

הנחיות כלליות לגבי המטלה:

1. תאריך הגשת המטלה הינו 26/04/2020 23:55 (שבועיים זמן עבודה על המטלה, פלוס תוספת זמן בגלל חג הפסח והימים שלפניו). שימו לב, תיבת ההגשה נסגרת בדיוק בזמן זה – ייתכנו עומסים על המערכת לכן מומלץ לא להגיש את המטלה לקראת סוף מסגרת הזמן.
2. ההגשה הינה בקבוצות של עד שני אנשים, מותר להשתמש בכל החומרים במודל ובפרט בספר של אלעד המכיל דוגמאות לתרגילים ופתרונות (באנגלית). אין להעתיק פתרונות או להיעזר בחברים.
3. במידה ובחרת לפתור לבד, שם הקובץ צריך להכיל את תעודת הזהות שלך. לדוגמא : 123456789.pdf, אחרת שם הקובץ צריך להכיל את שתי מספרי הזהות כאשר קו תחתון "_" מפריד ביניהם. לדוגמא : 123456789_987654321.pdf.
4. המתרגל האחראי על המטלה הינו **איברהים שאהין**. shahena618@gmail.com
5. במידה ובחרתם לפתור כזוג, רק על אחד מבני הזוג מוטלת האחריות להגיש הפתרון לתיבת המודל.

חלק א' - אינדוקציה:

שאלה 1:

א. הוכיחו באינדוקציה כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = n + 1$$

ב. הוכיחו באינדוקציה כי לכל $n \in \mathbb{N}$ $4 < n$ מתקיים $2^n > n^2$.

ג. הוכיחו באינדוקציה כי כמות התת קבוצות של קבוצה בת n איברים הוא 2^n .

לדוגמא: עבור $n = 3$, אם $A = \{a, b, c\}$ אז יש $2^3 = 8$ תת קבוצות של A והן:

$$\{a, b, c\}, \phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$$

חלק ב' - עקרון הסדר הטוב:

שאלה 2:

א. נתונה סדרת מספרים ע"י הנוסחה הרקורסיבית הבאה :

$$g_1 = 1, \quad g_2 = 2, \quad g_3 = 6$$

$$g_n = (n^3 - 3n^2 + 2n) \cdot g_{n-3} \quad \forall n \geq 4$$

הוכיחו באמצעות עקרון הסדר הטוב כי $\forall n \in \mathbb{N}$ (הסימון של "A הפוכה" משמעותו

"לכל") מתקיים $g_n = n!$.

הערה: $n! = 1 \cdot 2 \dots (n-1) \cdot n$

ב. הוכחנו בהרצאה כי $\forall n \in \mathbb{N}$ מתקיים $3 \mid 4^n + 5$. הוכיחו זאת כעת באמצעות עקרון הסדר הטוב.

הערה: הסימן " \mid " מסמל "מחלק את" ובהגדרה פורמלית אם $a \mid b$ אז קיים $c \in \mathbb{Z}$ כך ש- $ac = b$.

חלק ג' - משפט החלוקה:

שאלה 5 (את שאלה זו יש לעשות רק לאחר שלמדנו בהרצאה את ניסוח משפט החלוקה).
הוכיחו: אם $n \nmid 2$ ("2 לא מחלק את n") וגם $3 \mid n$ אזי: $24 \mid n^2 + 15$