UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
LABORATORIO DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS
SEMESTRE 2020 - 2

Práctica 4: Escalamiento de Impedancia y Frecuencia (Previo)

Profesor:
Ing. Martha Isela Torres Hernández

Integrante:
Murrieta Villegas Alfonso

Brigada: 1

Grupo Laboratorio: 14

PREVIO LABORATORIO 4

Thursday, 23 April 2020 10:01 PM

1. Demuestre la ecuación (13)

$$y(t) = |H(j\omega)| \, sen(\omega t + \measuredangle H(j\omega))$$

$$y(s) = H(s)\, x(s)$$

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{(s+P_1)(s+P_2)\dots(s+P_n)}$$

$$\therefore \; x(s) = \mathcal{L}\{sen(\omega t)\} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$y(s) = H(s) \cdot \frac{\omega}{s^2+\omega^2} = \left[\frac{P(s)}{(s+P_1)(s+P_2)\dots(s+P_n)}\right]\left[\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right]$$

→ Fracciones Parciales

$$s^2+\omega^2=0 \; ; \; s^2 = -\omega^2 \; ; \; s = \pm j\omega$$

$$y(s) = \frac{a}{s+j\omega} + \frac{\bar{a}}{s-j\omega} + \frac{b_1}{s+P_1} + \frac{b_2}{s+P_2} + \dots + \frac{b_n}{s+P_n}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} =$$

$$= a e^{-j\omega t} + \bar{a} e^{-j\omega t} + b_1 e^{-P_1 t} + \dots + b_n e^{-P_n t}$$

→ Al ser un sistema estable

$e^{-P_x t}$ tiende a 0 cuando $t \to \infty$

$$\therefore \; y(t) = a e^{-j\omega t} + \bar{a} e^{j\omega t}$$

if $v(\phi) = 0$ ¦ $a = \bar{a}$;

$$a = H(s)\left(\frac{\omega}{s^2\omega^2}\right)(s+j\omega)\Big|_{s=-j\omega} = -\frac{H(j\omega)}{2j}$$

$$\bar{a} = H(s) \frac{\omega}{} (s-j\omega)\Big|$$

$$\bar{a} = H(s)\frac{\omega}{(s+j\omega)(s-j\omega)}(s-j\omega)\Big|_{s=j\omega} = \frac{H(j\omega)}{2j}$$

$$\therefore\; H(j\omega) = |H(j\omega)|\, e^{j\phi} \quad \text{donde}$$

$$\phi = \measuredangle H(j\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{Im(H(j\omega))}{Re(H(j\omega))}\right)$$

→ Simplificando expresiones

$$y(t) = -\frac{H(-j\omega)}{2j}e^{-j\omega t} + \frac{H(j\omega)}{2j}e^{j\omega t}$$

$$= |H(j\omega)|\left(\frac{e^{j\phi}e^{j\omega t} - e^{j\phi}e^{-j\omega t}}{2j}\right)$$

$$y(t) = |H(j\omega)|\, sen(\omega t + \phi) = |H(j\omega)|\, sen(\omega t + \measuredangle H(j\omega))$$

2. Demuestre que si la función de transferencia de una red eléctrica es la razón de una corriente de rama y unacorriente de una fuente independiente de entrada, al multiplicar todas las resistencias y las inductancias poruna constante k y al dividir todas las capacitancias por la misma constante, tal función de transferencia no se modifica.

$$i_0 = \underbrace{\frac{1}{Z_0}}_{Y_0}(V_1 - V_2)\, i_g$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{mm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1(i-1)} & i_g & Y_{i(i+n)} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{m(i-1)} & 0 & Y_{m(i+n)} & & Y_{mm} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{mm} \end{bmatrix}}$$

$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1(i-1)} & i_g & Y_{i(j+n)} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{m(i-1)} & 0 & Y_{m(j+n)} & & Y_{mm} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1m} \end{bmatrix}}$$

// Determinantes

$$\Delta = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{mm} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1(i-1)} & i_g & Y_{i(i+n)} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{m(i-1)} & 0 & Y_{m(i+n)} & & Y_{mm} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1(i-1)} & i_g & Y_{i(j+n)} & \cdots & Y_{1m} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ Y_{m1} & \cdots & Y_{m(i-1)} & 0 & Y_{m(i+n)} & & Y_{mm} \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} y_{m1} \dots y_{m(i-1)} & 0 & y_{m(j+n)} & y_{mm} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} y_{11} & \dots & y_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & \dots & y_{mm} \end{bmatrix}} \quad ; \quad \Delta_2 = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{m1} \dots y_{m(i-1)} & 0 \; y_{m(i+n)} & y_{mm} \end{bmatrix}$$

// Función de transferencia

$$i_0 = \frac{Y_0 (\Delta_1 - \Delta_2)}{\Delta} V_s \quad ; \quad \frac{i_0}{i_s} = Y_0 \left(\frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\Delta} \right)$$

$$\frac{i_0}{i_s} = K Y_0 \left(\frac{\Delta_1' - \Delta_2}{\Delta'} \right)$$

$$\Delta_1' = k^{m-1} \Delta_1$$

$$\Delta_2' = K^{m-1} \Delta_2$$

$$\Delta' = k^m \Delta$$

$$\therefore \frac{i_0}{i_s} = k Y_0 \frac{K^{m-1} (\Delta_1 - \Delta_2)}{k^m \Delta} \,//$$

$\therefore$ No se modifica, es válida //

3. ¿Qué sucede si la salida es una corriente eléctrica y la entrada es un voltaje?

$$i_0(s) = \frac{1}{Z_0} V_s(s) \quad ; \quad \frac{i_0(s)}{V_s(s)} = \frac{1}{Z_0} = Y_0(s)$$

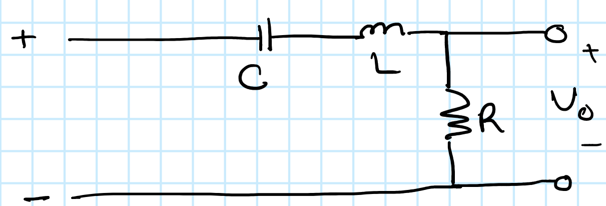
$$Y_0(s) = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad ; \quad \frac{i_0(s)}{V_s(s)} = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

// Aplicando a K:

$$\frac{i_0(s)}{V_s(s)} = \frac{K}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = K\, Y_0(s) \,//$$

$\therefore$ Si se modifica ya que K altera la función de transferencia

4. En la figura 5, se presenta un filtro eléctrico pasa banda, con frecuencia central
Si se desea que el filtro eléctrico presente las mismas características de magnitud y fase a la frecuencia central de $f_0 = 10\pi$ [kHz] y con $C = 10\eta F$. Determine los nuevos valores de R y L que se deben emplear.



$R = 6/10\ \Omega$
$L = 1\ H$
$C = 1/4\ F$

$$f_0 = \frac{10}{\pi} [kHz] \qquad C = 10[nF] \qquad \frac{f_1}{f_2} = \frac{10 \times 10^{-9}}{1/4} = 40n$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{L'}{L} \Longrightarrow L' = (40 \times 10^{-9})(1) = 40 \times 10^{-9}\,[H]$$

$$L = 40\,[nH] \qquad R = \frac{6}{10}\,[\Omega]$$