

# 基于 Matlab 的 S 曲线加减速控制算法研究

胡永安, 陈彩凤, 杨 萌

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

**摘 要** 当数控加工型线为折线, 路径段与路径段之间存在的夹角使得必须在拐点处进行加减速控制, 以保证轨迹精度。目前, 数控加工对单个坐标运动的控制方法有多种, 其中较有代表性的是基于 S 型曲线的加减速控制方法, 文中在 S 型加减速控制曲线基础上建立 S 曲线加减速控制新算法, 利用该算法给出路径段几何元素转接矢量夹角数学模型, 并在此基础上给出许用速度与夹角的关系式, 并得出第  $i$  路径段的转接速度  $V_i$  的大小不仅受到转接矢量夹角  $\alpha_i$  的影响, 还与第  $i-1$  路径段和  $i+1$  路径段的转接速度以及第  $i$  路径段和第  $i+1$  路径段的路径长度有关。利用此算法经 Matlab 编程仿真得出当相邻两折线段夹角为  $90^\circ$  和  $135^\circ$  时, 通过折线交点时对应各坐标运动速度的变化。

**关键词** S 曲线; 转接速度; 夹角; Matlab

**中图分类号** TP273 **文献标识码** A **文章编号** 1007-7820(2017)04-060-05

## Research of S Curve Acceleration and Deceleration Control Algorithm Based on Matlab

HU Yongan, CHEN Caifeng, YANG Meng

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract** When the profile line of numerical control machining is broken line, the angle between the two path sections makes that it is necessary to take acceleration and deceleration control on the inflection point so as to make sure the trajectory precision. At present, we have many control methods of single coordinate motion by numerical control machining, among which the acceleration and deceleration control method based on S curve is the representative one. This thesis, on the basis of S-type acceleration and deceleration control curve, develops a new algorithm of S curve acceleration and deceleration control. With this new algorithm, we get a mathematical model of path sections geometric elements and the relation between allowable velocity and angle. We also draw that the transition velocity  $V_i$  of  $i$  path section is affected by turning vector angle  $\alpha_i$ , turning velocity of  $i-1$  and  $i+1$  path sections, and path lengths of  $i$  and  $i+1$  path sections. Simulation of programming on the basis of Matlab leads to the changes of the corresponding coordinate velocity passing the point of broken lines, when the angles of the two adjacent broken lines are  $90^\circ$  and  $135^\circ$ .

**Keywords** S curve; transition velocity; angle; Matlab

高速加工要求机床各运动轴均能够在极短的时间内达到高速运行状态, 并实现高速准停, 研究开发数控加工刀具运动满足高速、高精度要求的、有效柔性加减速控制方法<sup>[1]</sup>, 已成为现代高性能数控系统研究的重点。

当数控机床加工中加工型线为折线时, 在指定加工误差(指在加工型线的法线方向上加工型线与刀具实际轨迹的差值的最大值)的条件下, 遇到折线交点时机床的运动速度就要发生变化, 发生变化后自然就会影响加工效率, 为了提高加工效率, 就要使运动速度

的变化时间变得更短<sup>[2]</sup>, 当然这是在不影响加工精度条件下进行的。现在建立一种速度变化模型来描述运动速度在折线交点处的变化, 本文的目标是优化速度。以相邻两折线段夹角为  $90^\circ$  和  $135^\circ$  时为例, 进行讨论通过折线交点时对应各坐标运动速度的变化。

### 1 S 曲线加减速模型和基本公式

目前, 数控加工对单个坐标运动的控制方法有多种, 其中较有代表性的是基于 S 型曲线的加减速控制方法。其特点是将加减速过程分为 7 个阶段<sup>[3-7]</sup>(每一段对应的加加速度为常量): 加加速段、匀加速段、减加速段、匀减速段、加减速段、匀减速段、减减速段, 从而渐变地控制各段的加速度使机床运动速度按 S 型曲线形式平滑变化, 以保证速度光顺, 加速度连续, 在一

收稿日期: 2016-05-05

作者简介: 胡永安 (1991-), 男, 硕士研究生。研究方向: 机械制造及其自动化。

定程度上增强机床运行的平稳性<sup>[7-8]</sup>。S 型加减速控制曲线如图 1 所示。

在基于 S 型曲线的运动过程中,对于速度和加速度都有一定的限制性要求,速度  $v$  不大于机床最大速度  $v_{\max}$ ,加速度  $a$  不大于机床最大加速度  $a_{\max}$ ,加加速度为常量  $J_{\text{const}}$ 。

图 1 中各个阶段的速度、加速度、加加速度随时间的变化规律如下所示。

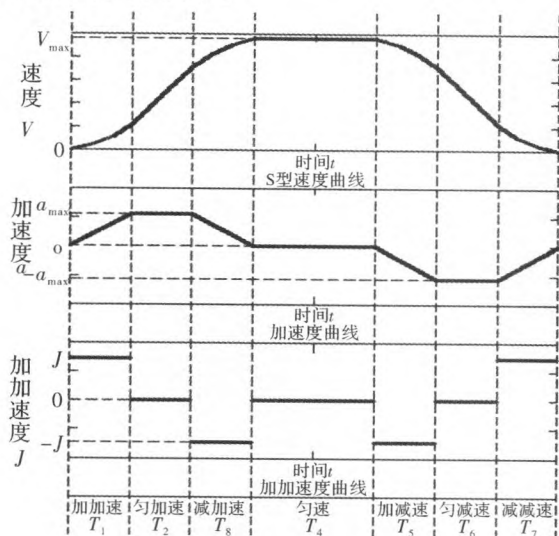


图 1 S 型加减速控制曲线的速度、加速度、加加速度随时间变化规律

#### (1) 加加速段

$$\begin{cases} J = J_{\text{const}} \\ a = Jt \\ V = \frac{1}{2}Jt^2 \mathcal{E}(0, T_1) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $T_1 = a_{\max}/J_{\text{const}}$ , 这个过程中加速度达到最大  $a_{\max}$ , 加速度和速度均在增加。

#### (2) 匀加速段

$$\begin{cases} J = 0 \\ a = a_{\max} \\ V = \frac{1}{2}J_{\text{const}}T_1^2 + a_{\max}(t - T_1) \mathcal{E}(t_1, t_1 + t_2) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $T_2 = (V_{\max} - J_{\text{const}}T_1^2/a_{\max})$  这个过程中加加速度不变, 速度在增加。

#### (3) 减加速段

$$\begin{cases} J = J_{\text{const}} \\ a = a_{\max} - J(t - T_1 - T_2) \\ V = \frac{1}{2}J_{\text{const}}T_1^2 + a_{\max}T_2 + a_{\max}(t - T_1 - T_2) - \frac{1}{2}J(t - T_1 - T_2)^2 \\ \mathcal{E}(T_1 + T_2, 2T_1 + T_2) \end{cases} \quad (3)$$

这个过程中加速度在减小, 速度在增加, 一直增加到  $V_{\max}$ , 当  $t = 2T_1 + T_2$  时,  $V = V_{\max}$ 。

#### (4) 匀速段

$$\begin{cases} J = 0 \\ a = 0 \\ V = V_{\max} \mathcal{E}(2T_1 + T_2, 2T_1 + T_2 + T_3) \end{cases} \quad (4)$$

这个过程中加速度为 0, 速度保持  $V_{\max}$  不变,  $T_3$  的长短由路径长度决定。

#### (5) 加减速段

$$\begin{cases} J = J_{\text{const}} \\ a = -J(t - 2T_1 - T_2 - T_3) \\ V = V_{\max} - \frac{1}{2}J(t - 2T_1 - T_2 - T_3)^2 \\ \mathcal{E}(2T_1 + T_2 + T_3, 3T_1 + T_2 + T_3) \end{cases} \quad (5)$$

这个过程中加速度在增加, 速度在减小, 这段其实与减加速段是对称的。

#### (6) 匀减速段

$$\begin{cases} J = 0 \\ a = -a_{\max} \\ V = V_{\max} - \frac{1}{2}J_{\text{const}}T_1^2 - a_{\max}(t - 3T_1 - T_2 - T_3) \\ \mathcal{E}(3T_1 + T_2 + T_3, 3T_1 + 2T_2 + T_3) \end{cases} \quad (6)$$

这个过程中加速度保持  $-a_{\max}$  不变, 速度在减小, 这段其实与匀加速段是对称的。

#### (7) 减减速段

$$\begin{cases} J = J_{\text{const}} \\ a = -a_{\max} \\ V = V_{\max} - \frac{1}{2}J_{\text{const}}T_1^2 - a_{\max}(t - 3T_1 - T_2 - T_3) - \frac{1}{2}J(t - 3T_1 + 2T_2 - T_3)^2 \\ \mathcal{E}(2T_1 + T_2 + T_3, 3T_1 + T_2 + T_3) \end{cases} \quad (7)$$

这个过程中加速度在减小直到为 0, 速度也在减小直到为 0, 当  $t = 4T_1 + 2T_2 + T_3$  时,  $V = 0$ 。这段其实与加加速段是对称的。

## 2 S 曲线新算法的建立

S 型曲线的加减速控制方法中, 其特点是将加减速过程分为 7 个阶段<sup>[9-11]</sup>: 加加速段、匀加速段、减加速段、匀速段、加减速段、匀减速段、减减速段, 第  $i$  路径段的转接速度  $v_i$  的大小不仅受到转接矢量夹角  $\alpha_i$  的影响, 还与第  $i-1$  路径段和第  $i+1$  路径段的转接速度以及第  $i$  路径段和第  $i+1$  路径段的路径长度有关, 针对折线加工型线, 建立以下实时加工优化控制算法。该算法在多段路径加工过程中能有效缩短加工时间。

假设  $B$  是拐点,  $BC$  为从  $B$  点起始指向  $C$  点的线

段;AB 为从 A 点起始指向 B 点的线段。 $L_i$  为初始点为 B 点所在的路径段长度,  $(x_i, y_i)$  表示 B 点在平面中的坐标,  $\alpha_i$  表示 AB 与 BC 的偏移角,  $\beta_i$  表示 BC 与 X 轴正方向的夹角,  $V_i$  是 B 点的速度矢量。

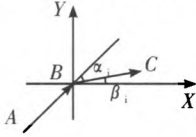


图 2 折线图

下面建立 B 点速度受拐角  $\alpha_i$  限制的模型。在多路径段加工中, AB 与 BC 为连续路径段, 当  $\cos\beta_i, \sin\beta_i$  之中有一个发生符号变化<sup>[12-14]</sup>, 则表明有一轴要发生换向, 在拐角处必须把速度降为 0。这种情况就不作讨论了。当已知点 A、B 和 C 坐标时, 可得

$$\cos\alpha_i = \frac{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1})(y_{i+1} - y_i)}{L_i L_{i+1}} \quad (8)$$

设 AB 段的末速度为  $V_{ie}$ , BC 段的初速度为  $V_{is}$ 。假设  $V_{ie}$  与  $V_{is}$  大小相等, 其值为  $V_i$ , 而  $V_{ie}$  与  $V_{is}$  的夹角为  $\alpha_i$ 。根据速度合成关系求得点 B 的加速度大小为

$$a_i = \sqrt{\left(\frac{v_i - v_i \cos\alpha_i}{T}\right)^2 + \left(\frac{V_i \sin\alpha_i}{T}\right)^2} = \frac{2V_i \sin \frac{\alpha_i}{2}}{T} \quad (9)$$

设  $a_{\max}$  为加工过程中最大加速度, 则需满足关系

$$a_i \leq a_{\max}$$

其中,  $T$  为插补周期。在一个插补周期中, X 轴速度的变化为

$$\Delta V_X = V_i \cos\beta_i - V_i \cos\alpha_i \cos\beta_i + V_i \sin\alpha_i \sin\beta_i \quad (10)$$

而 Y 轴速度的变化为

$$\Delta V_Y = V_i \sin\beta_i - V_i \sin\alpha_i \cos\beta_i - V_i \cos\alpha_i \sin\beta_i \quad (11)$$

设在一个插补周期内 X 轴最大允许速度变化为  $\Delta V_{X\max}$ , Y 轴最大允许速度变化为  $\Delta V_{Y\max}$ , 则有

$$\begin{cases} -\Delta V_{X\max} \leq \Delta V_X \leq \Delta V_{X\max} \\ -\Delta V_{Y\max} \leq \Delta V_Y \leq \Delta V_{Y\max} \end{cases} \quad (12)$$

设定

$$\Delta V_{X\max} = \Delta V_{Y\max} = a_{\max} T \quad (13)$$

其中,  $a_{\max}$  代表最大加速度值。

由式(8)和式(9)可得速度值限制有如下不等式组

$$\begin{cases} V_i \leq |(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \\ V_i \leq |(a_{\max} T)/[2 \sin \frac{\alpha_i}{2} \sin(\beta_i + \frac{\alpha_i}{2})]| \\ V_i \leq |(a_{\max} T)/[2 \sin \frac{\alpha_i}{2} \cos(\beta_i + \frac{\alpha_i}{2})]| \end{cases} \quad (14)$$

又由  $0 \leq |\sin(\beta_i + \frac{\alpha_i}{2})| \leq 1, 0 \leq |\cos(\beta_i + \frac{\alpha_i}{2})| \leq 1$

则式(10)可简化为

$$V_i \leq |(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \quad (15)$$

式(11)可以当作  $\alpha_i$  对 B 点的速度限制, 记

$$V_i^\alpha \leq |(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \quad (16)$$

其中,  $V_i^\alpha$  代表 B 点速度受拐角  $\alpha_i$  限制的最大值。

### 3 S 曲线新算法的举例

当  $\alpha_i = 90^\circ$  时。假设  $L_i$  足够大使  $V_i = V_i^\alpha = |(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})|$ , 即通过折线交点时对应 X 轴方向运动速度的变化函数为

$$\begin{aligned} \Delta V_X &= V_i^\alpha \cos\beta_i - V_i^\alpha \cos\alpha_i \cos\beta_i + V_i^\alpha \sin\alpha_i \sin\beta_i = \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos\beta_i - \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos\alpha_i \cos\beta_i + \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos\alpha_i \cos\beta_i \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $a_{\max} = 0.6 \text{ m/s}^2, T = 0.36 \text{ ms}, \alpha_i = 90^\circ, 0 \leq \beta_i \leq 180^\circ$ 。

根据上述条件通过 Matlab 编程计算得到如图 3 所示在折点处对应 X 轴方向运动速度随  $\beta_i$  的变化过程。

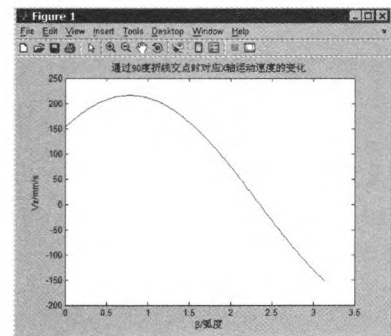


图 3 通过  $\alpha_i = 90^\circ$  折点处对应 X 轴方向运动速度随  $\beta_i$  的变化  
通过折线交点时对应 Y 轴方向运动速度的变化函数为

$$\begin{aligned} \Delta V_Y &= V_i^\alpha \sin\beta_i - V_i^\alpha \cos\alpha_i \sin\beta_i - V_i^\alpha \sin\alpha_i \cos\beta_i = \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \sin\beta_i - \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos\alpha_i \sin\beta_i - \\ &|(a_{\max} T)/(2 \sin \frac{\alpha_i}{2})| \sin\alpha_i \cos\beta_i \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $a_{\max} = 0.6 \text{ m/s}^2, T = 0.36 \text{ ms}, \alpha_i = 90^\circ, 0 \leq \beta_i$

$\leq 180^\circ$ 。

根据上述条件通过 Matlab 编程计算得到图 4 所示在折点处 Y 轴速度随  $\beta_i$  的变化过程。

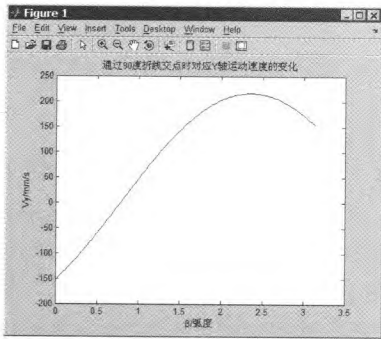


图 4 通过  $\alpha_i = 90^\circ$  折点处对应 Y 轴方向运动速度随  $\beta_i$  的变化  
当  $\alpha_i = 135^\circ$  时。假设  $L_i$  足够大使  $V_i = V_i^\alpha = |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})|$ 。即通过折线交点时对应 X 轴方向运动速度的变化函数为

$$\begin{aligned} \Delta V_x = & V_i^\alpha \cos \beta_i - V_i^\alpha \cos \alpha_i \beta_i \cos \beta_i + V_i^\alpha \sin \alpha_i \sin \beta_i = \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos \beta_i - \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos \alpha_i \cos \beta_i + \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \sin \alpha_i \sin \beta_i \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $a_{\max} = 0.6 \text{ m/s}^2, T = 0.36 \text{ ms}, \alpha_i = 135^\circ, 0 \leq \beta_i \leq 180^\circ$ 。

根据上述条件通过 Matlab 编程计算得到图 5 所示在折点处 X 轴速度随  $\beta_i$  的变化过程。

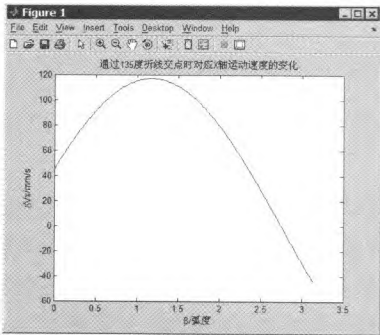


图 5 通过  $\alpha_i = 135^\circ$  折点处对应 X 轴方向运动速度随  $\beta_i$  的变化  
通过折线交点时对应 Y 轴方向运动速度的变化函数为

$$\begin{aligned} \Delta V_y = & V_i^\alpha \sin \beta_i - V_i^\alpha \cos \alpha_i \beta_i \sin \beta_i + V_i^\alpha \sin \alpha_i \cos \beta_i = \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \sin \beta_i - \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \cos \alpha_i \sin \beta_i + \\ & |(a_{\max} T)/(2\sin \frac{\alpha_i}{2})| \sin \alpha_i \cos \beta_i \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $a_{\max} = 0.6 \text{ m/s}^2, T = 0.36 \text{ ms}, \alpha_i = 135^\circ, 0 \leq \beta_i \leq 180^\circ$ 。

根据上述条件通过 Matlab 编程计算得到图 6 所示在折点处 Y 轴速度随  $\beta_i$  的变化过程。

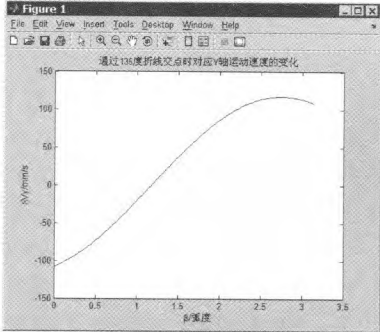


图 6 通过  $\alpha_i = 135^\circ$  折点处对应 Y 轴方向运动速度随  $\beta_i$  的变化

4 结束语

本文建立了基于 S 曲线的拐角过渡模型,该模型满足曲率连续的条件,能显著减小速度波动和机床振动,保证速度平滑转接,实用性强。基于该模型,提出了一种实时加工优化控制算法。该算法在满足加工精度和机床动力学的限制下,能够获得最优转接速度,并举例说明,利用 Matlab 进行仿真,得出各个方向速度虽角度的变化过程。本算法仅考虑了运动速度与折线夹角的关系,没有考虑机床本身的加工误差,所以需要进一步的探索研究。

参考文献

[1] 许良元. 数控加工中加减速控制曲线的研究[J]. 机械工程师, 2006(9): 65 - 67.

[2] 吴宇燕, 彭志牛, 王宇晗. NURBS 曲线数控插补方法及误差控制[J]. 机械设计与研究, 2006, 22(4): 75 - 78.

[3] 卜凡, 樊留群, 齐党进. 数控加工速度前瞻及插补算法的研究[J]. 机械与电子, 2013(8): 44 - 47.

[4] 胡磊, 林示麟, 徐建明, 等. S 曲线加减速速度控制新方法[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2010(1): 22 - 26, 34.

[5] 郭新贵, 李从心. S 曲线加减速算法研究[J]. 机床与液压, 2002(5): 60 - 62.

[6] 李加文, 陈宗雨, 李从心. 基于函数逼近的三角函数加减速方法[J]. 机床与液压, 2006(3): 66 - 67, 8.

[7] 叶佩青, 赵慎良. 微小直线段的连续插补控制算法研究[J]. 中国机械工程, 2004(15): 1354 - 1356.

[8] 张得礼, 周末水. 数控加工运动的平滑处理[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 125 - 130.

[9] Erkorkmaz K, Altintas Y. High speed CNC system design. Part I: jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2001, 41(9): 1323 - 1345.

(下转第 169 页)

汽的温度高低直接影响到机组是否能安全经济地运行和输出功率的大小<sup>[11]</sup>。

本文从实际工程应用出发,建立了基于 LabVIEW 的主蒸汽智能温度控制系统。该模型直接由实践采集数据出发,避免了热力学和传热学的复杂建模公式。所设计的控制系统能够实现在负荷波动的情况下,保持较好的鲁棒性,简化了控制设计,实现了控制目标,能够满足变工况运行的需要,提高了机组的调峰能力<sup>[12-15]</sup>。

由于时间关系和设备的限制,所研究的控制系统还存在不足。如系统中没有考虑到负荷预测,控制曲线的界面不能够缩放等,还有待进一步研究。

### 参考文献

- [1] 林涛,刘仰魁. 基于模糊控制的入口匝道智能控制方法[J]. 电子科技,2012,25(8):100-103.
- [2] 史洋,李崇. 自然循环锅炉汽包水位动态模型及特性分析[J]. 河北电力技术,2016,35(1):20-25.
- [3] 郭昌,高清维. 模糊 PID 控制算法在变频调速中的新应用[J]. 电机与控制应用,2011,38(3):19-22.
- [4] 马立新,江竟,袁淑娟. 负荷跟踪型发电系统协调控制方式的智能化[J]. 上海大学学报:自然科学版,2013,19(2):144-149.

- [5] 毛计庆,云乃彰. LabVIEW—快速构建步进电机控制系统的利器[J]. 电机与控制应用,2009,36(1):30-33.
- [6] 马徐,波邱丰. LabVIEW 与 EPICS 数据采集及应用研究[J]. 电子测量技术,2013,36(3):71-75.
- [7] 胡绍海,高亚峰. 基于 LabVIEW 的报表生成技术研究[J]. 测控技术,2007,26(10):64-66.
- [8] 王海霞,颜桂定. 直线电机运动控制系统的软件设计与实现[J]. 电子测量与仪器学报,2013,27(3):264-269.
- [9] 谭爱国. 可编程逻辑控制器编程方法研究[J]. 实验室研究与探索,2005(24):282-284.
- [10] 刘慧英,李斌,张丽江,等. 炉温控制系统的仿真研究[J]. 计算机仿真,2011,28(6):211-214.
- [11] 郝少杰,方康玲. 基于模糊 PID 参数自整定的温度控制系统的研究[J]. 现代电子技术,2011,34(7):196-198.
- [12] 朱盈,朱俊. 多种 PID 控制及其仿真比较[J]. 工业控制计算机,2010,23(1):53-58.
- [13] 松村司郎,平山开一郎. 发电设备中的控制技术[M]. 马立新,译. 北京:机械工业出版社,2012.
- [14] 郭献军,席原,王周梅,等. 基于类前馈补偿的模糊 PID 控制在超超临界单元机组协调控制系统的应用[J]. 现代电力,2012,29(4):67-72.
- [15] 赵钦新,郭元亮. 锅炉全生命周期安全高效运行和节能减排[J]. 压力容器,2013,30(1):1-14.

(上接第 63 页)

- [10] Jeon J W. A generalized approach for the acceleration and deceleration of CNC machine tools[C]. CA, USA: IEEE IEC-ON, International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1996.
- [11] 尹涓,罗福源. 插补前加减速运动时间周期化等效变换算法[J]. 中国机械工程,2014(24):3320-3325.
- [12] 马永超. 一种五段 S 曲线加减速算法的研究[J]. 工业控

制计算机,2014(12):60-61.

- [13] 田军锋,林浒,姚壮,等. 数控系统 S 型曲线加减速快速规划研究[J]. 小型微型计算机系统,2013,34(1):168-172.
- [14] 罗钧,汪俊,刘学明,等. 基于 S 型加减速的自适应前瞻 NURBS 曲线插补算法[J]. 计算机集成制造系统,2013,19(1):55-60.