UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
CIRCUITOS ELÉCTRICOS
SEMESTRE 2020 - 2

Tareas y Apuntes 7

Profesor:
Dr. Juan Carlos Martínez Rosas

Alumno:
Murrieta Villegas Alfonso

TAREA 7

Saturday, 27 June 2020 4:39 PM

Potencia Aparente

- Se ha visto que el voltaje y corriente en las terminales de un circuito son:

Forma Fasorial

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta v) \qquad V = V_m \angle \theta v$$
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta v) \qquad I = I_m \angle \theta i$$

- La potencia promedio es $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

- También se ha visto: $P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) =$
  $= S \cos(\theta_v - \theta_i)$

$$S = V_{rms} I_{rms} \triangleq \text{Potencia Aparente}$$

- La potencia aparente en (VA) es el producto de los valores rms de voltaje y corriente

Factor de Potencia

- El factor de potencia $PF = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$
- Es la relación de la potencia promedio y la potencia aparente, el ángulo $\theta_v - \theta_i$ es llamado ángulo de factor de potencia.
- El ángulo del factor de potencia es igual a el ángulo de la impedancia de carga si V es el voltage a través de la carga e I es la corriente a traves de ella.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_m \angle \theta_v}{I_m \angle \theta_i} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i$$

Alternativamente: $V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{rms} \angle \theta v$

$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{rms} \angle \theta i$

Impedancia: $Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = V_{rms} I_{rms} \angle \theta v - \theta i$

∴ El factor de potencia es el coseno de la diferencia de fase entre el voltaje y corriente

Una carga conectada en serie maneja una corriente $i(t) = 4\cos(100\pi t + 10°)$ [A] cuando es aplicado un voltaje $v(t) = 120\cos(100\pi t - 20°)$ [V]

Encuentre la potencia aparente y el factor de potencia de la carga

$$s = V_{rms} I_{rms} = \left(\frac{120}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right) = 240 \text{ [VA]}$$

El factor de potencia $= pf = \cos(\theta v - \theta i) = \cos(-20° - 10°) =$

$pf = .866$

El factor de potencia se adelanta debido a que la corriete se adelanta al voltaje. El pf también puede ser obtenido a partir de la impedancia

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120 \angle -20°}{4 \angle 10°} = 30 \angle -30° \cong 25.98 - 15j \ \Omega$$

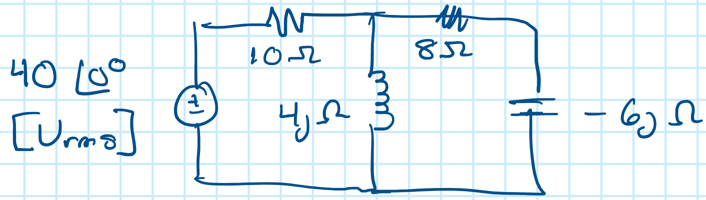
$pf = \cos(-30) \cong .866$

- La impedancia de carga Z puede ser modelado por una resistencia de 25.98 Ω en serie con por una resistencia de 25.98 Ω en serie con un capacitor de

$$X_C = -15 = -\frac{1}{\omega C} \quad ó \quad C = \frac{1}{15\omega} \cong 212.2\,\mu F$$

▸ Problema

Calcule el PF del circuito, cuál es la potencia promedia suministrada por el circuito



Impedancia Total

$$Z_1 = 4j \parallel 8-6j = \frac{24+32j}{8-2j}$$

$$= \frac{24+32j}{8-2j}\left(\frac{8+2j}{8+2j}\right) = \frac{128+304j}{68} \cong$$

$$= \left[\frac{32}{17} + \frac{76}{17}j\right] + 10 = \frac{202}{17} + \frac{76}{17}j$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{202}{17}\right)^2 + \left(\frac{76}{17}\right)^2} = 12.69$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{76}{17}}{\frac{202}{17}}\right) = 20.61°$$

$$Z = 12.69 \angle 20.61 \; \Omega$$

▸ Factor de Potencia

$$Pf = \cos(20.61) \cong 0.9359$$

(Atraso)

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{40\angle 0°}{12.69\angle 20.61} =$$

$$= 3,1520 \angle -20.61 \; [A]$$

$$= 3.1520 \angle -20.61 \ [A]$$

▸ Potencia Promedio Suministrada

$$P = V_{rms} I_{rms} Pf =$$

$$P = (40)(3.152)(.9359) = 117.99 \ [W]$$

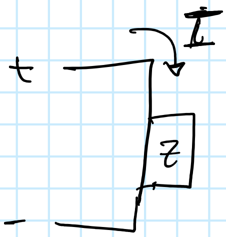
$$P \cong 118 \ [W]$$

TAREA 7

Saturday, 27 June 2020 5:19 PM

Potenca Complega

Potencia compleja es importante en análisis de potencia debido a que contiene toda la información perteneciente a la potencia absorbida por una carga dada



$V = V_m \angle \theta_v$
$I = I_m \angle \theta_i$

de voltaje y corriente $v(t)$ e $i(t)$

- La potencia compleja S absorbida por la carga en A.C. es el producto del voltaje y el conjugado del complejo de la corriente

$$S = \frac{1}{2} V I^*$$

donde $S = V_{rms} I^*_{rms}$

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{rms} \angle \theta_v$$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{rms} \angle \theta_i$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$= V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) + (j V_{rms} I_{rms})(\operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i)$$

- La impedancia compleja

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$$

Así $V_{rms} = Z I_{rms}$

$$S = I^2_{rms} Z = \frac{V^2_{rms}}{Z^*}$$ ya que $Z = R + jX$

$$S = I^2_{rms}(R + jX) = P + jQ$$

tal que P y Q son las partes real e imaginarias de la potencia compleja

$$P = Re(S) = I_{rms}^2 R \triangleq \text{Potencia Real y depende de la carga resistiva } R$$

$$Q = Im(S) = I_{rms}^2 X \triangleq \text{Depende la reactancia } X \text{ de la carga}$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

- La potencia P es la potencia promedio entregada a la carga dada en Watts es la potencia útil y también es la potencia disipada de la carga

- La potencia reactiva Q es una medida del intercambio de energía entre las fuentes y la parte reactiva de la carga.

Notar que:

① $Q = 0 \triangleq$ Cargas resistivas (Pf = 1)
② $Q < 0 \triangleq$ Cargas capacitivas (Pf adelanto)
③ $Q > 0 \triangleq$ Cargas inductivas (Pf atraso)

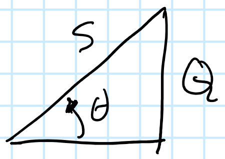
RESUMEN

- Potencia Compleja $= S = P + JQ = \frac{1}{2} V I^*$
$= V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$

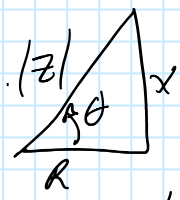
- Potencia Aparente $= S = |S| = V_{rms} I_{rms} = \sqrt{P^2 + Q^2}$

- Potencia Real $= P = Re(S) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$

- Potencia reactiva $= Q = \mathrm{Im}(S) = S \sin(\theta_v - \theta_i)$
- Factor de potencia $= pf = \dfrac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$



Triángulo de Potencia



Triángulo de impedancias

▶ Ejemplo

El voltaje a través de una carga es y corriente

$$v(t) = 60 \cos(\omega t - 10^\circ)\ [V]$$
$$i(t) = 1.5 \cos(\omega t + 50^\circ)\ [A]$$

Encuentre

a) Las potencias complejas y aparentes

$$V_{rms} = \frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ \qquad I_{rms} = \frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle 50^\circ$$

$$S = V_{rms} I_{rms}^* = \left(\frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ\right)\left(\frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle -50^\circ\right) = \underline{45 \angle 60 \text{ VA}}$$

$$S = |S| = 45 \text{ VA}$$

b) La potencia real y reactiva

$$S = 45 \angle -60^\circ = 45[\cos(60) + j \sin(-60)] =$$
$$= 22.5 - 38.97j$$

$$S = P + jQ \quad \begin{array}{|l} P = 22.5\ [W] \\ Q = -38.97\ [VAR] \end{array}$$

c) El Pf y la impedancia de carga

$Pf = \cos(-60^\circ) = .5$

- Esto está adelantado debido a que la potencia reactiva es negativa

- La impedancia de carga es: $Z = \frac{V}{I} = \frac{60\angle -10^\circ}{1.5\angle 50} = 40 \angle -60\,\Omega$

La cual es una impedancia capacitiva

▶ Problema

Una carga Z presenta 12 KVA a un Pf = .856 con adelanto. A partir de una fuente sinusoidal de 120 [Vrms]

a) Las potencias promedio y reactiva entregadas a la carga

$Pf = \cos(\theta) = 0.856 \qquad S = 12\,KVA$

$\theta = \cos^{-1}(.856) = -31.129^\circ$ Adelantado

$\therefore P = S\cos(\theta) = (12\times10^3)\cos(-31.129)$

$P \cong 10{,}272\ [W]$ //

$\therefore Q = S\sin(\theta) = (12\times10^3)\sin(-31.129)$

$Q \cong -6{,}203.7\ [VAR]$ //

b) La corriente pico

$S = V_{rms} I_{rms} = 12\times10^3$

$V_{rms} = 120 \qquad I_{rms} = \frac{12\times10^3}{120} = 100$

$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$; $I_m = \sqrt{2}\, I_{rms}$

$\therefore I_m = 141.42\,[A]$ //

c) La impedancia de carga

$V_m = \sqrt{2}\; V_{rms} \cong 169.7$

$\therefore Z = \frac{V}{I} = \frac{169.7}{141.42} \cong 1.1999\;\Omega$

$Z = 1.2\,[\Omega]$ //