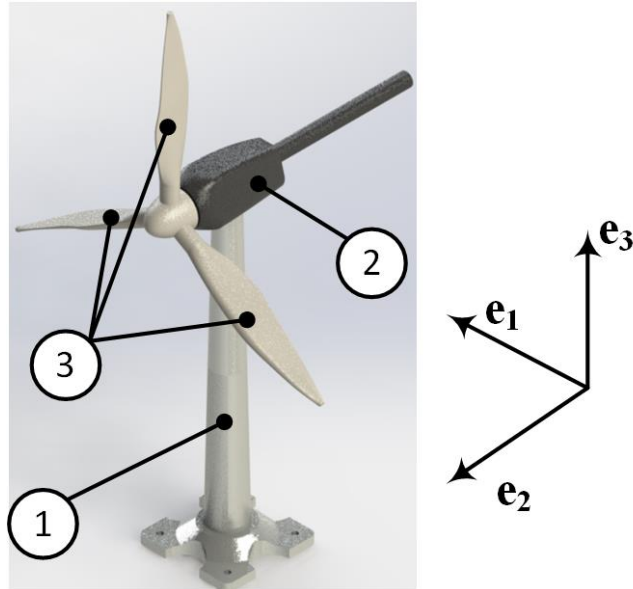


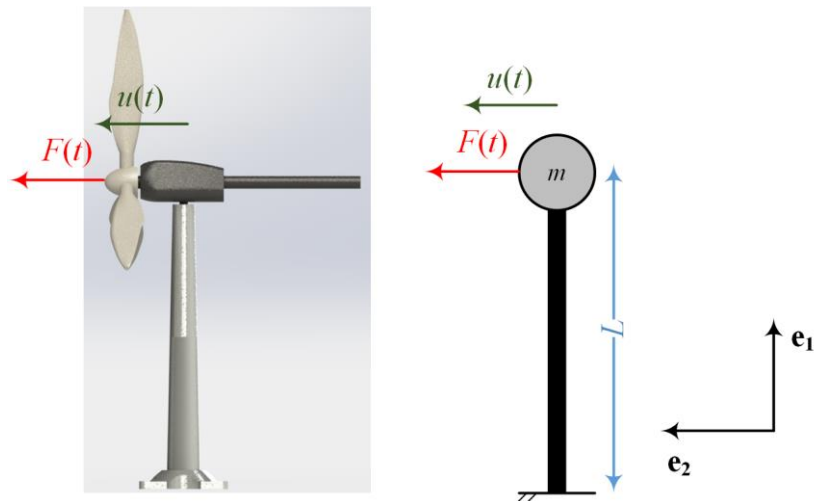
## פרויקט - חלק מס' 1

נתונה טורבינת רוח המורכבת משלשה מרכיבים עיקריים: (1) תורן נושא (2) תיבת תמסורת וגנרטור (3) להבי הטורבינה.



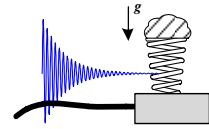
איור 1: טורבינת רוח

גיאומטריית טורבינת הרוח כפי שהיא מתוארת באיור 1 מורכבת, לכן נפשט את המודל באופן הבא (מבט צד):



איור 2: טורבינת רוח, מבט צד – מודל מפושט

נמדל את תיבת התמסורת, הגנרטור והלהבים כמסה נקודתית  $m$  ואת התורן הנושא כקורה חסרת מסה, **רתומה** בבסיסה בעלת אורך  $L$ . חתך הקורה עגול בעל רדיוס  $r$ , כל הגדלים הפיזיקליים נתונים בהמשך. בנוסף, כתוצאה מסיבוב להבי הטורבינה, הטורבינה חווה כוח מחזורי תלוי זמן,  $F(t)$  כמתואר באיור.

**ממדים:**

$$E = 210(\text{GPa}), \quad r_{\text{out}} = 3(\text{m}), \quad r_{\text{in}} = 2.5(\text{m}), \quad L = 65(\text{m}), \quad m = 90 \times 10^3(\text{kg})$$

**חלק א' – מידול מערכת לינארית**

בחלק זה נמדל את המערכת כמערכת לינארית. לצורך כך תצטרכו למצוא את משוואת התנועה בכיוון  $e_2$  בלבד, סמנו את הקואורדינטה כ-  $u(t)$  בכיוון ציר  $e_2$  החיובי. בנוסף, ידוע שכתוצאה מתנועת הטורבינה באוויר קיים כוח ריסון במערכת:

$$F_d = -c_1 \dot{u}, \quad c_1 = 22 \times 10^4 (\text{Ns/m})$$

- (1) חשבו את הקשיחות השקולה של הקורה, כלומר, המירו אותה לקפיץ לינארי בכיוון  $e_2$ .
- (2) נסחו את משוואת התנועה באמצעות מאזן הספקים.
- (3) מהו התדר הטבעי של המערכת? מהי מנת הריסון? מהו תדר התנודות המרוסנות? מהו התדר אמפליטודת תזוזה מקסימלית?
- (4) חשבו אנליטית את תגובת הטורבינה **ללא ריסון** ממצב מנוחה ( $u(t=0) = \dot{u}(t=0) = 0$ ) לפולס מהצורה הבאה:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{520m}{\pi} \sqrt{\beta} \sin(\beta t) & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\beta} \\ 0 & \frac{\pi}{\beta} < t \end{cases}$$

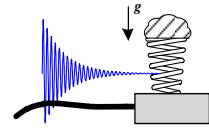
כאשר תגובת מערכת לא מרוסנת לפונקציית הלם בגודל יחידה היא:

$$h(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{m\omega_n} \sin(\omega_n t) & 0 \leq t \end{cases}$$

- (א) עבור איזה ערך של  $\beta$  תתקבל תזוזה מרבית (ניתן לפתור סעיף זה בשיטות נומריות) ומה ערכה?
- (ב) מה קורה כאשר  $\beta \rightarrow 0$  וכאשר  $\beta \rightarrow \infty$ .
- (ג) **בנוסף** האם יש ערכים של  $0 < \beta < \infty$  עבורם אמפליטודת התנודות במצב מתמיד מתאפסת, הסבירו מה קורה פיזיקלית.

**בסעיפים הבאים יש להתחשב שוב בריסון הקיים במערכת**

- (5) חשבו אנליטית את תגובת התדר המרוכבת של המערכת (הניחו כי  $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ ) והציגו גרפית (יחס אמפליטודות ופאזה).



6) כתוצאה מזרימת אוויר מציפה, להבי הטורבינה סובבים ומפעילים כוח מחזורי בשני תדרים: (1) בתדר הסיבוב הבסיס ו-(2) בתדר שהוא כפולה שלישית של תדר הבסיס מכיוון שיש שלושה להבים. סה"כ הכוח הוא:

$$F(t) = A \cos(\alpha U_\infty t) + B \cos(3\alpha U_\infty t + \phi)$$
$$A = 3.5 \times 10^6 (N), B = 2.5 \times 10^6 (N), \alpha = 0.1 (\text{rad/m}), \phi = \pi / 3$$

כאשר  $A$  ו- $B$  הם קבועים,  $U_\infty$  היא מהירות הזרימה המציפה הגורמת לסיבוב להבי הטורבינה, ו- $\alpha$  הוא קבוע המרה ממהירות הזרימה לתדר הסיבוב.

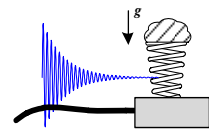
א) חשבו אנליטית את התגובה בזמן במצב מתמיד של הטורבינה בתגובה לכוח  $F(t)$ .  
ב) חשבו את המאמץ המרבי המתפתח בקורה (הזניחו את מאמץ הגזירה) עבור כל מהירות זרימה מציפה בתחום:

$$0.1\omega_n \leq \alpha U_\infty \leq 2\omega_n$$

הציגו זאת באמצעות גרף של מאמץ כתלות במהירות ההצפה. כמו כן, היכן מתפתח המאמץ המקסימלי? (ניתן למצוא את האמפליטודה המרבית באמצעות שיטות נומריות).

כמו כן, בהנחה שהמאמץ המקסימלי המותר הוא:  $\sigma_y = \frac{\sigma_{\max}}{2} \approx 108 (\text{MPa})$ , באילו

תחומים של מהירות רוח אסור לאפשר את פעולת הטורבינה? כמה תחומים התקבלו ומדוע?



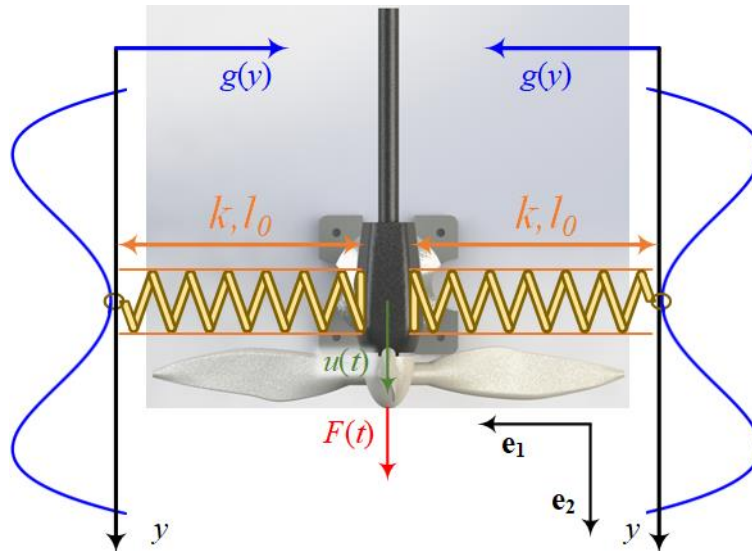
## חלק ב' – הוספת אלמנטים לא לינאריים למערכת

על מנת להגביל את תנועת הטורבינה בכיוון  $e_2$ , הוסיפו למערכת שני קפיצים בעלי קבוע  $k$ , כל אחד, המחוברים לגנרטור. שני הקפיצים מוגבלים לתנועה בתוך מובילים (קווים כתומים באיור). צידו השני של כל אחד מהקפיצים מחובר למסילה בעלת עקמומיות המתוארת ע"י העקום:

$$g(y) = \frac{1}{25} \left( \frac{y^4}{2} - \frac{y^2}{4} \right), \quad k = 4 \times 10^{13} \left( \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

לצורך פשטות, כאשר  $y = 0$ , הקפיצים רפויים, כלומר, שינוי אורך כל אחד מהקפיצים נתון ע"י  $g(u)$ .

כך נראית המערכת במבט על:



איור 3: מבט על של המערכת הלינארית בתוספת שני קפיצים

בנוסף, התברר שכוח הריסון הוא לא לינארי והוא מקיים:

$$F_d = -c_1 \dot{u} - c_5 \dot{u}^5, \quad c_1 = 22 \times 10^4 \text{ (Ns/m)}, \quad c_5 = 10^3 \text{ (Ns}^5/\text{m}^5\text{)}$$

- (1) נסחו את משוואת התנועה המעודכנת מתוך מאזן ההספקים.
- (2) מצאו את נקודות שיווי המשקל וסווגו אותן (יציבות או לא יציבות).
- (3) חשבו את התדר הטבעי, מנת הריסון ותדר התנודות המרוסנות בתנודות קטנות סביב נקודות שיווי המשקל.
- (4) חזרו על סעיף 6(ב) מחלק א' של התרגיל עבור המערכת הלא לינארית. לצורך פתרון הסעיף יש לפתור את משוואת התנועה באמצעות ODE45.