



### קינמטיקה, דינמיקה ובקרה של רובוטים - עבודת בית 3

**הערה :** במידה וטעיתם בתרגיל בית 1, יש לתקן את הגדרות משתני המפרקים ופרופילי התנועה, ולעדכן את פונקציות הקינמטיקה הישירה וההפוכה או תכנון המסלול בהתאם. יש להשתמש בנגזרת המדויקת של היעקוביאן לצורך תכנון התאוצות.

1. פתחו בפירוט את משוואות התנועה הדינמיות של הרובוט הטורי שתואר בתרגיל 1 (עבור

$$(\theta_4 = \theta_5 = 0, l_1 = l_2 = 0).$$

גורמים שיש להתחשב בהם בפיתוח משוואות התנועה (פירוט נתוני חוליות הרובוט נתון בהמשך) :

• נתוני המסה  $m_i$ , האורכים  $L_i$ , מיקום מרכז הכובד ומומנט האינרציה של כל חוליה.

• תאוצת הגרביטציה  $g$  בכיוון מטה ( $-z_0$ ).

• מסת עומס נקודתית  $M$  האחוזת ע"י התפסנית.

• וקטור מומנטי הבקרה במפרקים  $\tau$ .

• אפשרות להפעלת כוח קווי חיצוני  $F_e$  כלשהו על יחידת הקצה.

הביאו את משוואות התנועה לצורה המטריצית  $H(\underline{q})\ddot{\underline{q}} + C(\underline{q}, \dot{\underline{q}})\dot{\underline{q}} + \underline{G}(\underline{q}) = \underline{\tau} + J^T \underline{F}_e$

כאשר  $\underline{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3]^T$  הינו וקטור משתני המפרקים. רשמו במפורש את איברי  $H, C, G$

כפונקציה של איברי  $\underline{q}, \dot{\underline{q}}$  והפרמטרים  $L_i, m_i, M, g$  בצורה פרמטרית ממושטת ככל האפשר.

יש לפתח את כל החישובים בצורה פרמטרית, ולהציב ערכים מספריים רק לצורך ייצור גרפים!!

2. "דינמיקה הפוכה": תכננו את וקטור מומנטי הבקרה  $\tau(t)$  הנדרשים במפרקים כדי לייצר את

התנועה מ-A ל-B שתוכננה בתרגיל בית 1 ע"פ פרופיל מהירות פולינומיאלי עבור מסת עומס של

$$M = 0.5[Kg]$$

$0.001[sec]$ , ולהגיש גרפים של מומנטי הבקרה המתוכננים כתלות בזמן.

3. חשבו בפירוט את כוח הריאקציה הקווי הפועל במפרק 1 בכיוון ציר המפרק, כתלות במצב,

מהירויות ותאוצות המפרקים. ציירו גרף של כוח זה כתלות בזמן עבור מסלול התנועה המתואר

בסעיף 2.

4. "דינמיקה ישירה": בצעו סימולציה דינמית של תנועת הרובוט כאשר המיקום התחלתי של

יחידת הקצה הוא בנקודה A, המהירות ההתחלתית אפס, ומופעלים מומנטי הבקרה שתוכננו

בסעיף 2. צעד הזמן של האינטגרציה חייב להיות קטן מ-  $\Delta T$  פי 10 לפחות.

5. חזרו על סעיף 4 כאשר מיקום הכלי ההתחלתי מוזז בס"מ אחד כלפי מעלה (כיוון  $+z_0$ )

מהנקודה A, ומומנטי הבקרה במפרקים הם אותם אלו שתוכננו בסעיף 2.

6. חזרו על סעיף 4 כאשר מסת העומס היא כעת  $0.6[Kg]$ , ומומנטי הבקרה במפרקים הם אותם אלו שתוכננו בסעיף 2 עבור מסת העומס המקורית.

#### עבור הסעיפים 4,5,6 יש להציג את התוצאות הבאות:

- גרפים של ערכי המפרקים (זוויות - במעלות!) כפונקציה של הזמן, לעומת הערכים המתוכננים.
- גרף של נורמת שגיאת המיקום של יחידת הקצה  $\sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2}$  כפונקציה של הזמן, מבוטאת באחוזים ביחס לאורך המסלול הכולל.

7. רשמו פיסקה קצרה של סיכום התרגיל, התייחסות לתוצאות והסקת מסקנות.

### נתוני מסה ואינרציה של חוליות הרובוט (מודל מפושט)

לצורך פישוט, הניחו כי החוליות מקורבות ע"י מוטות דקים בקוטר אחיד  $d=0.015[m]$  העשויים מפלדה בעלת צפיפות של  $7800[kg / m^3]$ . ניתן להניח כי מרכז הכובד של כל חוליה ממוקם במחצית אורכה. בחישוב המסה ומומנט האינרציה של  $d_3$ , יש לקחת אורך חוליה קבוע ושווה  $L_1 = 0.1[m]$ . מרכז המסה של החוליה נמצא במרחק  $\frac{L_1}{2}$  לפני יחידת הקצה.

**תזכורת:** מומנט האינרציה (ביחס למרכז הכובד) של מוט דק בעל מסה  $m$  ואורך  $L$  ביחס לציר האורך שלו הוא זניח, ומומנטי האינרציה שלו ביחס לצירים הניצבים לציר האורך הם  $\frac{mL^2}{12}$ .

### פונקציות שיש לתכנת ולהגיש בכתב:

- חישוב מטריצות הדינמיקה  $[H,C,G]=\text{dynamics\_mat}(q,\dot{q})$   
קלט - ערכי משתני המפרקים ומהירויותיהם  $q, \dot{q}$ .  
פלט - המטריצות/וקטורים  $H,C,G$  של משוואות התנועה הדינמיות.
- וקטור מומנטים נדרשים במפרקים  $\text{tau}=\text{tau\_plan}(\text{prof},t)$   
קלט - סוג פרופיל התנועה  $\text{prof}$ , והזמן  $t$ . פלט - וקטור המומנטים הנדרש  $\tau(t)$ .
- פונקציית משוואת המצב הדינמית  $\dot{X}=\text{state\_eq}(t,X)$   
קלט - וקטור המצב  $X = (q, \dot{q})$  והזמן הנוכחי  $t$ . פלט - וקטור המהירות  $\dot{X}(t)$ .
- תוכנית קצרה להרצת הסימולציה הדינמית עם תנאי התחלה כלשהם ועיבוד התוצאות.

פונקציות שכדאי להכיר ב-MATLAB: `ode45`, `interp1`.

ההגשה בזוגות עד 31.12.2021 באתר הקורס.

**בהצלחה!**