Ejercicio periódicos

En una ciudad se publican los periódicos A, B, C. Una encuesta reciente de lectores indica lo siguiente:

- 20% lee el periódico A.
- 16% lee el periódico B.
- 14% lee el periódico C.
- 8% lee tanto A como B.
- 5% lee tanto A como C.
- 3% lee tanto B como C.
- 2% lee A, B y C.

Para una persona escogida aleatoriamente, calcular la probabilidad de que:

a. No lea ninguno de los periódicos.

b. Lea exactamente uno de los periódicos.

c. Lea al menos los periódicos A y B.

Solución

Sean los eventos:

- A: La persona lee el periódico A.
- B: La persona lee el periódico B.
- C: La persona lee el periódico C.
- H: La persona no lee ninguno de los tres periódicos.
- F: La persona lee exactamente uno de los periódicos.
- G: La persona lee al menos los periódicos A y B.

a. Probabilidad de que no lea ninguno de los periódicos

Queremos calcular $P(H)$, la probabilidad de que no lea ninguno de los periódicos:

$$P(H) = P(A^C \cap B^C \cap C^C) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

Sabemos que $P(A \cup B \cup C) = 0.36$, por lo tanto:

$$P(H) = 1 - 0.36 = 0.64$$

Para calcular $P(A \cup B \cup C)$ usamos la fórmula de la probabilidad de la unión de tres eventos:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Sustituyendo los valores dados:

$$P(A \cup B \cup C) = 0.2 + 0.16 + 0.14 - 0.08 - 0.05 - 0.03 + 0.02 = 0.36$$

b. Probabilidad de que lea exactamente uno de los periódicos

Queremos calcular $P(F)$, la probabilidad de que lea exactamente uno de los periódicos. Esta probabilidad se puede escribir como la suma de tres eventos excluyentes:

$$P(F) = P(A \cap B^C \cap C^C) + P(A^C \cap B \cap C^C) + P(A^C \cap B^C \cap C)$$

Los eventos son mutuamente excluyentes, por lo que la probabilidad total se obtiene sumando las probabilidades de cada uno de los eventos. Para cada evento, calculamos lo siguiente:
1. $P(A \cap B^C \cap C^C) = P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$ 2. $P(A^C \cap B \cap C^C) = P(B) - P(A \cap B) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$ 3. $P(A^C \cap B^C \cap C) = P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
Sustituyendo los valores:

$$P(F) = 0.09 + 0.07 + 0.08 = 0.24$$

c. Probabilidad de que lea al menos A y B

Queremos calcular $P(G)$, la probabilidad de que lea al menos los periódicos A y B. Esto se puede escribir como:

$$P(G) = P(A \cap B \cap C^C) + P(A \cap B \cap C)$$

Sustituyendo los valores:

$$P(G) = 0.06 + 0.02 = 0.05$$

Interpretación

La interpretación de la probabilidad de los eventos H, F y G es la siguiente:

- La probabilidad de que una persona elegida aleatoriamente no lea ninguno de los periódicos es 0.64.
- La probabilidad de que una persona elegida aleatoriamente lea exactamente un periódico es 0.24.
- La probabilidad de que una persona elegida aleatoriamente lea al menos los periódicos A y B es 0.08.

Diagrama de Venn

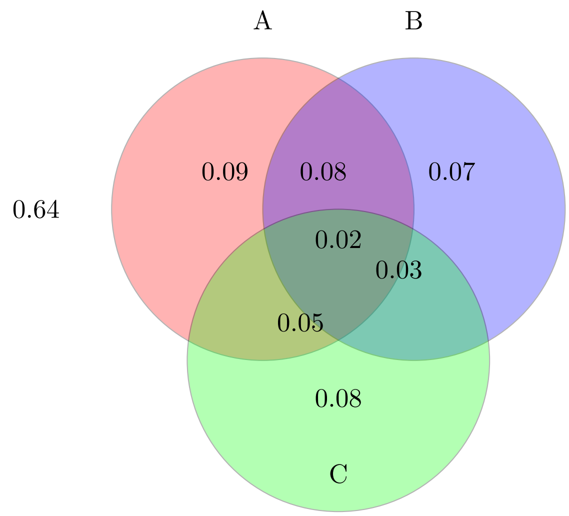
Consideremos tres conjuntos:

- A: los lectores del periódico A.
- B: los lectores del periódico B.
- C: los lectores del periódico C.

Las probabilidades proporcionadas son las siguientes:

- $P(A) = 0.20$ (20% lee A),
- $P(B) = 0.16$ (16% lee B),
- $P(C) = 0.14$ (14% lee C),
- $P(A \cap B) = 0.08$ (8% lee A y B),
- $P(A \cap C) = 0.05$ (5% lee A y C),
- $P(B \cap C) = 0.03$ (3% lee B y C),
- $P(A \cap B \cap C) = 0.02$ (2% lee A, B y C).

A continuación, se muestra el diagrama de Venn correspondiente:



1 Ejercicios variados

1. A y B juegan alternativamente lanzando un par de dados. Quien obtenga primero un total de 7 gana el juego. Hallar la probabilidad de que:
   - Quien lanza primero los dados gane.
   - Quien lanza segundo los dados gane.
2. Una caja contiene 8 bolas rojas, 3 blancas y 9 azules. Se extraen 3 bolas aleatoriamente sin reemplazamiento, determinar la probabilidad de que:
   - Las tres bolas sean rojas.
   - Las tres bolas sean blancas.
   - Dos sean rojas y una blanca.
   - Al menos una sea blanca.
   - Se extraiga una de cada color.
   - Las bolas sean extraídas en el orden rojo, blanco, azul.
3. Se nos dan dos urnas como sigue: la urna A contiene tres bolas rojas y dos blancas, la urna B contiene dos bolas rojas y cinco blancas. Se selecciona al azar una urna, se saca una bola al azar y se coloca en la otra urna; luego se saca una bola de la segunda urna. Hallar la probabilidad de que las dos bolas sacadas sean del mismo color.
4. Suponga que se descubre que, en un grupo de 500 estudiantes universitarios de último año, se tienen las siguientes estadísticas sobre hábitos de salud:

- 210 fuman.
- 258 consumen bebidas alcohólicas.
- 216 comen entre comidas.
- 122 fuman y consumen bebidas alcohólicas.
- 83 comen entre comidas y consumen bebidas alcohólicas.
- 97 fuman y comen entre comidas.
- 52 tienen esos tres hábitos nocivos para la salud.

Si se selecciona al azar a un miembro de este grupo, calcule la probabilidad de que el estudiante:

a) Fume pero no consuma bebidas alcohólicas.

b) Coma entre comidas y consuma bebidas alcohólicas pero no fume.

c) No fume ni coma entre comidas.