

Alon Spinner
305184335

המכון - מכון טכנולוגי לישראל



המסלול לתואר ראשון במדעי המחשב

Numerical Methods for Engineering – Graduate Course 019003

Prep HW 3: Root Finding

Due date: next lecture

For each equation make an initial guess or initial interval, and compute three iterations.

1. Solve the following equation using the bisection method:

$$x^5 + 2x^3 - x + 1 = 0 \quad (1)$$

2. Solve the following equation using the fixed-point (stationary point) and Newton methods:

$$x + \sin x = 0 \quad (2)$$

3. Solve the following equation using the linear interpolation and secant methods. What are the differences between these methods?

$$x + \sin x \frac{e^x}{\sqrt{1-x^3}} = 0 \quad (3)$$

4. What are the criteria used to choose an appropriate method to solve various equations?

$$1. f(x) = x^5 + 2x^2 - x + 1$$

$$\text{Solve for } x: f(x) = 0$$

المعادلة هي كثيرة الحدود من الدرجة 5

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = -1 - 2 + 1 + 1 = -1$$

$$a = -1, b = 0 \Rightarrow c = \frac{a+b}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 1.218$$

$$a = -1, b = -\frac{1}{2} \Rightarrow c = -0.75$$

$$f(-0.75) = 0.668$$

$$a = -1, b = -0.75 \Rightarrow c = -0.875$$

$$2. \quad f(x) = x + \sinh x$$

$$\text{Solve for } x: f(x) = 0$$

$$: \frac{f(x) - f(x')}{f'(x')}$$

$$f'(x) = 1 + \cosh x$$

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{f'(x^k)}$$

$$\text{We want } f(x) = 0 \quad \text{for } x$$

$$x^0 = \frac{1}{2}$$

$$\hookrightarrow x^1 = \frac{1}{2} - \frac{0.9744}{1.9776} = -0.0246$$

$$x^2 = -1.6797e-6$$

$$x^3 = 7.907e-14$$

Fixed point

$$x^{k+1} = f(x^k)$$

$$x^0 = \frac{1}{2}$$

$$\hookrightarrow x^1 = 0.9794$$

$$x^2 = 1.6096$$

$$x^3 = 2.7812$$

_____ 3222 1222

$$3. \quad f(x) = x + \sin x \frac{e^x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{Solve for } x: f(x) = 0$$

using the bisection method

$$x^{k+1} = a^k - \frac{b^k - a^k}{f(b^k) - f(a^k)} \cdot f(a^k)$$

$$f(-1) = -1.2189 < 0$$

$$f(0.5) = 1.3450 > 0$$

$$\Rightarrow a^0 = 0.5; b^0 = -1$$

$$\hookrightarrow x_{HL}^1 = -0.2869$$

$$f(-0.2869) = -0.4968$$

$$a^1 = -0.4968 \quad b^1 = \frac{1}{2}$$

$$x_{ab}^2 = -0.0746$$

$$S(-0.0746) = -0.1438$$

$$a^2 = -0.1438 \quad b^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_{ab}^3 = -0.0121$$

$$S(-0.0121) = -0.0374$$

$$a^3 = -0.0374 \quad b^3 = \frac{1}{2}$$

$$x_{ab}^0 = -0.0044$$

$$x=0 \rightarrow \text{true prod}$$

Secant

$$x^{k+1} = x^k - \frac{x^k - x^{k-1}}{f(x^k) - f(x^{k-1})} f(x^k)$$

$$x^0 = \frac{1}{2}$$

$$x^1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 = 0.0660$$

$$x^3 = 0.001$$

$$x^4 = 2.645 \cdot 10^{-4}$$

הכנסת הנכונה
- Secant
הכנסת הנכונה
הכנסת הנכונה
הכנסת הנכונה

4. אפיון / סקט - חזק וזריז
 אפיון / סקט - חזק וזריז
 אפיון / סקט - חזק וזריז

סל - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז

חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז
 חזק וזריז - חזק וזריז