Vol. 35 No. 9 Sep. 2018

Journal of Mechanical & Electrical Engineering

DOI:10.3969/j. issn. 1001 -4551.2018.09.006

# 基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法研究\*

方佳伟1,蔡锦达2\*,姚 莹2,张大伟3

(1.上海理工大学 机械工程学院,上海 200093;2.上海理工大学 出版印刷与艺术设计学院, 上海 200093;3.上海理工大学 教育部光学仪器与系统工程中心,上海 200093)

摘要:针对机械设备运动的平稳性问题,提出了基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法,以减小机械设备启停阶段的抖动以及抖动时间。从位移、速度、加速度以及加加速度等方面论证了该控制方法的可行性;采用非等时离散化的时间规划方法对加减速的时间分段进行了优化与改进;采用时间与速度数组遍历查询的方法进行了程序设计;通过基于 ARM9 微控制器的龙门式点样仪进行了实验测试;利用激光跟踪仪对实验进行了测量。研究结果表明:基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法相比于阶跃信号控制方法可降低机械设备启停阶段 62.5%的抖动,相比于7段加减速控制方法可降低 33.3%的抖动时间。

关键词:Sigmoid 函数:S型加减速:时间规划:ARM9:龙门式点样仪

中图分类号:TH112.4:TP29

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2018)09-0933-06

# S-type acceleration and deceleration control method based on Sigmoid-function

FANG Jia-wei<sup>1</sup>, CAI Jin-da<sup>2</sup>, YAO Ying<sup>2</sup>, ZHANG Da-wei<sup>3</sup>

- (1. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
  - 2. School of Printing Science And Artistic Design, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 3. Optical instruments and systems engineering research center of the Ministry of Education, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** Aiming at the motion stability for mechanical equipment, an S-shape acceleration and deceleration control method based on Sigmoid-function was proposed to reduce the jitter and jitter time, during the start and stop of mechanical equipment. The feasibility of the control method was demonstrated from the aspect of displacement, velocity, acceleration jerk, etc. The time-planning method of non-isochronous discretization was used to optimize and improve the time-division of acceleration and deceleration. Program was designed by using time and speed array traversal and query. The experiment was carried out by the gantry-type spotting device based on ARM9 microcontroller, and the laser tracker was used for measurement. The results indicate that compared with unit step signal controlling method, the S-shape acceleration and deceleration controlling method based on Sigmoid-function can reduce the jitter during the start-stop phase of the equipment by 62.5%. Compared with 7-section acceleration and deceleration controlling method based on Sigmoid-function can reduce the jitter time during the start-stop phase of the equipment by 33.3%.

Key words: Sigmoid-function; S-shape acceleration and deceleration; time planning method; ARM9; gantry-type spotting device

收稿日期:2018-05-28

基金项目:国家重点研发计划资助项目(2016YFD0500603)

## 0 引 言

为减小机械设备在启停阶段的冲击、失步、超程或振荡,必须设计专门的加减速控制规律,使加给电机的输入(脉冲频率或电压)按照这个规律变化,从而使设备在各种工况下都能快速、准确地停留在给定的位置上(这种控制称为加减速控制)。

目前 S 型加减速控制方法已经被广泛应用于实际工程当中。文献[1]提出了基于位移的 7 段加减速方法,这种方法通过位移求解速度,通过多项式拟合生成 S 型曲线,运算量大,设备加减速阶段冲击时间长。

本文将提出基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法,从位移、速度、加速度以及加加速度等方面论证该控制方法的可行性;采用非等时离散化的时间规划方法对加减速的时间分段做优化与改进;采用时间与速度数组遍历查询的方法进行程序设计;通过基于ARM9 微控制器的龙门式点样仪进行实验,利用激光跟踪仪进行测量,以验证基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法的有效性。

# 1 基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法

设备在启停阶段若未使用加减速,会产生明显的 抖动,对精度造成影响。所以在设备启停阶段必须使 用加减速来减小抖动。常见的加减速曲线有直线型加 减速、指数型加减速和 S 型加减速<sup>[2]</sup>。龙门式点样仪 使用 S 型加减速控制方法来减小启停阶段的抖动。

#### 1.1 控制方法的模型分析

典型的 S型加减速控制方法,大多使用多项式函数或者分段函数,函数的表达式为构造函数,完成 S型的拟合,Sigmoid 函数本身就为平滑的 S型曲线,表达式为:

$$S(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \tag{1}$$

式中:S—Sigmoid 函数应变量;x—Sigmoid 函数自变量。

由于 Sigmoid 函数关于(0,0.5) 中心对称,而时间为非负数,所以将式(1) 中的x用时间t-0.5n替换,S用速度v替换,那么式(1) 就转换为速度 – 时间的函数:

$$v(t) = \frac{1}{1 + e^{(t-0.5n)}} \tag{2}$$

式中:v— 设备运动速度;t— 设备运动时间;n— 加速 万方数据 阶段或者减速阶段完成的时间周期数。

式(2) 中,为了使得设备在最短的时间内,零点处减小阶跃信号的影响,并且保证步进电机不出现抱死现象(频率小于250 Hz),保证加减速末端线性度(斜率小于0.005),则须满足;

$$\begin{cases} \lim_{\Delta t \to 1} \frac{v(0 + \Delta t) - v(0)}{\Delta t} > 4 \times 10^{-3} \\ \lim_{\Delta t \to 1} \frac{v(n) - v(n - \Delta t)}{\Delta t} < 5 \times 10^{-3} \end{cases}$$
(3)

式中:v— 设备运动速度;t— 设备运动时间;n— 加速阶段或者减速阶段完成的时间周期数。

通过式(3) 可以求得 n = 6。将式(2) 积分可以得到位移 d 关于时间 t 的函数式:

$$d(t) = \ln(e^{t-6} + 1) \tag{4}$$

式中: d一设备运动距离; t一设备运动时间。

将式(2) 求一阶导数和二阶导数分别可以得到加速度 a 和加加速度 j 关于时间 t 的函数式:

$$a(t) = \frac{e^{-(t-6)}}{(1 + e^{-(t-6)})^2}$$
 (5)

式中: a一设备运动加速度; t一设备运动时间。

$$j(t) = \frac{e^{-2(t-6)} - e^{-(t-6)}}{\left(1 + e^{-(t-6)}\right)^3} \tag{6}$$

式中:j-设备运动加加速度;t-设备运动时间。

式(3~6)的函数图像如图1所示。

通过几何法得出,图1(a) 中S型曲线未使用分段函数进行拟合,直接通过超越函数即可得到S型的曲线。

图 1(b) 位移 - 时间图像末端取点可得:

当 t-6>3 ms 时,距离 - 时间公式可近似为:

$$d(t) = k \cdot t \tag{7}$$

式中:d— 设备的运动距离;k— 匀速运动时的速度;t— 设备运动时间。

式(7) 证明了该加减速控制方法的末端线性度好,能够平滑地从加速阶段过渡到匀速阶段。

通过几何法分析图 1(c) 加速度 – 时间图像可以得出当t-6=0时,加速度达到最大值,即加速度的最大值为:

$$a_{\text{max}} = 0.25 \cdot \text{m} \tag{8}$$

式中: $a_{max}$ — 加速度最大值;m— 达到匀速状态之前, 加速度的最大设定值。

式(8) 中表示当m 的值取值越大,加速阶段加速度越大,会产生步进电机抱死现象<sup>[3]</sup>,后文中通过时间分段的非等时离散化设计解决该问题<sup>[4]</sup>。

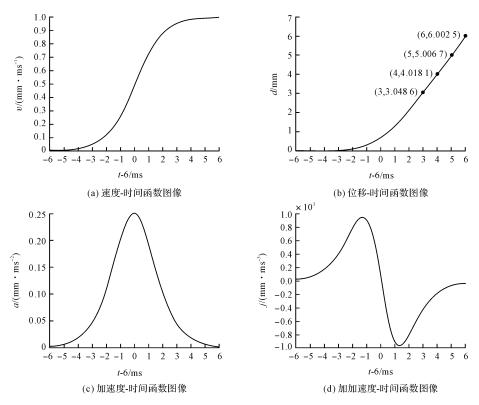


图 1 基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法的函数图像

通过解析法,对式(6) 求导可得:

$$\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} = \frac{-4e^{-2(\iota-6)} + e^{-(\iota-6)} - e^{-3(\iota-6)}}{\left(1 + e^{-(\iota-6)}\right)^4} \tag{9}$$

式中:j-设备运动加加速度;t-设备运动时间。

式(9) 中:当 $\frac{dj}{dt}$  = 0 时,可以计算求得,加加速度的最大值: $j_{max}$  = 0.096 23 mm/ms<sup>3</sup>。

加加速度的最大值反应了系统的柔性,值越大,则冲击越大;值越小,则加减速时间长<sup>[5]</sup>。文献[6]中7段加减速的控制方法加速阶段的速度 - 时间公式:

$$\begin{cases} v_s + \frac{1}{2}j't^2 & 0 \leq t < t_1, \\ \\ \exists t = t_1 \text{ Iff }, v_1 = v_s + \frac{1}{2}j't_1^2 \\ v_1 + \frac{1}{2}j't_1t & t_1 \leq t < t_2, \\ \\ \exists t = t_2 \text{ Iff }, v_2 = v_1 + j't_1(t_2 - t_1) \\ v_2 + j't_1t - \frac{1}{2}j't^2 & t_2 \leq t < t_3, \\ \\ \exists t = t_3 \text{ Iff }, v_3 = v_2 + \frac{1}{2}j't_1^2 \\ v_3 & t_3 \leq t < t_4, \\ \\ \exists t = t_4 \text{ Iff }, v_4 = v_3 \end{cases}$$

万方数据

式中:v—速度; $v_s$ —初速度;j'—加加速度; $0 \sim t_1, t_2 \sim t_3$ —加速阶段中加速度变化的阶段; $t_1 \sim t_2$ —加速阶段加速度不变的阶段。

式(10) 中,在两种加减速控制方法的加减速时间相同(t = 12 ms) 的情况下设: $v_s = 0$ , $v_4 = 1 \text{ mm/ms}$ ,可得:

当 
$$t_2 - t_1 < 1.065 \text{ ms 时}, j' > j_{\text{max}}$$

式(10) 中,在两种加减速控制方法的最大加加速度相同( $j' = j_{\text{max}} = 0.096 32 \text{ mm/ms}^2$ ) 的情况下设: $v_s = 0, v_4 = 1 \text{ mm/ms}, t_2 - t_1 = 0$ ,可得:

$$(t_1 + t_2 + t_3)_{min} = 6.444 \text{ ms}$$

由上结论可知: 当7段加减速控制方法与基于Sigmoid型S型加减速控制方法的加减速时间相同时,7段加减速的匀加速阶段时间必须小于整体时间的1/12。当7段加减速控制方法与基于Sigmoid型S型加减速控制方法的加加速度最大值相同时,7段加减速的时间短,但7段加减速的加加速度为定值,所以冲击值为常量,对精度影响大。Sigmoid型加减速的最大冲击值为瞬态值,对精度影响小。减速阶段与加速阶段对称。

#### 1.2 控制方法的时间分段规划

通过几何法将图 1(a) 等时离散化以及非等时离散化后,如图 2 所示。

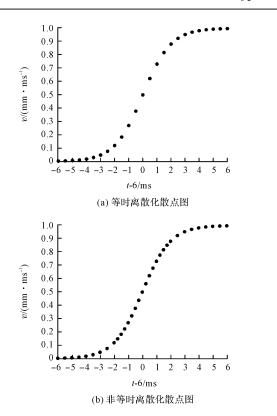


图 2 基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速的时间离散化散点图

通过几何法可知图 2(a) 中,当 -2 < t - 6 < 2 时, $\Delta v/\Delta t$  的值大于其余时间段。为使加减速运动更为平滑,通过式(11) 将等时离散化转换成非等时离散化:

$$T(t) = \begin{cases} k_1 \cdot t & 0 < t \le 4 \\ 4 + k_2 \cdot t & 4 < t \le 8 \\ 8 + k_1 \cdot t & 8 < t \le 12 \end{cases}$$
 (11)

式中:T—等分时间段;t—设备运动时间; $k_1$ , $k_2$ —非等时分段系数。

式(11) 中,根据需要选择: $k_1 = 0.5$ , $k_2 = 0.25$ ,其结果如图 2(b) 所示。

通过图 2(a) 和图 2(b) 的对比,可以得出:非等时离散化方法相比于等时离散化所得到的时间分段,将时间分段从原先的 12 段等分时间段转换成了 16 段非等分时间段,使得  $\Delta v/\Delta t$  的最大值减小,运动更加平稳。

# 2 S型加减速的程序设计

综合上述分析可知,对于 ARM9 嵌入式微控制器 的程序设计主要过程是根据外部传入的速度参数以及 时间参数计算出步进电机所需要的频率以及改变频率 的时间点<sup>[7]</sup>。

根据图克勒姆速度参数和时间参数的数量较多,

为了提高程序的执行效率,本研究采用数组查询的方式设计程序<sup>[8]</sup>。

#### 2.1 时间数组的建立

必须先建立时间数组才能够通过时间数组建立速度数组。根据外部传参分段数n、加速时间T、非等时分段系数 $k_1,k_2$ ,通过图 2(b) 以及式(11)可以设计出求时间数组 time [n]的流程图,如图 3 所示。

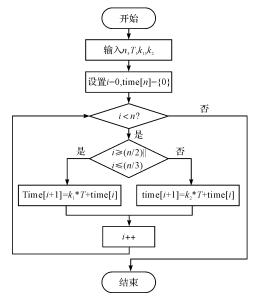


图 3 时间数组规划流程图

通过图 3 计算得出时间数组之后,可以迅速遍历数组得到数组中的值进行判断以及运算。

#### 2.2 速度数组的建立与运动控制流程

步进电机由脉冲信号进行控制的, ARM9 嵌入式 微控制器有两种脉冲控制模式, 一种是通过 PWM 生成波形, 另一种是通过对 GPIO 的控制输出波形<sup>[9]</sup>。两种方式的原理均为重载定时器中 TCNT 寄存器的值来改变脉冲的频率以获得所需步进电机的转速<sup>[10]</sup>。根据外部传参速度 V 以及 2.1 节求解出的时间数组,求解出速度数组 v[n],并通过 ARM9 控制器的脉冲生成原理设计整体控制流程,如图 4 所示。

基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法是超越函数,非普通多项式函数,计算成本高,无法在运动的同时计算所需数值,所以必须事先完成相关数值计算。在计算机中,通过数组形式对数值进行存放、遍历,此种方法速度快、效率高,是一种高效的 S型加减速处理方法[11-12]。如图 4 所示,基于 Sigmoid函数的 S 型加减速控制方法的时间离散化可通过Timer1 定时器的定时时间 time1 确定,脉冲发生的频率通过 Timer2 定时器 TCNT2 进行重装载。其减速阶段与加速阶段对称。

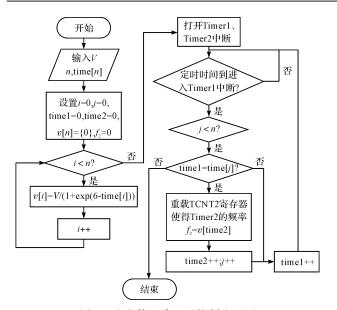


图 4 速度数组建立及控制流程图

# 3 实验及结果分析

本文使用龙门式生物芯片点样仪作为实验设备。 生物芯片对于点样精度的要求高,所以生物芯片的生 产设备在精度上要优于普通设备,且步进电机启停阶 段的抖动会影响设备精度<sup>[13]</sup>。因此本研究利用激光 跟踪仪对设备启停阶段的抖动进行测量,验证基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法的有效性。

#### 3.1 实验设备

龙门式点样仪的机械系统主要由点样仪机械平台、点样基质工作平台组成,如图 5 所示。

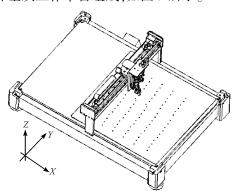


图 5 龙门式点样仪装置

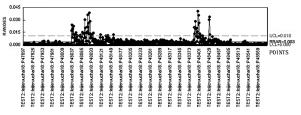
图 5 中龙门式点样仪机械平台采用托盘固定的龙门式直角坐标结构。 X 轴的两根支撑导轨设计在龙门的两侧,X 轴滑块在两根导轨上作直线运动,Y 轴滑块沿龙门方向作 Y 向运动,点样仪的点样喷头模块固定在 Z 轴上,可以在 X - Y 平面内运动,也能在 Z 轴方向上实现升降。这种方案以刚度、强度都较大的两侧固定支撑导机存为握接两个运动机构的桥梁,将点样工

作区域置于 *X* 向两根支撑导轨之间, 既能保障机械结构的刚度、精度和速度, 又合理利用空间。由于托盘固定不动, 芯片基质不会发生移动影响点样精度。

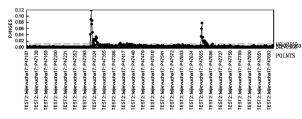
本研究利用 API T3 激光跟踪仪对实验设备精度进行测量。激光跟踪仪可以在短时间内采集多个样点进行误差分析。

### 3.2 实验结果分析

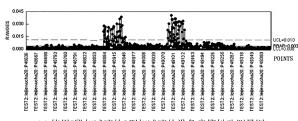
本文对龙门式点样仪使用基于 Sigmoid 函数的 S型加减速控制方法的运动控制与使用阶跃信号的控制方法、使用 7 段加减速控制方法进行对比实验,其实验结果如图 6 所示。



(a) 使用基于Sigmoid函数的S型加减速的设备启停抖动测量图



(b) 使用阶跃信号的设备启停抖动测量图



(c) 使用7段加减速的8型加减速的设备启停抖动测量图

图 6 实验结果

图 6(a) 中采用了基于 Sigmoid 函数的加减速控制算法之后, 启停动阶段产生最大跟踪误差小于0.045 mm, 持续的时间短。运动开始时, 由于在加速或减速阶段的加加速度的绝对值有两处最大处, 测量结果在加减速阶段各出现两个跟踪误差峰值。

图 6(b)中可得:使用阶跃信号控制算法时,启动阶段速度突变大,加速度以及加加速度大,产生 0.12 mm 的跟踪误差,持续的时间短。

图 6(c)中可得:使用7段加减速控制算法时,启 停动阶段产生最大跟踪误差小于0.045 mm,持续时间长。

由于激光测量仪动态跟踪性能好,其跟踪误差可 作为判别设备启停阶段抖动的依据。 实验结果表明:使用基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法,利用激光跟踪仪采集的点的抖动均小于 0.045 mm 并且持续的时间短;使用阶跃信号控制方法的抖动的最大为 0.12 mm,持续时间短;使用 7 段加减速控制方法的抖动均小于 0.045 mm,持续时间长。所以基于 Sigmoid 函数的加减速控制方法相比于阶跃信号的控制方法可降低设备启停阶段 62.5% 的抖动,基于 Sigmoid 函数的加减速控制方法相比于 7 段加减速控制方法可降低设备启停阶段 33.3% 的抖动时间。

### 4 结束语

本研究提出了基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速控制方法,并分析了该控制方法的位移、速度、加速度以及加加速度与时间的关系,论证了该控制方法的可行性;对加减速的时间分段方法做了优化与改进,论证了非等时离散化的时间规划方法的有效性,并采用时间与速度数组遍历查询的方法进行程序设计;通过基于ARM9 微控制器的龙门式点样仪进行了实验,利用激光跟踪仪进行了测量。

实验结果表明:基于 Sigmoid 函数的 S 型加减速 控制方法要优于阶跃信号的控制方法以及 7 段加减速 控制方法,这为以后的研究提供了重要参考依据。

#### 参考文献(References):

- [1] 许良元,桂贵生,彭丹丹. 高速加工中的加减速控制[J]. CAD/CAM 与制造业信息化,2005(9):66-67.
- [2] 蔡锦达,郭振云,许 智. 基于 Cortex-M3 的 S 型加减速 [J]. 控制工程,2016,22(2):207-210
- [3] ROU Chi-wei, SHIH C L, LEE W Y. Planning S-curves in

the coordinated PTP motion of multiple-axis machines under velocity acceler action and jerk constrains [J]. **Journal of the Chinese Institute of Electrical Engineering**, 2003, 10 (3):221-234

- 4] 赵 巍,王太勇,万淑敏. 基于 NURBS 曲线加减速控制方法研究[J]. 中国机械工程,2006,17(1):1-3.
- [5] 潘海鸿,杨 微,陈 琳,等.全程S曲线加减速控制的自适应分段 NURBS 曲线插补算法[J]. 中国机械工程, 2010,21(2):190-195
- [6] 郭新贵,李从心. S 曲线加减速算法研究[J]. 机床与液压,2002(5):60-62
- [7] 杨亮亮,许守金,史伟民,等.始末速度不为零的S型加减速时间规划算法研究[J].机械工程学报,2016,52(23): 200-206
- [8] 王 勇,王 伟,杨文涛. 步进电机升降速曲线控制系统设计及其应用[J]. 控制工程,2008,15(5):556-559
- [9] MU H H, ZHOU Y F. Profile generation algorithm and implementation for high accuracy motion [C]. Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Biominetics, Kunming: IEEE, 2006.
- [10] ZHOU L, MISAMA E A. Vibration suppression control profile generation with both acceleration and velocity constraints [C]. Proceedings of the American Control Conference, Portland: IEEE, 2005.
- [11] 刘宝志. 步进电机的精确控制方法研究[D]. 济南:山东大学计算机学院,2010.
- [12] 李玉顺,马文彬,吕明亮,等.数字阀步进电机异常反转 机理分析[J].液压气动与密封,2018(2):9-12.
- [13] MECKL P H, ARESTIDES P B. Optimized curve of motion profiles for minimum residual vibration [C]. Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia: IEEE, 1998.

[**编辑:**周昱晨]