Midterm 2016

Теория вероятностей и математическая статистика

Обратная связь:
https://github.com/bdemeshev/probability_hse_exams

Последнее обновление: 9 января 2019 г.

1

Граф Сен-Жермен извлекает карты в случайном порядке из стандартной колоды в 52 карты без возвращения. Рассмотрим три события: A — «первая карта — тройка»; B — «вторая карта — семёрка»; C — «третья карта — дама пик».

- События A и B зависимы, события B и C независимы.
- События A и B независимы, события B и C зависимы.
- События A и B независимы, события B и C независимы.
- События A и C независимы, события B и C зависимы.
- События A и B зависимы, события B и C зависимы.

2

Монетку подбрасывают три раза. Рассмотрим три события: A — «хотя бы один раз выпала решка»; B — «хотя бы один раз выпал орёл»; C — «все три раза выпал орёл».

- События A и B совместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C несовместны.
- События A и B совместны, события A и C несовместны.
- События A и B несовместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C совместны.

3

На шахматной доске в клетке A1 стоит белая ладья. На одну из оставшихся клеток случайным образом выставляется чёрная ладья. Вероятность того, что ладьи «бьют» друг друга равна

- $14/64$
- $1/2$
- $16/64$
- $14/63$
- $16/63$
- $15/64$

4

В школе три девятых класса: 9А, 9Б и 9В. В 9А классе — 50% отличники, в 9Б — 30%, в 9В — 40%. Если сначала равновероятно выбрать один из трёх классов, а затем внутри класса равновероятно выбрать школьника, то вероятность выбрать отличника равна

- 0.27
- 0.4
- 0.3
- 0.5
- $3/(3+4+5)$
- $(3+4+5)/3$

5

Если $\mathbb{P}(A) = 0.2$, $\mathbb{P}(B) = 0.5$, $\mathbb{P}(A|B) = 0.3$, то

- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.15$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.7$
- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.05$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.8$
- $\mathbb{P}(B \cup A) = 0.3$

6

Традиционно себя называют Стрельцами люди, родившиеся с 22 ноября по 21 декабря. Из-за прецессии земной оси линия Солнце–Земля указывает в созведие Стрельца в наше время с 17 декабря по 20 января. Предположим, что все даты рождения равновероятны. Вероятность того, что человек, называющий себя Стрельцом, родился в день, когда линия Солнце–Земля указывала в созвездие Стрельца, равна

- $1/2$
- $4/31$
- $5/30$
- $4/35$
- $4/30$

7

Монетка выпадает орлом с вероятностью 0.2. Вероятность того, что при 10 подбрасываниях монетка выпадет орлом хотя бы один раз, равна

- 0.2^10
- $1/2$
- $2/10$
- $1-0.8^10$
- $C_{10}^{1}0.2^{1}0.8^{9}$
- $C_{10}^{1}0.8^{1}0.2^{9}$

8

Среди покупателей магазина мужчин и женщин поровну. Женщины тратят больше 1000 рублей с вероятностью 60%, а мужчины — с вероятностью 30%. Только что был пробит чек на сумму 1234 рубля. Вероятность того, что покупателем была женщина равна

- 0.5
- 2/3
- 1/3
- 0.3
- 0.18

9

Если $F_X(x)$ — функция распределения случайной величины, то

- $F_X(x)$ может принимать отрицательные значения
- величина X дискретна
- $\lim\limits_{x \to -\infty} F_X(x) = 1$
- величина X непрерывна
- $\mathbb{P}(X \in (a; b] = F_X(b) - F_X(a)$
- $F_X(x)$ может принимать значение 2016

10

Функцией плотности случайной величины может являться функция

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, x \in [1, +\infty) \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x - 1, x \in [0, 1 + \sqrt{3}] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x^2, x \in [0, 2] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [-1, 0] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2}$

11

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Ожидание $\mathbb{E}(XY)$ равно

- 8
- 0
- 5
- 6
- 2

12

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Корреляция $\mathrm{Corr}(X, Y)$ равна

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\frac{2}{\sqrt{13}}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{\sqrt{12}}$
- $\frac{2}{12}$

13

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Дисперсия $\mathrm{Var}(2X - Y + 4)$ равна

- 57
- 49
- 45
- 53
- 41

14

Если случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями и единичной ковариационной матрицей, то

- $\mathrm{Corr}(X, Y) > 0$
- существует такое $a > 0$, что $\mathbb{P}(X = a) > 0$
- X и Y независимы
- $\mathrm{Corr}(X, Y) < 0$
- распределение X может быть дискретным
- $\forall \alpha \in [0, 1] : \mathrm{Var}(\alpha X + (1 - \alpha) Y) = 0$

15

Если $\mathrm{Corr}(X, Y) = 0.5$ и $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y)$, то $\mathrm{Corr}(X + Y, 2Y - 7)$ равна

- 1
- 0
- $\sqrt{3}/2$
- $1/2$
- $\sqrt{2}/3$
- $\sqrt{3}/3$

16

Известно, что $\xi \sim U[0;1]$. Вероятность $\mathbb{P}(0.2 < \xi < 0.7)$ равна

- $1/4$
- 0.17
- $1/2$
- $\int_{0.2}^{0.7} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}\, dt$

17

Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ независимы и имеют таблицы распределения

ξ_i	-1	1
$\mathbb{P}_{\xi_i}$	$1/2$	$1/2$

Если $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$, то предел $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}\left(\frac{S_n - \mathbb{E}[S_n]}{\sqrt{\mathrm{Var}(S_n)}} > 1\right)$ равен

- $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- 0.5
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{2}\, e^{-t/2}\, dt$
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$

18

Число посетителей сайта за один день является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 400 и дисперсией 400. Вероятность того, что за 100 дней общее число посетителей сайта превысит 40 400, приближённо равна

- 0.0553
- 0.0227
- 0.3413
- 0.9772
- 0.1359

19

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 10 000 рублей. Согласно неравенству Маркова, вероятность того, что очередная выплата превысит 50 000 рублей, ограничена сверху числом

- 0.2
- 0.5
- 0.3413
- 0.1359
- 0.4
- неравенство Маркова здесь неприменимо

20

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 50 000 рублей и стандартным отклонением 10 000 рублей. Согласно неравенству Чебышёва, вероятность того, что очередная выплата будет отличаться от своего математического ожидания не более чем на 20 000 рублей, ограничена снизу числом

- $3/4$
- $2/5$
- $1/4$
- $3/5$
- $1/2$
- неравенство Чебышёва здесь неприменимо

21

Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0.6. Случайная величина ξ_i равна 1, если при i-ом выстреле было попадание, и равна 0 в противном случае. Предел по вероятности последовательности $\frac{\xi_1^{2016}+\ldots+\xi_n^{2016}}{n}$ при $n \to \infty$ равен

- $1/2$
- $3/4$
- 0.6^2016
- $2/5$
- $3/5$

22

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Вероятность того, что ровно два раза выпадет шестерка равна

- $125/(2^4 3^5)$
- $25/(2^5 3^5)$
- $1/36$
- $1/(2^5 3^5)$
- $2/5$

23

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание и дисперсия числа выпавших шестерок равны соответственно

- $5/6$ и $5/36$
- $5/6$ и $1/5$
- $5/6$ и $1/36$
- 1 и $5/6$
- 0 и $5/6$
- 0 и 1

24

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Наиболее вероятное число шестерок равняется

- 0 и 1
- 5
- только 0
- только 1
- $5/6$

25

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание суммы выпавших очков равно

- 21
- 3.5
- 17.5
- 18
- 18.5

26

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 1/2\\1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$ и функцию плотности $f_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{1}{2\pi a}\exp\left(-\frac{1}{2a^2}(x^2 - bxy + y^2)\right)$. При этом

- $a = 1,\ b = 0$
- $a = 1,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/2,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/4,\ b = 0$
- $a = 1/2,\ b = 1$

27

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 1/2\\1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$. Если случайный вектор z определён как $z = (\xi - 0.5\eta, \eta)^T$, то

- компоненты вектора z коррелированы
- компоненты вектора z зависимы
- z является двумерным нормальным вектором
- $z \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\right)$
- $(\xi - 0.5\eta)^2 + 2\eta^2 \sim \chi^2_2$
- $\xi - 0.5\eta \sim \mathcal{N}(0; 1)$

28

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}\right)$. Условное математическое ожидание и условная дисперсия равны

- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 3/4$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/2$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 0$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/4$

29

Математическое ожидание случайной величины X при условии $Y = 0$ равно

- $1/3$
- -1
- 0
- $1/6$
- 1

30

Вероятность того, что $X = 0$ при условии $Y < 1$ равна

- $1/4$
- 0
- $3/4$
- $1/2$
- $1/6$

31

Дисперсия случайной величины Y равна

- $1/3$
- -1
- 0
- $2/3$
- 1

32

Ковариация случайных величин X и Y равна:

- $1/3$
- $2/3$
- $-2/3$
- $-1/3$
- 0

33

Вероятность того, что $X < 0.5$, $Y < 0.5$ равна:

- $1/4$
- $1/96$
- $1/16$
- $1/64$
- $1/128$

34

Условное распределение X при условии $Y = 1$ имеет вид

- $f(x) = \begin{cases} 3x^2, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- Не определено
- $f(x) = \begin{cases} 3x, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x^2, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$

1

Граф Сен-Жермен извлекает карты в случайном порядке из стандартной колоды в 52 карты без возвращения. Рассмотрим три события: A — «первая карта — тройка»; B — «вторая карта — семёрка»; C — «третья карта — дама пик».

- События A и B зависимы, события B и C независимы.
- События A и B независимы, события B и C зависимы.
- События A и B независимы, события B и C независимы.
- События A и C независимы, события B и C зависимы.
- События A и B зависимы, события B и C зависимы.

Да! Следующий вопрос

2

Монетку подбрасывают три раза. Рассмотрим три события: A — «хотя бы один раз выпала решка»; B — «хотя бы один раз выпал орёл»; C — «все три раза выпал орёл».

- События A и B совместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C несовместны.
- События A и B совместны, события A и C несовместны.
- События A и B несовместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C совместны.

Да! Следующий вопрос

3

На шахматной доске в клетке A1 стоит белая ладья. На одну из оставшихся клеток случайным образом выставляется чёрная ладья. Вероятность того, что ладьи «бьют» друг друга равна

- 14/64
- 1/2
- 16/64
- 14/63
- 16/63
- 15/64

Да! Следующий вопрос

4

В школе три девятых класса: 9А, 9Б и 9В. В 9А классе — 50% отличники, в 9Б — 30%, в 9В — 40%. Если сначала равновероятно выбрать один из трёх классов, а затем внутри класса равновероятно выбрать школьника, то вероятность выбрать отличника равна

- 0.27
- 0.4
- 0.3
- 0.5
- $3/(3+4+5)$
- $(3+4+5)/3$

Да! Следующий вопрос

5

Если $\mathbb{P}(A) = 0.2$, $\mathbb{P}(B) = 0.5$, $\mathbb{P}(A|B) = 0.3$, то

- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.15$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.7$
- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.05$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.8$
- $\mathbb{P}(B \cup A) = 0.3$

Да! Следующий вопрос

6

Традиционно себя называют Стрельцами люди, родившиеся с 22 ноября по 21 декабря. Из-за прецессии земной оси линия Солнце–Земля указывает в созведие Стрельца в наше время с 17 декабря по 20 января. Предположим, что все даты рождения равновероятны. Вероятность того, что человек, называющий себя Стрельцом, родился в день, когда линия Солнце–Земля указывала в созвездие Стрельца, равна

- $1/2$
- $4/31$
- $5/30$
- $4/35$
- $4/30$

Да! Следующий вопрос

7

Монетка выпадает орлом с вероятностью 0.2. Вероятность того, что при 10 подбрасываниях монетка выпадет орлом хотя бы один раз, равна

- 0.2^10
- $1/2$
- $2/10$
- $1-0.8^10$
- $C_{10}^{1}0.2^{1}0.8^{9}$
- $C_{10}^{1}0.8^{1}0.2^{9}$

Да! Следующий вопрос

8

Среди покупателей магазина мужчин и женщин поровну. Женщины тратят больше 1000 рублей с вероятностью 60%, а мужчины — с вероятностью 30%. Только что был пробит чек на сумму 1234 рубля. Вероятность того, что покупателем была женщина равна

- 0.5
- $2/3$
- $1/3$
- 0.3
- 0.18

Да! Следующий вопрос

9

Если $F_X(x)$ — функция распределения случайной величины, то

- $F_X(x)$ может принимать отрицательные значения
- величина X дискретна
- $\lim\limits_{x \to -\infty} F_X(x) = 1$
- величина X непрерывна
- $\mathbb{P}(X \in (a; b] = F_X(b) - F_X(a)$
- $F_X(x)$ может принимать значение 2016

Да! Следующий вопрос

10

Функцией плотности случайной величины может являться функция

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, x \in [1, +\infty) \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x - 1, x \in [0, 1 + \sqrt{3}] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x^2, x \in [0, 2] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [-1, 0] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2}$

Да! Следующий вопрос

11

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Ожидание $\mathbb{E}(XY)$ равно

- 8
- 0
- 5
- 6
- 2

Да! Следующий вопрос

12

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Корреляция $\mathrm{Corr}(X, Y)$ равна

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\frac{2}{\sqrt{13}}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{\sqrt{12}}$
- $\frac{2}{12}$

Да! Следующий вопрос

13

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\text{Var}(X) = 12$, $\text{Var}(Y) = 1$, $\text{Cov}(X, Y) = 2$. Дисперсия $\text{Var}(2X - Y + 4)$ равна

- 57
- 49
- 45
- 53
- 41

Да! Следующий вопрос

14

Если случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями и единичной ковариационной матрицей, то

- $\mathrm{Corr}(X, Y) > 0$
- существует такое $a > 0$, что $\mathbb{P}(X = a) > 0$
- X и Y независимы
- $\mathrm{Corr}(X, Y) < 0$
- распределение X может быть дискретным
- $\forall \alpha \in [0, 1] : \mathrm{Var}(\alpha X + (1 - \alpha) Y) = 0$

Да! Следующий вопрос

15

Если $\mathrm{Corr}(X, Y) = 0.5$ и $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y)$, то $\mathrm{Corr}(X + Y, 2Y - 7)$ равна

- 1
- 0
- $\sqrt{3}/2$
- $1/2$
- $\sqrt{2}/3$
- $\sqrt{3}/3$

Да! Следующий вопрос

16

Известно, что $\xi \sim U[0; 1]$. Вероятность $\mathbb{P}(0.2 < \xi < 0.7)$ равна

- $1/4$
- 0.17
- $1/2$
- $\int_{0.2}^{0.7} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}\, dt$

Да! Следующий вопрос

17

Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ независимы и имеют таблицы распределения

ξ_i	-1	1
$\mathbb{P}_{\xi_i}$	$1/2$	$1/2$

Если $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$, то предел $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}\left(\frac{S_n - \mathbb{E}[S_n]}{\sqrt{\mathrm{Var}(S_n)}} > 1\right)$ равен

- $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- 0.5
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{2}\, e^{-t/2}\, dt$
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$

Да! Следующий вопрос

18

Число посетителей сайта за один день является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 400 и дисперсией 400. Вероятность того, что за 100 дней общее число посетителей сайта превысит 40 400, приближённо равна

- 0.0553
- 0.0227
- 0.3413
- 0.9772
- 0.1359

Да! Следующий вопрос

19

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 10 000 рублей. Согласно неравенству Маркова, вероятность того, что очередная выплата превысит 50 000 рублей, ограничена сверху числом

- 0.2
- 0.5
- 0.3413
- 0.1359
- 0.4
- неравенство Маркова здесь неприменимо

Да! Следующий вопрос

20

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 50 000 рублей и стандартным отклонением 10 000 рублей. Согласно неравенству Чебышёва, вероятность того, что очередная выплата будет отличаться от своего математического ожидания не более чем на 20 000 рублей, ограничена снизу числом

- $3/4$
- $2/5$
- $1/4$
- $3/5$
- $1/2$
- неравенство Чебышёва здесь неприменимо

Да! Следующий вопрос

21

Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0.6. Случайная величина ξ_i равна 1, если при i-ом выстреле было попадание, и равна 0 в противном случае. Предел по вероятности последовательности $\frac{\xi_1^{2016}+\ldots+\xi_n^{2016}}{n}$ при $n \to \infty$ равен

- $1/2$
- $3/4$
- 0.6^2016
- $2/5$
- $3/5$

Да! Следующий вопрос

22

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Вероятность того, что ровно два раза выпадет шестерка равна

- $125/(2^4 3^5)$
- $25/(2^5 3^5)$
- $1/36$
- $1/(2^5 3^5)$
- $2/5$

Да! Следующий вопрос

23

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание и дисперсия числа выпавших шестерок равны соответственно

- $5/6$ и $5/36$
- $5/6$ и $1/5$
- $5/6$ и $1/36$
- 1 и $5/6$
- 0 и $5/6$
- 0 и 1

Да! Следующий вопрос

24

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Наиболее вероятное число шестерок равняется

- 0 и 1
- 5
- только 0
- только 1
- 5/6

Да! Следующий вопрос

25

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание суммы выпавших очков равно

- 21
- 3.5
- 17.5
- 18
- 18.5

Да! Следующий вопрос

26

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 1/2\\1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$ и функцию плотности $f_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{1}{2\pi a}\exp\left(-\frac{1}{2a^2}(x^2 - bxy + y^2)\right)$. При этом

- $a = 1,\ b = 0$
- $a = 1,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/2,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/4,\ b = 0$
- $a = 1/2,\ b = 1$

Да! Следующий вопрос

27

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 1/2\\1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$. Если случайный вектор z определён как $z = (\xi - 0.5\eta, \eta)^T$, то

- компоненты вектора z коррелированы
- компоненты вектора z зависимы
- z является двумерным нормальным вектором
- $z \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\right)$
- $(\xi - 0.5\eta)^2 + 2\eta^2 \sim \chi^2_2$
- $\xi - 0.5\eta \sim \mathcal{N}(0; 1)$

Да! Следующий вопрос

28

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}\right)$. Условное математическое ожидание и условная дисперсия равны

- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 3/4$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/2$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 0$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/4$

Да! Следующий вопрос

29

Математическое ожидание случайной величины X при условии $Y = 0$ равно

- $1/3$
- -1
- 0
- $1/6$
- 1

Да! Следующий вопрос

30

Вероятность того, что $X = 0$ при условии $Y < 1$ равна

- $1/4$
- 0
- $3/4$
- $1/2$
- $1/6$

Да! Следующий вопрос

31

Дисперсия случайной величины Y равна

- $1/3$
- -1
- 0
- $2/3$
- 1

Да! Следующий вопрос

32

Ковариация случайных величин X и Y равна:

- $1/3$
- $2/3$
- $-2/3$
- $-1/3$
- 0

Да! Следующий вопрос

33

Вероятность того, что $X < 0.5$, $Y < 0.5$ равна:

- $1/4$
- $1/96$
- $1/16$
- $1/64$
- $1/128$

Да! Следующий вопрос

Условное распределение X при условии $Y = 1$ имеет вид

- $f(x) = \begin{cases} 3x^2, x \in [0, 1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- Не определено
- $f(x) = \begin{cases} 3x, x \in [0, 1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x^2, x \in [0, 1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x, x \in [0, 1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$

Да! Следующий вопрос

1

Граф Сен-Жермен извлекает карты в случайном порядке из стандартной колоды в 52 карты без возвращения. Рассмотрим три события: A — «первая карта — тройка»; B — «вторая карта — семёрка»; C — «третья карта — дама пик».

- События A и B зависимы, события B и C независимы.
- События A и B независимы, события B и C зависимы.
- События A и B независимы, события B и C независимы.
- События A и C независимы, события B и C зависимы.
- События A и B зависимы, события B и C зависимы.

Нет!

2

Монетку подбрасывают три раза. Рассмотрим три события: A — «хотя бы один раз выпала решка»; B — «хотя бы один раз выпал орёл»; C — «все три раза выпал орёл».

- События A и B совместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C несовместны.
- События A и B совместны, события A и C несовместны.
- События A и B несовместны, события A и C совместны.
- События A и B несовместны, события B и C совместны.

Нет!

3

На шахматной доске в клетке A1 стоит белая ладья. На одну из оставшихся клеток случайным образом выставляется чёрная ладья. Вероятность того, что ладьи «бьют» друг друга равна

- $14/64$
- $1/2$
- $16/64$
- $14/63$
- $16/63$
- $15/64$

Нет!

4

В школе три девятых класса: 9А, 9Б и 9В. В 9А классе — 50% отличники, в 9Б — 30%, в 9В — 40%. Если сначала равновероятно выбрать один из трёх классов, а затем внутри класса равновероятно выбрать школьника, то вероятность выбрать отличника равна

- 0.27
- 0.4
- 0.3
- 0.5
- $3/(3+4+5)$
- $(3+4+5)/3$

Нет!

5

Если $\mathbb{P}(A) = 0.2$, $\mathbb{P}(B) = 0.5$, $\mathbb{P}(A|B) = 0.3$, то

- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.15$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.7$
- $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.05$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.8$
- $\mathbb{P}(B \cup A) = 0.3$

Нет!

6

Традиционно себя называют Стрельцами люди, родившиеся с 22 ноября по 21 декабря. Из-за прецессии земной оси линия Солнце–Земля указывает в созведие Стрельца в наше время с 17 декабря по 20 января. Предположим, что все даты рождения равновероятны. Вероятность того, что человек, называющий себя Стрельцом, родился в день, когда линия Солнце–Земля указывала в созвездие Стрельца, равна

- $1/2$
- $4/31$
- $5/30$
- $4/35$
- $4/30$

Нет!

7

Монетка выпадает орлом с вероятностью 0.2. Вероятность того, что при 10 подбрасываниях монетка выпадет орлом хотя бы один раз, равна

- 0.2^10
- $1/2$
- $2/10$
- $1 - 0.8^10$
- $C_{10}^{1} 0.2^1 0.8^9$
- $C_{10}^{1} 0.8^1 0.2^9$

Нет!

8

Среди покупателей магазина мужчин и женщин поровну. Женщины тратят больше 1000 рублей с вероятностью 60%, а мужчины — с вероятностью 30%. Только что был пробит чек на сумму 1234 рубля. Вероятность того, что покупателем была женщина равна

- 0.5
- $2/3$
- $1/3$
- 0.3
- 0.18

Нет!

9

Если $F_X(x)$ — функция распределения случайной величины, то

- $F_X(x)$ может принимать отрицательные значения
- величина X дискретна
- $\lim\limits_{x \to -\infty} F_X(x) = 1$
- величина X непрерывна
- $\mathbb{P}(X \in (a; b] = F_X(b) - F_X(a)$
- $F_X(x)$ может принимать значение 2016

Нет!

Функцией плотности случайной величины может являться функция

- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, x \in [1, +\infty) \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x - 1, x \in [0, 1 + \sqrt{3}] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} x^2, x \in [0, 2] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [-1, 0] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2}$

Нет!

11

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Ожидание $\mathbb{E}(XY)$ равно

- 8
- 0
- 5
- 6
- 2

Нет!

12

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Корреляция $\mathrm{Corr}(X, Y)$ равна

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\frac{2}{\sqrt{13}}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{\sqrt{12}}$
- $\frac{2}{12}$

Нет!

13

Известно, что $\mathbb{E}(X) = 3$, $\mathbb{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 12$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 2$. Дисперсия $\mathrm{Var}(2X - Y + 4)$ равна

- 57
- 49
- 45
- 53
- 41

Нет!

14

Если случайные величины X и Y имеют совместное нормальное распределение с нулевыми математическими ожиданиями и единичной ковариационной матрицей, то

- $\mathrm{Corr}(X, Y) > 0$
- существует такое $a > 0$, что $\mathbb{P}(X = a) > 0$
- X и Y независимы
- $\mathrm{Corr}(X, Y) < 0$
- распределение X может быть дискретным
- $\forall \alpha \in [0, 1] : \mathrm{Var}(\alpha X + (1 - \alpha) Y) = 0$

Нет!

15

Если $\mathrm{Corr}(X, Y) = 0.5$ и $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y)$, то $\mathrm{Corr}(X + Y, 2Y - 7)$ равна

- 1
- 0
- $\sqrt{3}/2$
- $1/2$
- $\sqrt{2}/3$
- $\sqrt{3}/3$

Нет!

16

Известно, что $\xi \sim U[0;\ 1]$. Вероятность $\mathbb{P}(0.2 < \xi < 0.7)$ равна

- $1/4$
- 0.17
- $1/2$
- $\int_{0.2}^{0.7} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$

Нет!

17

Случайные величины $\xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots$ независимы и имеют таблицы распределения

ξ_i	-1	1
$\mathbb{P}_{\xi_i}$	$1/2$	$1/2$

Если $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$, то предел $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbb{P}\left(\frac{S_n - \mathbb{E}[S_n]}{\sqrt{\mathrm{Var}(S_n)}} > 1\right)$ равен

- $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$
- 0.5
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{2}\, e^{-t/2}\, dt$
- $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$

Нет!

18

Число посетителей сайта за один день является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 400 и дисперсией 400. Вероятность того, что за 100 дней общее число посетителей сайта превысит 40 400, приближённо равна

- 0.0553
- 0.0227
- 0.3413
- 0.9772
- 0.1359

Нет!

19

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 10 000 рублей. Согласно неравенству Маркова, вероятность того, что очередная выплата превысит 50 000 рублей, ограничена сверху числом

- 0.2
- 0.5
- 0.3413
- 0.1359
- 0.4
- неравенство Маркова здесь неприменимо

Нет!

20

Размер выплаты страховой компанией является неотрицательной случайной величиной с математическим ожиданием 50 000 рублей и стандартным отклонением 10 000 рублей. Согласно неравенству Чебышёва, вероятность того, что очередная выплата будет отличаться от своего математического ожидания не более чем на 20 000 рублей, ограничена снизу числом

- $3/4$
- $2/5$
- $1/4$
- $3/5$
- $1/2$
- неравенство Чебышёва здесь неприменимо

Нет!

21

Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0.6. Случайная величина ξ_i равна 1, если при i-ом выстреле было попадание, и равна 0 в противном случае. Предел по вероятности последовательности $\frac{\xi_1^{2016}+\ldots+\xi_n^{2016}}{n}$ при $n \to \infty$ равен

- $1/2$
- $3/4$
- 0.6^2016
- $2/5$
- $3/5$

Нет!

22

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Вероятность того, что ровно два раза выпадет шестерка равна

- $125/(2^4 3^5)$
- $25/(2^5 3^5)$
- $1/36$
- $1/(2^5 3^5)$
- $2/5$

Нет!

23

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание и дисперсия числа выпавших шестерок равны соответственно

- $5/6$ и $5/36$
- $5/6$ и $1/5$
- $5/6$ и $1/36$
- 1 и $5/6$
- 0 и $5/6$
- 0 и 1

Нет! Следующий вопрос

24

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Наиболее вероятное число шестерок равняется

- 0 и 1
- 5
- только 0
- только 1
- 5/6

Нет!

25

Правильный кубик подбрасывается 5 раз. Математическое ожидание суммы выпавших очков равно

- 21
- 3.5
- 17.5
- 18
- 18.5

Нет!

26

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}\right)$ и функцию плотности $f_{\xi,\eta}(x, y) = \frac{1}{2\pi a} \exp\left(-\frac{1}{2a^2}(x^2 - bxy + y^2)\right)$. При этом

- $a = 1,\ b = 0$
- $a = 1,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/2,\ b = 1$
- $a = \sqrt{3}/4,\ b = 0$
- $a = 1/2,\ b = 1$

Нет!

27

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 1/2\\1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$. Если случайный вектор z определён как $z = (\xi - 0.5\eta, \eta)^T$, то

- компоненты вектора z коррелированы
- компоненты вектора z зависимы
- z является двумерным нормальным вектором
- $z \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\right)$
- $(\xi - 0.5\eta)^2 + 2\eta^2 \sim \chi^2_2$
- $\xi - 0.5\eta \sim \mathcal{N}(0; 1)$

Нет!

28

Случайный вектор $(\xi, \eta)^T$ имеет нормальное распределение $\mathcal{N}\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1 & 1/2\\ 1/2 & 1\end{pmatrix}\right)$. Условное математическое ожидание и условная дисперсия равны

- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 3/4$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/2$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 0$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1$
- $\mathbb{E}(\xi|\eta = 1) = 1/2$, $\mathrm{Var}(\xi|\eta = 1) = 1/4$

Нет!

29

Математическое ожидание случайной величины X при условии $Y = 0$ равно

- $1/3$
- -1
- 0
- $1/6$
- 1

Нет!

30

Вероятность того, что $X = 0$ при условии $Y < 1$ равна

- $1/4$
- 0
- $3/4$
- $1/2$
- $1/6$

Нет!

31

Дисперсия случайной величины Y равна

- $1/3$
- -1
- 0
- $2/3$
- 1

Нет!

32

Ковариация случайных величин X и Y равна:

- $1/3$
- $2/3$
- $-2/3$
- $-1/3$
- 0

Нет!

33

Вероятность того, что $X < 0.5$, $Y < 0.5$ равна:

- $1/4$
- $1/96$
- $1/16$
- $1/64$
- $1/128$

Нет!

34

Условное распределение X при условии $Y = 1$ имеет вид

- $f(x) = \begin{cases} 3x^2, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- Не определено
- $f(x) = \begin{cases} 3x, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x^2, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 9x, x \in [0,1] \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$

Нет!