Messunsicherheiten mit dem Smartphone

LITERATUR

- W.H.H. Gränicher, Messung beendet - was nun?, B.G. Teubner Stuttgart 1994, Kap. 1-3,9
- S. Brandt, Datenanalyse, BI Wissenschaftsverlag 1992
- Deutsche Norm „Grundlagen der Messtechnik“ DIN 1319, Mai 1996, Beuth-Verlag
- Wikipedia: Messabweichung, Normalverteilung, Studentsche t-Verteilung, Eichung, Ausreißer
- Mess- und Eichverordnung 2015: http://www.gesetze-im-internet.de/messev/BJNR201100014.html
- Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainties in measurement (GUM) https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf
- Smartphone-App Phyphox https://phyphox.org/de

1 Motivation

Ziel des Praktikums ist es, neben dem Kennenlernen der Messtechnik und der Methodik des Messens auch Erfahrungen in der Bewertung von Messergebnissen zu sammeln. Zum Beispiel muss zur Prüfung der Gültigkeit eines theoretischen Modells die Qualität und Aussagekraft der Messung bekannt sein. Jede physikalische Messung unterliegt zufälligen Schwankungen und systematischen Abweichungen, die man im Begriff *Messfehler* (alte Bezeichnung) oder treffender *Messunsicherheit* (neu nach DIN 1319-3 und GUM 2008) zusammenfasst. Im Versuch soll an einem möglichst einfachen Experiment erlernt werden, welche Arten von Messunsicherheiten auftreten, wie sie zu bestimmen sind und wie sich die Unsicherheiten einzelner Messgrößen auf das Gesamtergebnis auswirken. Im Praktikum wird der kürzeren Bezeichnung wegen oft *Fehler* synonym zu *Messunsicherheit* verwandt. Da im allgemeinen Sprachgebrauch der Begriff *Fehler* jedoch meist mit „falsch“ assoziiert wird, jedoch die Messung einer physikalischen Größe keineswegs falsch sein muss, wenn sie einen (unvermeidbaren!) Messfehler besitzt, vermeidet man v.a. in der technischen Terminologie seit einigen Jahren diesen Begriff zugunsten von *Messunsicherheit*.

2 Fragen zur Vorbereitung

? Wie funktionieren die mikromechanischen Sensoren (MEMS) eines Smartphones? Wie werden damit Beschleunigungen und Drehraten gemessen?

? Wie sind folgende Verteilungsfunktionen definiert? Wo treten sie auf? (je ein Beispiel)

- Gleichverteilung (kontinuierlich und diskret)

PhysikerV20250424

- Binomialverteilung
- Gaußverteilung
- Poissonverteilung

? Wie lautet der Zentrale Grenzwertsatz der Statistik?

? Was ist der Unterschied zwischen dem Messwert und dem wahren Wert? Wann existiert überhaupt ein wahrer Wert?

? Erklären Sie die Begriffe wahrer Wert, mittlerer Messwert, zufällige und systematische Messwertabweichung anhand des Treffermusters auf einer Schießscheibe.

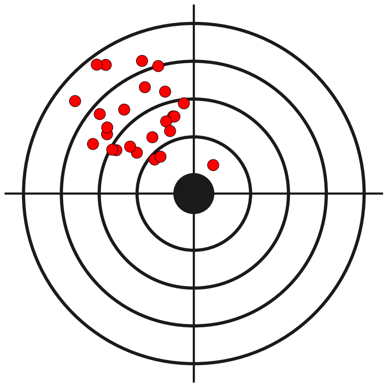

Abbildung FAS.1: Treffermuster auf einer Schießscheibe

? Was ist der Unterschied zwischen Standardabweichung, Vertrauensintervall und Fehlerbereich?

? Wann spricht man von Eichung, wann von Kalibrierung eines Messgeräts?

? Wie wirken sich die Messwertabweichungen der Eingangsgrößen auf die Ausgangsgröße (Endergebnis) aus? Geben Sie die allgemeinen Berechnungsschemata an.

? Was ist ein Histogramm? Was ist die optimale Intervallbreite eines Histogramms?

3 Aufgabenstellung

Die Messungen sollen mit Hilfe eines Smartphones und der Physik-App *Phyphox* vorgenommen werden. Anleitungen zur Bedienung von Phyphox gibt es auf der oben angebenen Website. Zur Auswertung stehen Python-Programme zur Verfügung, die Sie bei Bedarf anpassen und erweitern können. Es dürfen selbstverständlich auch andere Programmierumgebungen (z.B. Matlab oder Root) zum Einsatz kommen, wenn Sie damit mehr vertraut sind.

AUFGABE FAS.I

Es sollen die systematischen und zufälligen Messunsicherheiten des **Beschleunigungssensors** im Smartphone untersucht werden.

AUFGABE FAS.II

Mit Hilfe des **Gyroskops** Ihres Smartphones am Fadenpendel bestimme man die Schwerebeschleunigung g der Erde (Gymnasialdeutsch „Ortsfaktor“) aus Schwingungsdauer und Pendellänge.

Die Schwingungsdauern werden durch die Analysesoftware anschließend aus den Minima und Maxima der mit dem Smartphone aufgezeichneten Drehraten ermittelt. Die Länge des Fadens wird von Ihnen mit einem Gliedermaßstab (vulgo Zollstock) ermittelt.

Ziel des Versuches ist es, aus den gemessenen Größen g und insbesondere die Messabweichung Δg zu bestimmen und dabei die Methodik der sog. Fehlerrechnung kennenzulernen und nicht die möglichst präzise Ermittlung von g.

4 Grundlagen

Ziel einer physikalischen Messung ist es, möglichst gut den sog. „wahren Wert“ einer physikalischen Größe zu ermitteln. In der Regel gibt es diesen wahren Wert aber gar nicht, da der zu ermittelnde Wert von zahlreichen Einflussgrößen abhängen kann (z.B. Temperatur, Luftfeuchtigkeit). Ein ideales Experiment zeichnet sich dann dadurch aus, dass es diese Einflüsse möglichst weitgehend ausschließt oder korrigiert. Letztlich besitzt die Messgröße meist quantenphysikalischen Charakter, d.h. sie stellt selber nur eine Wahrscheinlichkeitsdichte dar. Nur in seltenen Fällen existiert daher ein wahrer Wert.

Im Praktikum kann man aber davon ausgehen, dass die Ungenauigkeit des Messverfahrens größer ist als die Schwankungsbreite des wahren Wertes, so dass die Annahme seiner Existenz eine gute Näherung ist.

In unserem Versuch wollen wir nun unter Annahme der Näherung des Fadenpendels durch das mathematische Pendel (Punktmasse, masseloser und undehnbarer Faden) aus der Schwingungsdauer $\bar{t}$ und der Fadenlänge l die Fallbeschleunigung g ermitteln.

$$g = (2\pi)^2 \frac{l}{\bar{t}^2} \quad . \tag{FAS.1}$$

4.1 Messwert und wahrer Wert

Messen heißt, mit einem Gerät und einem Verfahren Werte einer physikalischen Größe zu ermitteln, die dem wahren Wert möglichst nahe kommen. Dabei kann die Messung auch mit dem Computer simuliert sein.

Wegen der unvermeidlichen Messabweichungen kann eine Messung stets nur einen Schätzwert sowie die Unsicherheit dieses Schätzwertes liefern, nie den wahren Wert selber.

4.2 Statistische Schwankungen der Messwerte

Der Messvorgang unterliegt zahlreichen Einflüssen, so dass eine Wiederholung einer Messung in der Regel zu einem anderen Messwert führt. Aus diesem Grund ist die Kenntnis der Verteilungsfunktion der Messwerte x_i (welche vom Messverfahren abhängen) entscheidend für die Beurteilung der Qualität einer Messung. Alle diese Verteilungen $\varphi(x)$ lassen sich durch ihre Momente μ_k bezüglich eines konstanten Ursprungs A charakterisieren:

$$\mu_k(x,A) = E[(x-A)^k] \quad k = 1,2,3,\ldots$$

$E[y]$ bezeichnet dabei den Erwartungswert einer Verteilungsfunktion y. Für den Spezialfall $A = 0$ ergeben sich dann die Momente $\bar{x}$, $\bar{x^2}$, $\bar{x^3}$ usw. Aus den Momenten abgeleitete wichtige Größen sind

$$\begin{aligned} \text{Mittelwert}: \quad \mu &= \mu_1(x,0) \\ \text{Varianz}: \quad \sigma^2 &= \mu_2(x,\mu) \\ \text{Schiefe}: \quad \gamma_1 &= \frac{\mu_3(x,\mu)}{\sigma^3} \\ \text{Exzess}: \quad \gamma_2 &= \frac{\mu_4(x,\mu)}{\sigma^4} \end{aligned}$$

Dabei wird σ als Standardabweichung bezeichnet. Nach dem Zentralen Grenzwertsatz der Statistik sind die Messwerte oft normalverteilt, d.h. sie gehorchen einer Gaußverteilung, die für unsere Zeitmessung folgende Form hat:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(\mu-t)^2}{2\sigma^2}\right) \quad . \tag{FAS.2}$$

Die Parameter $\mu = E[\varphi(t)]$ und $\sigma = E[\varphi(t-\mu)^2]$ werden als Mittelwert und Standardabweichung *der Verteilung* bezeichnet und entsprechen den Momenten $\mu = \mu_1(t,0)$ bzw. $\sigma = \mu_2(t,\mu)$. Die höheren Momente um $A = \mu$ verschwinden dann alle. Die kontinuierliche Verteilung ergibt sich allerdings erst für eine unendliche Anzahl n von Messwerten t_i , daher sind die besten Abschätzungen für μ und σ gesucht. Diese sind (Beweis!)

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i \quad \text{mit} \quad \lim_{n\to\infty} \bar{t} = \mu \tag{FAS.3}$$

sowie die Standardabweichung *der Stichprobe*:

$$s_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}{n-1}} \quad \text{mit} \quad \lim_{n\to\infty} s_t = \sigma \tag{FAS.4}$$

Beachten Sie, dass sich die beiden Standardabweichungen um den Faktor $\sqrt{n/(n-1)}$, die sog. Besselkorrektur, unterscheiden. Durch die Berechnung des Mittelwertes aus der Stichprobe sinkt die Zahl der verbleibenden Freiheitsgrade um eins, was man sich für $n = 2$ leicht plausibel machen kann.

Die Größe s_t wird auch als Standardabweichung des *Einzelwerts* bezeichnet, da jeder gemessene Wert der gleichen Verteilungsfunktion unterliegt.

Die Standardabweichung *des Mittelwerts* $s_{\bar{t}}$ ergibt sich aus folgender Beziehung:

$$s_{\bar{t}} = \frac{s_t}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\mu)^2}{n(n-1)}} \tag{FAS.5}$$

Mit dieser Größe ist die statistische Unsicherheit des Messergebnisses eigentlich hinreichend charakterisiert. Meist interessiert in der Praxis aber auch noch der sog. Vertrauensbereich, in dem ein vorgegebener Anteil $1-\alpha$ der Messwerte liegt. Die Größe α beschreibt also die Irrtumswahrscheinlichkeit, d.h. mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Messwert zufällig nicht im angegebenen Intervall liegt. Im Praktikum wird $\alpha = 0.05$ angenommen, also ein Vertrauensniveau von 95 %. Bei der Veröffentlichung wissenschaftlicher Ergebnisse wird jedoch meist ein $\alpha = 0.02 \ldots 0.001$ verwendet, bevor ein Ergebnis als signifikant angesehen wird. Standardabweichung und Vertrauensintervall hängen wie folgt zusammen:

$$\Delta t_{\mathrm{zuf}} = F_s(\alpha, n) \cdot s_{\bar{t}} \tag{FAS.6}$$

Der vom Vertrauensniveau und der Zahl der Messwerte abhängige sog. Student-Faktor F_s ergibt sich aus der t-Verteilung, für große n und $\alpha = 0.05$ ist $F_s(0.05, \infty) = 1.96 \approx 2$. Nur für $n < 10$ und/oder andere Werte von α ist es notwendig, den Student-Faktor in entsprechenden Tabellen nachzuschlagen. Damit gilt im Praktikum meist die Beziehung:

$$\Delta\bar{x} = \frac{2s_x}{\sqrt{n}} \tag{FAS.7}$$

Dies wird unter Physikern als zufällige (oder statistische) *Unsicherheit des Mittelwerts* bezeichnet, die DIN hält dafür keinen eigenen Begriff bereit.

4.3 Systematische Messwertabweichungen

Der Mittelwert aller Messwerte $\bar{t}$ konvergiert zwar gegen μ, nur entspricht dies i.a. nicht dem wahren Wert. Die Differenz wird als *systematische Messwertabweichung* bezeichnet. Solche Abweichungen sind nur durch vergleichende Messungen mit anderen Apparaturen oder Messmethoden ermittelbar. Dadurch sind sie prinzipiell korrigierbar, was von Herstellerseite durch eine entsprechende Kalibrierung auch meist geschieht. Falls der Aufwand nicht gerechtfertigt ist, begnügt man sich mit der Angabe der Fehlergrenzen. Ist die Kalibrierung amtlich (z.B. bei Handelswaagen), so nennt man dies Eichung. Eichen dürfen nur die zuständigen Eichämter, in Deutschland ist die oberste Eichbehörde die Physikalisch-Technische Bundesanstalt mit Sitz in Braunschweig und Berlin. Sagen Sie daher nie „Eichung“, wenn Sie „Kalibrierung“ meinen!

Im Falle des Smartphones lassen sich Referenzwerte recht leicht bestimmen: Legt man das Smartphone auf eine ruhende Unterlage, so sollten alle drei Richtungen des Beschleunigungssensors (ohne g) den Wert Null anzeigen. Die zufälligen Schwankungen lassen sich durch die oben geschilderte Mittelung weitgehend minimieren. Unterteilt man aber die

Messzeit von 10 Minuten in Intervalle von z.B. einer Minute, so wird man feststellen, dass sich die Mittelwerte nicht nur signifikant von Null, sondern auch voneinander unterscheiden, d.h. der Mittelwert driftet. Solche Abweichungen sind vom Hersteller nur mit großem Aufwand vermeid- bzw. korrigierbar, was sich meist im Preis niederschlägt. Beim Gyroskop werden Sie bemerken, dass es gelegentlich Sprünge in den Messwerten gibt (gleichzeitig in allen drei Achsen). Hier wird bereits vom Smartphone selber eine Driftkorrektur vorgenommen.

Für die indirekte Messung der Fallbeschleunigung g ist als Messgröße neben der Schwingungsdauer $\bar{t}$ auch die Fadenlänge l zu bestimmen. Vom Praktikanten ist l mit Hilfe eines Gliedermaßstabes („Zollstock") zu messen. Überlegen Sie sich vorher, auf welche Stelle des Pendelkörpers Sie die Längenmessung beziehen!

Als allgemeine Regel für nicht geeichte Geräte gilt, dass der systematische Fehler die Hälfte der kleinsten Ableseeinheit plus 0.5 Promille des Ablesewertes beträgt, sofern der Hersteller nichts anderes angibt. Weitere Eichfehlergrenzen sind in der Eichordnung EO 1988 zu finden.

Auf der Anleitungsseite sind aber Hinweise zur Bestimmung der reduzierten Pendellänge zu finden, denn es handelt sich ja um physikalische Pendel.

4.4 Fortpflanzung von Messwertabweichungen

Die Messwertabweichungen Δt und Δl pflanzen sich bei der Berechnung der Ergebnisgröße g fort und wirken sich als Unsicherheit oder Fehler des Ergebnisses aus. Bei der Bestimmung der Unsicherheit Δg_{sys} und Δg_{zuf} muss man die unterschiedliche Fortpflanzung systematischer und zufälliger Messwertabweichungen beachten.

Der *zufällige* Unsicherheit ergibt sich aus dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$|\Delta g_{\text{zuf}}| = \sqrt{\left(\frac{\delta g}{\delta t}\Delta t_{\text{zuf}}\right)^2 + \left(\frac{\delta g}{\delta l}\Delta l_{\text{zuf}}\right)^2} \tag{FAS.8}$$

Die Auswirkung *systematischer* Messwertabweichungen der unabhängigen Größen t und l bei kleinen Änderungen Δt_{sys} und Δl_{sys} kann man durch eine Taylorentwicklung erster Ordnung abschätzen:

$$g(t + \Delta t_{\text{sys}}, l + \Delta l_{\text{sys}}) = g(t,l) + \frac{\delta g}{\delta t} \cdot \Delta t_{\text{sys}} + \frac{\delta g}{\delta l} \cdot \Delta l_{\text{sys}} + \ldots \tag{FAS.9}$$

Damit erhält man den Betrag der systematischen Messunsicherheit:

$$|\Delta g_{\text{sys}}| = \left|\frac{\delta g}{\delta t} \cdot \Delta t_{\text{sys}}\right| + \left|\frac{\delta g}{\delta l} \cdot \Delta l_{\text{sys}}\right| \tag{FAS.10}$$

Für Funktionen der Form $f = \alpha x^{\beta} y^{\gamma}$ (x und y sind die fehlerbehafteten unabhängigen Messgrößen, α, β und γ sind reelle Konstanten) empfiehlt sich das Verfahren der logarithmischen Differentiation, was das wesentlich übersichtlichere Rechnen mit relativen Unsicherheiten erlaubt:

$$
\begin{aligned}
d(\ln f) &= d(\ln \alpha) + \beta \cdot d(\ln x) + \gamma \cdot d(\ln y) \\
\frac{df}{f} &= 0 + \beta \frac{dx}{x} + \gamma \frac{dy}{y} \\
\left|\frac{\Delta f}{f}\right| &= \left|\beta \frac{\Delta x}{x}\right| + \left|\gamma \frac{\Delta y}{y}\right|
\end{aligned}
$$

Dies gilt für die relative systematische Unsicherheit. Analog gilt für die relative zufällige Unsicherheit:

$$
\left|\frac{\Delta f}{f}\right|^2_{\text{zuf}} = \left|\beta \frac{\Delta x}{x}\right|^2 + \left|\gamma \frac{\Delta y}{y}\right|^2
$$

Wie lauten die entsprechenden Ausdrücke für die Unsicherheiten von g?

Systematische und zufällige Unsicherheit sind getrennt anzugeben, z.B.

$$
t = 3.2\,\mathrm{s} \;\pm 0.2\,\mathrm{s}\;(syst.)\;\pm 0.1\,\mathrm{s}\;(zuf.)\;.
$$

Oft findet man jedoch in der Praxis eine summarische Angabe der Gesamtunsicherheit.

4.5 Grobe Messfehler

Es gehört zu den Grundprinzipien wissenschaftlichen Arbeitens, unerwartete oder missliebige Messwerte nicht zu unterdrücken. Vielmehr muss nach den Ursachen dieser „Ausreißer“ gesucht werden, u.U. verbirgt sich ja darin neue Physik. Im Praktikum ist jedoch meist ein defektes Messgerät, falsches Ablesen einer Anzeige, Schreib- oder Tippfehler bei der Protokollierung o.ä. die Ursache. Nur bei solch offensichtlichen groben Fehlern ist es gestattet, die unsinnig stark abweichenden Werte in der Auswertung unberücksichtigt zu lassen, dies ist allerdings im Protokoll zu vermerken.

Grobe Messfehler können bei der Datenerfassung mit dem Smartphone entstehen, wenn z.B. durch die bereits erwähnte Nachjustierung des Gyroskops Sprünge in den Messwerten entstehen. Ebenso erzeugt man beim Anstoßen des Pendels während der Messung kurzzeitig grobe Messwertverfälschungen.

5 Versuchsdurchführung

Die erste Messung soll uns nur dazu dienen, möglichst viele Sensordaten mit hoher digitaler Auflösung bei konstanten Bedingungen zu liefern. Dazu eignet sich der Beschleunigungssensor (ohne g) besser, da das Gyroskop in Ruhe deutliche Digitalisierungsfehler und vor allem Sprünge durch die eingebaute Selbstkorrektur zeigt. Bitte übertragen Sie daher nicht die ermittelten Messunsicherheiten dieses Versuchsteils auf die Messungen mit dem Gyroskop.

Man messe mit Phyphox 10 Minuten lang die Rohdaten des Beschleunigungssensors (Beschleunigung (ohne g) - Rohdaten auslesen) des *ruhenden* Smartphones auf und speichere diese anschließend als CSV-Datei (mit Dezimalpunkt sowie Komma als Trennzeichen) auf dem Notebook bzw. PC ab. Zum Start der Messung und der Abspeicherung der Daten bedient man das Smartphone per WLAN über das Webinterface von Phyphox.

Als zweite Messung ermittle man die Schwingungsdauer eines Pendels mit Hilfe des Gyroskops des Smartphones.

5.1 Aufbau des Experiments

Im Praktikum sind für das Smartphone drei unterschiedlich lange Pendelaufbauten vorhanden.

Die Achsen des Smartphones sind üblicherweise so festgelegt, dass beim Blick auf das senkrecht gehaltene Display die x-Achse nach rechts, die y-Achse nach oben und die z-Achse nach vorn in Richtung des Betrachters zeigt. Probieren Sie es am besten aus, indem Sie das Handy nacheinander schnell in alle drei Richtungen bewegen und dabei die Beschleunigungsdiagramme beobachten. Dabei werden Sie auch feststellen, dass es einige Sekunden dauert, bis der Sensor die Nulllinien eingestellt hat.

5.2 Durchführung der Messungen mit dem Smartphone

Nach dem Start von Phyphox suchen Sie zunächst den richtigen Sensor aus, danach erlauben Sie den Fernzugriff (rechts oben als Option). Rufen Sie im Webbrowser des steuernden Rechners die von Phyphox angegebene URL und starten Sie die Messung. Sie können bei der ersten Aufgabe auch die Messzeit vorgeben. Nach Stop der Messung rufen Sie die Messdaten vom Rechner aus ab, packen die übertragene Zip-Datei aus und ändern den Namen der CSV-Datei, die standardmäßig `Raw Data.csv` heißt.

Im Präsenzversuch empfiehlt es sich, die Messung mit Vorlaufzeit und 10-15 Minuten Messdauer am Smartphone zu starten und die anschließend in die Cloud oder lokal zu speichern. Die Vorlaufzeit genügt, um das Smartphone zu positionieren und das Pendel einschwingen zu lassen, da erfahrungsgemäß zu Beginn noch Oberschwingungen mit 8-12 Hz auftreten können.

Messen Sie außerdem die Länge des Pendels. Auf welchen Punkt des Smartphones und der Aufhängung muss sich die Längenmessung beziehen, um die sog. reduzierte Pendellänge des hier vorliegenden physikalischen Pendels zu ermitteln? Hierzu gibt es auch eine extra Anleitung auf der Anleitungsseite.

6 Auswertung

Die Auswertung kann sinnvollerweise mit den angebotenen Python-Programmen erfolgen. Dazu sollte man eine geeignete Programmierumgebung auf dem Auswerterechner installieren, z.B. Jupyter Notebook oder Spyder, als Installationsumgebung ist dazu Anaconda für die wichtigsten Betriebssysteme geeignet. Achten Sie bei der Analyse der Pendelschwingung auf die richtige Drehachse. Standardmäßig ist hier die y-Achse vorgesehen, kontrollieren Sie das aber anhand der Rohdaten. Eine andere Drehachse können Sie ggf. als zweiten Parameter beim Aufruf der Skripte angeben.

Die angebotenen Programme sind:

- **Rauschen.py** für die Analyse der zufälligen und systematischen Fehler des Beschleunigungssensors
- **Rohdaten_xyz.py** für die Analyse der Schwingung in x, y und z-Richtung des Beschleunigungssensors
- **Pendel_Extrema.py** für die Berechnung der Periodendauer über die zeitlichen Abstände von
  - Nulldurchgang zu Nulldurchgang
  - Maximum zu Maximum
  - Mininimum zu Minimum
  - Maximum zu Minimum
- **Pendel_Parabelfit.py** für eine Analyse der Pendelperioden nach Glättung der Daten und
  - einfacher Extremwertsuche (grobe Daten)
  - gezielter Extremwerte, die durch einen Parabelfit genauer bestimmt werden (feine Daten)
- **Pendel_FFT.py** führt eine Spektralanalyse der ungeglätteten Gyroskopdaten durch und fittet eine Lorentzkurve für die Bestimmung der Periodendauer und Güte der Schwingung (Zusatzaufgabe für Interessierte)

Alle diese Programme sind ausführlich im Quelltext und einem README kommentiert und sollen ggf. auch modifiziert und erweitert werden. Dazu ist das Verständnis des Musterprogramms unerlässlich, um es nach eigenen Vorstellungen verändern bzw. erweitern zu können. Python bietet sehr viele der benötigten Funktionen bereits in kompakter Form an, vom Einlesen der CSV-Dateien, der statistischen Analyse bis hin zur grafischen Darstellung der Diagramme. Schauen Sie sich dazu die Online-Dokumentationen der Funktionen an, soweit sie nicht selbsterklärend sind.

Ihr Protokoll sollte folgendes enthalten:

Für das ruhende Smartphone:

- Die Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Rohdaten des Beschleunigungssensors

- Stellen Sie auch einen vergrößerten Ausschnitt dar, der die Streuung der Einzelwerte erkennen lässt
- Erstellen Sie Histogramme für die Rohdaten
- In flacher Lage des Smartphones sollte die z-Achse g anzeigen, $x-$ und $y-$ Achse jeweils Null. Warum beobachtet man trotzdem meist eine systematische Abweichung des jeweils gemessenen Mittelwerts?

Für das pendelnde Smartphone:

- Pendel_Extrema.py: Vergleichen Sie die verschiedenen Methoden der Periodenbestimmung. Welche liefert den geringsten zufälligen Fehler?
- Pendel_CosFit.py: Es wird für jede Schwingung eine Cosinus-Funktion inklusive Dämpfung und Offset angepasst. Die so gewonnene Periodendauer T wird noch bezüglich der Anharmonizität des Pendels korrigiert, ebenso wird die von der Fitroutine gelieferte Standardabweichung für die Fehlerbalken und Gewichtung genutzt. Die Fehlerbalken der jeweiligen **Periodendauer** werden unter Annahme eines Vertrauensintervalls von 95% eingezeichnet.
- Berechnen Sie aus dem mit allen Werten gewonnenen Mittelwert $\bar{t}$ die Erdbeschleunigung g. Berechnen Sie Δg unter Benutzung der Messfehler von l und T und wie in Gln. FA.8–FA.10 angegeben. Die systematische Messabweichung des „Zollstocks“ beträgt $\Delta l_{\mathrm{sys}} = 0.5\,\mathrm{mm} + 5 \cdot 10^{-4} l$, der zufällige Fehler Δl_{zuf} ist aus der Ablesegenauigkeit abzuschätzen. Achten Sie auf die unterschiedliche Berechnung und getrennte Angabe von systematischem und zufälligem Fehler.

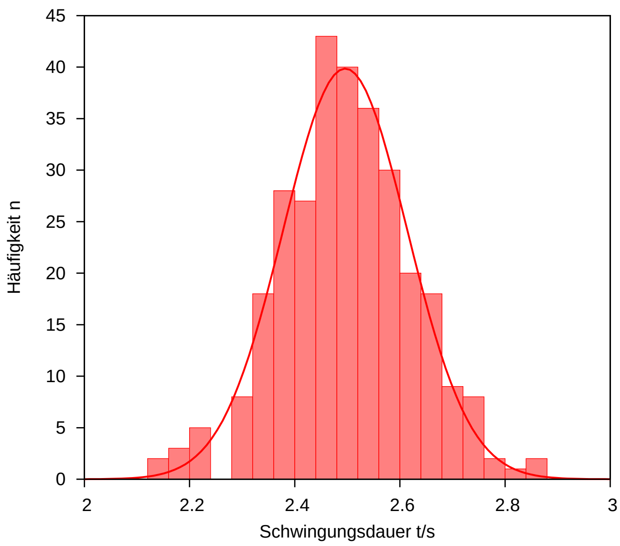

Abbildung FAS.2: Häufigkeitsverteilung (Histogramm) von 300 Messwerten. Angepasst wurde eine Gaußfunktion

$$n(t) = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{(t-\bar{t})^2}{2s_t^2}\right) .$$

Dies liefert für den Mittelwert $\bar{t} = 2.50$ und die Standardabweichung $s_t = 0.13$. Alternativ lassen sich der Mittelwert und die Standardabweichung explizit ausrechnen.

7 Fragen zur Versuchsdurchführung

- Was ist ein mathematisches Pendel? Geben Sie die Bewegungsgleichung an und berechnen Sie die Schwingungsdauer! Zeigen sie quantitativ, welchen Einfluss die endliche Ausdehnung des Pendelkörpers und die Amplitude auf die Schwingungsdauer hat.

- Wieso werden die Perioden immer nur aus der Zeitdifferenz zwischen Maximum und Minimum der gleichen Schwingung bestimmt und nicht z.B. aus dem zeitlichen Abstand zweier aufeinander folgender Maxima?
- Ändert sich die Breite des Histogramms mit zunehmender Zahl der Messwerte n?
- Wie ändert sich der zufällige Fehler des Mittelwerts, wenn man die Schwingungsdauer statt aus der Messung von 200 mal einer Schwingungsdauer aus der einmaligen Messung der Dauer von 200 Schwingungen ermittelt?
- Was lässt sich über die Messunsicherheit sagen, wenn bei wiederholten Messungen jedesmal der gleiche Wert ermittelt wird? Hat der Assistent Recht, wenn er auf einer weiteren Messung nach z.B. fünf identischen Messwerten besteht?