מטלה 4 – למידת מכונה

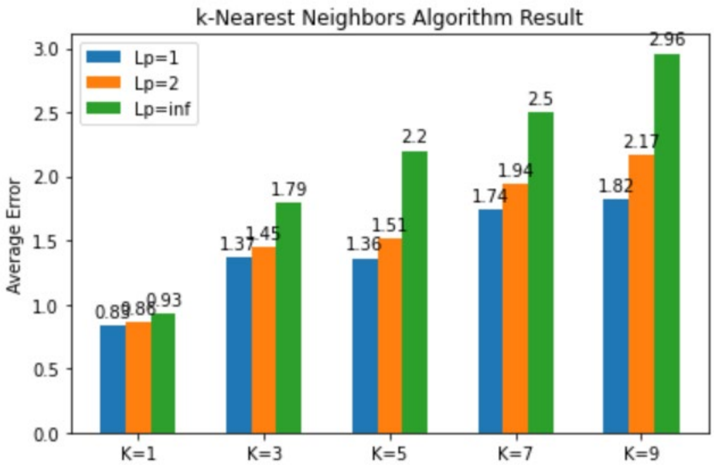
מגישים: איתי רפיעי (208426106), אלמוג יעקב מעטוף (203201389)

פתרנו את כל המטלה בפגישות זום משותפות באופן שווה. תוך כדי שיתוף דרכי חשיבה והסקת מסקנות.

(מצ"ב קבצי קוד עבור שאלה 1)

שאלה 1:

ממוצע של השגיאות עבור 100 ריצות kNN על הנתונים two_circle:



ניתן לראות כי התוצאות הכי טובות מתקבלות כאשר $k = 1$ ו-$l_p = 1$.

מכיוון שמסד הנתונים יחסית פשוט ואין בו רעש עדיף לקחת k ו-l_p יותר קטנים.

שאלה 2:

יהי:

$$(1-\epsilon)\|v\| \le \|f(v)\| \le (1+\epsilon)\|v\| \text{ } for\ all\ \boldsymbol{v}\ in\ \boldsymbol{S}$$

$$(1-\epsilon)\|v-w\| \le \|f(v-w)\| \le (1+\epsilon)\|v-w\| \text{ } for\ all\ \boldsymbol{v},\boldsymbol{w}\ in\ \boldsymbol{S}$$

בנוסף נתון כי: $\|f(v-w)\| = \|f(v)-f(w)\|$, $\|v-w\|^2 = \|v\|^2 - 2v\cdot w + \|w\|^2$

צ"ל כי מתקיים: $v\cdot w - c\epsilon \le f(v)\cdot f(w) \le v\cdot w + c\epsilon$

הוכחה:

הוכחנו בכיתה שמתקיים גם האי שיוויון הבא:

$$(1-\epsilon)\|v-w\|^2 \le \|f(v-w)\|^2 \le (1+\epsilon)\|v-w\|^2$$

אזי גם מתקיים: $(1-\epsilon)\|v+w\|^2 \le \|f(v+w)\|^2 \le (1+\epsilon)\|v+w\|^2$

נשים לב לאי שיוויון הבא:

$$4f(v)\cdot f(w) = \|f(v)\|^2 + 2f(v)\cdot f(w) + \|f(w)\|^2 - (\|f(v)\|^2 - 2f(v)\cdot f(w) + \|f(w)\|^2)$$

$$= \|f(v)+f(w)\|^2 - \|f(v)-f(w)\|^2$$

$$= \|f(v+w)\|^2 - \|f(v-w)\|^2$$

$$\le (1+\epsilon)\|v+w\|^2 - (1-\epsilon)\|v-w\|^2$$

$$= \|v\|^2 + 2v\cdot w + \|w\|^2 - \|v\|^2 + 2v\cdot w - \|w\|^2 + 2\epsilon(\|v\|^2 + \|w\|^2)$$

$$= 4v \cdot w + 2\epsilon(\|v\|^2 + \|w\|^2)$$

$$= 4v \cdot w + 4\epsilon$$

וגם מתקיים:

$$\begin{aligned}
4f(v) \cdot f(w) &= \|f(v+w)\|^2 - \|f(v-w)\|^2 \\
&\geq (1-\epsilon)\|v+w\|^2 - (1+\epsilon)\|v-w\|^2 \\
&= \|v\|^2 + 2v \cdot w + \|w\|^2 - \|v\|^2 + 2v \cdot w - \|w\|^2 - 2\epsilon(\|v\|^2 + \|w\|^2) \\
&= 4v \cdot w - 2\epsilon(\|v\|^2 + \|w\|^2) \\
&= 4v \cdot w - 4\epsilon
\end{aligned}$$

כלומר מתקיים:

$$4v \cdot w - 4\epsilon \leq 4f(v) \cdot f(w) \leq 4v \cdot w + 4\epsilon \Rightarrow$$

$$v \cdot w - \epsilon \leq f(v) \cdot f(w) \leq v \cdot w + \epsilon$$

הוכחנו כי אכן מתקיים האי שיוויון עבור $c = 1$.

■