



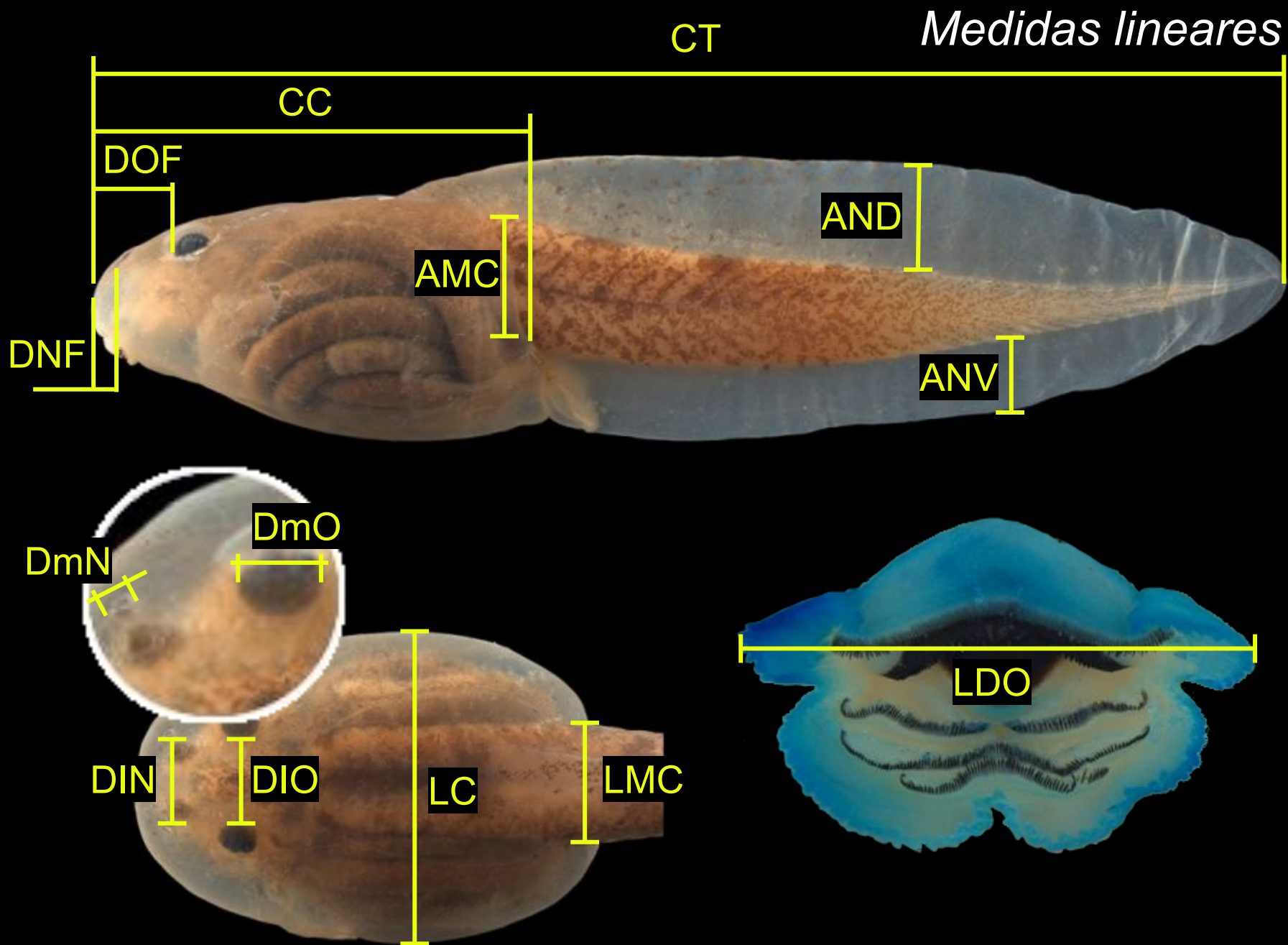
# Tópicos I – Morfometria Geométrica

Diego de Almeida da Silva

Aula 2

## Medidas lineares

*Será que essas espécies são  
morfológicamente diferentes, ou sua  
diferença é apenas uma questão de  
escala?*





Duas abordagens:

1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```



Duas abordagens:

1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
```

```
prcomp(modelo$residuals)
```



*Todos os dados  
transformados por ln*



Duas abordagens:

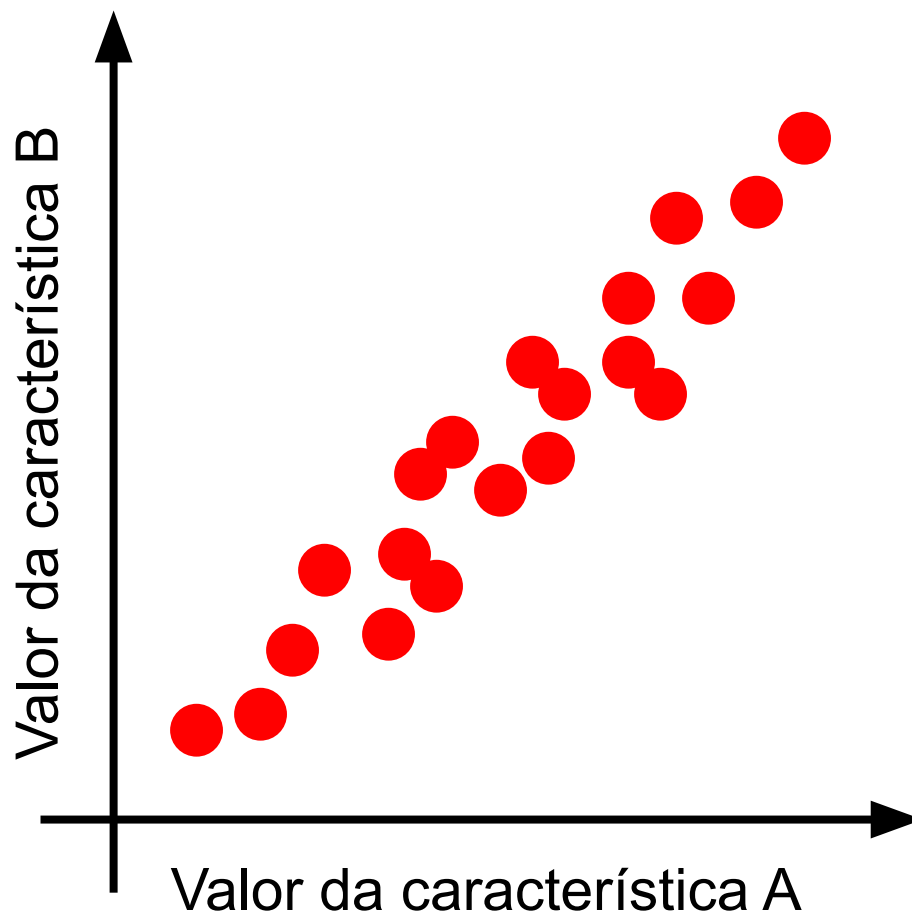
1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```

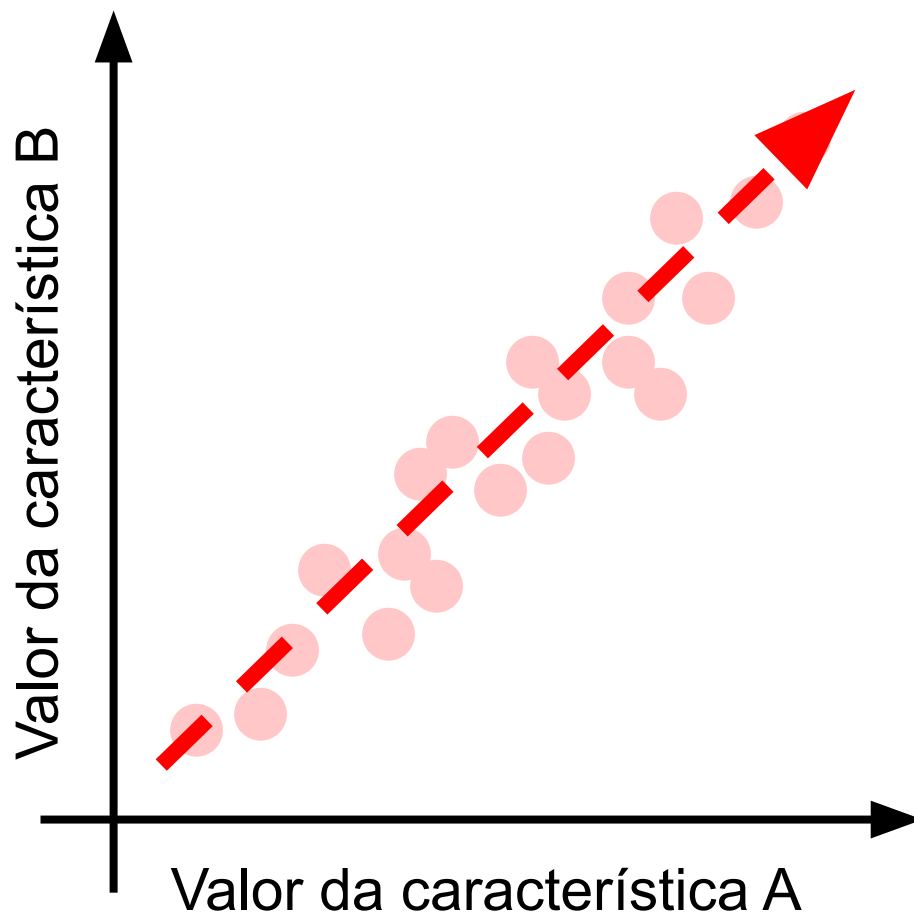


*Modelo de mínimos  
quadrados generalizados*

*Busca verificar uma relação linear entre duas variáveis*

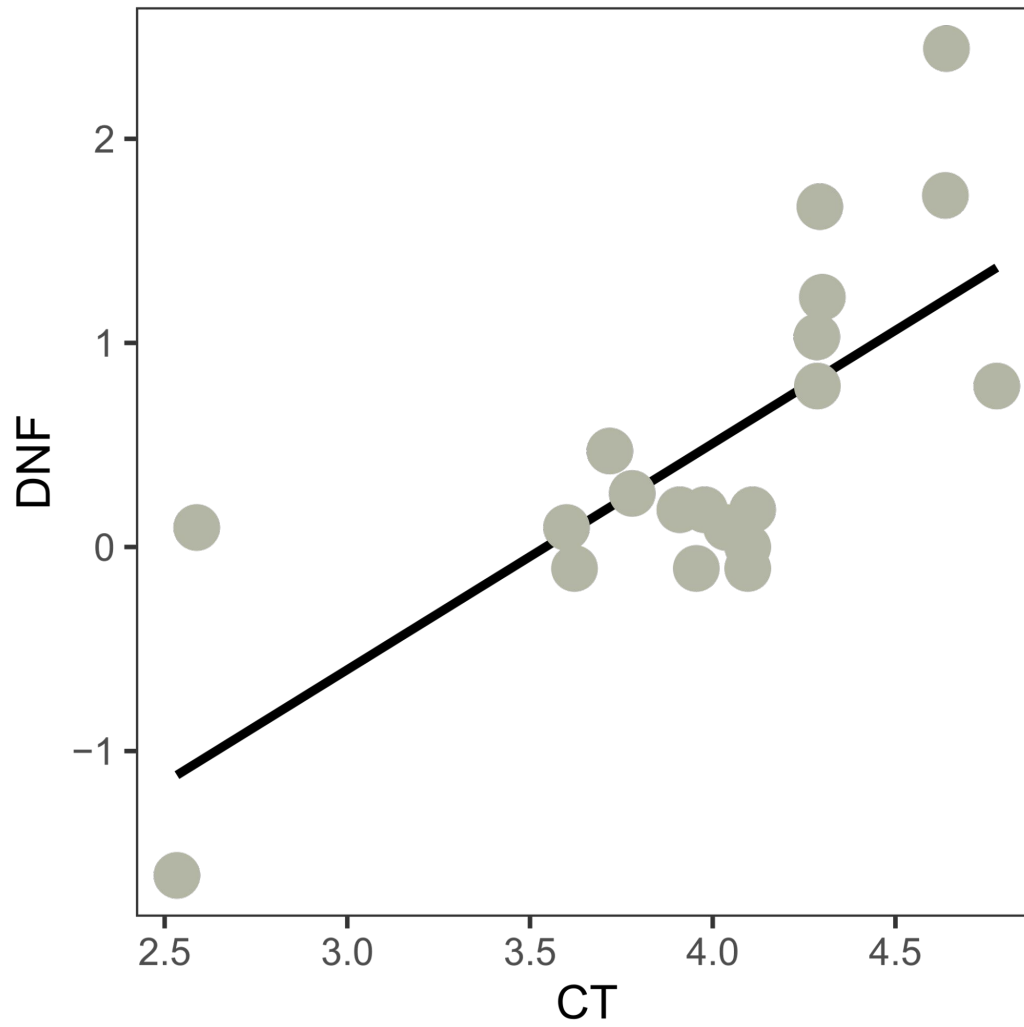


*Busca verificar uma relação linear entre duas variáveis*





# Exemplo





Duas abordagens:

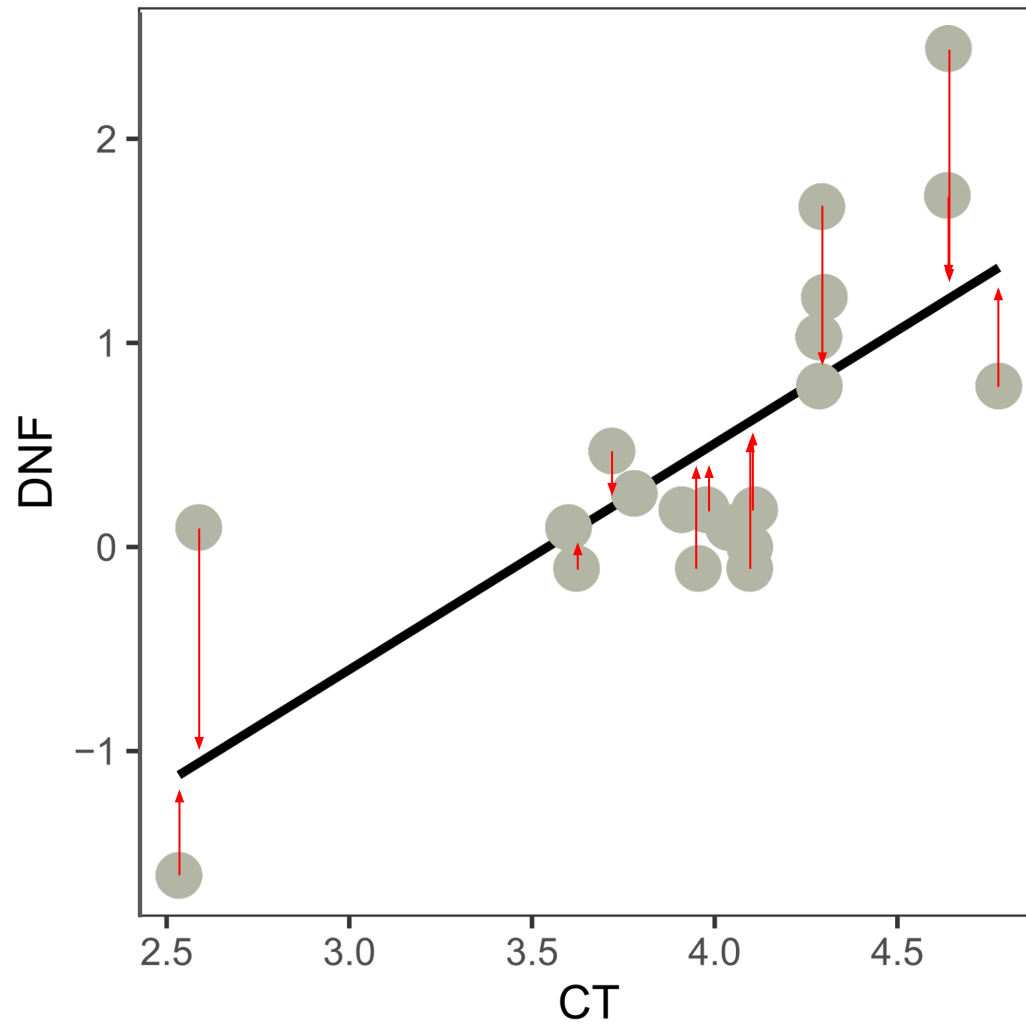
1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```

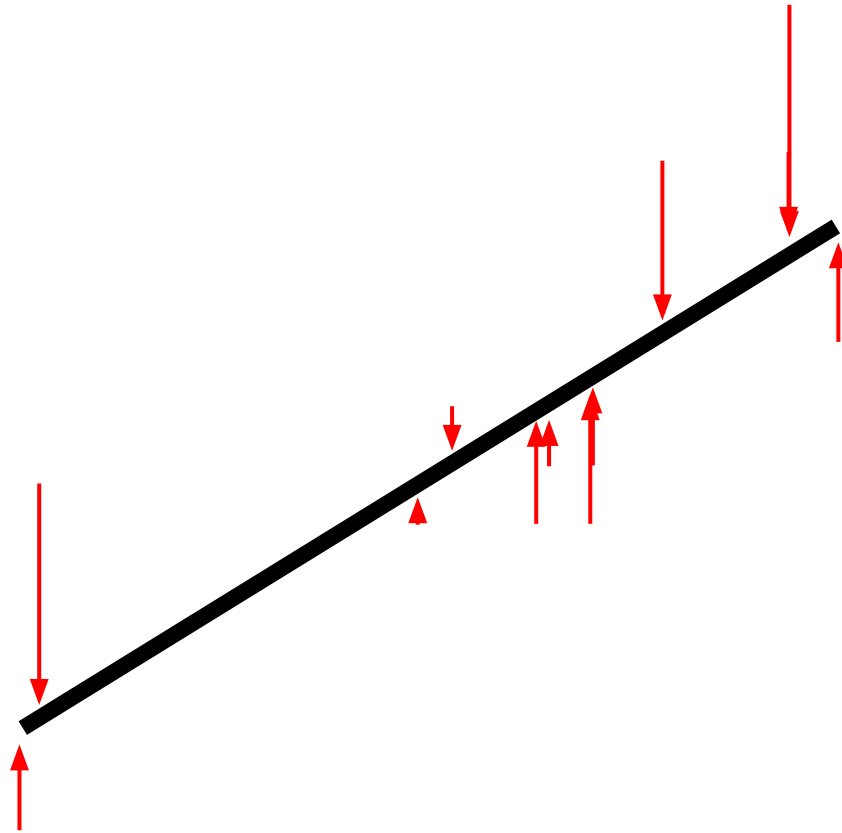


*Resíduos, ou **erro** do  
modelo*

# Exemplo

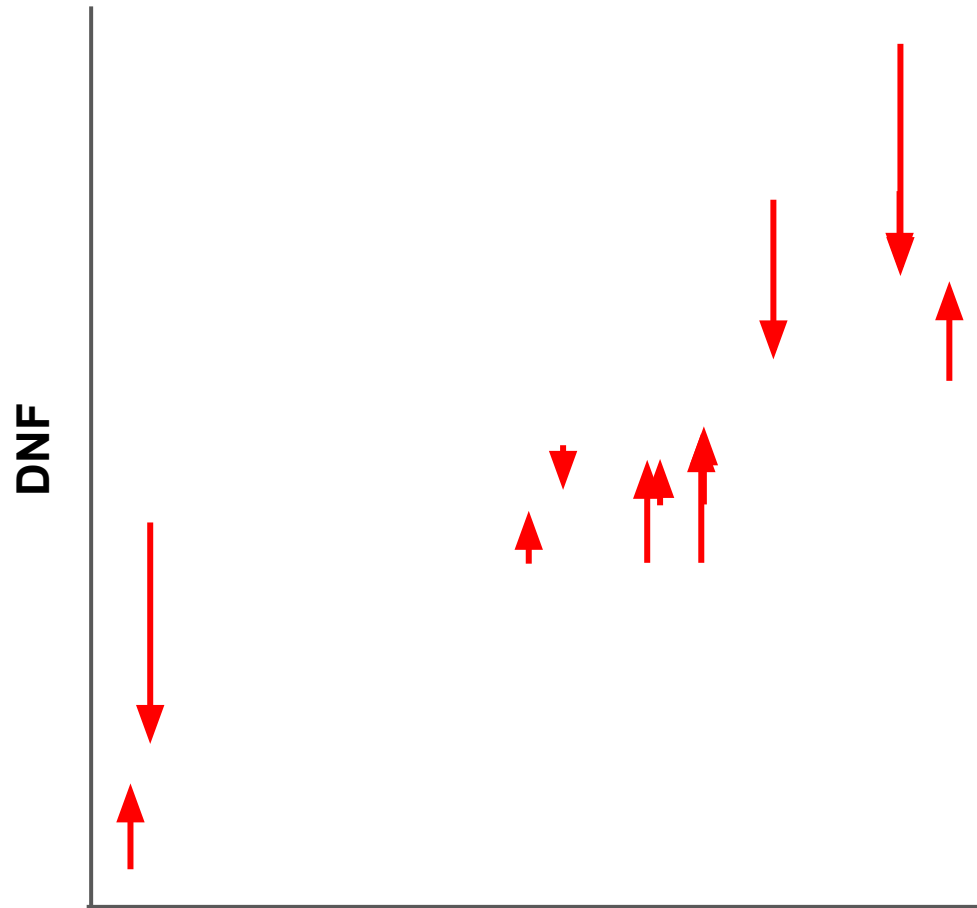


# Resíduos



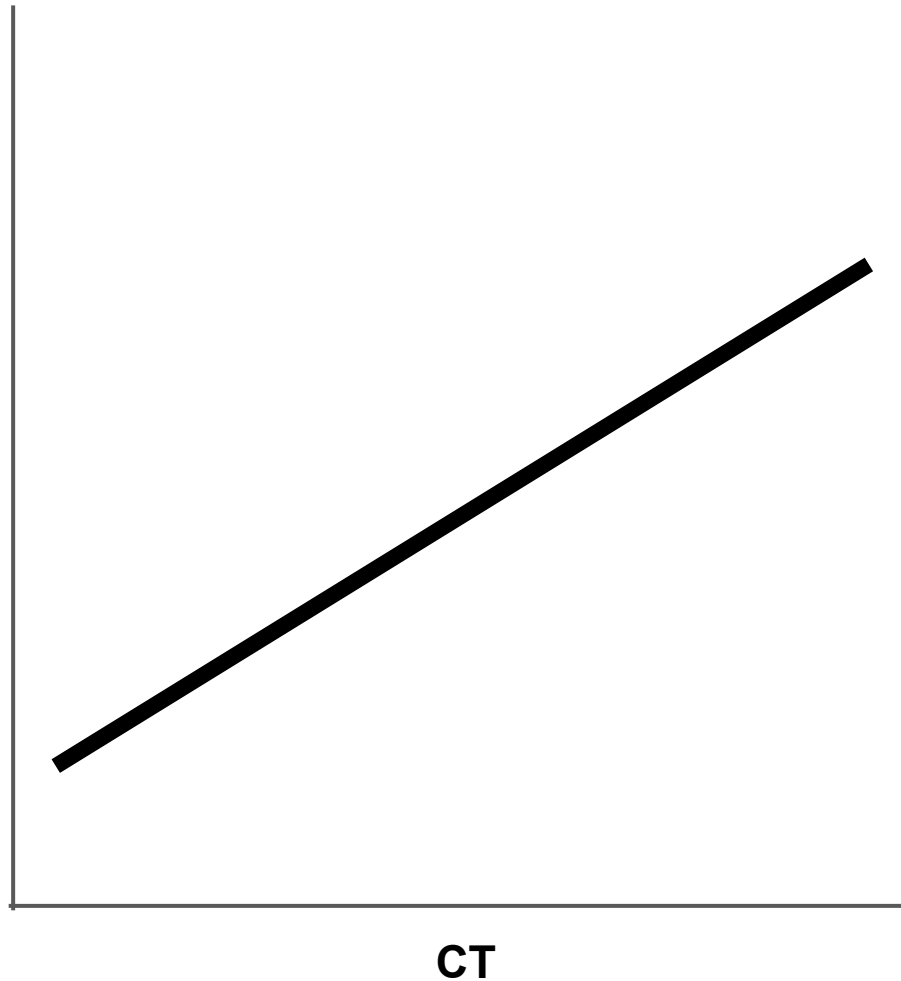
*Diferença entre o valor observado em uma variável e o valor previsto pelo modelo*

Neste caso



***A parcela da variância nos dados (DNF) ...***

Neste caso



***que não segue a previsão feita pelo  
tamanho (CT)***



Duas abordagens:

1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```

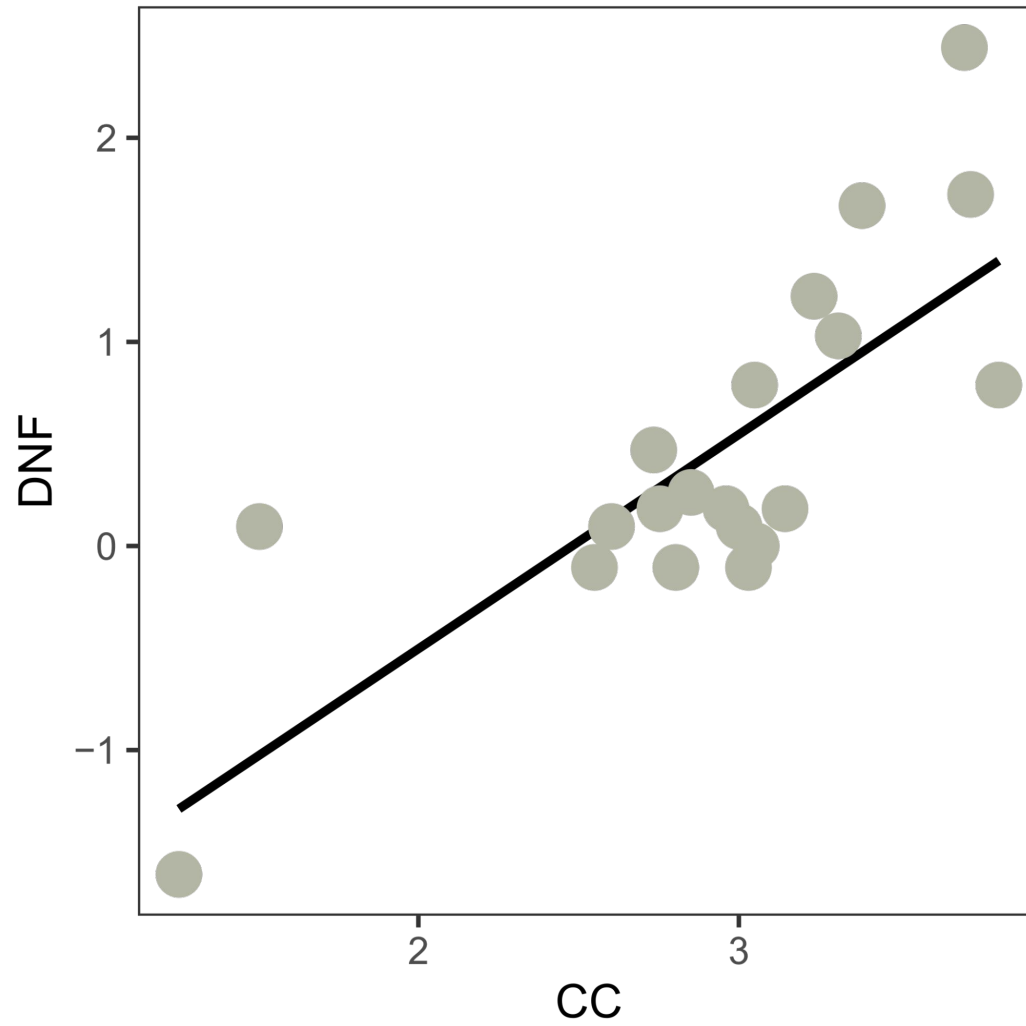


*Análise de componentes  
principais (**PCA**)*

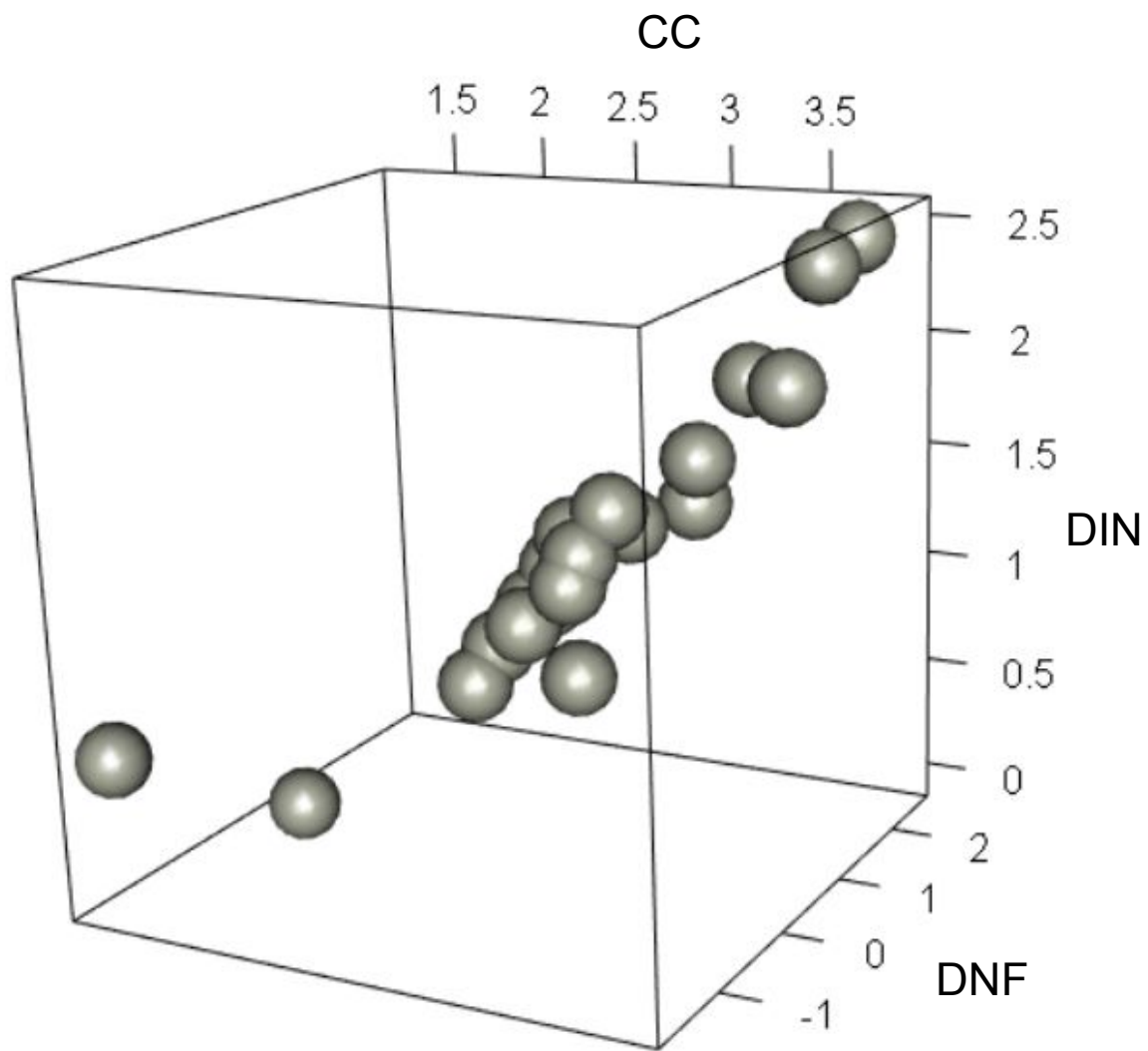
[illegible]



# Exemplo



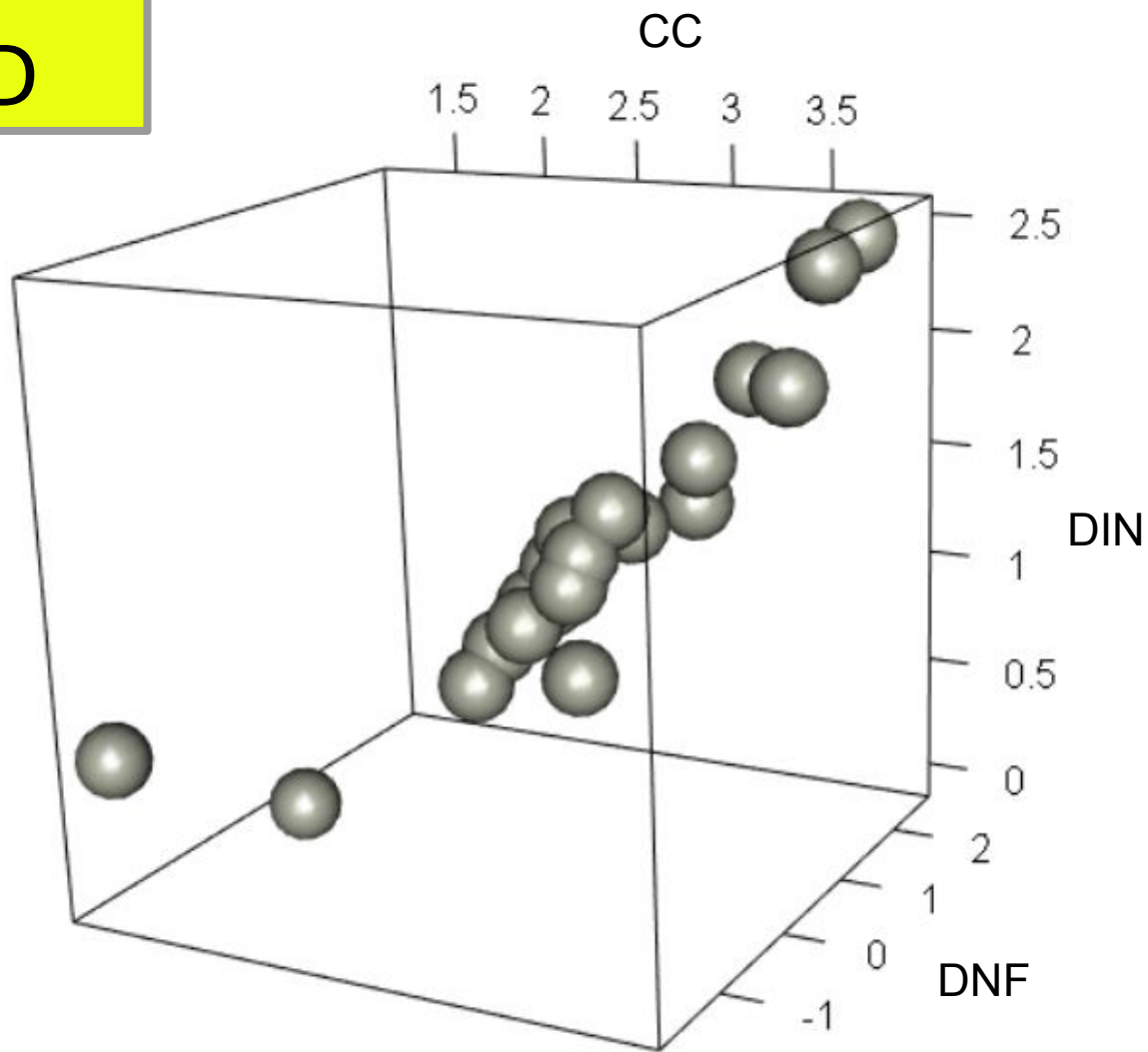
[illegible]



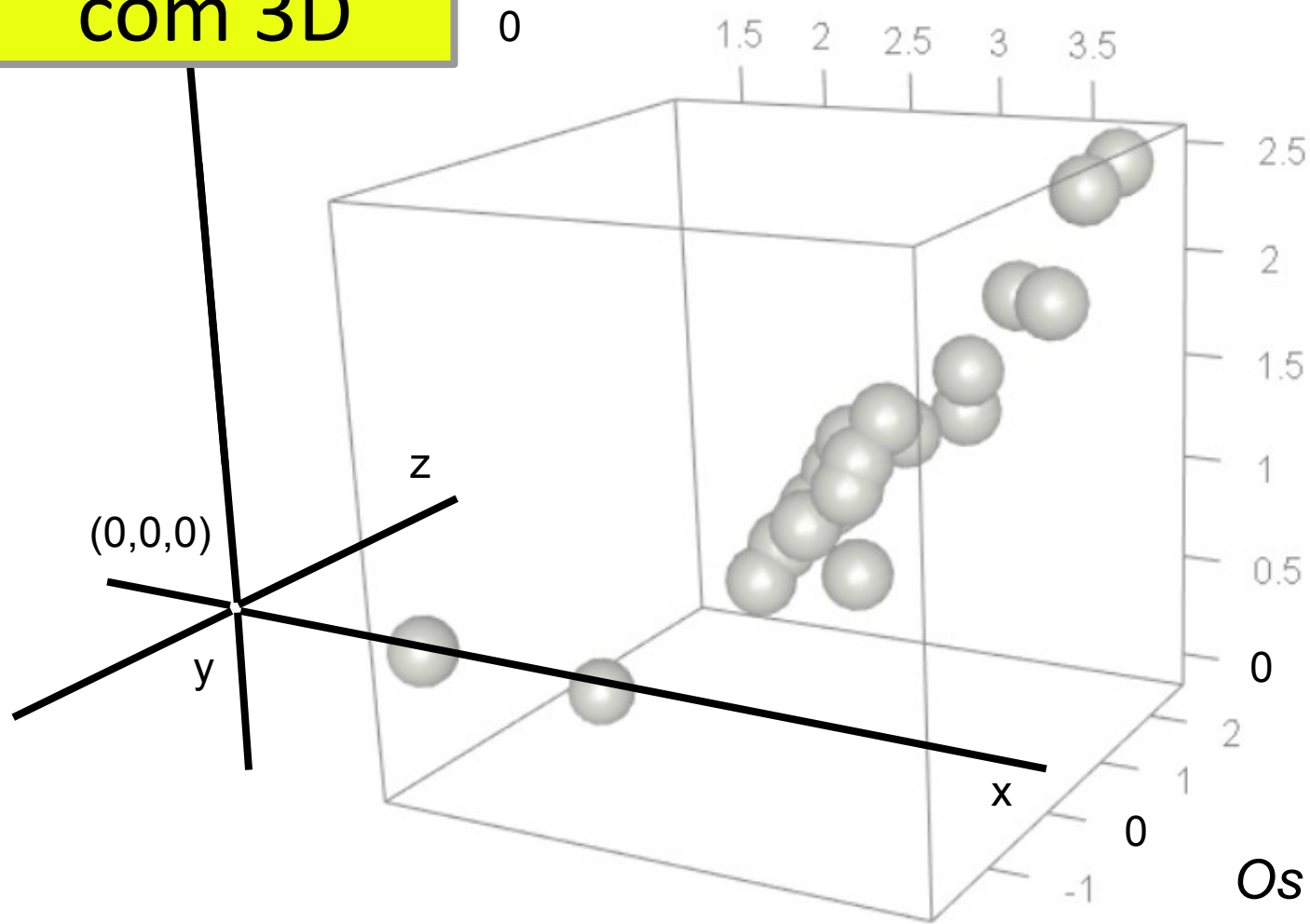
[illegible]

[illegible]

# Exemplo com 3D



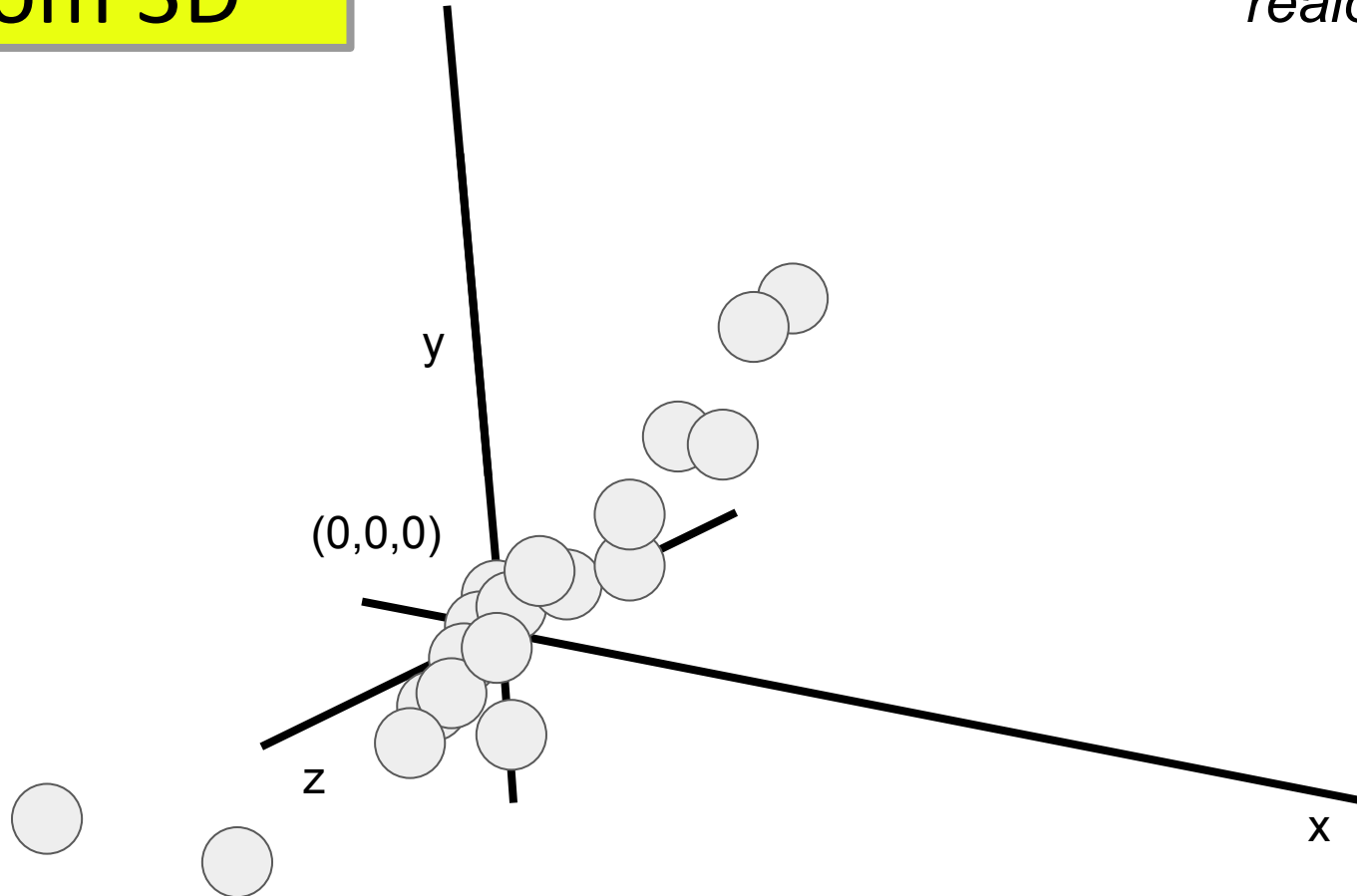
# Exemplo com 3D



*Os dados estão  
deslocados em  
relação à origem*

# Exemplo com 3D

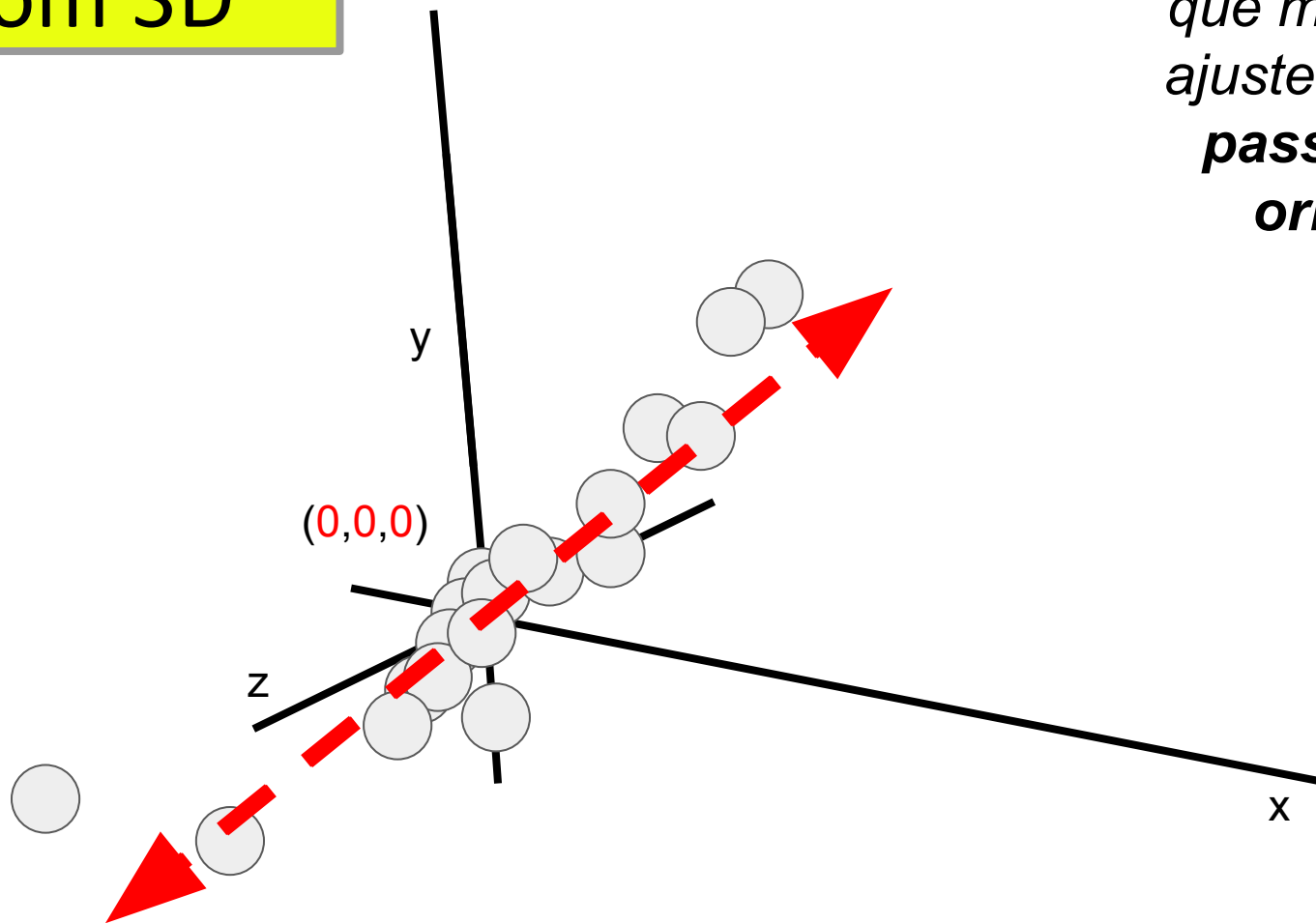
*Na PCA, eles são  
“realocados”*





# Exemplo com 3D

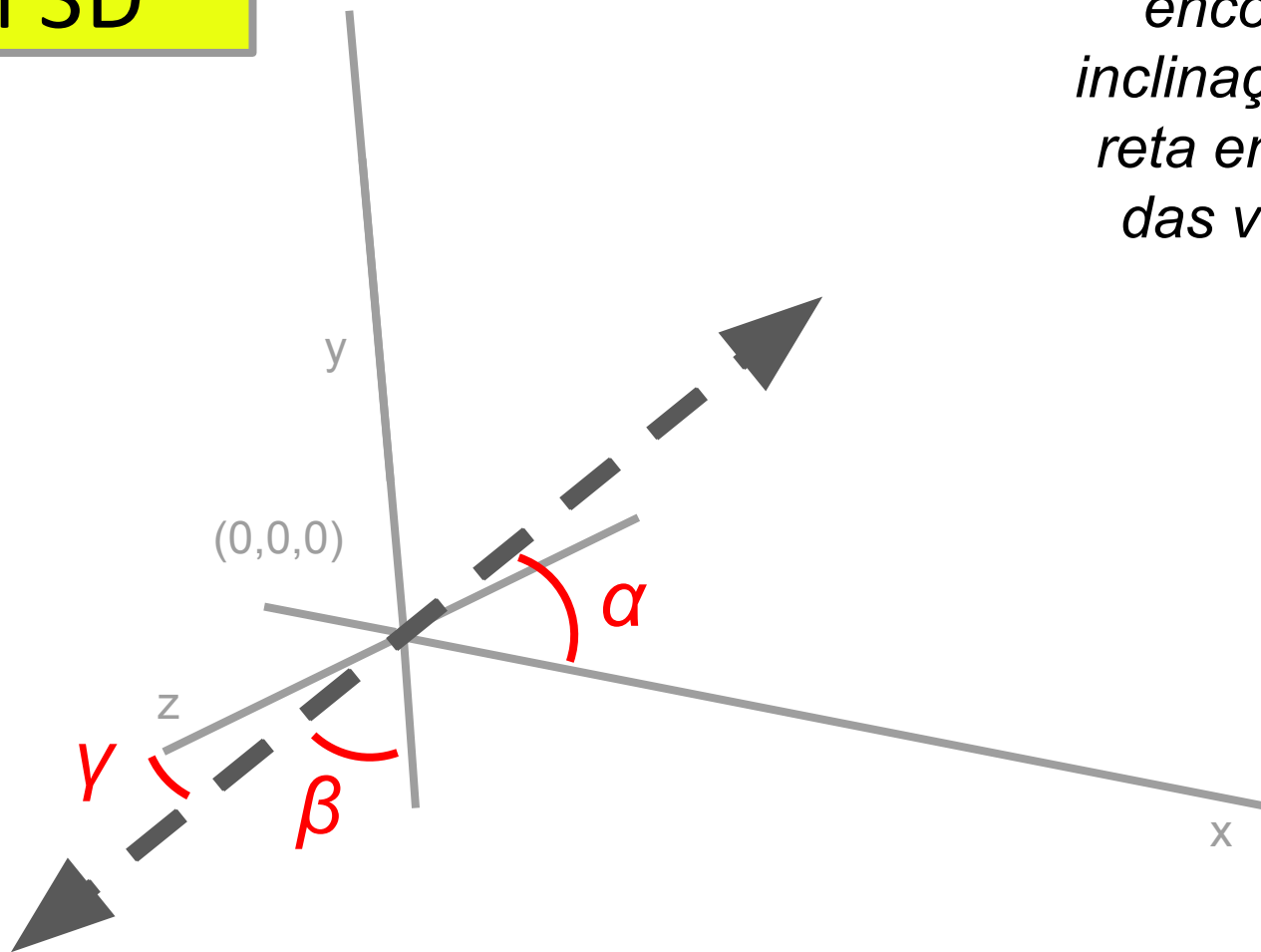
*Buscando a reta  
que melhor se  
ajuste à eles e  
**passe pela  
origem***



[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

# Exemplo com 3D

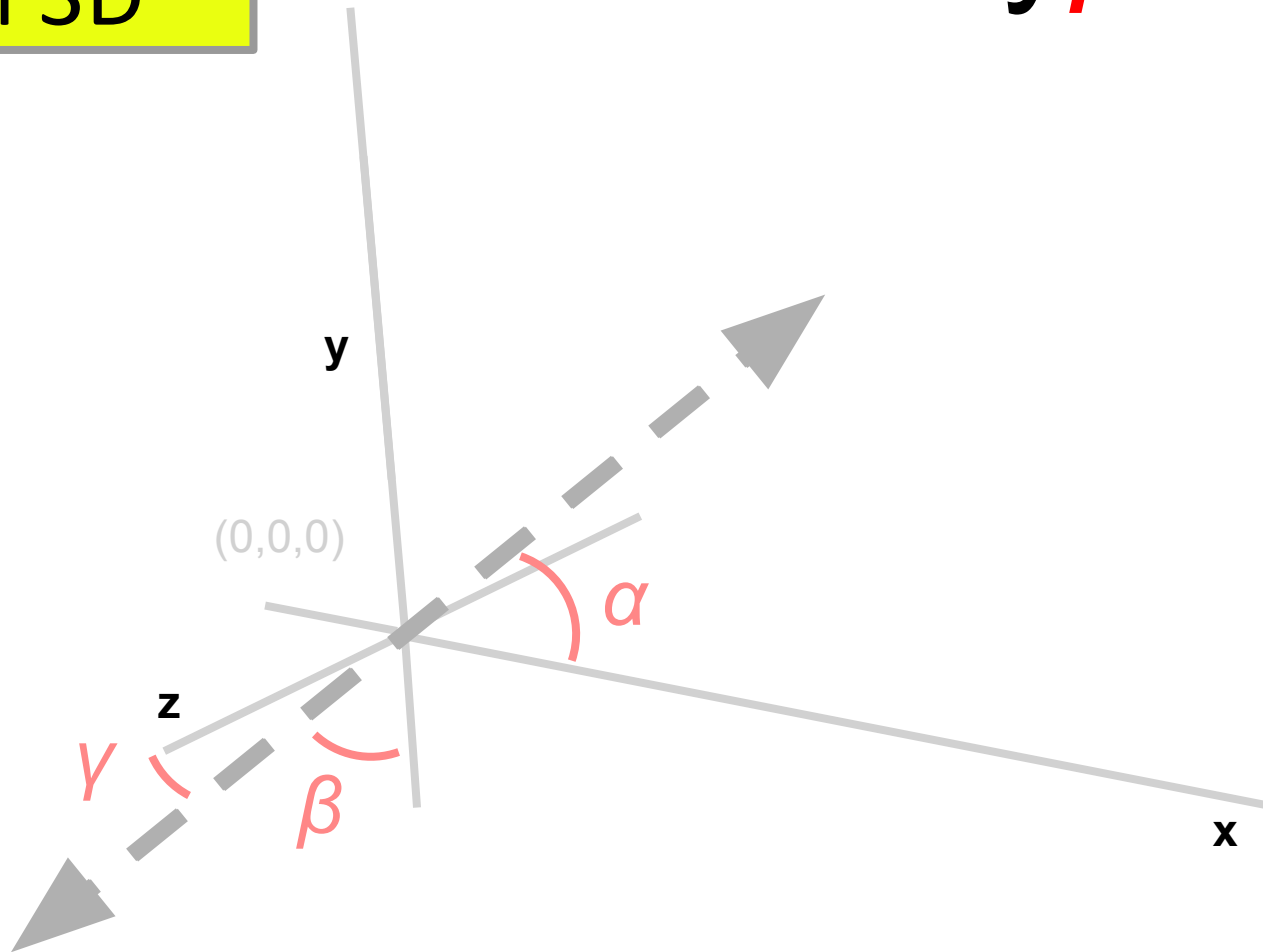
*Isso permite  
encontrar a  
inclinação dessa  
reta em função  
das variáveis*



[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

# Exemplo com 3D

$$x\alpha + y\beta + z\gamma$$

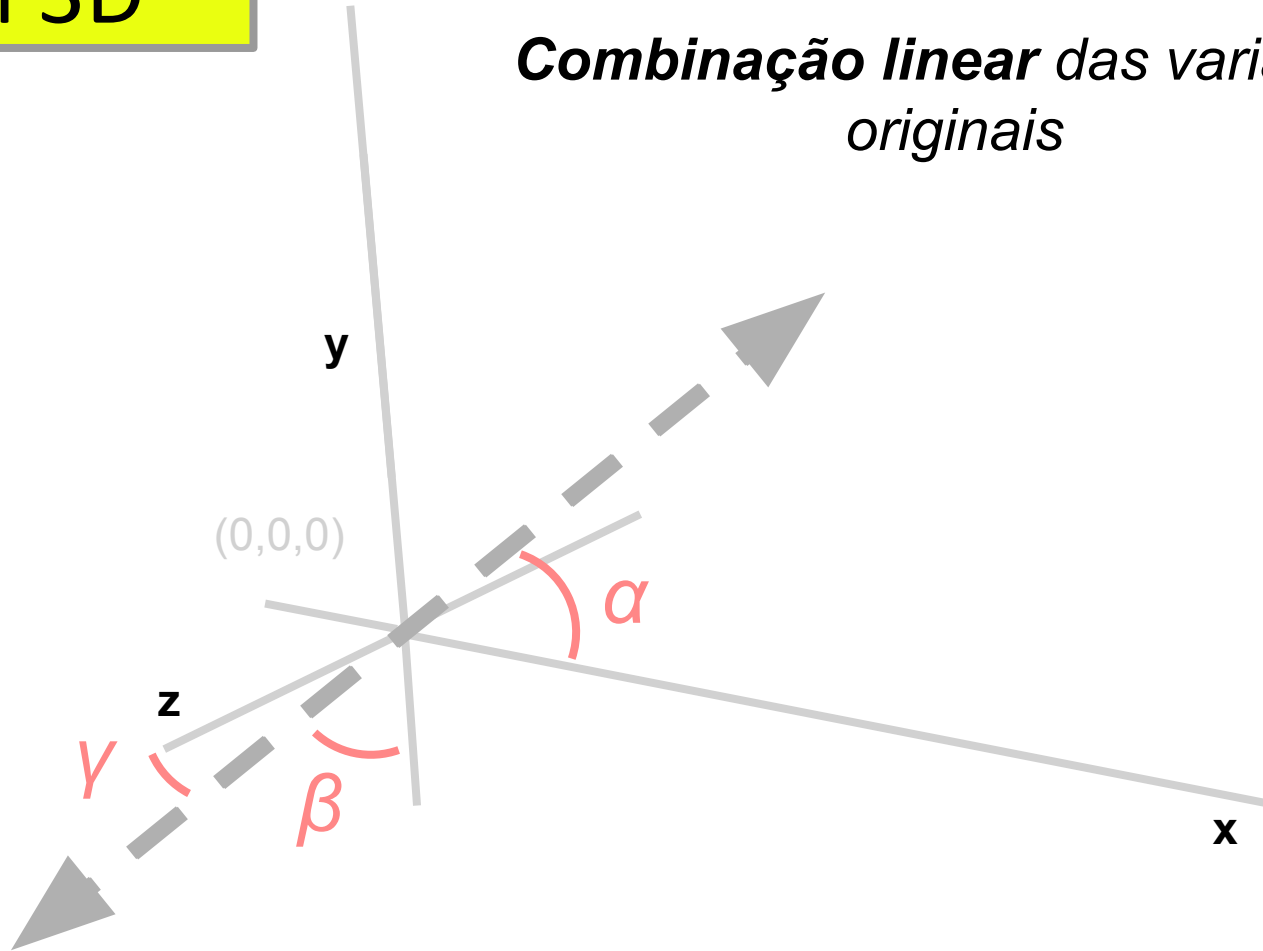


[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

# Exemplo com 3D

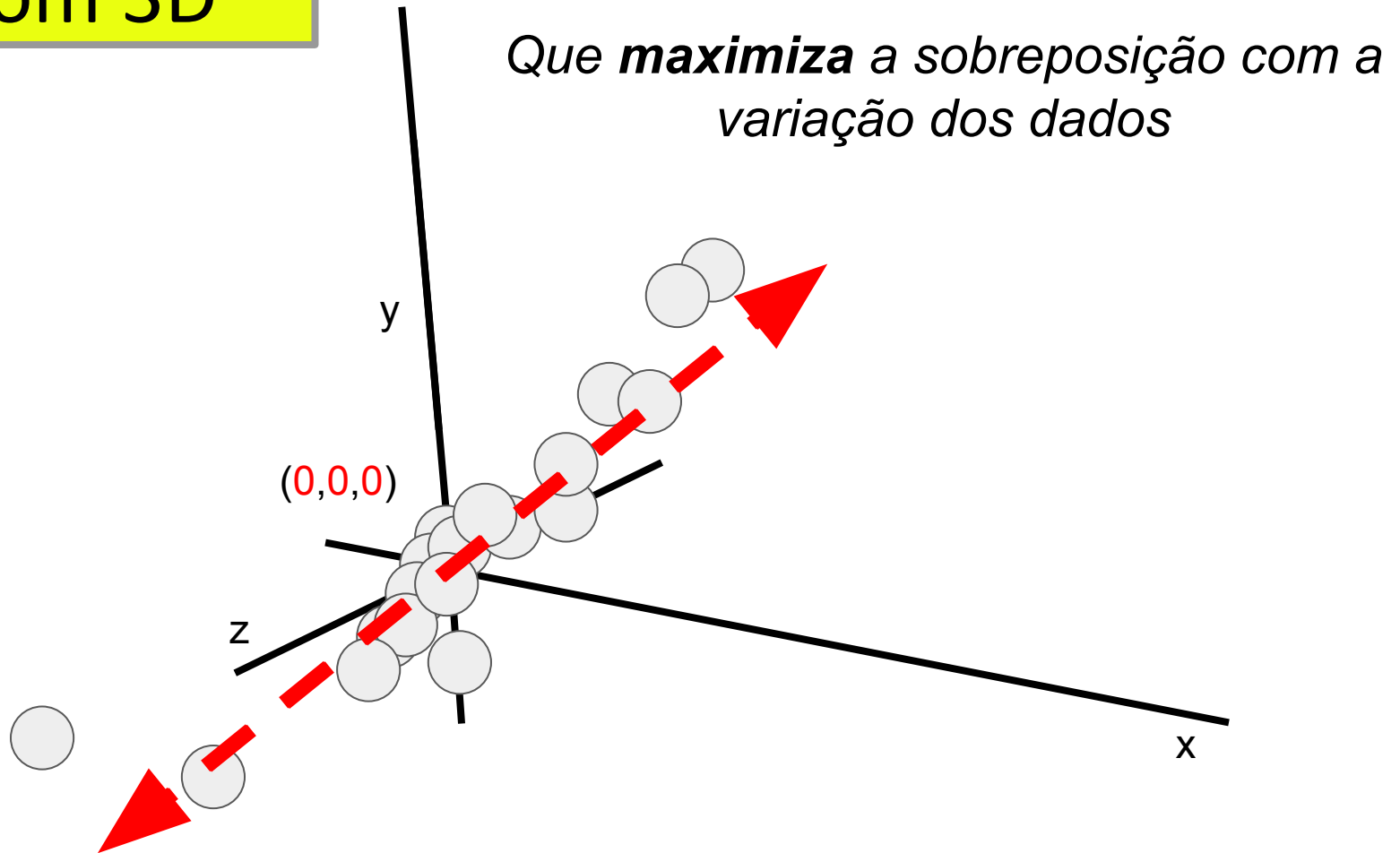
$$CC\alpha + DIN\beta + DNF\gamma$$

*Combinação linear das variáveis  
originais*



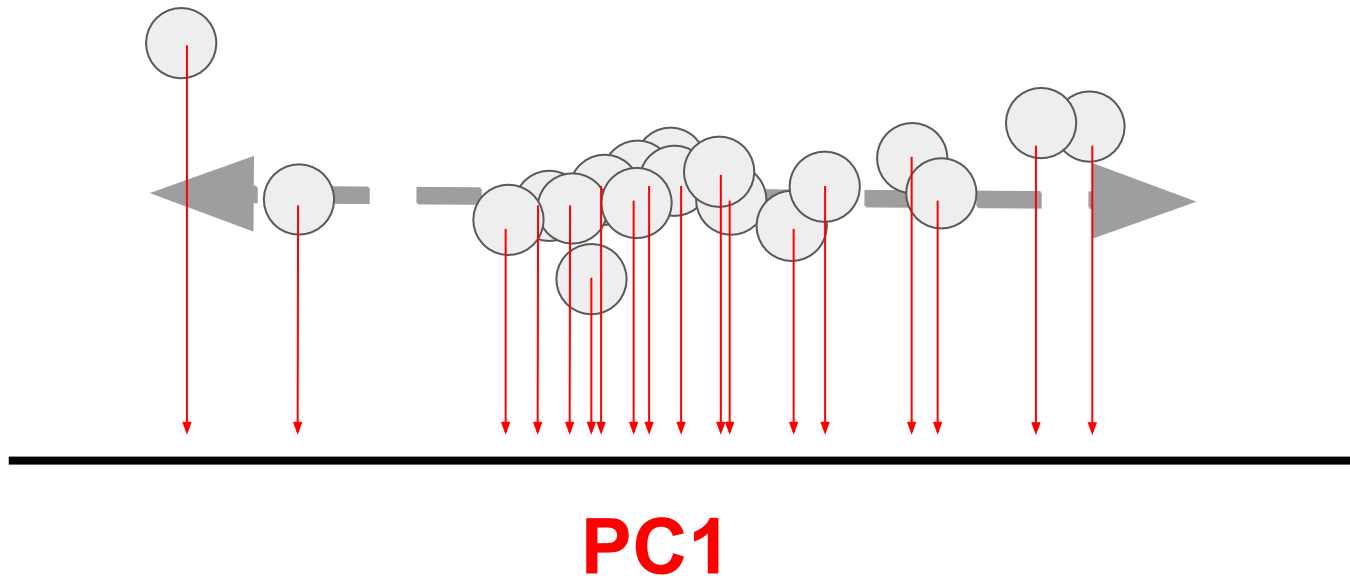
[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

# Exemplo com 3D



[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

*E permite a reprojeção dos dados em um novo eixo,  
primeiro componente principal da variação*



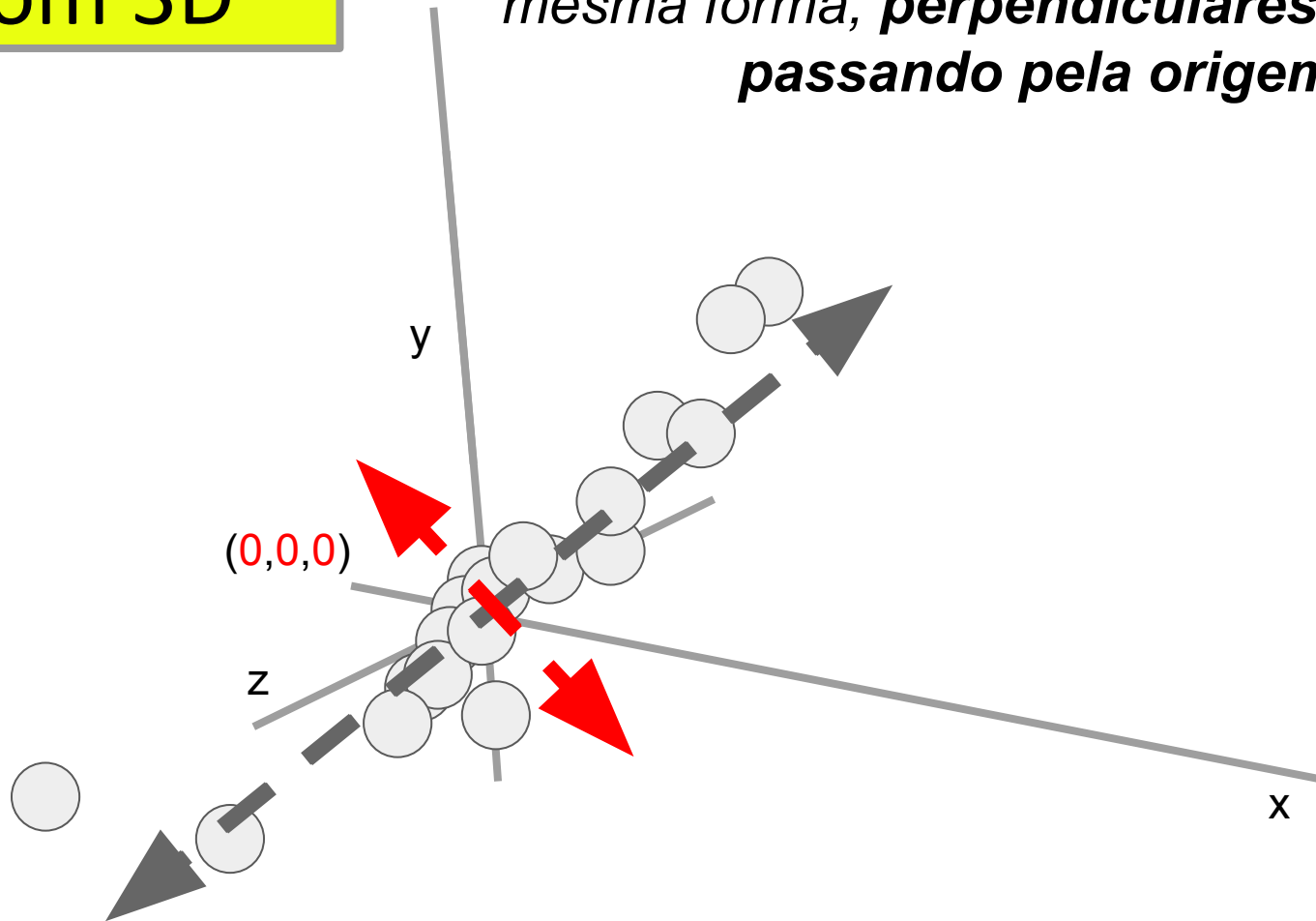
Exemplo  
com 3D



[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

# Exemplo com 3D

*Outros componentes são obtidos da  
mesma forma, **perpendiculares ao PC1** e  
**passando pela origem***



[youtu.be/FgakZw6K1QQ](https://youtu.be/FgakZw6K1QQ)

Exemplo  
com  $> 3D$



## Exemplo com > 3D

*Deixa de ser um problema, já que com a PCA o máximo da **variância dos dados** passa a ser representado por seus **primeiros eixos**.*

*Ufa...*



Duas abordagens:

1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```

2. Usar uma transformação por  
média geométrica

# Size Allometry: Size and Shape Variables with Characterizations of the Lognormal and Generalized Gamma Distributions

JAMES E. MOSIMANN\*

*Abordagem conhecida  
como “log shape ratios”*



# *Escola Gould–Mosimann*

Alometria como a **covariância**  
entre **tamanho** e **forma**



Média aritmética:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Média aritmética:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

aditiva



Média aritmética:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Média geométrica:  $G = \left( \prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}}$

multiplicativa





Os valores são **ponderados**, de modo a respeitar certa proporcionalidade dos dados

Média geométrica:  $G = \left( \prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}}$

multiplicativa



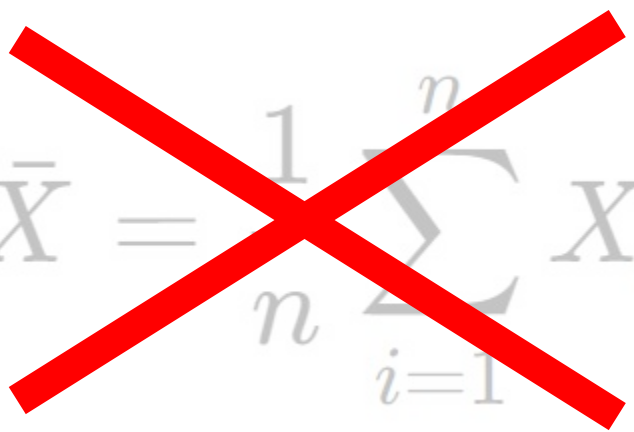
*G reflete um **tamanho global do indivíduo**:  
multiplicar seus fatores  $X_i$  individualmente é  
o mesmo que multiplicar  $G$  por este fator*

Média geométrica:  $G = \left( \prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}}$

multiplicativa



Média aritmética:


$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Média geométrica:

$$G = \left( \prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

*Ao calcular o **log** da ponderação de  $X_i$  por  $G$ ...*

$$\log \left( \frac{X_i}{G} \right)$$

...  $G$ , que já assumimos como um  
***tamanho global da amostra*** é removido  
do conjunto de dados

$$\log \left( \frac{X_i}{G} \right) = \log(X_i) - \log(G)$$

$$\log \left( \frac{X_i}{G} \right) = \log(X_i) - \log(G)$$

*O que sobra é, portanto, uma espécie de  
**proporção relativa já normalizada***

*Ufa...*



Duas abordagens:

1. Usar os resíduos do modelo

```
modelo <- gls(medidas~size)
prcomp(modelo$residuals)
```

2. Usar uma transformação por  
média geométrica