

ДЗ по ФЯ (номера 1-4)

№1

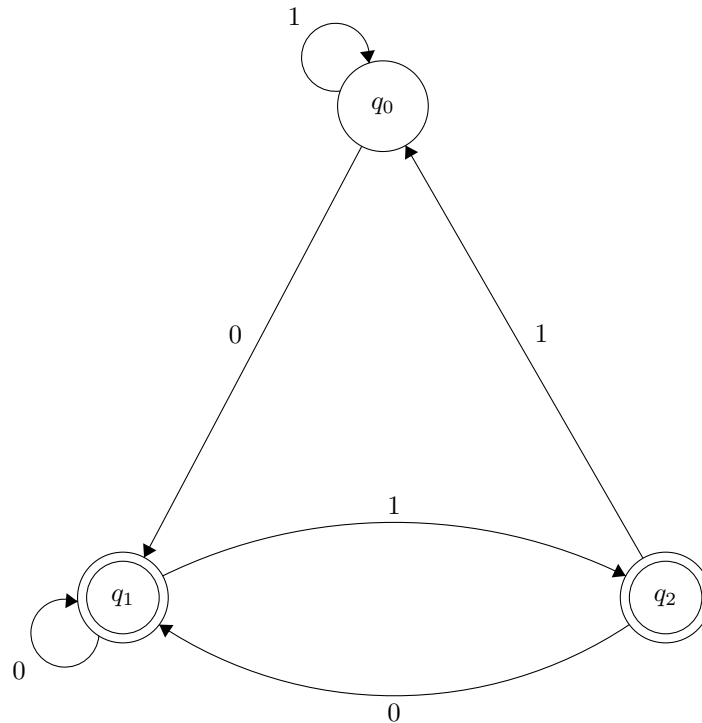
$$14) (a \mid b)^* a(b \mid \varepsilon) b(a \mid b)^*$$

Заметим, что в любом выражении, заданном этой регуляркой обязательно есть хотя бы 2 символа: a и b , причем именно в таком порядке, поэтому самая короткая строка будет: ab ; строки ba , aa , bb очевидно не подходят, значит следующая кратчайшая по длине строка содержит хотя бы 3 символа; Приведем примеры таких строк: aab и bab (если из первой скобки возьмем a или b соответственно ровно 1 раз, из второй ε , в третью возьмем 0 раз).

Строки $abbbab$ и $bababa$ принадлежат языку, описанному этим выражением ($abbbab$ набираем как: не берем первую скобку вообще, из $(b \mid \varepsilon)$ берем b , и ab получаем из последней скобки, взяв ее 2 раза; $bababa$ описываем: b из первой скобки, ε из второй и оставшиеся aba из третьей).

№2

$$2) \{ \omega \cdot a \cdot b \mid \omega \in \{0, 1\}^*, a \in \{0, 1\}, b \in \{0, 1\}, a \text{ and } b = 0 \}$$



Наш автомат не должен распознавать только последовательности из 0 и 1, оканчивающиеся на две 1, тогда получаем, что для него надо как минимум 3 состояния:

1. две последние цифры – это 1, то есть не терминальное состояние.
2. последняя цифра 0 – терминальное состояние, любой переход из которого ведет в терминальное.
3. последовательность оканчивается на 01 – терминальное состояние из которого по 0 перейдем в терминальное, а по 1 в нетерминальное.

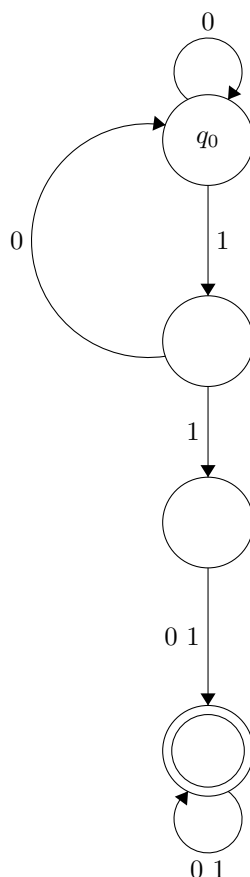
Минимальный ДКА на 3 состояниях, распознающий этот язык, приведен выше.

№3

$$14) \{ \alpha \cdot 110 \cdot \beta \mid \alpha, \beta \in \{0, 1\}^* \} \cup \{ \gamma \cdot 111 \cdot \delta \mid \gamma, \delta \in \{0, 1\}^* \}$$

Нашему языку принадлежат все слова имеющие 2 подряд идущие 1 и любой символ (0 или 1) после них.

Автомат:



Регулярка(на всякий случай): $(0 \mid 1)^* 11(0 \mid 1)(0 \mid 1)^*$

№4

6) $\{\alpha \cdot a \cdot \beta \mid \alpha, \beta \in \{a, b\}^*, |\alpha|_b > |\beta|_a\}$

Рассмотрим регулярное выражение: $(a \mid b)^* ba(a \mid b)^*$.

Докажем, что она описывает наш язык: с одной стороны любое слово, заданное данным регулярным выражением подходит (рассмотрим последнюю a в качестве разделителя, тогда в β вообще не будет a , а в α будет хотя бы одна b , так как регуляркой гарантируется, что есть b , стоящая перед какой-то a , а значит и перед последней a), с другой стороны, любое слово нашего языка можно записать такой регуляркой, так как в α по условию будет хотя бы одна β , а после α стоит хотя бы 1 a , тогда по принципу дискретной непрерывности в слове найдется место, где a и b стоят рядом (а оставшиеся части декодируются при помощи $(a \mid b)^*$), получили инъекцию в 2 стороны между нашим языком и языком, который описывает это выражение, значит получили биекцию, а это то, что и хотелось.

№5

14) $(a \mid b)^* a(b \mid \varepsilon) b(a \mid b)^*$

