

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра Компьютерных Систем и Программных Технологий

# ОТЧЕТ

индивидуальному заданию

Дисциплина: «Логическое проектирование»

Выполнил: студент гр. 53501/2  
Пономарев М.А

Преподаватель  
Мараховский В.Б

Санкт-Петербург  
2015

## Содержание

## 1 Задание

Спроектировать логическое устройство, позволяющее определять, делится ли без остатка или нет  $m$ -разрядное число  $x$ , записанное в двоичной системе счисления

$$x = \underbrace{a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_m}_{(1)}$$

,где  $a_i$  —  $i$ -ый разряд числа,  $m$  — количество разрядов.

## 2 Решение

### 2.1 Алгоритм решения

Алгоритм решения задачи основан на признаках деления чисел в двоичной системе счисления. Так для того, чтобы число делилось на 3, знакопеременная сумма цифр должна делиться на 3 без остатка. Приведем пример:

$$\begin{aligned} 75_{10} &= 1001011_2 \\ 1 + 0 - 0 + 1 - 0 + 1 - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Число в выражении (??) делится на три.

Разумно предположить, что нам понадобится счетчик для хранения текущего значения при вычислении знакопеременной суммы. В теории эта сумма может быть сколь угодно большой, но в силу той особенности, что каждое третье число делится на три нам необходимо хранить только значения в диапазоне от 0 до 2. Хранить значения будем с помощью двух разрядов. Ниже представлена таблица с возможными принимаемыми значениями счетчика:

| Десятичн. | Двоичн. |
|-----------|---------|
| 0         | 100     |
| 1         | 010     |
| 2         | 001     |

Положим, наше число  $x$  состоит из  $m$  разрядов. Тогда

$$x = \underbrace{a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad a_{n+1} \quad \dots \quad a_m}_{\tag{3}}$$

Разобьем задачу на фиксированный количество шагов. Каждый шаг будет состоять из фиксированного количества действий, а именно:

- а) Прибавляем значение  $a_n$  к счетчику.
- б) Вычитаем значение  $a_{n+1}$  из счетчика.

Для решения нам понадобится два логических блока, назовем их SUM и SUB.  
Приведем схему, реализующую шаг алгоритма:

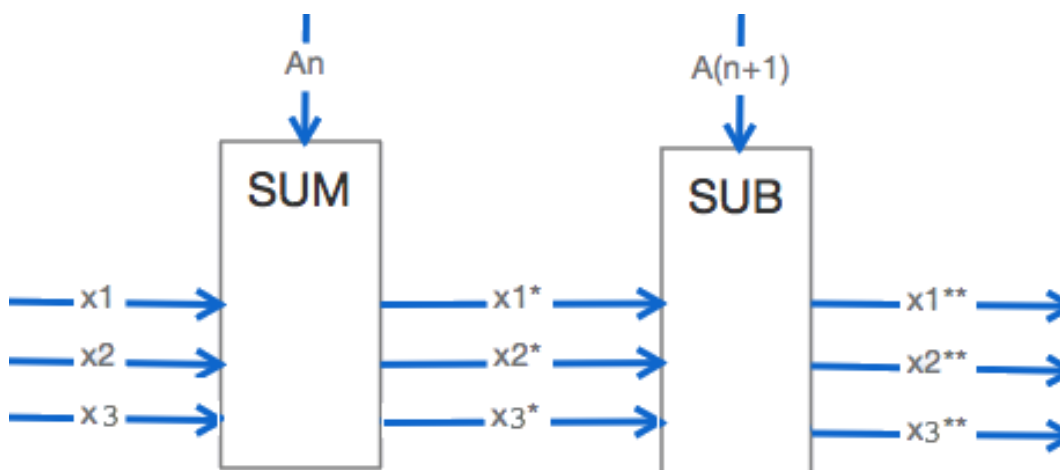


Рисунок 1 — Схема реализации  $i$ -го шага алгоритма

## 2.2 Вспомогательные логические блоки

### 2.2.1 Блок для прибавления к счетчику разряда

— Переменные:

$a_n$  — прибавляемое число

$x_1, x_2, x_3$  — входные значения

$y_1, y_2, y_3$  — выходные значения

Таблица истинности:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $a_n$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     |

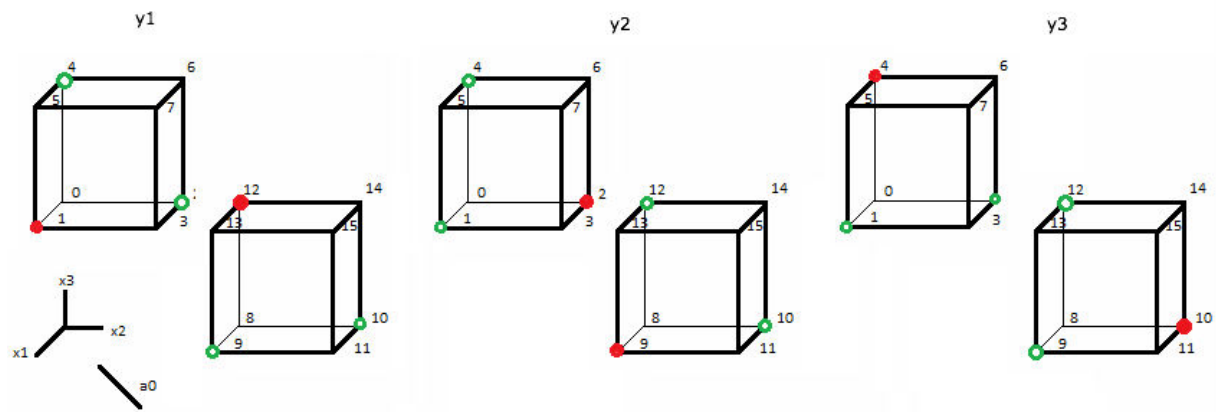


Рисунок 2 — Минимизация с помощью гиперкуба

— Логические функции:

$$y_1 = x_1 \overline{a_n} + x_3 a_n = \overline{\overline{x_1 \overline{a_n} x_3 a_n}}$$

$$y_2 = x_2 \overline{a_n} + x_1 a_n = \overline{\overline{x_2 \overline{a_n} x_1 a_n}}$$

$$y_3 = x_3 \overline{a_n} + x_2 a_n = \overline{\overline{x_3 \overline{a_n} x_2 a_n}}$$

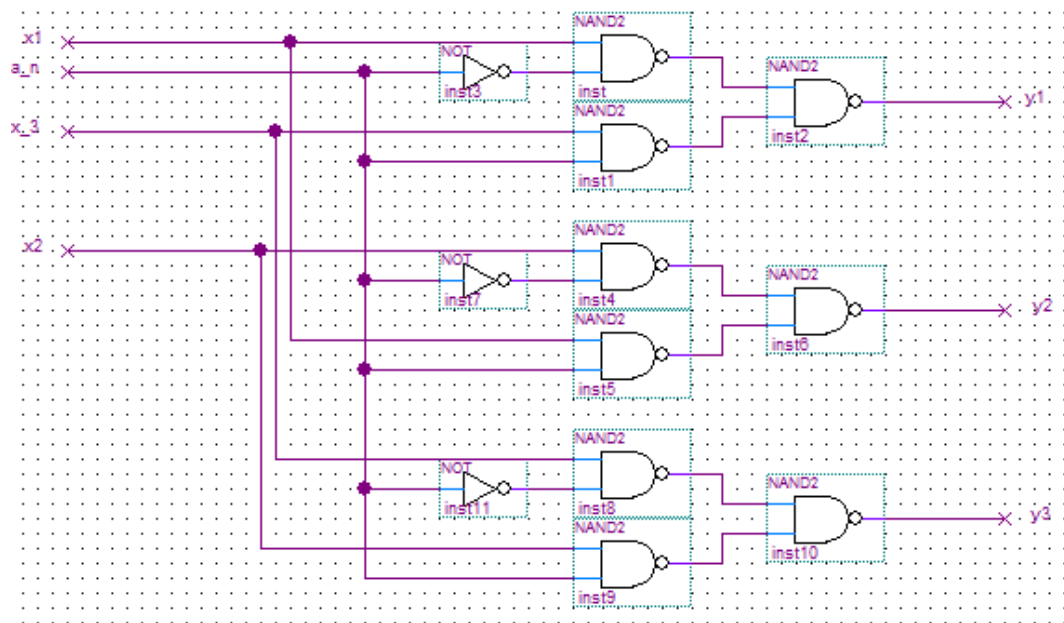


Рисунок 3 — Логическая схема блока суммирования

### 2.2.2 Блок для вычитания из счетчика разряда

— Переменные:

$a_n$  — вычитаемое число

$x_1, x_2, x_3$  — входные значения

$y_1, y_2, y_3$  — выходные значения

Таблица истинности:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $a_n$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     |

— Логические функции:

$$y_1 = x_1 \overline{a_n} + x_2 a_n = \overline{\overline{x_1 \overline{a_n} + x_2 a_n}}$$

$$y_2 = x_2 \overline{a_n} + x_3 a_n = \overline{\overline{x_2 \overline{a_n} + x_3 a_n}}$$

$$y_3 = x_3 \overline{a_n} + x_1 a_n = \overline{\overline{x_3 \overline{a_n} + x_1 a_n}}$$

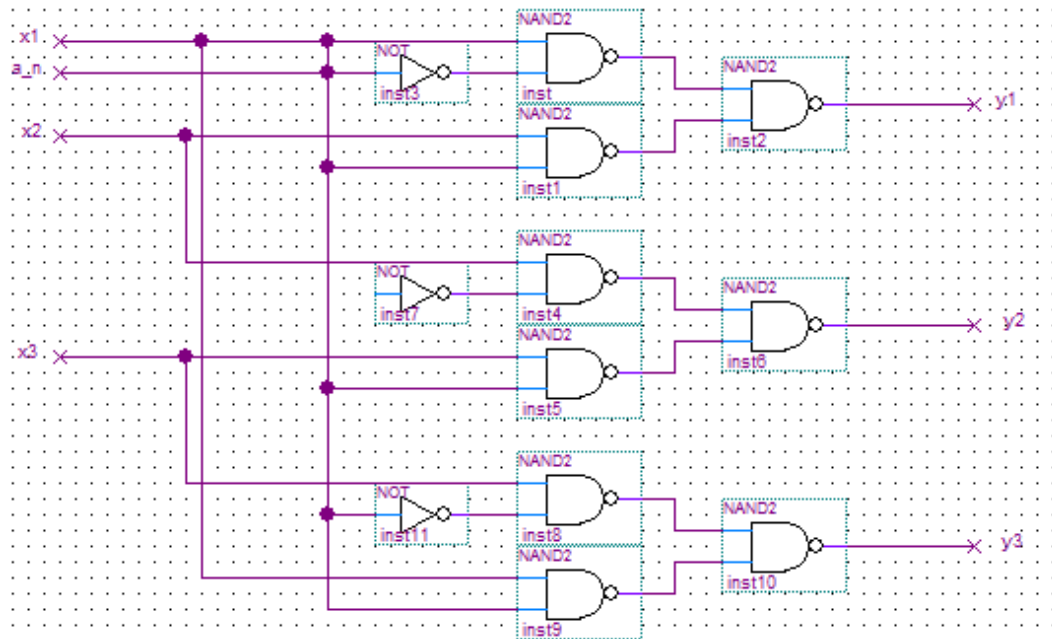


Рисунок 4 — Логическая схема блока вычитания



### 2.2.3 Блок для получения результата

— Переменные:

$x_1, x_2, x_3$  — входные значения

$Y$  — выходное значение

Таблица истинности:

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $Y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 1   |
| 0     | 1     | 0     | 0   |
| 0     | 0     | 1     | 0   |

— Логическая функция:

$$Y = x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} = \overline{\overline{x_1 x_2 x_3}}$$

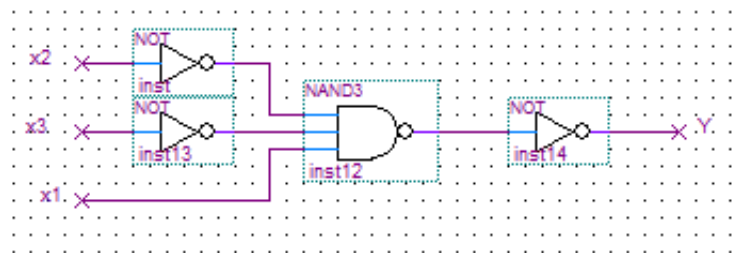


Рисунок 5 — Логическая схема блока для получения результата

### 2.3 Результат

При последовательном соединении спроектированных блоков получаем необходимую реализацию устройства.

Изначально на входы  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  подаются нули, последовательно через схему проходят все разряды рассматриваемого числа, на выходе  $Y$  получаем «1», если число делится на 3 или «0», если нет.

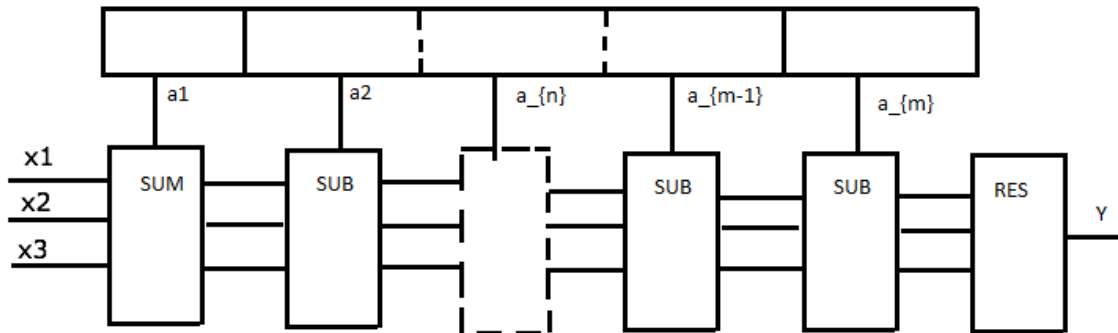


Рисунок 6 — Логическая схема результирующего устройства