RMS - Martín Ramírez Espinosa

Para poder definir qué es el RMS, primero se han de definir algunos puntos clave para su comprensión:

Sea $T \in \mathbb{R}^+$, se define el siguiente espacio de Hilbert:

$$H_T = \left\{ x : \mathbb{R} \to \mathbb{C} : x(t \pm T) = x(t),\ \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt < \infty \right\}$$

Con producto interno $\langle x, y \rangle = \frac{1}{T}\int_T x(t) \cdot y^*(t)\, dt$
y norma $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$

Ahora, denotemos por $\mathbb{1}$ la función constante $\mathbb{1}(t) = 1$, entonces se define al subespacio de H_T

$\text{span}\{\mathbb{1}\} = \{ c \cdot \mathbb{1} : c \in \mathbb{R}, \mathbb{C} \}$ cuya base ortonormal es $\mathbb{1}$

y a su complemento ortogonal:

$$\text{span}\{\mathbb{1}\}^{\perp} = \{ f \in H_T : \langle f, \mathbb{1} \rangle = 0 \} = \left\{ f \in H_T : \frac{1}{T}\int_T f(t)\, dt = 0 \right\}$$

Por lo tanto: $\text{span}\{\mathbb{1}\} \oplus \text{span}\{\mathbb{1}\}^{\perp} = H_T$

De manera que $\forall x \in H_T$, x puede ser expresado como:

$$x = \langle x, \mathbb{1} \rangle \cdot \mathbb{1} + (x - \langle x, \mathbb{1} \rangle) \to \text{"DC + AC"}$$

Así, se define la media $\mu(x)$ como la "parte DC" de x:

$\mu(x) = \langle x, 1 \rangle = \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt$

y a su "parte AC" como $x_{AC} = x - \mu(x)$

Entonces, el RMS de x es simplemente $\|x\|$

$$x_{RMS} = \|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T x(t)\cdot x^*(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt}$$

"Raíz de la media del cuadrado" $= \sqrt{\mu(|x(t)|^2)}$

Ahora, la potencia instantánea de una señal $x(t)$ está dada por:

$p(t) = v(t)\cdot i(t)$ si $v(t), i(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

y se define a la potencia media como

$\bar{P} = \mu(p(t)) = \mu(v(t)\cdot i(t))$

Ahora, por desigualdad de Cauchy-Schwartz:

$$|\mu(v(t)\cdot i(t))| \leq \sqrt{\mu(|v|^2)} \cdot \sqrt{\mu(|i|^2)}$$

Entonces: $\bar{P} \leq V_{RMS} \cdot I_{RMS}$

$\to V = IR$!!!

Hay igualdad solo si $v(t) = K\,i(t)$

Es por eso que, para circuitos puramente resistivos:

$$\bar{P} = \mu\left(\frac{v\cdot v}{R}\right) = \frac{1}{R}\cdot\mu(|v|^2) = \frac{V_{RMS}^2}{R} \quad \text{y} \quad \bar{P} = I_{RMS}^2 \cdot R$$