

שיטות נומריות בהנדסה אוירונאוטית- סמסטר אביב תשפ"ה

גליון 1

שאלה 1

1. ניתן לתאר את חזית האידוי של תרסיס דלק בעזרת הפתרון של המשוואות הבאות:

$$(1) \quad \frac{d^2 T}{d\zeta^2} = \Lambda e^T \left(T_v - T_u + \alpha\beta - \frac{dT}{d\zeta} \right)$$

עבור הטמפרטורה, T , ואז לקחת:

$$(2) \quad m_d = (\alpha\beta\Lambda e^T)^{-1} \frac{d^2 T}{d\zeta^2}$$

כאשר m_d - השבר המסי של הדלק הנוזלי בטיפות

T_v - טמפרטורת הרתימה של הדלק הנוזלי

T_u - טמפרטורת של הסביבה במעגל הזרם

Λ - קבוע אמפירי השייך לאדוי הטיפות בתרסיס

α - היחס בין מסת הדלק הנוזלי למסת החמצן בסביבה

β - היחס בין החום הכמוס של הדלק הנוזלי לחום הריאקציה הכימית של אדי הדלק עם החמצן

בסביבה.

תנאי הספה לבעיה הם:

$$\zeta \rightarrow -\infty: \quad m_d \rightarrow 1, \quad T \rightarrow \zeta(T_v - T_u)$$

$$\zeta \rightarrow +\infty: \quad T \rightarrow \zeta(T_v - T_u + \alpha\beta) \quad m_d \rightarrow 0,$$

[כדאי לשים לב לעובדה כי (לפי הגדרתו של T) $T=0$ כאשר $\zeta=0$].

(a) כתוב תכנית מחשב לפתור את משוואה (1):

(I) לפי השימוש בהפרשים סופיים,

(II) לפי שיטת הירייה.

(b) השווה בין התוצאות שקבלת משתי התוכניות מבחינת גודל הצעד\הרשת, זמן החישוב, דיוק

הפתרונות וכו'.

[הערה: " ∞ " לצורך בעיה זו הינו בסביבה של 30].

נתונים לבעיה:

$$\alpha\beta=0.0234, \quad T_u=0.152, \quad T_v=0.203, \quad \Lambda=0.1$$

יש להגיש דו"ח על שאלה זו בהתאם להנחיות המופיעות באתר המקצוע.

שאלה 2

(א) אם פותרים את המשוואה הדיפרנציאלית הרגילה:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(0)=1$$

לפי שיטת אוילר, יש למצוא ביטוי עבור שגיאת הקיטוע המקומית.

(ב) לפי התוצאה של הסעיף הקודם מה יהיה החסם העליון של השגיאה המקומית בכל תחום האינטגרציה?

(ג) הנח כי החישוב מתבצע בצעדים שווים של h . יש להראות כי החסם העליון לשגיאה הגלובלית (המצטברת) יהיה סדר גודל אחד פחות מהחסם העליון לשגיאת הקיטוע {כלומר, אם החסם לשגיאת הקיטוע יהיה $O(h^{m+1})$ אזי החסם הגלובלי הוא $O(h^m)$ }.

(ד) כיצד מבחינה מעשית ניתן (לפעמים) להעריך חסמים אלה באופן נומרי, לפני ביצוע האינטגרציה הנומרית?

שאלה 3

נתונה המשוואה הדיפרנציאלית $dy/dx = -y$ עם תנאי התחלה $y(0) = 1$. מהו הפתרון האנליטי של בעיה זו.

עבור 4 השיטות הנומריות הבאות המוצעות לפתרון המד"ר הנ"ל יש לבצע אנליזת יציבות ולאור אנליזות אלה להחליט באיזו שיטה היית בוחר/ת.

1. שיטת אוילר (הקדמית): $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = -y_n$

2. שיטת אוילר (האחורית): $\frac{y_n - y_{n-1}}{h} = -y_n$

3. שיטת אוילר (הקדמית) עם מיצוע אבר המקור: $\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = -\frac{1}{2}(y_n + y_{n+1})$

4. שיטת הפרשים מרכזיים: $\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} = -y_n$

כאשר $y_n =$ הערך המחושב של y בנקודה $x_n = nh$ ו- $h =$ צעד האינטגרציה.

בהצלחה!!!!