Midterm 2015

Теория вероятностей и математическая статистика

Обратная связь:
https://github.com/bdemeshev/probability_hse_exams

Последнее обновление: 9 января 2019 г.

1

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попадёт хотя бы один раз из двух равна

- 0.64
- 0.36
- 0.96
- 0.9
- 0.8

2

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал оба раза, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $1/3$
- $1/4$
- $1/2$
- $2/3$
- $3/4$

3

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. Вероятность того, что оба раза выпадет орел равна

- $1/2$
- $3/4$
- $1/3$
- $1/4$
- $2/3$

4

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал во второй раз, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $4/5$
- $3/4$
- $5/6$
- $1/2$
- $2/3$

5

Если события A, B, C попарно независимы, то

- События A, B, C несовместны
- События A, B, C зависимы в совокупности
- $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(B)\,\mathbb{P}(C)$
- Событие $A \cup B \cup C$ обязательно произойдёт
- События A, B, C независимы в совокупности

6

Случайная величина X равномерна на отрезке $[0; 10]$. Вероятность $\mathbb{P}(X > 3 | X < 7)$ равна

- $4/7$
- $7/10$
- $3/7$
- $3/10$
- 0.21

7

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. События $A = \{\text{Орёл выпал при первом подбрасывании}\}$ и $B = \{\text{Орёл выпал при втором подбрасывании}\}$

- образуют полную группу событий
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cup B)$
- независимы
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A|B) \geq \mathbb{P}(A)$
- несовместны

8

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Математическое ожидание величины X равно

- 4π
- $\pi/2$
- $\pi/4$
- π
- 2π

9

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Дисперсия величины X равна

- $\pi^2 - 2\pi$
- $3\pi^2 - 4$
- π^2
- $3\pi^2 - 2$
- $2\pi - \pi^2/2$

10

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Ковариация $\mathrm{Cov}(Y, Z)$ равна

- $-\pi^2$
- -2π
- 2π
- π^2
- 0

11

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Дисперсия $\mathrm{Var}(Y - Z)$ равна

- 0
- π^2
- $3\pi^2 - 4$
- $2\pi - \pi^2/2$
- $\pi^2 - 2\pi$

12

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Наиболее вероятное число точек, попавших в круг, равно

- 6
- 7
- 4
- 2π
- 5

13

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Всем известно, что Маша звонит Васе в среднем 10 раз в день. Число звонков, совершенных Машей, имеет распределение Пуассона. Вероятность того, что Маша ни разу не позвонит Васе в течение дня, равна

- $1-e^{10}$
- e^{-10}
- $10\,e^{-10}$
- $\frac{1}{10!}e^{-10}$
- $1-e^{-10}$

14

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Математическое ожидание величины Y при условии, что $X=0$, равно

- -0.1
- 0.25
- 0.2
- 0
- 0.1

15

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Дисперсия случайной величины X равна

- 0.6
- 0.44
- 1.04
- 0.4
- 0.2

16

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y = -2$	$Y = 1$
$X = -1$	0.1	0
$X = 0$	0.1	0.3
$X = 1$	0.2	0.3

Ковариация $\mathrm{Cov}(X, Y)$ равна

- 0.18
- 0.1
- 0.4
- 0.9
- -0.7
- -0.5

17

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Вероятность того, что $Y = 1$ при условии, что $X > 0$ равна

- 0.3
- 0.6
- 0.5
- 0.4
- 0.2

18

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X равномерна от 0 до 4. Вероятность того, что X примет значение 1, равна

- 0
- 0.25
- 0.4
- 0.8
- 0.5

19

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X имеет функцию плотности $f(x) = x/2$ на отрезке $[0; 2]$. Значение $\mathbb{E}(X)$ равно

- $1/2$
- $4/3$
- 2
- 1
- 0

20

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0,2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Выражение $a + b + c + d$ равно

- 2
- $1/4$
- $5/4$
- $1/2$
- 1

21

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + y)/3, & \text{если } x \in [0; 1], y \in [0; 2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Если функция $h(x, y) = c \cdot x \cdot f(x, y)$ также является совместной функцией плотности, то константа c равна

- 9
- 5
- 5/9
- 9/5
- 1

22

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0; 1], y \in [0; 2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Вероятность $\mathbb{P}(X < 0.5, Y < 1)$ равна

- $1/8$
- $5/8$
- $3/5$
- $5/6$
- $3/8$

23

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Условная функция плотности $f_{X|Y=1}(x)$ равна

- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (x+2)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (2x+1)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (2x+2)/3 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (x+4)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

24

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\text{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\text{Var}(Y) = 4$, $\text{Corr}(X, Y) = -0.5$

Математическое ожидание $\mathbb{E}(Y)$ равно

- $13/7$
- $11/9$
- $2/3$
- $4/3$
- $6/5$

25

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\mathrm{Var}(Y) = 4$, $\mathrm{Corr}(X, Y) = -0.5$

Ковариация $\mathrm{Cov}(2X + Y, X - 3Y)$ равна

- -1
- -5
- 0
- 5
- 1

26

Корреляция $\mathrm{Corr}((1 - X)/2, (Y + 5)/2)$ равна

- 0.5
- 1
- -0.5
- $-1/8$
- $1/8$

27

У неотрицательной случайной величины X известны $\mathbb{E}(X) = 1$, $\mathrm{Var}(X) = 4$. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 \geq 25)$ обязательно попадает в интервал

- $[0; 4/25]$
- $[0; 4/625]$
- $[1/25; 1]$
- $[0; 1/25]$
- $[0; 1/5]$

28

Если $\mathbb{E}(X) = 0$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, то наиболее узкий интервал, в который гарантированно попадает вероятность $\mathbb{P}(|X| \geq 4)$, равен

- $[0.5; 1]$
- $[0.0625; 1]$
- $[0.25; 1]$
- $[0; 0.25]$
- $[0; 0.0625]$

29

Дана последовательность независимых случайных величин, имеющих равномерное на $(-1, 1)$ распределение. **НЕВЕРНЫМ** является утверждение

- $\sqrt{3n}\bar{X}$ сходится по распределению к стандартной нормальной величине
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} > 0)$ стремится к 0.5
- $\bar{X}$ сходится по распределению к равномерной на (-1,1) величине
- $\bar{X}$ сходится по вероятности к нулю
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} = 0)$ стремится к

30

Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-(x-3)^2/8}$$

НЕВЕРНЫМ является утверждение

- $\mathbb{P}(X = 0) = 0$
- $\mathbb{P}(X > 3) = 0.5$
- $\mathbb{P}(X < 0) > 0$
- $\mathrm{Var}(X) = 8$
- $\mathbb{E}(X) = 3$
- $\max f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$

31

Величины $X_1, X_2, \ldots$ независимы и одинаково распределены с $\mathbb{E}(X_i) = \mu$, $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$. К стандартному нормальному распределению сходится последовательность случайных величин

- $(\bar{X} - \mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - n\mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\bar{X}$

32

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- смещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- несмещенной и состоятельной

33

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1+X_2}{2}$

34

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X}^k}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X}^k}$
- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$

35

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_(n)$
- $X_(n-1)$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

36

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$

37

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- несмещенной оценкой p^2
- состоятельной оценкой p^2
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия

38

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически смещённой
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически несмещенной
- нормально распределённой
- несмещенной

39

Мощностью теста называется

- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

40

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$
- Не отвергается
- Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$

41

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- $t_n - 1$
- χ^2_n
- $N(0, 1)$
- $\chi^2_n - 1$
- t_n

42

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $\chi_n^2 - 1$
- t_n
- $t_n - 1$
- $N(0, 1)$
- χ_n^2

43

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0: \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%

44

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0: X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a: X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.3
- 0.1
- 0.2
- 0.5
- 0.4

45

Пусть X_1, X_2, ..., X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.98
- 0.78
- 0.58
- 0.85

46

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.75
- 7.5
- 0.5
- 0.25
- 0.5

47

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 79
- 100
- 139
- 39
- 179

48

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 15
- 2
- 12
- 18
- 6

49

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -100$. Оценка стандартной ошибки для $\hat{\theta}$ равна

- 1
- 100
- 0.1
- 0.01
- 10

50

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 68, \ \chi^2_2$

51

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 3$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 1$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$

52

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n \ln a - a \sum x_i$
- $3n \prod \ln a - ax^n$
- $3n \ln a - a \prod \ln x_i$
- $3n \ln a - an \ln x_i$
- $3n \sum \ln a_i - a \sum \ln x_i$

53

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$

54

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по первой выборке равна 8, то вторая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- 80
- $3/4$
- 4

55

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- F_{n_1-1,n_2-1}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $N(0;1)$

56

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_{n_1,n_2}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

57

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

58

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha + \beta \geq 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \leq \beta$

59

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 0.4
- 1.6
- 0.04
- 0.16
- 0.016

60

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.26, H_0 отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается
- 0.78, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается

61

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 53, H_0 отвергается
- 20, H_0 не отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается
- 24, H_0 не отвергается

62

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 не отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.29, H_0 отвергается

63

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \mu = 10$ против $H_a: \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.32
- 0.17
- 0.16
- 0.34
- 0.83

1

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попадёт хотя бы один раз из двух равна

- 0.64
- 0.36
- 0.96
- 0.9
- 0.8

Да! Следующий вопрос

2

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал оба раза, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $1/3$
- $1/4$
- $1/2$
- $2/3$
- $3/4$

Да! Следующий вопрос

3

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. Вероятность того, что оба раза выпадет орел равна

- $1/2$
- $3/4$
- $1/3$
- $1/4$
- $2/3$

Да! Следующий вопрос

4

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал во второй раз, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $4/5$
- $3/4$
- $5/6$
- $1/2$
- $2/3$

Да! Следующий вопрос

5

Если события A, B, C попарно независимы, то

- События A, B, C несовместны
- События A, B, C зависимы в совокупности
- $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(B)\,\mathbb{P}(C)$
- Событие $A \cup B \cup C$ обязательно произойдёт
- События A, B, C независимы в совокупности

Да! Следующий вопрос

6

Случайная величина X равномерна на отрезке $[0;10]$. Вероятность $\mathbb{P}(X > 3 | X < 7)$ равна

- $4/7$
- $7/10$
- $3/7$
- $3/10$
- 0.21

Да! Следующий вопрос

7

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. События $A = \{\text{Орёл выпал при первом подбрасывании}\}$ и $B = \{\text{Орёл выпал при втором подбрасывании}\}$

- образуют полную группу событий
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cup B)$
- независимы
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A|B) \geq \mathbb{P}(A)$
- несовместны

Да! Следующий вопрос

8

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Математическое ожидание величины X равно

- 4π
- $\pi/2$
- $\pi/4$
- π
- 2π

Да! Следующий вопрос

9

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Дисперсия величины X равна

- $\pi^2 - 2\pi$
- $3\pi^2 - 4$
- π^2
- $3\pi^2 - 2$
- $2\pi - \pi^2/2$

Да! Следующий вопрос

10

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Ковариация $\mathrm{Cov}(Y, Z)$ равна

- $-\pi^2$
- -2π
- 2π
- π^2
- 0

Да! Следующий вопрос

11

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Дисперсия $\mathrm{Var}(Y - Z)$ равна

- 0
- π^2
- $3\pi^2 - 4$
- $2\pi - \pi^2/2$
- $\pi^2 - 2\pi$

Да! Следующий вопрос

12

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Наиболее вероятное число точек, попавших в круг, равно

- 6
- 7
- 4
- 2π
- 5

Да! Следующий вопрос

13

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Всем известно, что Маша звонит Васе в среднем 10 раз в день. Число звонков, совершенных Машей, имеет распределение Пуассона. Вероятность того, что Маша ни разу не позвонит Васе в течение дня, равна

- $1-e^{10}$
- e^{-10}
- $10\,e^{-10}$
- $\frac{1}{10!}e^{-10}$
- $1-e^{-10}$

Да! Следующий вопрос

14

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Математическое ожидание величины Y при условии, что $X=0$, равно

- -0.1
- 0.25
- 0.2
- 0
- 0.1

Да! Следующий вопрос

15

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y = -2$	$Y = 1$
$X = -1$	0.1	0
$X = 0$	0.1	0.3
$X = 1$	0.2	0.3

Дисперсия случайной величины X равна

- 0.6
- 0.44
- 1.04
- 0.4
- 0.2

Да! Следующий вопрос

16

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Ковариация $\mathrm{Cov}(X, Y)$ равна

- 0.18
- 0.1
- 0.4
- 0.9
- -0.7
- -0.5

Да! Следующий вопрос

17

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Вероятность того, что $Y = 1$ при условии, что $X > 0$ равна

- 0.3
- 0.6
- 0.5
- 0.4
- 0.2

Да! Следующий вопрос

18

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X равномерна от 0 до 4. Вероятность того, что X примет значение 1, равна

- 0
- 0.25
- 0.4
- 0.8
- 0.5

Да! Следующий вопрос

19

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X имеет функцию плотности $f(x) = x/2$ на отрезке $[0; 2]$. Значение $\mathbb{E}(X)$ равно

- $1/2$
- $4/3$
- 2
- 1
- 0

Да! Следующий вопрос

20 Да! Следующий вопрос

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Выражение $a + b + c + d$ равно

- 2
- $1/4$
- $5/4$
- $1/2$
- 1

21

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Если функция $h(x,y) = c \cdot x \cdot f(x,y)$ также является совместной функцией плотности, то константа c равна

- 9
- 5
- 5/9
- 9/5
- 1

Да! Следующий вопрос

22

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0; 1], y \in [0; 2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Вероятность $\mathbb{P}(X < 0.5, Y < 1)$ равна

- $1/8$
- $5/8$
- $3/5$
- $5/6$
- $3/8$

Да! Следующий вопрос

23 Да! Следующий вопрос

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Условная функция плотности $f_{X|Y=1}(x)$ равна

- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (x+2)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (2x+1)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (2x+2)/3 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x) = \begin{cases} (x+4)/2 & \text{если } x \in [0;1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

24

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\mathrm{Var}(Y) = 4$, $\mathrm{Corr}(X, Y) = -0.5$

Математическое ожидание $\mathbb{E}(Y)$ равно

- $13/7$
- $11/9$
- $2/3$
- $4/3$
- $6/5$

Да! Следующий вопрос

25

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\mathrm{Var}(Y) = 4$, $\mathrm{Corr}(X, Y) = -0.5$

Ковариация $\mathrm{Cov}(2X + Y, X - 3Y)$ равна

- -1
- -5
- 0
- 5
- 1

Да! Следующий вопрос

26

Корреляция $\mathrm{Corr}((1-X)/2, (Y+5)/2)$ равна

- 0.5
- 1
- -0.5
- $-1/8$
- $1/8$

Да! Следующий вопрос

27

У неотрицательной случайной величины X известны $\mathbb{E}(X) = 1$, $\mathrm{Var}(X) = 4$. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 \geq 25)$ обязательно попадает в интервал

- $[0; 4/25]$
- $[0; 4/625]$
- $[1/25; 1]$
- $[0; 1/25]$
- $[0; 1/5]$

Да! Следующий вопрос

28

Если $\mathbb{E}(X) = 0$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, то наиболее узкий интервал, в который гарантированно попадает вероятность $\mathbb{P}(|X| \geq 4)$, равен

- $[0.5; 1]$
- $[0.0625; 1]$
- $[0.25; 1]$
- $[0; 0.25]$
- $[0; 0.0625]$

Да! Следующий вопрос

29

Дана последовательность независимых случайных величин, имеющих равномерное на $(-1,1)$ распределение. **НЕВЕРНЫМ** является утверждение

- $\sqrt{3n}\bar{X}$ сходится по распределению к стандартной нормальной величине
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} > 0)$ стремится к 0.5
- $\bar{X}$ сходится по распределению к равномерной на (-1,1) величине
- $\bar{X}$ сходится по вероятности к нулю
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} = 0)$ стремится к

Да! Следующий вопрос

30

Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-(x-3)^2/8}$$

НЕВЕРНЫМ является утверждение

- $\mathbb{P}(X = 0) = 0$
- $\mathbb{P}(X > 3) = 0.5$
- $\mathbb{P}(X < 0) > 0$
- $\mathrm{Var}(X) = 8$
- $\mathbb{E}(X) = 3$
- $\max f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$

Да! Следующий вопрос

31

Величины $X_1, X_2, \ldots$ независимы и одинаково распределены с $\mathbb{E}(X_i) = \mu$, $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$. К стандартному нормальному распределению сходится последовательность случайных величин

- $(\bar{X} - \mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - n\mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\bar{X}$

Да! Следующий вопрос

32

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- смещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- несмещенной и состоятельной

Да! Следующий вопрос

33

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2+\ldots+X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1+X_2}{2}$

Да! Следующий вопрос

34

Пусть $X_1, \dots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X}^k}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X}^k}$
- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$

Да! Следующий вопрос

35

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_(n)$
- $X_(n-1)$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

Да! Следующий вопрос

36

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$

Да! Следующий вопрос

37

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- несмещенной оценкой p^2
- состоятельной оценкой p^2
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия

Да! Следующий вопрос

38

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически смещённой
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически несмещенной
- нормально распределённой
- несмещенной

Да! Следующий вопрос

39

Мощностью теста называется

- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

Да! Следующий вопрос

40

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0 : \sigma = 1$

- Отвергается, только если $H_a : \sigma < 1$
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a : \sigma > 1$
- Не отвергается
- Отвергается, только если $H_a : \sigma \neq 1$

Да! Следующий вопрос

41

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- $t_n - 1$
- χ_n^2
- $N(0, 1)$
- $\chi_n^2 - 1$
- t_n

Да! Следующий вопрос

42

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $\chi^2_n - 1$
- t_n
- $t_n - 1$
- $N(0, 1)$
- χ^2_n

Да! Следующий вопрос

43

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0 : \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a : \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%

Да! Следующий вопрос

44

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0: \ X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.3
- 0.1
- 0.2
- 0.5
- 0.4

Да! Следующий вопрос

45

Пусть X_1, X_2, ..., X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.98
- 0.78
- 0.58
- 0.85

Да! Следующий вопрос

46

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.75
- 7.5
- 0.5
- 0.25
- 0.5

Да! Следующий вопрос

47

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 79
- 100
- 139
- 39
- 179

Да! Следующий вопрос

48

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 15
- 2
- 12
- 18
- 6

Да! Следующий вопрос

49

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -100$. Оценка стандартной ошибки для $\hat{\theta}$ равна

- 1
- 100
- 0.1
- 0.01
- 10

Да! Следующий вопрос

50

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 68, \ \chi^2_2$

Да! Следующий вопрос

51

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 3$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 1$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$

Да! Следующий вопрос

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n\ln a - a\sum x_i$
- $3n\prod \ln a - ax^n$
- $3n\ln a - a\prod \ln x_i$
- $3n\ln a - an\ln x_i$
- $3n\sum \ln a_i - a\sum \ln x_i$

Да! Следующий вопрос

53

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$

Да! Следующий вопрос

54

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по первой выборке равна 8, то вторая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- 80
- $3/4$
- 4

Да! Следующий вопрос

55

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- F_{n_1-1,n_2-1}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $N(0;1)$

Да! Следующий вопрос

56

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_{n_1, n_2}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

Да! Следующий вопрос

57

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

Да! Следующий вопрос

58

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha + \beta \geq 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \leq \beta$

Да! Следующий вопрос

59

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 0.4
- 1.6
- 0.04
- 0.16
- 0.016

Да! Следующий вопрос

60

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0; 1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.26, H_0 отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается
- 0.78, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

61

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 53, H_0 отвергается
- 20, H_0 не отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается
- 24, H_0 не отвергается

Да! Следующий вопрос

62

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 не отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.29, H_0 отвергается

Да! Следующий вопрос

63

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \ \mu = 10$ против $H_a: \ \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.32
- 0.17
- 0.16
- 0.34
- 0.83

Да! Следующий вопрос

1

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попадёт хотя бы один раз из двух равна

- 0.64
- 0.36
- 0.96
- 0.9
- 0.8

Нет!

2

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал оба раза, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $1/3$
- $1/4$
- $1/2$
- $2/3$
- $3/4$

Нет!

3

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. Вероятность того, что оба раза выпадет орел равна

- $1/2$
- $3/4$
- $1/3$
- $1/4$
- $2/3$

Нет!

4

Крошка Джон попадает в яблочко с вероятностью 0.8. Его выстрелы независимы. Вероятность, что он попал во второй раз, если известно, что он попал хотя бы один раз из двух, равна

- $4/5$
- $3/4$
- $5/6$
- $1/2$
- $2/3$

Нет!

5

Если события A, B, C попарно независимы, то

- События A, B, C несовместны
- События A, B, C зависимы в совокупности
- $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\,\mathbb{P}(B)\,\mathbb{P}(C)$
- Событие $A \cup B \cup C$ обязательно произойдёт
- События A, B, C независимы в совокупности

Нет!

6

Случайная величина X равномерна на отрезке $[0; 10]$. Вероятность $\mathbb{P}(X > 3|X < 7)$ равна

- $4/7$
- $7/10$
- $3/7$
- $3/10$
- 0.21

Нет!

7

Имеется три монетки. Две «правильных» и одна — с «орлами» по обеим сторонам. Вася выбирает одну монетку наугад и подкидывает её два раза. События $A = \{$Орёл выпал при первом подбрасывании$\}$ и $B = \{$Орёл выпал при втором подбрасывании$\}$

- образуют полную группу событий
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cup B)$
- независимы
- удовлетворяют соотношению $\mathbb{P}(A|B) \geq \mathbb{P}(A)$
- несовместны

Нет!

8

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Математическое ожидание величины X равно

- 4π
- $\pi/2$
- $\pi/4$
- π
- 2π

Нет!

9

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Пусть X — число точек, попавших в круг. Дисперсия величины X равна

- $\pi^2 - 2\pi$
- $3\pi^2 - 4$
- π^2
- $3\pi^2 - 2$
- $2\pi - \pi^2/2$

Нет!

10

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Ковариация $\mathrm{Cov}(Y, Z)$ равна

- $-\pi^2$
- -2π
- 2π
- π^2
- 0

Нет!

11

В квадрат вписан круг. Последовательно в квадрат наудачу бросают восемь точек. Пусть Y — число точек, попавших в круг, при первых четырех бросаниях, а Z — число точек, попавших в круг, при оставшихся четырех бросаниях. Дисперсия $\mathrm{Var}(Y - Z)$ равна

- 0
- π^2
- $3\pi^2 - 4$
- $2\pi - \pi^2/2$
- $\pi^2 - 2\pi$

Нет!

12

В квадрат вписан круг. Наудачу в квадрат бросают восемь точек. Наиболее вероятное число точек, попавших в круг, равно

- 6
- 7
- 4
- 2π
- 5

Нет!

13

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Всем известно, что Маша звонит Васе в среднем 10 раз в день. Число звонков, совершенных Машей, имеет распределение Пуассона.
Вероятность того, что Маша ни разу не позвонит Васе в течение дня, равна

- $1-e^{10}$
- e^{-10}
- $10\,e^{-10}$
- $\frac{1}{10!}e^{-10}$
- $1-e^{-10}$

Нет!

14

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Математическое ожидание величины Y при условии, что $X=0$, равно

- -0.1
- 0.25
- 0.2
- 0
- 0.1

Нет!

15

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Дисперсия случайной величины X равна

- 0.6
- 0.44
- 1.04
- 0.4
- 0.2

Нет!

16

Совместное распределение пары величин X и Y задано таблицей:

	$Y=-2$	$Y=1$
$X=-1$	0.1	0
$X=0$	0.1	0.3
$X=1$	0.2	0.3

Ковариация $\mathrm{Cov}(X,Y)$ равна

- 0.18
- 0.1
- 0.4
- 0.9
- -0.7
- -0.5

Нет!

17

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0,2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Вероятность того, что $Y = 1$ при условии, что $X > 0$ равна

- 0.3
- 0.6
- 0.5
- 0.4
- 0.2

Нет!

18

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X равномерна от 0 до 4. Вероятность того, что X примет значение 1, равна

- 0
- 0.25
- 0.4
- 0.8
- 0.5

Нет!

19

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} a, x < 0, \\ bx^2 + c, x \in [0, 2], \\ d, x > 2. \end{cases}$$

Величина X имеет функцию плотности $f(x) = x/2$ на отрезке $[0; 2]$. Значение $\mathbb{E}(X)$ равно

- $1/2$
- $4/3$
- 2
- 1
- 0

Нет!

20 Нет!

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y)=\begin{cases}(x+y)/3, & \text{если } x\in[0;1], y\in[0;2]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$$

Функция распределения абсолютно непрерывной случайной величины X имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}a, x<0,\\ bx^2+c, x\in[0,2],\\ d, x>2.\end{cases}$$

Выражение $a+b+c+d$ равно

- 2
- $1/4$
- $5/4$
- $1/2$
- 1

21

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Если функция $h(x, y) = c \cdot x \cdot f(x, y)$ также является совместной функцией плотности, то константа c равна

- 9
- 5
- 5/9
- 9/5
- 1

Нет!

22

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y) = \begin{cases} (x+y)/3, & \text{если } x \in [0;1], y \in [0;2] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Вероятность $\mathbb{P}(X < 0.5, Y < 1)$ равна

- $1/8$
- $5/8$
- $3/5$
- $5/6$
- $3/8$

Нет!

23 Нет!

Совместная функция плотности пары X и Y имеет вид

$$f(x,y)=\begin{cases}(x+y)/3, & \text{если } x\in[0;1], y\in[0;2]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$$

Условная функция плотности $f_{X|Y=1}(x)$ равна

- $f_{X|Y=1}(x)=\begin{cases}(x+2)/2 & \text{если } x\in[0;1]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x)=\begin{cases}(2x+1)/2 & \text{если } x\in[0;1]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x)=\begin{cases}(2x+2)/3 & \text{если } x\in[0;1]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$
- $f_{X|Y=1}(x)=\begin{cases}(x+4)/2 & \text{если } x\in[0;1]\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$

24

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\text{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\text{Var}(Y) = 4$, $\text{Corr}(X, Y) = -0.5$

Математическое ожидание $\mathbb{E}(Y)$ равно

- $13/7$
- $11/9$
- $2/3$
- $4/3$
- $6/5$

Нет!

25

Известно, что $\mathbb{E}(X) = -1$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = -4$, $\mathrm{Var}(Y) = 4$, $\mathrm{Corr}(X, Y) = -0.5$

Ковариация $\mathrm{Cov}(2X + Y, X - 3Y)$ равна

- -1
- -5
- 0
- 5
- 1

Нет!

26

Корреляция $\mathrm{Corr}((1-X)/2,(Y+5)/2)$ равна

- 0.5
- 1
- -0.5
- $-1/8$
- $1/8$

Нет!

27

У неотрицательной случайной величины X известны $\mathbb{E}(X) = 1$, $\mathrm{Var}(X) = 4$. Вероятность $\mathbb{P}(X^2 \geq 25)$ обязательно попадает в интервал

- $[0; 4/25]$
- $[0; 4/625]$
- $[1/25; 1]$
- $[0; 1/25]$
- $[0; 1/5]$

Нет!

28

Если $\mathbb{E}(X) = 0$, $\mathrm{Var}(X) = 1$, то наиболее узкий интервал, в который гарантированно попадает вероятность $\mathbb{P}(|X| \geq 4)$, равен

- $[0.5; 1]$
- $[0.0625; 1]$
- $[0.25; 1]$
- $[0; 0.25]$
- $[0; 0.0625]$

Нет!

29

Дана последовательность независимых случайных величин, имеющих равномерное на $(-1, 1)$ распределение. **НЕВЕРНЫМ** является утверждение

- $\sqrt{3n}\bar{X}$ сходится по распределению к стандартной нормальной величине
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} > 0)$ стремится к 0.5
- $\bar{X}$ сходится по распределению к равномерной на (-1,1) величине
- $\bar{X}$ сходится по вероятности к нулю
- Вероятность $\mathbb{P}(\bar{X} = 0)$ стремится к

Нет!

30

Функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-(x-3)^2/8}$$

НЕВЕРНЫМ является утверждение

- $\mathbb{P}(X = 0) = 0$
- $\mathbb{P}(X > 3) = 0.5$
- $\mathbb{P}(X < 0) > 0$
- $\mathrm{Var}(X) = 8$
- $\mathbb{E}(X) = 3$
- $\max f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}$

Нет!

31

Величины X_1, X_2, ... независимы и одинаково распределены с $\mathbb{E}(X_i) = \mu$, $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$. К стандартному нормальному распределению сходится последовательность случайных величин

- $(\bar{X} - \mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - n\mu)/(\sqrt{n}\sigma)$
- $(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sigma$
- $\bar{X}$

Нет!

32

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Оценка $X_1 + X_2$ параметра $c = a + b$ является

- смещенной и несостоятельной
- несмещенной и несостоятельной
- смещенной и состоятельной
- асимптотически несмещенной и состоятельной
- несмещенной и состоятельной

Нет!

33

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из некоторого распределения с конечным математическим ожиданием. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является

- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \ldots + X_{n-1}}{n-2} - \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \ldots + X_{n-2}}{n-2} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1}{2n} + \frac{X_2 + \ldots + X_{n-2}}{n-1} + \frac{X_n}{2n}$
- $\frac{X_1 + X_2}{2}$

Нет!

34

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Оценка параметра θ методом моментов по k-му моменту имеет вид:

- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{k\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k]{(k+1)\overline{X^k}}$
- $\sqrt[k+1]{(k+1)\overline{X^k}}$

Нет!

35

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[0, \theta]$ распределения. Состоятельной оценкой параметра θ является:

- $X_{(}n)$
- $X_{(}n - 1)$
- $\frac{n}{n+1} X_{(n-1)}$
- $\frac{n^2}{n^2-n+3} X_{(n-3)}$
- все перечисленные случайные величины

Нет!

36

Пусть $X_1, \ldots, X_{2n}$ — выборка объема $2n$ из некоторого распределения. Какая из нижеперечисленных оценок математического ожидания имеет наименьшую дисперсию?

- X_1
- $\frac{X_1+X_2}{2}$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
- $\frac{1}{n}\sum_{i=n+1}^{2n} X_i$
- $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n} X_i$

Нет!

37

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из распределения Бернулли с параметром p. Статистика $X_2 X_{n-2}$ является

- несмещенной оценкой p^2
- состоятельной оценкой p^2
- эффективной оценкой p^2
- асимптотически нормальной оценкой p^2
- оценкой максимального правдоподобия

Нет!

38

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ — выборка объема n из равномерного на $[a, b]$ распределения. Выберите наиболее точный ответ из предложенных. Оценка $\theta_n^* = X_{(n)} - X_{(1)}$ длины отрезка $[a, b]$ является

- состоятельной и асимптотически смещённой
- несостоятельной и асимптотически несмещенной
- состоятельной и асимптотически несмещенной
- нормально распределённой
- несмещенной

Нет!

Мощностью теста называется

- Вероятность принять неверную гипотезу
- Единица минус вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна
- Единица минус вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть альтернативную гипотезу, когда она верна
- Вероятность отвергнуть основную гипотезу, когда она верна

Нет!

40

Если P-значение (P-value) больше уровня значимости α, то гипотеза $H_0: \ \sigma = 1$

- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma < 1$
- Отвергается
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma > 1$
- Не отвергается
- Отвергается, только если $H_a: \ \sigma \neq 1$

Нет!

41

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве математического ожидания заданному значению при известной дисперсии используется статистика, имеющая распределение

- $t_n - 1$
- χ_n^2
- $N(0,1)$
- $\chi_n^2 - 1$
- t_n

Нет!

42

Имеется случайная выборка размера n из нормального распределения. При проверке гипотезы о равенстве дисперсии заданному значению при неизвестном математическом ожидании используется статистика, имеющая распределение

- $\chi^2_n - 1$
- t_n
- $t_n - 1$
- $N(0, 1)$
- χ^2_n

Нет!

43

По случайной выборке из 100 наблюдений было оценено выборочное среднее $\bar{X} = 20$ и несмещенная оценка дисперсии $\hat{\sigma}^2 = 25$. В рамках проверки гипотезы $H_0: \ \mu = 15$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ \mu > 15$ можно сделать следующее заключение

- Гипотеза H_0 не отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 5%, но не на уровне значимости 1%
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 10%, но не на уровне значимости 5%
- Гипотеза H_0 отвергается на любом разумном уровне значимости
- Гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 20%, но не на уровне значимости 10%

Нет!

44

На основе случайной выборки, содержащей одно наблюдение X_1, тестируется гипотеза $H_0: \ X_1 \sim U[0;1]$ против альтернативной гипотезы $H_a: \ X_1 \sim U[0.5;1.5]$. Рассматривается критерий: если $X_1 > 0.8$, то гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_a. Вероятность ошибки 2-го рода для этого критерия равна:

- 0.3
- 0.1
- 0.2
- 0.5
- 0.4

Нет!

45

Пусть X_1, X_2, ..., X_n — случайная выборка размера 36 из нормального распределения $N(\mu, 9)$. Для тестирования основной гипотезы $H_0: \ \mu = 0$ против альтернативной $H_a: \ \mu = -2$ вы используете критерий: если $\bar{X} \geq -1$, то вы не отвергаете гипотезу H_0, в противном случае вы отвергаете гипотезу H_0 в пользу гипотезы H_a. Мощность критерия равна

- 0.87
- 0.98
- 0.78
- 0.58
- 0.85

Нет!

46

Николай Коперник подбросил бутерброд 200 раз. Бутерброд упал маслом вниз 95 раз, а маслом вверх — 105 раз. Значение критерия χ^2 Пирсона для проверки гипотезы о равной вероятности данных событий равно

- 0.75
- 7.5
- 0.5
- 0.25
- 0.5

Нет!

47

Каждое утро в 8:00 Иван Андреевич Крылов, либо завтракает, либо уже позавтракал. В это же время кухарка либо заглядывает к Крылову, либо нет. По таблице сопряженности вычислите статистику χ^2 Пирсона для тестирования гипотезы о том, что визиты кухарки не зависят от того, позавтракал ли уже Крылов или нет.

Время 8:00	кухарка заходит	кухарка не заходит
Крылов завтракает	200	40
Крылов уже позавтракал	25	100

- 79
- 100
- 139
- 39
- 179

Нет!

48

Ковариационная матрица вектора $X = (X_1, X_2)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Дисперсия разности элементов вектора, $\mathrm{Var}(X_1 - X_2)$, равняется

- 15
- 2
- 12
- 18
- 6

Нет!

49

Все условия регулярности для применения метода максимального правдоподобия выполнены. Вторая производная лог-функции правдоподобия равна $\ell''(\hat{\theta}) = -100$. Оценка стандартной ошибки для $\hat{\theta}$ равна

- 1
- 100
- 0.1
- 0.01
- 10

Нет!

50

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 0, \ \sigma^2 = 1$ с помощью LR статистики теста отношения правдоподобия. При подстановке оценок метода максимального правдоподобия в лог-функцию правдоподобия он получил $\ell = -177$, а при подстановке $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ оказалось, что $\ell = -211$. Найдите значение LR статистики и укажите её закон распределения при верной H_0

- $LR = \ln 68, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 34, \ \chi^2_n - 1$
- $LR = 34, \ \chi^2_2$
- $LR = \ln 34, \ \chi^2_n - 2$
- $LR = 68, \ \chi^2_2$

Нет!

51

Геродот Геликарнасский проверяет гипотезу $H_0: \ \mu = 2$. Лог-функция правдоподобия имеет вид $\ell(\mu, \nu) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\nu - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\nu}$. Оценка максимального правдоподобия для ν при предположении, что H_0 верна, равна

- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 4$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 3$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 2$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n} + 1$
- $\frac{\sum x_i^2 - 4\sum x_i}{n}$

Нет!

52

Ацтек Монтесума Илуикамина хочет оценить параметр a методом максимального правдоподобия по выборке из неотрицательного распределения с функцией плотности $f(x) = \frac{1}{2}a^3x^2e^{-ax}$ при $x \geq 0$. Для этой цели ему достаточно максимизировать функцию

- $3n\ln a - a\sum x_i$
- $3n\prod \ln a - ax^n$
- $3n\ln a - a\prod \ln x_i$
- $3n\ln a - an\ln x_i$
- $3n\sum \ln a_i - a\sum \ln x_i$

Нет!

53

Бессмертный гений поэзии Ли Бо оценивает математическое ожидание по выборка размера n из нормального распределения. Он построил оценку метода моментов, $\hat{\mu}_{MM}$, и оценку максимального правдоподобия, $\hat{\mu}_{ML}$. Про эти оценки можно утверждать, что

- $\hat{\mu}_M M > \hat{\mu}_M L$
- они равны
- $\hat{\mu}_M M < \hat{\mu}_M L$
- они не равны, но сближаются при $n \to \infty$
- они не равны, и не сближаются при $n \to \infty$

Нет!

54

Проверяя гипотезу о равенстве дисперсий в двух выборках (размером в 3 и 5 наблюдений), Анаксимандр Милетский получил значение тестовой статистики 10. Если оценка дисперсии по первой выборке равна 8, то вторая оценка дисперсии может быть равна

- 25
- $4/3$
- 80
- $3/4$
- 4

Нет!

55

Пусть $\hat{\sigma}_1^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по первой выборке размером n_1, $\hat{\sigma}_2^2$ — несмещенная оценка дисперсии, полученная по второй выборке, с меньшим размером n_2. Тогда статистика $\frac{\hat{\sigma}_1^2/n_1}{\hat{\sigma}_2^2/n_2}$ имеет распределение

- $\chi^2_{n_1+n_2}$
- F_{n_1,n_2}
- F_{n_1-1,n_2-1}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $N(0;1)$

Нет!

56

Зулус Чака каСензангакона проверяет гипотезу о равенстве математических ожиданий в двух нормальных выборках небольших размеров n_1 и n_2. Если дисперсии неизвестны, но равны, то тестовая статистика имеет распределение

- F_{n_1,n_2}
- $t_{n_1+n_2-1}$
- $t_{n_1+n_2}$
- $t_{n_1+n_2-2}$
- $\chi^2_{n_1+n_2-1}$

Нет!

Критерий знаков проверяет нулевую гипотезу

- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве нулю вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$
- о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин
- о совпадении функции распределения случайной величины с заданной теоретической функцией распределения
- о равенстве $1/2$ вероятности того, что случайная величина X окажется больше случайной величины Y, если альтернативная гипотеза записана как $\mu_X > \mu_Y$

Нет!

58

Вероятность ошибки первого рода, α, и вероятность ошибки второго рода, β, всегда связаны соотношением

- $\alpha + \beta \leq 1$
- $\alpha + \beta \geq 1$
- $\alpha \geq \beta$
- $\alpha + \beta = 1$
- $\alpha \leq \beta$

Нет!

59

Среди 100 случайно выбранных ацтеков 20 платят дань Кулуакану, а 80 — Аскапоцалько. Соответственно, оценка доли ацтеков, платящих дань Кулуакану, равна $\hat{p} = 0.2$. Разумная оценка стандартного отклонения случайной величины $\hat{p}$ равна

- 0.4
- 1.6
- 0.04
- 0.16
- 0.016

Нет!

60

Датчик случайных чисел выдал следующие значения псевдо случайной величины: 0.78, 0.48. Вычислите значение критерия Колмогорова и проверьте гипотезу H_0 о соответствии распределения равномерному на $[0;1]$. Критическое значение статистики Колмогорова для уровня значимости 0.1 и двух наблюдений равно 0.776.

- 1.26, H_0 отвергается
- 0.3, H_0 не отвергается
- 0.78, H_0 отвергается
- 0.48, H_0 не отвергается
- 0.37, H_0 не отвергается

Нет!

61

У пяти случайно выбранных студентов первого потока результаты за контрольную по статистике оказались равны 82, 47, 20, 43 и 73. У четырёх случайно выбранных студентов второго потока — 68, 83, 60 и 52. Вычислите статистику Вилкоксона и проверьте гипотезу H_0 об однородности результатов студентов двух потоков. Критические значения статистики Вилкоксона равны $T_L = 12$ и $T_R = 28$.

- 53, H_0 отвергается
- 20, H_0 не отвергается
- 65.75, H_0 отвергается
- 12.75, H_0 не отвергается
- 24, H_0 не отвергается

Нет!

62

Производитель мороженного попросил оценить по 10-бальной шкале два вида мороженного: с кусочками шоколада и с орешками. Было опрошено 5 человек.

	Евлампий	Аристарх	Капитолина	Аграфена	Эвридика
С крошкой	10	6	7	5	4
С орехами	9	8	8	7	6

Вычислите модуль значения статистики теста знаков. Используя нормальную аппроксимацию, проверьте на уровне значимости 0.05 гипотезу об отсутствии предпочтения мороженного с орешками против альтернативы, что мороженное с орешками вкуснее.

- 1.29, H_0 не отвергается
- 1.34, H_0 не отвергается
- 1.65, H_0 отвергается
- 1.96, H_0 отвергается
- 1.29, H_0 отвергается

Нет!

63

По 10 наблюдениям проверяется гипотеза $H_0: \mu = 10$ против $H_a: \mu \neq 10$ на выборке из нормального распределения с неизвестной дисперсией. Величина $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \mu)/\hat{\sigma}$ оказалась равной 1. P-значение примерно равно

- 0.32
- 0.17
- 0.16
- 0.34
- 0.83

Нет!