Un gerente del departamento XXXX en cierta empresa ha encontrado, por la experiencia de varios años, que la probabilidad de que un cliente devuelva una compra es 0.10. También, que aproximadamente el 70% de todas las devoluciones fueron productos adquiridos a crédito, lo mismo que 50% de los que no fueron regresados.

- a. Encuentre la probabilidad de que si una compra fue hecha a crédito, será devuelta.
- b. Desarrolle, las probabilidades a posteriori de una devolución, si se sabe que la compra fue hecha a crédito, y compare las probabilidades posteriores con las anteriores.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que una compra al contado no sea devuelta? Solución.

El destino de la mercancía lo podemos clasificar en dos: mercancía devuelta y mercancía no devuelta.

Destino de la compra	Devolución:= A	No devolución:= A <sup>c</sup>
Probabilidad a priori	P(A) = 0.10	$P(A^{c}) = 0.90$

Denotemos por B a la forma de pago de la compra como crédito, y a su complemento B<sup>c</sup> pago de contado. De acuerdo con los datos, se dan por válidas las siguientes probabilidades condicionales (a priori):

Tipo de pago	P(B A)	$P(B A^c)$
Crédito:= B	0.70	0.50
Contado:= B <sup>c</sup>	0.30	0.50

La evidencia empírica es: la compra fue hecha a crédito, es decir, tomamos el evento B como evidencia empírica. Entonces, procedemos a calcular la probabilidad total para esa evidencia empírica, esto es P(B).

$$P(B) = P(A) * P(B \mid A) + P(A^{c}) * P(B \mid A^{c})$$
  
$$P(B) = 0.10 * 0.70 + 0.90 * 0.50 = 0.52$$

Entonces, al aplicar la regla de Bayes, la probabilidad a posteriori de que una mercancía devuelta, dado que fue adquirida a crédito, es:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) * P(B \mid A)}{P(B)} = \frac{0.07}{0.52} = 0.1346$$

Y la de que no será devuelta es:

$$P(A^c \mid B) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A^c) * P(B \mid A^c)}{P(B)} = \frac{0.45}{0.52} = 0.8654$$

Las probabilidades a posteriori de una devolución, si sabe que la compra fue a crédito, son las siguientes:

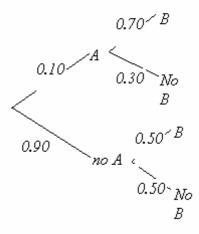
Destino de la compra	Devolución:=A	No devolución:=A <sup>c</sup>
Probabilidad a posteriori	0.1346	0.8654

En cuanto al inciso c, la probabilidad de que una mercancía adquirida al contado no sea devuelta es, aplicando el teorema de Bayes:

$$P(A^{c} \mid B^{c}) = \frac{P(A^{c} \cap B^{c})}{P(B^{c})} = \frac{P(A^{c}) * P(B^{c} \mid A^{c})}{P(B^{c})}$$
$$P(A^{c} \mid B^{c}) = \frac{0.90 * 0.45}{1 - 0.52} = 0.938$$

Esto significa, que casi 94% de las compras al contado no serán regresadas.

Árbol de probabilidades a priori



Árbol de probabilidades a posteriori

