תשובות מטלה 4 – קורס אלגוריתמי ניווט

תחילה, ניתן תזכורת: (התשובות למטלה נמצאות בסוף הקובץ).

משוואות תנועה מתקדמות:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ \text{תטא} \\ \text{אומגה} \end{pmatrix}$$

תטא (θ) – אוריינטציה/כיוון

אומגה (ω) - מהירות זוויתית/קצב סיבוב.

$$\vec{x}(t+T) = \begin{pmatrix} \frac{v}{\omega}\sin(\omega T+\theta) - \frac{v}{\omega}\sin(\theta) + x(t) \\ -\frac{v}{\omega}\cos(\omega T+\theta) + \frac{v}{\omega}\sin(\theta) + y(t) \\ \omega T + \theta \\ v \\ \omega \end{pmatrix}$$

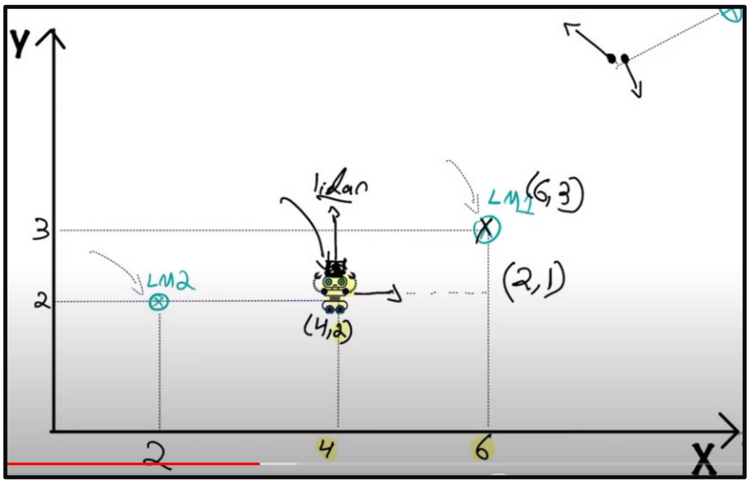
חישוב מיקום גלובלי:

מטריצת ההתמרה:

$$\begin{pmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & X_p \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & Y_p \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_c \\ Y_C \\ 1 \end{pmatrix}$$

דוגמא לחישוב מיקום גלובלי:

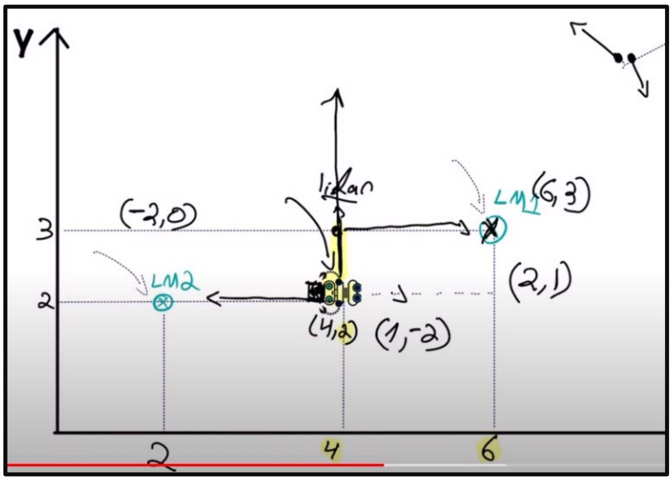
אם הרובוט במיקום (4,2) ומרגיש את הרובוט במיקום לוקאלי (2,1) כאשר הזווית היא 0:



נקבל:

$$\begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

לעומת זאת, אם הרובוט באותו מיקום (4,2) אבל מרגיש את הרובוט במיקום לוקאלי (1,-2) כאשר הזווית היא 90 מעלות (לא רדיינים):



נקבל:

$$\begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1. נניח שהרובוט נמצא במיקום $\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ \theta \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3m \\ 5m \\ 0.7\times\pi \\ 0.2\ {}^{rad}/_{sec} \end{pmatrix} = \vec{x}$. נניח שהמהירות הכוללת של הרובוט הינה 10 מטרים לשנייה.
   א. חשבו איפה יהיה הרכב לאחר 0.2 שניות.
   ב. חזרו על סעיף א כאשר $\omega = 0$.

<u>תשובה א:</u> (חישוב ברדיינים)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ \theta \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{w}\sin(\theta+\omega\cdot\Delta t) - \frac{v}{w}\sin(\theta) + x(T) \\ -\frac{v}{w}\cos(\theta+\omega\cdot\Delta t) + \frac{v}{w}\sin(\theta) + y(T) \\ \theta + \omega\cdot\Delta t \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{10m}{0.2rad}\sin(0.7\times\pi + 0.04rad) - \frac{10m}{0.2rad}\sin(0.7\times\pi) + 3m \\ -\frac{10m}{0.2rad}\cos(0.7\times\pi + 0.04rad) + \frac{10m}{0.2rad}\sin(0.7\times\pi) + 5m \\ 0.7\pi + 0.04rad \\ 0.2\ {}^{rad}/_{sec} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{10m}{0.2rad}\sin((0.7\times\pi + 0.04)rad) - \frac{10m}{0.2rad}\sin((0.7\times\pi)rad) + 3m \\ -\frac{10m}{0.2rad}\cos((0.7\times\pi + 0.04)rad) + \frac{10m}{0.2rad}\sin((0.7\times\pi)rad) + 5m \\ (0.7\times\pi + 0.04)rad \\ 0.2\ {}^{rad}/_{sec} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1.07923m} \\ \mathbf{76.4342m} \\ \mathbf{2.239114} \\ \mathbf{0.2\ rad/sec} \end{pmatrix}$$

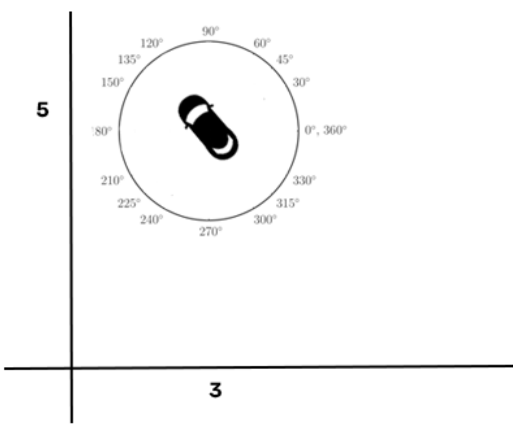
<u>תשובה ב:</u> (חישוב ברדיינים)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ \theta \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v\cdot\Delta t\cdot cos(\theta) + x(T) \\ v\cdot\Delta t\cdot sin(\theta) + y(T) \\ \theta \\ \omega \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10m\cdot 0.2\cdot\cos(0.7\times\pi) + 3m \\ 10m\cdot 0.2\cdot\sin(0.7\times\pi) + 5m \\ 0.7\times\pi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1.824m} \\ \mathbf{6.618m} \\ \mathbf{0.7\times\pi} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

נשים לב כי הרכב היה במיקום (3,5) ולאחר מכן זז בכיוון של 126 מעלות (המרה מרדיאן למעלות: $0.7\pi\cdot\left(\frac{180}{\pi}\right) = 126$).
והמיקום החדש הינו (1.824,6.618).

כלומר, השינוי בציר X הוא 1.176- והשינוי בציר Y הוא 1.618+.



2. הניחו רובוט במיקום $x = 10m, y = 21m, \theta = 30°$. הרובוט רואה שני landmarks במיקומים הבאים: $obs1 = (0,0), obs2 = (18,32)$.

א. חשבו את הקורדינטות **הגלובליות** של obs1, obs2.
ב. קיימת landmark בקורדינטה **גלובלית** $x = 21m,\ y = 10m$. באיזה מיקום יראה אותה הרובוט?
ג. חזרו על סעיף ב כאשר האורינטציה של הרובוט הינה 0 מעלות.

<u>תשובה א:</u>

$$\text{obs1} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 10 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 21 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{10} \\ \mathbf{21} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

$$\text{obs2} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 10 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 21 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 18 \\ 32 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-6 + 9\sqrt{3}} \\ \mathbf{30 + 16\sqrt{3}} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

<u>תשובה ב:</u>

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 10 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 21 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 10 = 21, \qquad \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + 21 = 10$$

$$\frac{1}{2}y = 11 - \frac{\sqrt{3}}{2}x \ \rightarrow\ y = 22 - \sqrt{3}x$$

$$x + \sqrt{3}y = -22 \ \rightarrow\ x + 22\sqrt{3} - 3x = -22 \ \rightarrow\ \mathbf{11 + 11\sqrt{3} = x}$$

$$y = 22 - \sqrt{3}x \ \rightarrow\ y = 22 - 11\sqrt{3} + 33 \ \rightarrow\ \mathbf{y = 55 - 11\sqrt{3}}$$

<u>תשובה ג:</u>

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 21 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x = 11}, \qquad \mathbf{y = -11}$$