Processamento digital de imagens

Agostinho Brito

Departamento de Engenharia da Computação e Automação
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

27 de maio de 2016

Reconhecimento de objetos

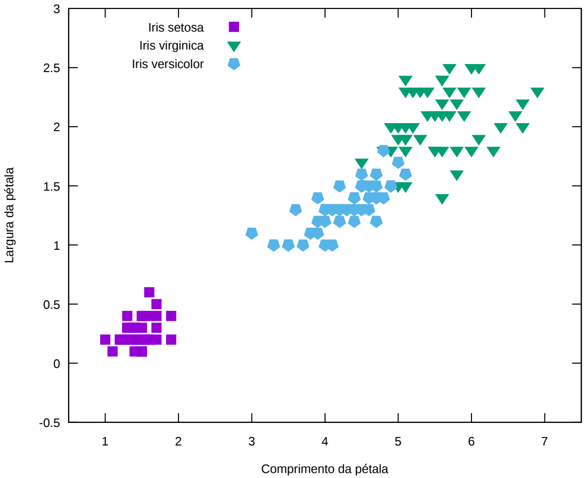
- Padrão: arranjo de descritores. Característica $\leftrightarrow$ descritor.
- Classe de padrões: família de padrões que compartilham características comuns.
- Classes de padrões são indicadas como $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots, \omega_W$, onde W é o número de classes.
- Formas mais comuns de representação de padrões: vetores, strings e árvores.
- Formas mais comuns de classificação de padrões: estatísticas e por aprendizado de máquina.

Reconhecimento de objetos

- Vetores

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$$

- Ex: discriminação de flores pelas dimensões de suas pétalas: $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$.



- Classificador de distância mínima. Verificar a distância de um padrão para cada classe com base numa função de decisão.
- Se $d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x})\ quadj = 1, 2, \cdots, W; i \neq j$, diz-se que o padrão $\mathbf{x}$ pertence à classe i.
- A média dos valores dos padrões da classe é dada por

$$\mathbf{m}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{x \in \omega_j} \mathbf{x}_j$$

- A distância para a classe j é dada por

$$d_j(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{m}_j\| = \mathbf{x}^T \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} \mathbf{m}_j^T \mathbf{m}_j$$

Classificadores estatísticos ótimos

- A probabilidade de um padrão **x** vir da classe ω_i é denotada por $p(\omega_i/\mathbf{x})$.
- Se o classificador decide padrão **x** pertence à classe ω_j quando, na verdade, ela pertence à classe ω_i, ocorre um erro, denotado por L_{ij}
- O risco condicional médio de atribuir um padrão à classe ω_j (para W classes) é dado por

$$r_j(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{W} L_{kj} p(\omega_k/\mathbf{x})$$

- Como $p(A/B) = p(A)p(B/A)/p(B)$,

$$r_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{p(\mathbf{x})} \sum_{k=1}^{W} L_{kj} p(\mathbf{x}/\omega_k)$$

  - $p(\mathbf{x}/\omega_k)$ é a função densidade de probabilidade da classe ω_k.
  - $P(\omega_k)$ é a probabilidade de ocorrência de um indivíduo da classe ω_k.
- Como $1/p(\mathbf{x})$ é comum a todos os valores de $r_j(\mathbf{x})$, pode ser retirado da equação sem afetar a ordem de valores.

$$r_j(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{W} L_{kj} p(\mathbf{x}/\omega_k)$$

- O classificador que minimiza a perda total média é chamado *classificador de Bayes*.
- Ao fator de perda pode ser dado, por exemplo, o valor ZERO, para uma decisão correta, e UM para uma decisão incorreta.
- A função de risco torna-se, portanto

$$r_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)$$

- O classificador de Bayes atribui o padrão $\mathbf{x}$ à classe ω_i se, para todo $j \neq i$,

$$p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_i)P(\omega_i) < p(\mathbf{x}) - p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)$$
$$p(\mathbf{x}/\omega_i)P(\omega_i) > p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)$$

- Logo, as funções de decisão podem ser definidas como

$$d_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j) \quad j = 1, 2, \cdots, W$$

- Se as classes possuem chances iguais de ocorrer

$$d_j(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}/\omega_j) \quad j = 1, 2, \cdots, W$$

Reconhecimento de padrões

- Classificadores bayesianos para classes com distribuição gaussiana. Ex: caso unidimensional

$$p(x/\omega_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} e^{-\frac{x-m_j^2}{2\sigma_j^2}} P(\omega_j)$$

- Caso n-dimensional

$$p(\mathbf{x}/\omega_j) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\mathbf{C}_j|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_j)^T \mathbf{C}_j^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_j)}$$

- onde

$$\mathbf{m}_j = \frac{1}{N_j}\sum_{\mathbf{x}\in\omega_j} \mathbf{x} \qquad \mathbf{C}_x = \frac{1}{N_j}\sum_{\mathbf{x}\in\omega_j} (\mathbf{x}\mathbf{x}^T) - \mathbf{m}_j\mathbf{m}_j^T$$

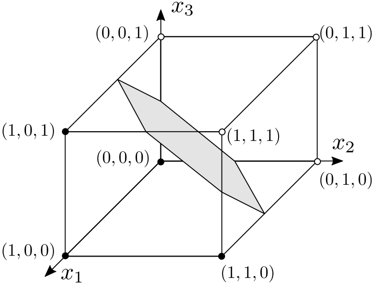
- A forma exponencial pode ser reduzida por logaritmo

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln[p(\mathbf{x}/\omega_j)P(\omega_j)] = \ln p(\mathbf{x}/\omega_j) + \ln P(\omega_j)$$

- Assim, a função de decisão torna-se

$$d_j(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_j) - \frac{1}{2}\ln|\mathbf{C}_j| - \frac{1}{2}[(\mathbf{x}-\mathbf{m}_j)^T \mathbf{C}_j^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_j)]$$

Exemplo de classificador



- Valores das médias

$$\mathbf{m}_1 = \frac{1}{4}[\; 3 \quad 1 \quad 1 \;]^T$$

$$\mathbf{m}_2 = \frac{1}{4}[\; 1 \quad 3 \quad 3 \;]^T$$

- Matrizes de covariância

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

- Funções de decisão

$$d_1(\mathbf{x}) = 4x_1 - 1.5$$

$$d_2(\mathbf{x}) = -4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 5.5$$

Reconhecimento de padrões

- Classificação de padrões por aprendizado de máquina.
- Tipos de métodos:
  - Não-supervisionado
  - Supervisionado

Aprendizado não-supervisionado - procedimento genérico

1. Seja H_u um conjunto de amostras não-rotuladas.
2. Rotule H_u em H_t (amostras rotuladas) usando um critério qualquer.
3. Projete um classificador com base nessa partição.
4. Aplique o classificador em H_u. Se a classificação for consistente com H_t, finalize o aprendizado.
5. Caso contrário, atualize H_t e repita o projeto do classificador conforme passo 3.

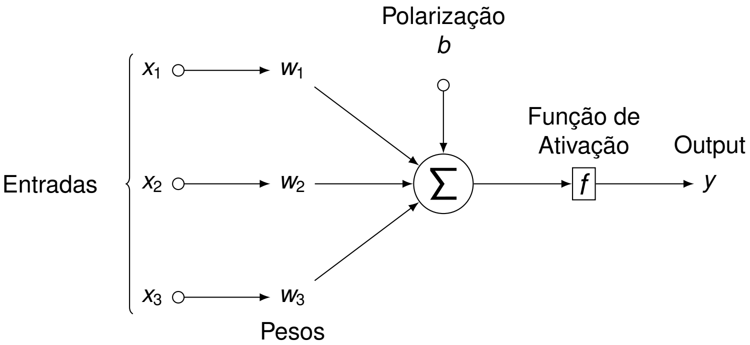
Exemplo: algoritmo k-means

1. Escolha o número de classes para vetores $\mathbf{x}_i$ de N características, $i = 1, 2, \cdots, N_{amostras}$.
2. Escolha $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \cdots, \mathbf{m}_k$ como aproximações iniciais para os centros das classes.
3. Classifique cada amostra $\mathbf{x}_i$ usando, por exemplo, um classificador de distância mínima.
4. Recalcule as médias $\mathbf{m}_j$ usando o resultado de 3.
5. Se as novas médias são consistentes, finalize o algoritmo. Caso contrário, repita o passo 3 com as novas médias obtidas.

Algoritmo kNN: k vizinhos mais próximos

1. O padrão pertencerá à classe que tiver, dentre k vizinhos mais próximos desse padrão, a maior quantidade de representantes.

Neurônio artificial



- Função de ativação sigmóide:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\beta x}}$$

Redes de perceptrons de múltiplas camadas