Ejercicios

6.1 Dada una distribución continua uniforme, demuestre que

a) $\mu = \frac{A+B}{2}$, y

b) $\sigma^2 = \frac{(B-A)^2}{12}$.

6.4 Un autobús llega cada 10 minutos a una parada. Se supone que el tiempo de espera para un individuo en particular es una variable aleatoria con distribución continua uniforme.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo espere más de 7 minutos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo espere entre 2 y 7 minutos?

6.8 Dada una distribución normal con $\mu = 30$ y $\sigma = 6$, calcule

a) el área de la curva normal a la derecha de $x = 17$;

b) el área de la curva normal a la izquierda de $x = 22$;

c) el área de la curva normal entre $x = 32$ y $x = 41$;

d)) el valor de x que tiene 80% del área de la curva normal a la izquierda;

e) los dos valores de x que contienen 75% central del área de la curva normal.

6.12 Las barras de pan de centeno que cierta panade- ría distribuye a las tiendas locales tienen una longitud promedio de 30 centímetros y una desviación estándar de 2 centímetros. Si se supone que las longitudes están distribuidas normalmente, ¿qué porcentaje de las barras son

a) más largas que 31.7 centímetros?
b) de entre 29.3 y 33.5 centímetros de longitud?
c) más cortas que 25.5 centímetros?

6.14 El diámetro interior del anillo de un pistón ter- minado se distribuye normalmente con una media de 10 centímetros y una desviación estándar de 0.03 cen- tímetros.

a) ¿Qué proporción de anillos tendrá diámetros inte- riores que excedan 10.075 centímetros?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el anillo de un pis- tón tenga un diámetro interior de entre 9.97 y 10.03 centímetros?
c) ¿Por debajo de qué valor del diámetro interior cae- rá el 15% de los anillos de pistón?

6.18 La estatura de 1000 estudiantes se distribuye normalmente con una media de 174.5 centímetros y una desviación estándar de 6.9 centímetros. Si se supo- ne que las estaturas se redondean al medio centímetro más cercano, ¿cuántos de estos estudiantes esperaría que tuvieran una estatura

a) menor que 160.0 centímetros?
b) de entre 171.5 y 182.0 centímetros inclusive?
c) igual a 175.0 centímetros?
d)) mayor o igual que 188.0 centímetros?

6.20 Los pesos de un gran número de *poodle* miniatura se distribuyen aproximadamente de forma normal con una media de 8 kilogramos y una desviación están- dar de 0.9 kilogramos. Si las mediciones se redondean al décimo de kilogramo más cercano, calcule la frac- ción de estos *poodle* con pesos

a) por arriba de 9.5 kilogramos;
b) a lo sumo 8.6 kilogramos;
c) entre 7.3 y 9.1 kilogramos.

Ejercicios

6.24 Se lanza una moneda 400 veces. Utilice la aproximación a la curva normal para calcular la probabilidad de obtener

a) entre 185 y 210 caras;
b) exactamente 205 caras;
c) menos de 176 o más de 227 caras.

6.25 En un proceso para fabricar un componente electrónico, 1% de los artículos resultan defectuosos. Un plan de control de calidad consiste en seleccionar 100 artículos de un proceso de producción y detenerlo o continuar con él si ninguno está defectuoso. Use la aproximación normal a la binomial para calcular

a) la probabilidad de que el proceso continúe con el plan de muestreo descrito;
b) la probabilidad de que el proceso continúe aun si éste va mal (es decir, si la frecuencia de componentes defectuosos cambió a 5.0% de defectuosos).

6.26 Un proceso produce 10% de artículos defectuosos. Si se seleccionan al azar 100 artículos del proceso, ¿cuál es la probabilidad de que el número de defectuosos

a) exceda los 13?
b) sea menor que 8?

6.27 Un paciente tiene 0.9 de probabilidad de recuperarse de una operación de corazón delicada. De los siguientes 100 pacientes que se someten a esta operación, ¿cuál es la probabilidad de que

a) sobrevivan entre 84 y 95 inclusive?
b) sobrevivan menos de 86?

6.28 Investigadores de la Universidad George Washington y del Instituto Nacional de Salud informan que aproximadamente 75% de las personas cree que "los tranquilizantes funcionan muy bien para lograr que una persona esté más tranquila y relajada". De las siguientes 80 personas entrevistadas, ¿cuál es la probabilidad de que

a) al menos 50 tengan esta opinión?
b) a lo sumo 56 tengan esta opinión?

6.29 Si 20% de los residentes de una ciudad de Estados Unidos prefieren un teléfono blanco sobre cualquier otro color disponible, ¿cuál es la probabilidad de que, de los siguientes 1000 teléfonos que se instalen en esa ciudad,

a) entre 170 y 185 sean blancos?
b) al menos 210 pero no más de 225 sean blancos?

6.30 Un fabricante de medicamentos sostiene que cierto medicamento cura una enfermedad de la sangre, en promedio, 80% de las veces. Para verificar la aseveración, inspectores gubernamentales utilizan el medicamento en una muestra de 100 individuos y deciden aceptar la afirmación si se curan 75 o más.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que los inspectores gubernamentales rechacen la aseveración si la probabilidad de curación es, de hecho, de 0.8?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el gobierno acepte la afirmación si la probabilidad de curación resulta tan baja como 0.7?

6.31 Una sexta parte de los estudiantes de primer año que entran a una escuela estatal grande provienen de otros estados. Si son asignados al azar a los 180 dormitorios de un edificio, ¿cuál es la probabilidad de que en un determinado dormitorio al menos una quinta parte de los estudiantes provenga de otro estado?

6.32 Una empresa farmacéutica sabe que aproximadamente 5% de sus píldoras anticonceptivas no contiene la cantidad suficiente de un ingrediente, lo que las vuelve ineficaces. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 10 píldoras en una muestra de 200 sean ineficaces?

6.33 Estadísticas publicadas por la National Highway Traffic Safety Administration y el National Safety Council revelan que en una noche promedio de fin de semana, uno de cada 10 conductores está ebrio. Si la siguiente noche de sábado se revisan 400 conductores al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el número de conductores ebrios sea

a) menor que 32?
b) mayor que 49?
c) al menos 35 pero menos que 47?

6.34 Un par de dados se lanza 180 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra un total de 7

a) al menos 25 veces?
b) entre 33 y 41 veces?
c) exactamente 30 veces?

6.35 Una empresa produce partes componentes para un motor. Las especificaciones de las partes sugieren que sólo 95% de los artículos las cumplen. Las partes para los clientes se embarcan en lotes de 100.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 2 artículos estén defectuosos en un lote determinado?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 artículos de un lote estén defectuosos?

6.36 Una práctica común por parte de las aerolíneas consiste en vender más boletos que el número real de asientos para un vuelo específico porque los clientes que compran boletos no siempre se presentan a abordar el avión. Suponga que el porcentaje de pasajeros que no se presentan a la hora del vuelo es de 2%. Para un vuelo particular con 197 asientos, se vendieron un total de 200 boletos. ¿Cuál es la probabilidad de que la aerolínea haya sobrevendido el vuelo?

6.37 El nivel X de colesterol en la sangre en muchachos de 14 años tiene aproximadamente una distribución normal, con una media de 170 y una desviación estándar de 30.

a) Determine la probabilidad de que el nivel de colesterol en la sangre de un muchacho de 14 años elegido al azar exceda 230.

b) En una escuela secundaria hay 300 muchachos de 14 años. Determine la probabilidad de que por lo menos 8 de ellos tengan un nivel de colesterol superior a 230.

6.38 Una empresa de telemarketing tiene una máquina especial para abrir cartas que abre y extrae el contenido de los sobres. Si un sobre se colocara de forma incorrecta en la máquina, no se podría extraer su contenido, o incluso se podría dañar. En este caso se dice que "falló" la máquina.

a) Si la probabilidad de que falle la máquina es de 0.01, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra más de una falla en un lote de 20 sobres?

b) Si la probabilidad de que falle la máquina es de 0.01 y se abrirá un lote de 500 sobres, ¿cuál es la probabilidad de que ocurran más de 8 fallas?

Ejercicios

6.39 Utilice la función gamma con $y = \sqrt{2x}$ para demostrar que $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.

6.40 En cierta ciudad, el consumo diario de agua (en millones de litros) sigue aproximadamente una distribución gamma con $\alpha = 2$ y $\beta = 3$. Si la capacidad diaria de dicha ciudad es de 9 millones de litros de agua, ¿cuál es la probabilidad de que en cualquier día dado el suministro de agua sea inadecuado?

6.41 Si una variable aleatoria X tiene una distribución gamma con $\alpha = 2$ y $\beta = 1$, calcule $P(1.8 < X < 2.4)$.

6.42 Suponga que el tiempo, en horas, necesario para reparar una bomba de calor es una variable aleatoria X que tiene una distribución gamma con los parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 1/2$. ¿Cuál es la probabilidad de que la siguiente llamada de servicio requiera

a) a lo sumo una hora para reparar la bomba de calor?
b) al menos dos horas para reparar la bomba de calor?

6.43 *a*) Calcule la media y la varianza del consumo diario de agua del ejercicio 6.40.

a) De acuerdo con el teorema de Chebyshev, ¿hay por lo menos 3/4 de probabilidad de que el consumo de agua en cualquier día determinado caiga dentro de cuál intervalo?

6.44 En cierta ciudad el consumo diario de energía eléctrica, en millones de kilowatts-hora, es una variable aleatoria X que tiene una distribución gamma con media $\mu = 6$ y varianza $\sigma^2 = 12$.

a) Calcule los valores de α y β.
b) Calcule la probabilidad de que en cualquier día dado el consumo diario de energía exceda los 12 millones de kilowatts-hora.

6.45 El tiempo necesario para que un individuo sea atendido en una cafetería es una variable aleatoria que tiene una distribución exponencial con una media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de 3 minutos en al menos 4 de los siguientes 6 días?

6.46 La vida, en años, de cierto interruptor eléctrico tiene una distribución exponencial con una vida promedio de $\beta = 2$. Si 100 de estos interruptores se instalan en diferentes sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que, a lo sumo, fallen 30 durante el primer año?

6.47 Suponga que la vida de servicio de la batería de un auxiliar auditivo, en años, es una variable aleatoria que tiene una distribución de Weibull con $\alpha = 1/2$ y $\beta = 2$.

a) ¿Cuánto tiempo se puede esperar que dure tal batería?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que tal batería esté funcionando después de 2 años?

6.48 Derive la media y la varianza de la distribución beta.

6.49 Suponga que la variable aleatoria X tiene una distribución beta con $\alpha = 1$ y $\beta = 3$.

a) Determine la media y la mediana de X.
b) Determine la varianza de X.
c) Calcule la probabilidad de que $X > 1/3$.

6.50 Si la proporción de una marca de televisores que requiere servicio durante el primer año de operación es una variable aleatoria que tiene una distribución beta con $\alpha = 3$ y $\beta = 2$, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 80% de los nuevos modelos de esta marca que se vendieron este año requieran servicio durante su primer año de operación?

6.51 Las vidas de ciertos sellos para automóvil tienen la distribución de Weibull con tasa de fallas $Z(t) = 1/\sqrt{t}$. Calcule la probabilidad de que tal sello aún esté intacto después de 4 años.

6.52 Derive la media y la varianza de la distribución de Weibull.

6.53 En una investigación biomédica se determinó que el tiempo de supervivencia, en semanas, de un animal cuando se le somete a cierta exposición de radiación gamma tiene una distribución gamma con $\alpha = 5$ y $\beta = 10$.

a) ¿Cuál es el tiempo medio de supervivencia de un animal seleccionado al azar del tipo que se utilizó en el experimento?
b) ¿Cuál es la desviación estándar del tiempo de supervivencia?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que un animal sobreviva más de 30 semanas?

6.54 Se sabe que la vida, en semanas, de cierto tipo de transistor tiene una distribución gamma con una media de 10 semanas y una desviación estándar de $\sqrt{50}$ semanas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor de este tipo dure a lo sumo 50 semanas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor de este tipo no sobreviva las primeras 10 semanas?

6.55 El tiempo de respuesta de una computadora es una aplicación importante de las distribuciones gamma y exponencial. Suponga que un estudio de cierto sistema de cómputo revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?

6.56 Los datos de frecuencia a menudo tienen una distribución logarítmica normal. Se estudia el uso promedio de potencia (dB por hora) para una empresa específica y se sabe que tiene una distribución logarítmica normal con parámetros $\mu = 4$ y $\sigma = 2$. ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa utilice más de 270 dB durante cualquier hora particular?

6.57 Para el ejercicio 6.56, ¿cuál es el uso de la potencia media (dB promedio por hora)? ¿Cuál es la varianza?

6.58 El número de automóviles que llegan a cierta intersección por minuto tiene una distribución de Poisson con una media de 5. Existe interés por el tiempo que transcurre antes de que 10 automóviles aparezcan en la intersección.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 automóviles aparezcan en la intersección durante cualquier minuto determinado?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran más de 2 minutos antes de que lleguen 10 autos?

6.59 Considere la información del ejercicio 6.58.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de 1 minuto entre llegadas?
b) ¿Cuál es el número medio de minutos que transcurre entre las llegadas?

6.60 Demuestre que la función de la tasa de fallas es dada por

$$Z(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}, \quad t > 0,$$

si y sólo si la distribución del tiempo que transcurre antes de la falla es la distribución de Weibull

$$f(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^{\beta}}, \quad t > 0.$$

Ejercicios de repaso

6.61 Según un estudio publicado por un grupo de sociólogos de la Universidad de Massachusetts, aproximadamente 49% de los consumidores de Valium en el estado de Massachusetts son empleados de oficina. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 482 y 510 de los siguientes 1000 consumidores de Valium seleccionados al azar de dicho estado sean empleados de oficina?

6.62 La distribución exponencial se aplica con frecuencia a los tiempos de espera entre éxitos en un proceso de Poisson. Si el número de llamadas que se reciben por hora en un servicio de respuesta telefónica es una variable aleatoria de Poisson con el parámetro $\lambda = 6$, sabemos que el tiempo, en horas, entre llamadas sucesivas tiene una distribución exponencial con el parámetro $\beta = 1/6$. ¿Cuál es la probabilidad de esperar más de 15 minutos entre cualesquiera 2 llamadas sucesivas?

6.63 Cuando α es un entero positivo n, la distribución gamma también se conoce como **distribución de Erlang**. Al establecer que $\alpha = n$ en la distribución gamma de la página 195, la distribución de Erlang es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{n-1}e^{-x/\beta}}{\beta^n(n-1)!}, & x > 0, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Se puede demostrar que si los tiempos entre eventos sucesivos son independientes, y cada uno tiene una distribución exponencial con el parámetro β, entonces el tiempo de espera total X transcurrido hasta que ocurran n eventos tiene la distribución de Erlang. Con referencia al ejercicio de repaso 6.62, ¿cuál es la probabilidad de que las siguientes 3 llamadas se reciban dentro de los siguientes 30 minutos?

6.64 Un fabricante de cierto tipo de máquina grande desea comprar remaches de uno de dos fabricantes. Es importante que la resistencia a la rotura de cada remache exceda 10,000 psi. Dos fabricantes (A y B) ofrecen este tipo de remache y ambos tienen remaches cuya resistencia a la rotura está distribuida de forma normal. Las resistencias promedio a la rotura para los fabricantes A y B son 14,000 psi y 13,000 psi, respectivamente. Las desviaciones estándar son 2000 psi y 1000 psi, respectivamente. ¿Cuál fabricante producirá, en promedio, el menor número de remaches defectuosos?

6.65 De acuerdo con un censo reciente, casi 65% de los hogares en Estados Unidos se componen de una o dos personas. Si se supone que este porcentaje sigue siendo válido en la actualidad, ¿cuál es la probabilidad de que entre 590 y 625 de los siguientes 1000 hogares seleccionados al azar en Estados Unidos consten de una o dos personas?

6.66 Cierto tipo de dispositivo tiene una tasa de fallas anunciada de 0.01 por hora. La tasa de fallas es constante y se aplica la distribución exponencial.
a) ¿Cuál es el tiempo promedio que transcurre antes de la falla?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que pasen 200 horas antes de que se observe una falla?

6.67 En una planta de procesamiento químico es importante que el rendimiento de cierto tipo de producto de un lote se mantenga por arriba de 80%. Si permanece por debajo de 80% durante un tiempo prolongado, la empresa pierde dinero. Los lotes producidos ocasionalmente con defectos son de poco interés, pero si varios lotes por día resultan defectuosos, la planta se detiene y se realizan ajustes. Se sabe que el rendimiento se distribuye normalmente con una desviación estándar de 4%.

a) ¿Cuál es la probabilidad de una “falsa alarma” (rendimiento por debajo de 80%) cuando el rendimiento promedio es en realidad de 85%?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un lote tenga un rendimiento que exceda el 80% cuando en realidad el rendimiento promedio es de 79%?

6.68 Para un componente eléctrico que tiene una tasa de fallas de una vez cada 5 horas es importante considerar el tiempo que transcurre para que fallen 2 componentes.

a) Suponiendo que se aplica la distribución gamma, ¿cuál es el tiempo promedio que transcurre para que fallen 2 componentes?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran 12 horas antes de que fallen 2 componentes?

6.69 Se establece que la elongación de una barra de acero bajo una carga particular se distribuye normalmente con una media de 0.05 pulgadas y $\sigma = 0.01$ pulgadas. Calcule la probabilidad de que el alargamiento esté

a) por arriba de 0.1 pulgadas;

b) por abajo de 0.04 pulgadas;

c) entre 0.025 y 0.065 pulgadas.

6.70 Se sabe que un satélite controlado tiene un error (distancia del objetivo) que se distribuye normalmente con una media 0 y una desviación estándar de 4 pies. El fabricante del satélite define un éxito como un disparo en el cual el satélite llega a 10 pies del objetivo. Calcule la probabilidad de que el satélite falle.

6.71 Un técnico planea probar cierto tipo de resina desarrollada en el laboratorio para determinar la naturaleza del tiempo que transcurre antes de que se logre el pegado. Se sabe que el tiempo promedio para el pegado es de 3 horas y que la desviación estándar es de 0.5 horas. Un producto se considerará indeseable si el tiempo de pegado es menor de una hora o mayor de 4 horas. Comente sobre la utilidad de la resina. ¿Con qué frecuencia su desempeño se considera indeseable? Suponga que el tiempo para la unión se distribuye normalmente.

6.72 Considere la información del ejercicio de repaso 6.66. ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran menos de 200 horas antes de que ocurran 2 fallas?

6.73 Para el ejercicio de repaso 6.72, ¿cuál es la media y la varianza del tiempo que transcurre antes de que ocurran 2 fallas?

6.74 Se sabe que la tasa promedio de uso de agua (en miles de galones por hora) en cierta comunidad implica la distribución logarítmica normal con los parámetros $\mu = 5$ y $\sigma = 2$. Para propósitos de planeación es importante tener información sobre los periodos de alto consumo. ¿Cuál es la probabilidad de que, para cualquier hora determinada, se usen 50,000 galones de agua?

6.75 Para el ejercicio de repaso 6.74, ¿cuál es la media del uso de agua por hora promedio en miles de galones?

6.76 En el ejercicio 6.54 de la página 206 se supone que la vida de un transistor tiene una distribución gamma con una media de 10 semanas y una desviación estándar de $\sqrt{50}$ semanas. Suponga que la distribución gamma es incorrecta y que se trata de una distribución normal.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el transistor dure a lo sumo 50 semanas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el transistor no sobreviva las primeras 10 semanas?

c) Comente acerca de la diferencia entre los resultados que obtuvo aquí y los que se obtuvieron en el ejercicio 6.54 de la página 206.

6.77 La distribución beta tiene muchas aplicaciones en problemas de confiabilidad, donde la variable aleatoria básica es una proporción, como sucede en el contexto práctico que se ilustra en el ejercicio 6.50 de la página 206. En este apartado considere el ejercicio de repaso 3.73 de la página 108. Las impurezas en el lote del producto de un proceso químico reflejan un problema grave. Se sabe que la proporción de impurezas Y en un lote tiene la siguiente función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} 10(1-y)^9, & 0 \le y \le 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) Verifique que la anterior sea una función de densidad válida.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un lote se considere no aceptable (es decir, $Y > 0.6$)?

c) ¿Cuáles son los parámetros α y β de la distribución beta que se ilustra aquí?

d) La media de la distribución beta es $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$. ¿Cuál es la proporción media de impurezas en el lote?

e) La varianza de una variable aleatoria beta distribuida es

$$\sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}.$$

¿Cuál es la varianza de Y en este problema?

6.78 Considere ahora el ejercicio de repaso 3.74 de la página 108. La función de densidad del tiempo Z entre las llamadas, en minutos, a una empresa de suministro eléctrico es dada por

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{10} e^{-z/10}, & 0 < z < \infty, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) ¿Cuál es el tiempo medio entre llamadas?
b) ¿Cuál es la varianza en el tiempo entre llamadas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo entre llamadas supere la media?

6.79 Considere el ejercicio de repaso 6.78. Dada la suposición de la distribución exponencial, ¿cuál es el número medio de llamadas por hora? ¿Cuál es la varianza en el número de llamadas por hora?

6.80 En un proyecto experimental sobre el factor humano se determinó que el tiempo de reacción de un piloto ante un estímulo visual es distribuido normalmente con una media de 1/2 segundo y una desviación estándar de 2/5 de segundo.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una reacción del piloto tome más de 0.3 segundos?
b) ¿Qué tiempo de reacción se excede el 95% de las veces?

6.81 El tiempo que transcurre entre las fallas de una pieza esencial de equipo es importante en la decisión del uso de equipo auxiliar. Un ingeniero cree que el mejor modelo para el tiempo entre las fallas de un generador es la distribución exponencial con una media de 15 días.

a) Si el generador acaba de fallar, ¿cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 21 días?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el generador funcione durante 30 días sin fallar?

6.82 El periodo de vida de una broca en una operación mecánica, en horas, tiene una distribución de Weibull con $\alpha = 2$ y $\beta = 50$. Calcule la probabilidad de que la broca falle antes de 10 horas de uso.

6.83 Calcule la fda para la distribución de Weibull. [*Sugerencia*: En la definición de una fda haga la transformación $z = y^\beta$].

6.84 Explique por qué la naturaleza del escenario en el ejercicio de repaso 6.82 probablemente no se preste a la distribución exponencial.

6.85 A partir de la relación entre la variable aleatoria chi cuadrada y la variable aleatoria gamma, demuestre que la media de la variable aleatoria chi cuadrada es v y que la varianza es $2v$.

6.86 El tiempo que le toma a un usuario de computadora leer su correo electrónico, en segundos, se distribuye como una variable aleatoria logarítmica normal con $\mu = 1.8$ y $\sigma^2 = 4.0$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario lea el correo durante más de 20 segundos? ¿Y por más de un minuto?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario lea el correo durante un tiempo que sea igual a la media de la distribución logarítmica normal subyacente?

6.87 **Proyecto de grupo:** Pida a grupos de estudiantes que observen durante 2 semanas el número de personas que entra a una cafetería o restaurante de comida rápida específico en el transcurso de una hora, empezando a la misma hora cada día. La hora deberá ser la de mayor tránsito en la cafetería o restaurante. Los datos reunidos corresponderán al número de clientes que entran al lugar durante cada lapso de media hora. De esta manera, cada día se recolectarán 2 datos. Supongamos que la variable aleatoria X, el número de personas que entra cada media hora, tiene una distribución de Poisson. Los estudiantes deberán calcular la media y la varianza muestrales de X utilizando los 28 datos obtenidos.

a) ¿Qué evidencia hay de que la distribución de Poisson es o no correcta?
b) Dado que X es una variable de Poisson, ¿cuál es la distribución de T, el tiempo entre la llegada de las personas al lugar durante un lapso de media hora? Proporcione un estimado numérico del parámetro de esa distribución.
c) Proporcione un estimado de la probabilidad de que el lapso de tiempo entre las 2 llegadas sea menor de 15 minutos.
d)) ¿Cuál es la probabilidad estimada de que el lapso entre las 2 llegadas sea mayor de 10 minutos?
e) ¿Cuál es la probabilidad estimada de que 20 minutos después de iniciar la recolección de datos ningún cliente haya llegado?