



קינמטיקה, דינמיקה ובקרה של רובוטים – עבודת בית 1

יש לפתור ולתכנת הכל באופן פרמטרי, ולהציב ערכים מספריים אך ורק לצורך קבלת גרפי פלט.

בציור 1 מתואר מודל של רובוט מרחבי בעל חמש דרגות חופש – $\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5$.

1. פתרו את הקינמטיקה הישירה של הרובוט, כלומר, חשבו את מטריצת הטרנספורמציה 4×4 ממערכת הבסיס $(\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{z}_0)$ למערכת הכלי $(\hat{x}_t, \hat{y}_t, \hat{z}_t)$ כפונקציה של ערכי משתני המפרקים. יש להשתמש במערכות הצירים המופיעות בציור, ובהגדרות הבאות:

- במצב המתואר בציור, ערכי זוויות המפרקים הם אפס.
- הכיוון החיובי של זוויות המפרקים הינו כפי שמופיע בציור.

2. פתרו את הקינמטיקה ההפוכה של הרובוט, כלומר, חשבו את ערכי המפרקים בהינתן מטריצת טרנספורמציה מלאה המייצגת מיקום ואוריינטציה אפשריים של הרובוט בהנחה שאין מגבלות על תחום ערכי המפרקים. מצאו את כל הפתרונות והדגימו את ריבוי הפתרונות בעזרת שרטוט איכותי.

3. חשבו את מטריצת היעקוביאן המלאה (6×5) במערכת הבסיס ובמערכת הכלי.

בסעיפים הבאים ניתן להניח כי $\theta_4 = \theta_5 = 0$ קבועות וכי $l_1 = l_2 = 0$.

4. מצאו את כל המצבים הסינגולריים של הרובוט ביחס למשימה של מיקום הכלי. עבור כל מצב סינגולרי, צרפו שרטוט איכותי והראו מהו הכיוון בו הכלי אינו יכול לנוע.

5. תכננו תנועה של הכלי בקו ישר מנקודה A לנקודה B (הקואורדינאטות בעמוד הבא) בזמן של 2 שניות, תוך התחשבות במגבלות המכאניות של המפרקים (ראו בעמוד הבא), ע"פ פרופילי המהירות הבאים:

- תנועה במהירות קווית קבועה.
- פרופיל מהירות טרפזי- תאוצה קבועה עד למהירות מכסימלית, תנועה במהירות קבועה, ותאוצה קבועה עד לעצירה. דרוש כי זמני ההאצה וההאטה יהיו שווים, וזמן התנועה במהירות קבועה יהיה $2/3$ מזמן התנועה הכולל.
- פרופיל מהירות פולינומיאלי המבטיח תאוצה ומהירות שוות לאפס בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

עבור כל אחד מפרופילי התנועה יש להגיש:

- ביטויים אנליטיים למיקום, מהירות ותאוצה של יחידת הקצה כפונקציה של הזמן.
- גרפים של מיקום, מהירות ותאוצה של יחידת הקצה כפונקציה של הזמן.
- גרפים של תנועות המפרקים - מיקום (במעלות/מטרים בהתאמה), מהירות ותאוצה כפונקציה של הזמן.

את המהירויות והתאוצות במפרקים יש לחשב בשתי דרכים (ולהציג על גרף אחד):

- מתוך גזירה נומרית של מיקום המפרקים $\underline{q}(t)$.
- מתוך הקשר $\dot{\underline{x}} = J_L \dot{\underline{q}}$ (כאשר J_L הוא החלק הקווי של מטריצת היעקוביאן) עבור המהירויות ו $\ddot{\underline{x}} = \dot{J}_L \dot{\underline{q}} + J_L \ddot{\underline{q}}$ עבור התאוצות.

יש לפתור ולתכנת הכל באופן פרמטרי, ולהציב ערכים מספריים אך ורק לצורך קבלת גרפי פלט. בעמוד הבא מופיעה רשימת הפונקציות שיש לתכנת ולהגיש בכתב. תוכנה מומלצת: MATLAB. ניתן לכתוב פונקציות עזר נוספות (למשל לייצור הגרפים) אך אין צורך להגיש אותן בכתב.

ההגשה בזוגות בלבד עד יום חמישי 19.11 באתר הקורס.

**נתונים מספריים לצורך הסימולציה במחשב:**

אורכי חוליות הרובוט (במטרים):

$$H = 0.2[m], \quad L = 0.1[m], \quad l_1 = 0, \quad l_2 = 0$$

קואורדינטות נקודות המוצא והיעד (במטרים):

$$\begin{aligned} x_A &= 0.1, & y_A &= 0.05, & z_A &= 0.25 \\ x_A &= 0.25, & y_A &= -0.15, & z_A &= 0.35 \end{aligned}$$

מגבלות מכאניות במפרקים:

$$\text{במפרק } \theta_1: -180^\circ < \theta_1 < 180^\circ$$

$$\text{במפרק } \theta_2: -90^\circ < \theta_2 < 90^\circ$$

$$\text{במפרק } d_2: d_2 > 0$$

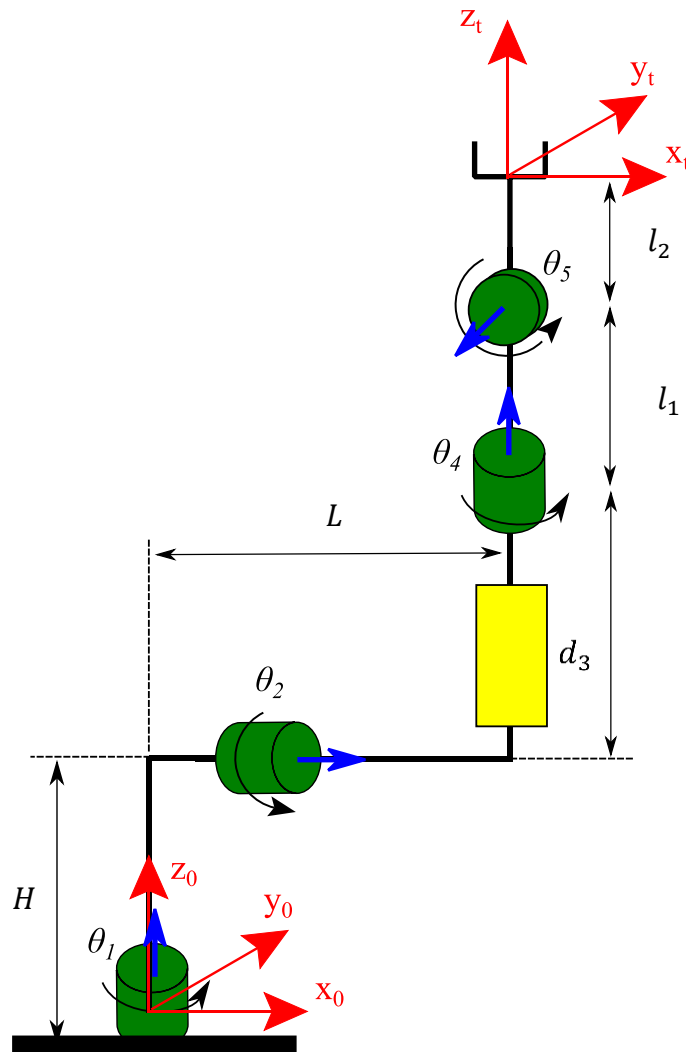
משך זמן התנועה: $T=2[\text{sec}]$ זמן הדגימה (לצורך חישוב $q(t)$): $\Delta T = 0.001[\text{sec}]$ **פונקציות שיש לתכנת ולהגיש בכתב:**

1. קינמטיקה ישירה: $x = \text{forward_kin}(q)$
קלט - וקטור משתני המפרקים q פלט - וקטור מיקום הכלי x .
2. קינמטיקה הפוכה: $q = \text{inverse_kin}(x, \text{elbows})$
קלט - מיקום הכלי x , ומשתני החלטה elbows לבחירה מבין ריבוי פתרונות פלט - משתני המפרקים q
3. מטריצת היעקוביאן: $J = \text{jacobian_mat}(q)$
קלט - משתני המפרקים q פלט - מטריצת היעקוביאן (ניתן גם להפריד ל- J_A, J_L)
4. פונקציית תכנון מסלול ליחידת הקצה בפרופיל מהירות נתון: $x = x_plan(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - מיקום יחידת הקצה $x(t)$.
5. פונקציית תכנון מהירות ליחידת הקצה בפרופיל מהירות נתון: $v = v_plan(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - מהירות קווית של יחידת הקצה $v(t)$.
6. פונקציית תכנון תאוצה ליחידת הקצה בפרופיל מהירות נתון: $a = a_plan(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - תאוצה קווית של יחידת הקצה $a(t)$.
7. פונקציית תכנון מצב המפרקים בפרופיל מהירות נתון: $q = q_plan(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - מצב המפרקים הרצוי $q(t)$.
8. פונקציית תכנון מהירות המפרקים בפרופיל מהירות נתון: $\dot{q} = \dot{q_plan}(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - מהירות המפרקים הרצויה $\dot{q}(t)$.
9. פונקציית תכנון תאוצת המפרקים בפרופיל מהירות נתון: $\ddot{q} = \ddot{q_plan}(\text{prof}, t)$
קלט - סוג פרופיל התנועה prof , והזמן t . פלט - תאוצת המפרקים הרצויה $\ddot{q}(t)$.



הערות:

- רצוי שפונקציות 4-9 יוכלו לעבוד גם עם קלט של וקטור זמנים t ולהחזיר פלט וקטורי/מטריצי מתאים.
- רצוי שפונקציות 1,2 יוכלו לעבוד גם עם קלט ופלט מטריציוניים - אוסף של וקטורי x, q .
- ניתן להוסיף פונקציות עזר, ולשנות פרטים לא מהותיים בתחביר ובאיברי הקלט/פלט.
- פונקציות שכדאי להכיר ב - Matlab: `diff`, `atan2`, `.*`, `./`, `.^`.



ציור 1 רובוט מרחבי 5 דרגות חופש. הרובוט מתואר באיור במצב אפס!



רובוט Stanford arm - 1969