

【模拟】-绘图机器

题目描述与示例

题目描述

绘图机器的绘图笔初始位置在原点 $(0,0)$ ，机器启动后其绘图笔按下面规则绘制直线：

- 1) 尝试沿着横向坐标轴正向绘制直线，直到给定的终点值 E 。
- 2) 期间可通过指令在纵坐标轴方向进行偏移，并同时绘制直线，偏移后按规则 1 绘制直线。

指令的格式为 $X \text{ offsetY}$ ，表示在横坐标 X 沿纵坐标方向偏移， offsetY 为正数表示正向偏移，为负数表示负向偏移。

给定了横坐标终点值 E 、以及若干条绘制指令，请计算绘制的直线和横坐标轴、以及 $X=E$ 的直线组成图形的面积。

输入描述

首行为两个整数 $N \ E$ ，表示有 N 条指令，机器运行的横坐标终点值 E 。

接下来 N 行，每行两个整数表示一条绘制指令 $X \text{ offsetY}$ ，用例保证横坐标 X 以递增排序方式出现，且不会出现相同横坐标 X 。

取值范围: $0 < N \leq 10000$ ， $0 \leq X \leq E \leq 20000$ ， $-10000 \leq \text{offsetY} \leq 10000$ 。

输出描述

一个整数，表示计算得到的面积，用例保证，结果范围在 $0 \sim 4294967295$ 内

示例

输入

```
1 4 10
2 1 1
3 2 1
4 3 1
5 4 -2
```

输出

```
1 12
```

解题思路

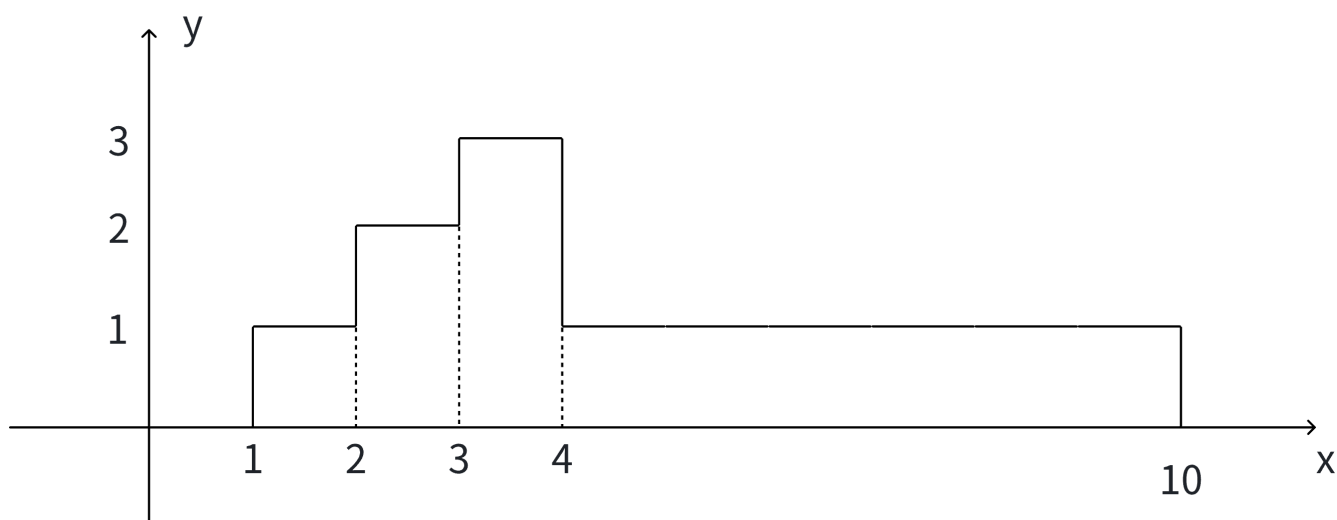
题目很难读，建议根据例子反推含义。

主要是对绘制指令 `x offsetY` 的理解。

绘制指令 `x offsetY` 表示，在 `x` 轴的 `x` 位置，向 `y` 轴偏移 `offsetY`。

（注意单词offset是表示偏移的意思，所以绘制指令 `x offsetY` 表示一个动作，而不是一个具体的坐标）

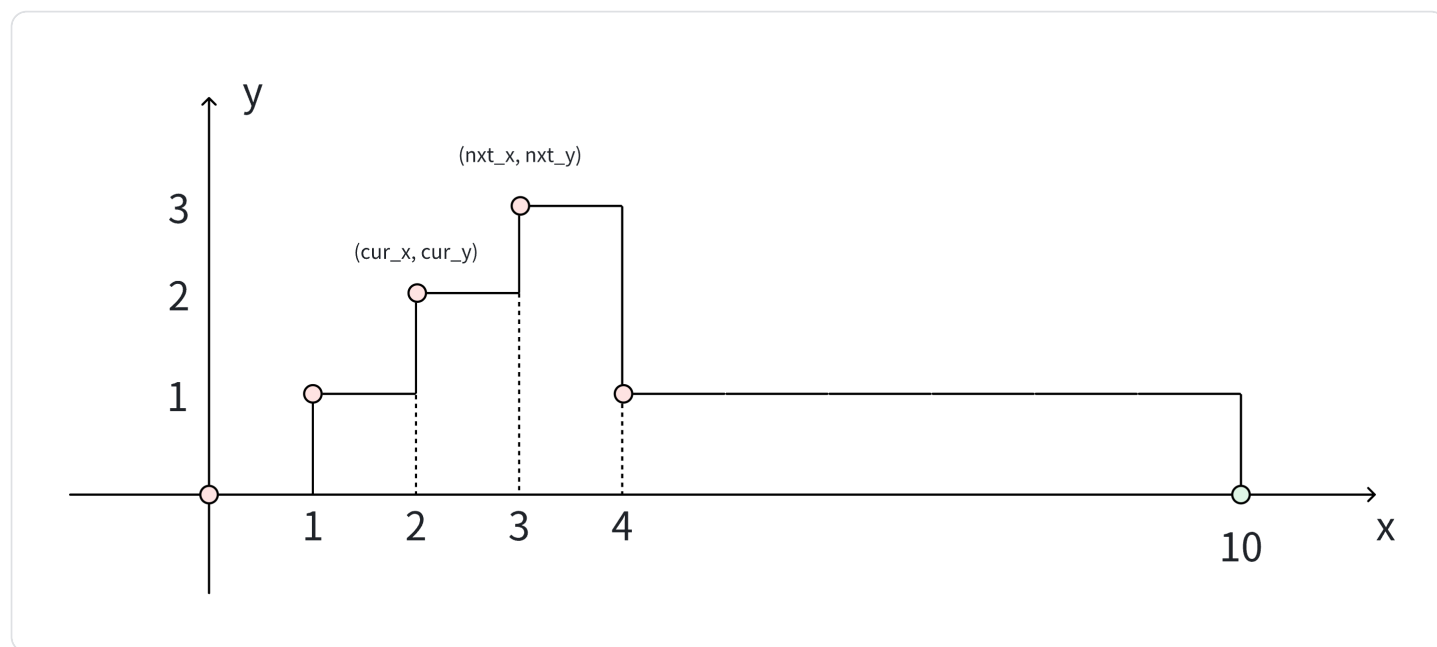
示例对应的图如下



可以看出，线段和 `x` 轴围成的面积是 $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 6 \times 1 = 12$

理解了题意之后，问题就比较简单了。

我们初始化当前点为原点 $(cur_x, cur_y) = (0, 0)$ ，且初始面积 $area = 0$ 。



如图所示，如果我们知道图中标注出来的点的坐标，就可以计算出所有的面积。

如果已知当前点的坐标 (cur_x, cur_y) 和指令 `X offsetY`，那么下一个点的坐标可以很方便地通过以下式子计算得到 $(nxt_x, nxt_y) = (X, cur_y + offsetY)$ ，而围成的面积的增量是 $(nxt_x - cur_x) * cur_y$ 。

特别的，如果出现了直线位于 `x` 轴下方，那么面积需要取绝对值，即 $abs((nxt_x - cur_x) * cur_y)$ 。

故单次更新面积的代码为

```
1 X, offsetY = lst[i]
2 nxt_x, nxt_y = X, cur_y + offsetY
3 area += abs((nxt_x - cur_x) * cur_y)
4 cur_x, cur_y = nxt_x, nxt_y
```

代码

Python

```
1 # 题目：【模拟】2024E-绘图机器
2 # 分值：100
3 # 作者：许老师-闭着眼睛学数理化
4 # 算法：模拟
5 # 代码看不懂的地方，请直接在群上提问
6
7
8 # 输入指令条数n，终点的横坐标E
9 n, E = map(int, input().split())
10
11 # 初始化总面积和当前点
12 area = 0
13 cur_x, cur_y = 0, 0
14
15 lst = list()
16 for _ in range(n):
17     # 储存每一条指令的X和offsetY
18     lst.append(map(int, input().split()))
19
20
21 # 将终点的情况加入到lst中，
22 # 重要的是横坐标E，对应的指令不用计算出来，后续遍历过程中也不需要用到
23 lst.append((E, -1))
24
25 for i in range(n+1):
26     # 获得第i条指令
27     X, offsetY = lst[i]
28     # 计算下一个点的坐标(nxt_x, nxt_y)
29     nxt_x, nxt_y = X, cur_y + offsetY
30     # 更新面积
31     area += abs((nxt_x - cur_x) * cur_y)
32     # 更新当前点的坐标(cur_x, cur_y)
33     cur_x, cur_y = nxt_x, nxt_y
34
35 print(area)
```

Java

```
1 import java.util.Scanner;
2
3 public class Main {
4     public static void main(String[] args) {
5         Scanner scanner = new Scanner(System.in);
6
7         // 输入指令条数n, 终点的横坐标E
8         int n = scanner.nextInt();
9         long E = scanner.nextLong();
10
11        // 初始化总面积和当前点
12        long area = 0;
13        long cur_x = 0, cur_y = 0;
14
15        // 创建二维数组用于存储每一条指令的X和offsetY
16        long[][] lst = new long[n + 1][2];
17        for (int i = 0; i < n; i++) {
18            // 储存每一条指令的X和offsetY
19            lst[i][0] = scanner.nextLong();
20            lst[i][1] = scanner.nextLong();
21        }
22
23        // 将终点的情况加入到lst中
24        // 重要的是横坐标E, 对应的指令不用计算出来, 后续遍历过程中也不需要用到
25        lst[n][0] = E;
26        lst[n][1] = -1;
27
28        for (int i = 0; i < n + 1; i++) {
29            // 获得第i条指令
30            long X = lst[i][0];
31            long offsetY = lst[i][1];
32            // 计算下一个点的坐标(nxt_x, nxt_y)
33            long nxt_x = X;
34            long nxt_y = cur_y + offsetY;
35            // 更新面积
36            area += Math.abs((nxt_x - cur_x) * cur_y);
37            // 更新当前点的坐标(cur_x, cur_y)
38            cur_x = nxt_x;
39            cur_y = nxt_y;
40        }
41
42        System.out.println(area);
43    }
```

```
44 }  
45
```

C++

```
1 #include <iostream>  
2 #include <vector>  
3 #include <cmath>  
4  
5 using namespace std;  
6  
7 int main() {  
8     // 输入指令条数n, 终点的横坐标E  
9     int n;  
10    long long E;  
11    cin >> n >> E;  
12  
13    // 初始化总面积和当前点  
14    long long area = 0;  
15    long long cur_x = 0, cur_y = 0;  
16  
17    // 创建二维数组用于存储每一条指令的X和offsetY  
18    vector<vector<long long>> lst(n + 1, vector<long long>(2));  
19    for (int i = 0; i < n; ++i) {  
20        // 储存每一条指令的X和offsetY  
21        cin >> lst[i][0] >> lst[i][1];  
22    }  
23  
24    // 将终点的情况加入到lst中  
25    // 重要的是横坐标E, 对应的指令不用计算出来, 后续遍历过程中也不需要用到  
26    lst[n][0] = E;  
27    lst[n][1] = -1;  
28  
29    for (int i = 0; i < n + 1; ++i) {  
30        // 获得第i条指令  
31        long long X = lst[i][0];  
32        long long offsetY = lst[i][1];  
33        // 计算下一个点的坐标(nxt_x, nxt_y)  
34        long long nxt_x = X;  
35        long long nxt_y = cur_y + offsetY;  
36        // 更新面积  
37        area += abs((nxt_x - cur_x) * cur_y);  
38        // 更新当前点的坐标(cur_x, cur_y)  
39        cur_x = nxt_x;  
40        cur_y = nxt_y;
```

```
41     }  
42  
43     cout << area << endl;  
44  
45     return 0;  
46 }  
47
```

时空复杂度

时间复杂度： $O(N)$ 。仅需一次遍历

空间复杂度： $O(1)$ 。仅需若干常数变量