n + 1$
- F_m, n
- $F_m - 1, n - 1$

Да! Следующий вопрос

2

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером m и n. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_m, n
- $t_m + n - 2$
- $F_m + 1, n + 1$
- $F_m - 1, n - 1$
- $t_m + n - 1$

Да! Следующий вопрос

3

Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- 1
- 2
- 4
- 1.224
- 1.5

Да! Следующий вопрос

4

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- 2
- 1.5
- 4
- 1.224
- 1

Да! Следующий вопрос

5

При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- t_{m+n-1}
- F_m
- t_{m+n-2}
- $N(0;1)$

Да! Следующий вопрос

6

При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n}$
- $N(0;1)$
- t_{m+n-1}
- t_{m+n-2}

Да! Следующий вопрос

7

Есть две нормально распределённых выборки размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам неизвестны и равны. Выборочные средние по обеим выборкам совпадают. Гипотеза о равенстве математических ожиданий

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости

Да! Следующий вопрос

8

Для проверки гипотезы о равенстве долей в двух выборках могут использоваться следующие распределения

- только χ^2_1
- только $N(0;1)$
- $N(0;1)$ и $F_{m,n}$
- только $F_{m,n}$
- $N(0;1)$ и χ^2_1

Да! Следующий вопрос

9

Доля успехов в первой выборке равна 0.55, доля успехов во второй выборке — 0.4. Количество наблюдений в выборках равно 40 и 20 соответственно. Тестовая статистика для проверки гипотезы о равенстве долей может быть равна

- 2.2
- 2.4
- 1.1
- 1.2
- 0.9

Да! Следующий вопрос

10

Доля успехов в первой выборке равна 0.8, доля успехов во второй выборке — 0.3. Количество наблюдений в выборках 40 и 20 соответственно. Гипотеза о равенстве долей

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости

Да! Следующий вопрос

11

Для выборки $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(-\infty, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$

Да! Следующий вопрос

12

Для выборки $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$

Да! Следующий вопрос

13

При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- отвергается при любом разумном значении α

Да! Следующий вопрос

14

Величины $X_1, \dots, X_n$ — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости α проверяется гипотеза $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$. Обозначим φ_1 и φ_2 вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- $\varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_2 = 1 - \alpha$
- $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_1 = \alpha$
- $\varphi_1 = 1 - \alpha$

Да! Следующий вопрос

15

По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 25$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 20$ против $H_a : \mu > 20$ можно сделать вывод, что гипотеза H_0

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при любом разумном значении α

Да! Следующий вопрос

16

По выборке $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал (a_1, a_2) при известной дисперсии и интервал (b_1, b_2) при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$
- $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$
- $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$

Да! Следующий вопрос

17

Величины $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из нормального распределения. Статистика $U = \frac{5-\overline{X}}{5/\sqrt{n}}$ применима для проверки

- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, только при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при любых n
- гипотезы $H_0 : \sigma = 5$
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, при любых n

Да! Следующий вопрос

18

Выборочная доля успехов в некотором испытании составляет 0.3. Исследователь Ромео хочет, чтобы длина двустороннего 95%-го доверительного интервала для истинной доли не превышала 0.1. Количество наблюдений, необходимых для этого, примерно равно

- 81
- 225
- 322
- 161
- 113

Да! Следующий вопрос

19

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из нормального распределения с известной дисперсией σ^2. Пусть $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Величина U^2 имеет распределение

- χ^2_1
- $\chi^2_n - 1$
- $F_{1,n-1}$
- t_{n-1}
- t_1

Да! Следующий вопрос

20

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- 14/3
- 1
- 2
- 3
- 0

Да! Следующий вопрос

21

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённная оценка дисперсии равна

- 1/2
- 1
- 2
- 1/3
- 2/3

Да! Следующий вопрос

22

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$

- $F_n(x)$ имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда
- $F_n(x)$ асимптотически нормальна
- $\mathbb{E}(F_n(x)) = F(x$
- $F_n(x)$ является состоятельной оценкой функции распределения $F(x)$
- $F_n(x)$ является невозрастающей функцией

Да! Следующий вопрос

23

Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- $\chi^2 = 24,\ df = 1$
- $\chi^2 = 14,\ df = 1$
- $\chi^2 = 20,\ df = 2$
- $\chi^2 = 2,\ df = 2$
- $\chi^2 = 36,\ df = 1$

Да! Следующий вопрос

24

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить качество двух вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

При альтернативной гипотезе о том, что Erich Krause качественнее, **точное** P-значение (P-value) статистики теста знаков равно

- 1/2
- 1/8
- 2/3
- 3/8
- 1/3

Да! Следующий вопрос

25

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. **Используя нормальную аппроксимацию**, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 0.43, H_0 не отвергается
- 0.58, H_0 отвергается
- 0.58, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

26 Да! Следующий вопрос

Кузнец Вакула в течение 100 лет ведет статистику о прилете аистов и рождении младенцев на хуторе близ Диканьки. У него получилась следующая таблица сопряженности

	Аисты прилетали	Аисты не прилетали
Появлялся младенец	30	10
Не появлялся младенец	30	30

Укажите число степеней свободы статистики Пирсона и на уровне значимости 5% определите, зависит ли появление младенца от прилета аистов

- $df = 2$, зависит
- $df = 3$, зависит
- $df = 4$, зависит
- $df = 1$, зависит
- $df = 1$, не зависит

27

В коробке 50 купюр пяти различных номиналов. Случайным образом достаются две купюры. Номиналы вынимаемых купюр

- не коррелированы и не зависимы
- отрицательно коррелированы
- положительно коррелированы
- положительно коррелированы, но не зависимы
- не коррелированы, но зависимы

Да! Следующий вопрос

28

Экзамен принимают два преподавателя: Злой и Добрый. Они поставили следующие оценки:

Злой	2	3	10	8	3
Добрый	6	4	7	8	

Значение статистики критерия Вилкоксона о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 19
- 22.5
- 20
- 7.5

Да! Следующий вопрос

29

Датчик случайных чисел выдал два значения псевдослучайных чисел: 0.5 и 0.9. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу о соответствии распределения равномерному на уровне значимости 0.1. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.4, H_0 отвергается
- 0.9, H_0 не отвергается
- 0.9, H_0 отвергается
- 0.5, H_0 не отвергается
- 0.4, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

30

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов
- ММП применим для оценивания двух и более параметров
- При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны
- Оценки ММП асимтотически нормальны $\mathcal{N}(0;1)$
- ММП применим для зависимых случайных величин

Да! Следующий вопрос

31

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^2$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$

Да! Следующий вопрос

32

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений: $X_1 = 5$, $X_2 = 3$, $X_3 = 5$. Оценка неизвестного p, полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- $2/3$
- $1/2$
- Метод неприменим
- $1/3$
- $1/4$

Да! Следующий вопрос

33

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

По выборке оказалось, что $\bar{X} = 4.5$. Оценка неизвестного p, полученная методом моментов, равна:

- $1/3$
- Метод неприменим
- $1/4$
- $2/3$
- $1/2$

Да! Следующий вопрос

34

Величины X_1, X_2, ..., X_{2016} независимы и одинаково распределены, $\mathcal{N}(\mu; 42)$. Оказалось, что $\bar{X} = -23$. Про оценки метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и метода максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$, можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M L < -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M > -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M < -23$
- $\hat{\mu}_M L > -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$

Да! Следующий вопрос

35

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия $\ell(\theta)$

- Функция $\ell(\theta)$ может иметь несколько экстремумов
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать значения больше единицы
- Функция $\ell(\theta)$ имеет максимум при $\theta = 0$
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать положительные значения
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать отрицательные значения

Да! Следующий вопрос

36

Величины $X_1, \ldots, X_n$ независимы и одинаково распределены, $\mathbb{E}(X_1^2) = 2\theta + 4$. По выборке из 100 наблюдений оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i^2 = 200$. Оценка метода момента, $\hat{\theta}_{MM}$, равна

- 0
- -1
- Метод неприменим
- 1
- 2

Да! Следующий вопрос

37

По выборке из 100 наблюдений построена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta}_{ML} = 42$. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -1$. Ширина 95%-го доверительного интервала для неизвестного параметра θ примерно равна

- 1
- 1/2
- 2
- 4
- 8

Да! Следующий вопрос

38

Проверяется гипотеза H_0: $\theta = \gamma$ против альтернативной гипотезы H_a: $\theta \neq \gamma$, где θ и γ — два неизвестных параметра. Выберите верное утверждение о распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$

Да! Следующий вопрос

39

По 100 наблюдениям получена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta} = 20$, также известны значения лог-функции правдоподобия $\ell(20) = -10$ и $\ell(0) = -50$. С помощью критерия отношения правдоподобия, LR, проверьте гипотезу H_0: $\theta = 0$ против H_0: $\theta \neq 0$ на уровне значимости 5%.

- Критерий неприменим
- $LR = 60$, H_0 не отвергается
- $LR = 40$, H_0 не отвергается
- $LR = 80$, H_0 отвергается
- $LR = 40$, H_0 отвергается

Да! Следующий вопрос

40

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. Известно, что $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$. Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $\frac{5n}{p(1-p)}$
- $\frac{p(1-p)}{5n}$
- $\frac{5p(1-p)}{n}$
- $\frac{n}{5p(1-p)}$
- $\frac{n}{p(1-p)}$

Да! Следующий вопрос

41

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $n\theta^2$
- $\frac{\theta^2}{n}$
- $\frac{\theta}{n}$
- $\frac{n}{\theta^2}$
- $\frac{n}{\theta}$

Да! Следующий вопрос

42

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, \theta)$ распределения. При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 2
- n
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{n}$

Да! Следующий вопрос

43

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. При каком значении константы c оценка $\hat{p} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 1
- $\frac{1}{5}$
- 5
- n
- $\frac{1}{n}$

Да! Следующий вопрос

44

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq Var(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

Да! Следующий вопрос

45

Пусть $X = (X_1, \dots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- $\frac{1}{n}$
- 1
- n
- $\frac{n}{n+1}$
- $\frac{n+1}{n}$

Да! Следующий вопрос

46

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, 2\theta)$ распределения. Оценка $\hat{\theta} = X_1$

- Эффективная
- Нелинейная
- Асимптотически нормальная
- Несмещённая
- Состоятельная

Да! Следующий вопрос

47

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, ..., X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-3	0	2
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{2}{3} - \theta$	$\frac{1}{3}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 2)$ является несмещённой?

- 1
- 3
- 5
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{5}$

Да! Следующий вопрос

48

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, \ldots, X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-4	0	3
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{3}{4} - \theta$	$\frac{1}{4}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 3)$ является несмещённой?

- 6
- $\frac{1}{4}$
- 4
- 1
- $\frac{1}{6}$

Да! Следующий вопрос

49

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $I_n(\theta)$ — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка $\hat{\theta}$ называется эффективной, если

- $I^{-}1_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I^{-}1_n(\theta) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$

Да! Следующий вопрос

50

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

Да! Следующий вопрос

51

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

Да! Следующий вопрос

1

Случайные величины X и Y распределены нормально. Для тестирования гипотезы о равенстве дисперсий выбирается m наблюдений случайной величины X и n наблюдений случайной величины Y. Какое распределение может иметь статистика, используемая в данном случае?

- $t_m + n - 2$
- $t_m + n - 1$
- $F_m + 1, n + 1$
- F_m, n
- $F_m - 1, n - 1$

Нет!

2

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размером m и n. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_m, n
- $t_m + n - 2$
- $F_m + 1, n + 1$
- $F_m - 1, n - 1$
- $t_m + n - 1$

Нет!

3

Требуется проверить гипотезу о равенстве дисперсий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии по первой выборке составила 60, по второй — 90. Тестовая статистика может быть равна

- 1
- 2
- 4
- 1.224
- 1.5

Нет!

4

Требуется проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам известны, совпадают и равны 16. Разница выборочных средних равна 1. Тестовая статистика может быть равна

- 2
- 1.5
- 4
- 1.224
- 1

Нет!

5

При проверке гипотезе о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках размеров m и n при известных, но не равных дисперсиях, тестовая статистика имеет распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- t_{m+n-1}
- F_m
- t_{m+n-2}
- $N(0;1)$

Нет!

6

При проверке гипотезы о равенстве долей используется следующее распределение

- $F_{m-1,n-1}$
- $F_{m,n}$
- $N(0;1)$
- t_{m+n-1}
- t_{m+n-2}

Нет!

7

Есть две нормально распределённых выборки размером 20 и 16 наблюдений. Истинные дисперсии по обеим выборкам неизвестны и равны. Выборочные средние по обеим выборкам совпадают. Гипотеза о равенстве математических ожиданий

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости

Нет!

8

Для проверки гипотезы о равенстве долей в двух выборках могут использоваться следующие распределения

- только χ^2_1
- только $N(0;1)$
- $N(0;1)$ и $F_{m,n}$
- только $F_{m,n}$
- $N(0;1)$ и χ^2_1

Нет!

9

Доля успехов в первой выборке равна 0.55, доля успехов во второй выборке — 0.4. Количество наблюдений в выборках равно 40 и 20 соответственно. Тестовая статистика для проверки гипотезы о равенстве долей может быть равна

- 2.2
- 2.4
- 1.1
- 1.2
- 0.9

Нет!

10

Доля успехов в первой выборке равна 0.8, доля успехов во второй выборке — 0.3. Количество наблюдений в выборках 40 и 20 соответственно. Гипотеза о равенстве долей

- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается на 5%-ом и отвергается на 1%-ом уровне значимости
- не отвергается на 1%-ом и отвергается на 5%-ом уровне значимости
- не отвергается на любом разумном уровне значимости
- отвергается на любом разумном уровне значимости

Нет!

11

Для выборки $X_1, \dots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = \alpha$
- $(-\infty, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi_n^2 - 1 < A) = 1 - \alpha$

Нет!

12

Для выборки $X_1, \ldots, X_n$, имеющей нормальное распределение, проверяется гипотеза $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ против $H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2$. Критическая область имеет вид

- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$
- $(0, A)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = 1 - \alpha$
- $(A, +\infty)$, где A таково, что $\mathbb{P}(\chi^2_{n-1} < A) = \alpha$

Нет!

13

При подбрасывании игральной кости 600 раз шестерка выпала 105 раз. Гипотеза о том, что кость правильная

- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- отвергается при любом разумном значении α

Нет!

14

Величины $X_1, \ldots, X_n$ — выборка из нормально распределенной случайной величины с неизвестным математическим ожиданием и известной дисперсией. На уровне значимости α проверяется гипотеза $H_0 : \mu = \mu_0$ против $H_a : \mu \neq \mu_0$. Обозначим φ_1 и φ_2 вероятности ошибок первого и второго рода соответственно. Между параметрами задачи всегда выполнено соотношение

- $\varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_2 = 1 - \alpha$
- $\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha$
- $\varphi_1 = \alpha$
- $\varphi_1 = 1 - \alpha$

Нет!

15

По случайной выборке из 200 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 25$ и несмещённая оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \mu = 20$ против $H_a : \mu > 20$ можно сделать вывод, что гипотеза H_0

- отвергается при $\alpha = 0.05$, не отвергается при $\alpha = 0.01$
- отвергается при $\alpha = 0.01$, не отвергается при $\alpha = 0.05$
- Гипотезу невозможно проверить
- не отвергается при любом разумном значении α
- отвергается при любом разумном значении α

Нет!

16

По выборке $X_1, \ldots, X_n$ из нормального распределения строятся по стандартным формулам доверительные интервалы для математического ожидания. Получен интервал (a_1, a_2) при известной дисперсии и интервал (b_1, b_2) при неизвестной дисперсии. Всегда справедливы следующие соотношения:

- $a_1 < 0, b_1 < 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $|a_1 - b_1| = |a_2 - b_2|$
- $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$
- $a_1 > 0, b_1 > 0, a_2 > 0, b_2 > 0$
- $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$

Нет!

17

Величины $X_1, \dots, X_n$ — выборка из нормального распределения. Статистика $U = \frac{5-\overline{X}}{5/\sqrt{n}}$ применима для проверки

- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, только при больших n
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 5, при любых n
- гипотезы $H_0 : \sigma = 5$
- гипотезы $H_0 : \mu = 5$ при известной дисперсии, равной 25, при любых n

Нет!

18

Выборочная доля успехов в некотором испытании составляет 0.3. Исследователь Ромео хочет, чтобы длина двустороннего 95%-го доверительного интервала для истинной доли не превышала 0.1. Количество наблюдений, необходимых для этого, примерно равно

- 81
- 225
- 322
- 161
- 113

Нет!

19

Пусть $X_1, \dots, X_n$ — выборка из нормального распределения с известной дисперсией σ^2. Пусть $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Величина U^2 имеет распределение

- χ^2_1
- $\chi^2_n - 1$
- $F_{1,n-1}$
- t_{n-1}
- t_1

Нет!

20

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Выборочный начальный момент первого порядка равен

- 14/3
- 1
- 2
- 3
- 0

Нет!

21

Дана реализация выборки: 3, 1, 2. Несмещённая оценка дисперсии равна

- 1/2
- 1
- 2
- 1/3
- 2/3

Нет!

22

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про эмпирическую функцию распределения $F_n(x)$

- $F_n(x)$ имеет разрыв в каждой точке вариационного ряда
- $F_n(x)$ асимптотически нормальна
- $\mathbb{E}(F_n(x)) = F(x$
- $F_n(x)$ является состоятельной оценкой функции распределения $F(x)$
- $F_n(x)$ является невозрастающей функцией

Нет!

23

Юрий Петров утверждает, что обычно посещает половину занятий по Статистике. За последние полгода из 36 занятий он не посетил ни одного. Вычислите значение критерия хи-квадрат Пирсона для гипотезы, что утверждение Юрия Петрова истинно и укажите число степеней свободы

- $\chi^2 = 24,\ df = 1$
- $\chi^2 = 14,\ df = 1$
- $\chi^2 = 20,\ df = 2$
- $\chi^2 = 2,\ df = 2$
- $\chi^2 = 36,\ df = 1$

Нет!

24

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить качество двух вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

При альтернативной гипотезе о том, что Erich Krause качественнее, **точное** P-значение (P-value) статистики теста знаков равно

- 1/2
- 1/8
- 2/3
- 3/8
- 1/3

Нет!

25

Производитель фломастеров попросил трёх человек оценить два вида фломастеров: «Лесенка» и «Erich Krause» по 10-балльной шкале:

	Пафнутий	Андрей	Карл
Лесенка	9	7	6
Erich Krause	8	9	7

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. **Используя нормальную аппроксимацию**, проверьте на уровне значимости 0.1 гипотезу о том, что фломастеры имеют одинаковое качество.

- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 0.43, H_0 не отвергается
- 0.58, H_0 отвергается
- 0.58, H_0 не отвергается

Нет!

26 Нет!

Кузнец Вакула в течение 100 лет ведет статистику о прилете аистов и рождении младенцев на хуторе близ Диканьки. У него получилась следующая таблица сопряженности

	Аисты прилетали	Аисты не прилетали
Появлялся младенец	30	10
Не появлялся младенец	30	30

Укажите число степеней свободы статистики Пирсона и на уровне значимости 5% определите, зависит ли появление младенца от прилета аистов

- $df = 2$, зависит
- $df = 3$, зависит
- $df = 4$, зависит
- $df = 1$, зависит
- $df = 1$, не зависит

27

В коробке 50 купюр пяти различных номиналов. Случайным образом достаются две купюры. Номиналы вынимаемых купюр

- не коррелированы и не зависимы
- отрицательно коррелированы
- положительно коррелированы
- положительно коррелированы, но не зависимы
- не коррелированы, но зависимы

Нет!

28

Экзамен принимают два преподавателя: Злой и Добрый. Они поставили следующие оценки:

Злой	2	3	10	8	3
Добрый	6	4	7	8	

Значение статистики критерия Вилкоксона о совпадении распределений оценок равно

- 20.5
- 19
- 22.5
- 20
- 7.5

Нет!

29

Датчик случайных чисел выдал два значения псевдослучайных чисел: 0.5 и 0.9. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу о соответствии распределения равномерному на уровне значимости 0.1. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.4, H_0 отвергается
- 0.9, H_0 не отвергается
- 0.9, H_0 отвергается
- 0.5, H_0 не отвергается
- 0.4, H_0 не отвергается

Нет!

30

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про метод максимального правдоподобия (ММП):

- ММП оценки не всегда совпадают с оценками метода моментов
- ММП применим для оценивания двух и более параметров
- При выполнении технических предпосылок оценки ММП состоятельны
- Оценки ММП асимтотически нормальны $\mathcal{N}(0;1)$
- ММП применим для зависимых случайных величин

Нет!

31

Если величина $\hat{\theta}$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}(2; 0.01^2)$, то, согласно дельта-методу, $\hat{\theta}^2$ имеет примерно нормальное распределение

- $\mathcal{N}(2; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 8 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 4 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 16 \cdot 0.01^2)$
- $\mathcal{N}(4; 2 \cdot 0.01^2)$

Нет!

32

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

Имеется выборка из трёх наблюдений: $X_1 = 5$, $X_2 = 3$, $X_3 = 5$. Оценка неизвестного p, полученная методом максимального правдоподобия, равна:

- $2/3$
- $1/2$
- Метод неприменим
- $1/3$
- $1/4$

Нет!

33

Случайные величины X_1, X_2 и X_3 независимы и одинаково распределены,

X_i	3	5
$\mathbb{P}(\cdot)$	p	$1-p$

По выборке оказалось, что $\bar{X} = 4.5$. Оценка неизвестного p, полученная методом моментов, равна:

- $1/3$
- Метод неприменим
- $1/4$
- $2/3$
- $1/2$

Нет!

34

Величины $X_1, X_2, \ldots, X_{2016}$ независимы и одинаково распределены, $\mathcal{N}(\mu; 42)$. Оказалось, что $\bar{X} = -23$. Про оценки метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и метода максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$, можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M L < -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M > -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$
- $\hat{\mu}_M L = -23$, $\hat{\mu}_M M < -23$
- $\hat{\mu}_M L > -23$, $\hat{\mu}_M M = -23$

Нет!

35

Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение про логарифмическую функцию правдоподобия $\ell(\theta)$

- Функция $\ell(\theta)$ может иметь несколько экстремумов
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать значения больше единицы
- Функция $\ell(\theta)$ имеет максимум при $\theta = 0$
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать положительные значения
- Функция $\ell(\theta)$ может принимать отрицательные значения

Нет!

36

Величины $X_1, \ldots, X_n$ независимы и одинаково распределены, $\mathbb{E}(X_1^2) = 2\theta + 4$. По выборке из 100 наблюдений оказалось, что $\sum_{i=1}^{100} X_i^2 = 200$. Оценка метода момента, $\hat{\theta}_{MM}$, равна

- 0
- -1
- Метод неприменим
- 1
- 2

Нет!

37

По выборке из 100 наблюдений построена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta}_{ML} = 42$. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -1$. Ширина 95%-го доверительного интервала для неизвестного параметра θ примерно равна

- 1
- 1/2
- 2
- 4
- 8

Нет!

38

Проверяется гипотеза H_0: $\theta = \gamma$ против альтернативной гипотезы H_a: $\theta \neq \gamma$, где θ и γ — два неизвестных параметра. Выберите верное утверждение о распределении статистики отношения правдоподобия, LR:

- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_1$
- И при H_0, и при H_a, $LR \sim \chi^2_2$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_0, то $LR \sim \chi^2_1$
- Если верна H_a, то $LR \sim \chi^2_2$

Нет!

39

По 100 наблюдениям получена оценка метода максимального правдоподобия, $\hat{\theta} = 20$, также известны значения лог-функции правдоподобия $\ell(20) = -10$ и $\ell(0) = -50$. С помощью критерия отношения правдоподобия, LR, проверьте гипотезу H_0: $\theta = 0$ против H_0: $\theta \neq 0$ на уровне значимости 5%.

- Критерий неприменим
- $LR = 60$, H_0 не отвергается
- $LR = 40$, H_0 не отвергается
- $LR = 80$, H_0 отвергается
- $LR = 40$, H_0 отвергается

Нет!

40

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. Известно, что $\mathbb{P}(X = x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$. Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $\frac{5n}{p(1-p)}$
- $\frac{p(1-p)}{5n}$
- $\frac{5p(1-p)}{n}$
- $\frac{n}{5p(1-p)}$
- $\frac{n}{p(1-p)}$

Нет!

41

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из экспоненциального распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

Информация Фишера $I_n(p)$ равна:

- $n\theta^2$
- $\frac{\theta^2}{n}$
- $\frac{\theta}{n}$
- $\frac{n}{\theta^2}$
- $\frac{n}{\theta}$

Нет!

42

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, \theta)$ распределения. При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 2
- n
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{n}$

Нет!

43

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из биномиального распределения $Bi(5, p)$. При каком значении константы c оценка $\hat{p} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- 1
- $\frac{1}{5}$
- 5
- n
- $\frac{1}{n}$

Нет!

44

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots$ называется состоятельной, если

- $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > t) \to 0$ для всех $t > 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) \to \theta$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \geq Var(\hat{\theta}_n + 1)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}_n) \to 0$
- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_n) = \theta$

Нет!

45

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из распределения с плотностью

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}) \text{ при } x \geq 0, \\ 0 \text{ при } x < 0. \end{cases}$$

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta} = c\bar{X}$ является несмещённой?

- $\frac{1}{n}$
- 1
- n
- $\frac{n}{n+1}$
- $\frac{n+1}{n}$

Нет!

46

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка из равномерного на $(0, 2\theta)$ распределения. Оценка $\hat{\theta} = X_1$

- Эффективная
- Нелинейная
- Асимптотически нормальная
- Несмещённая
- Состоятельная

Нет!

47

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, \ldots, X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-3	0	2
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{2}{3} - \theta$	$\frac{1}{3}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 2)$ является несмещённой?

- 1
- 3
- 5
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{5}$

Нет!

48

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка. Случайные величины $X_1, \ldots, X_n$ имеют дискретное распределение, которое задано при помощи таблицы

X_i	-4	0	3
$\mathbb{P}_{X_i}$	$\frac{3}{4} - \theta$	$\frac{1}{4}$	θ

При каком значении константы c оценка $\hat{\theta}_n = c(\bar{X} + 3)$ является несмещённой?

- 6
- $\frac{1}{4}$
- 4
- 1
- $\frac{1}{6}$

Нет!

49

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $I_n(\theta)$ — информация Фишера. Тогда несмещённая оценка $\hat{\theta}$ называется эффективной, если

- $I^{-}1_n(\theta) \leq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $I^{-}1_n(\theta) \geq \mathrm{Var}(\hat{\theta})$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \cdot I_n(\theta) = 1$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) \leq I_n(\theta)$
- $\mathrm{Var}(\hat{\theta}) = I_n(\theta)$

Нет!

50

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

Нет!

51

Пусть $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — случайная выборка и $\ell(\theta) = \ell(X_1, ..., X_n; \theta)$ — логарифмическая функция правдоподобия. Тогда информация Фишера $I_n(\theta)$ равна

- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \theta^2}\right)$
- $-\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)$
- $\mathbb{E}\left(\left(\frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right)$

Нет!