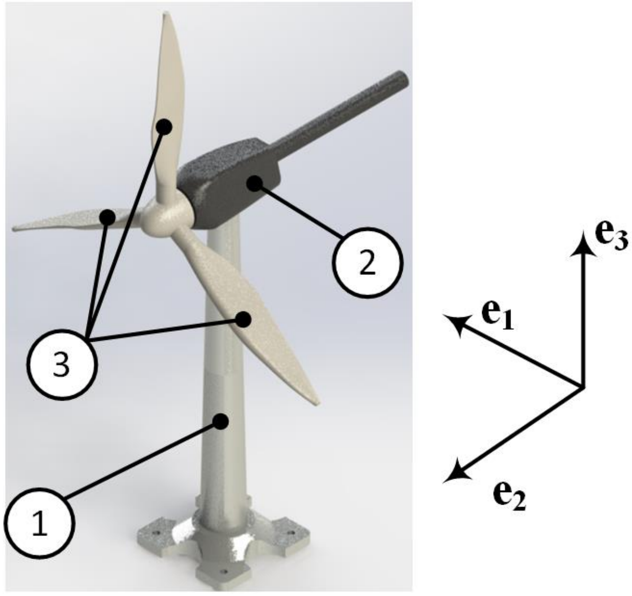
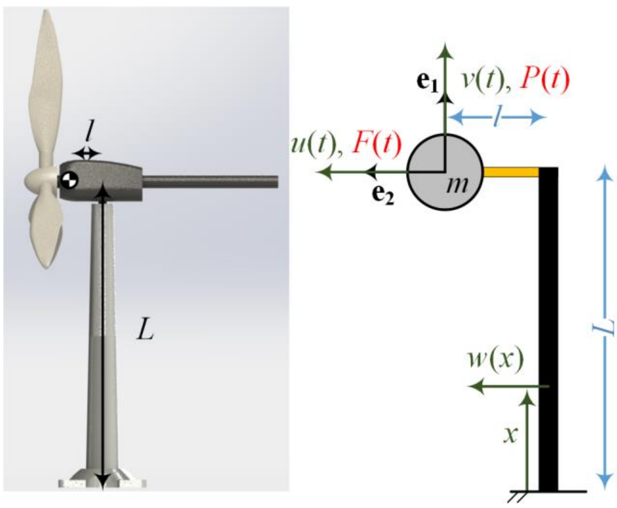
פרויקט - חלק מס' 2

נתונה טורבינת רוח המורכבת משלשה מרכיבים עיקריים : (1) תורן נושא (2) תיבת תמסורת וגנרטור (3) להבי הטורבינה.



איור 1: טורבינת רוח

גיאומטריית טורבינת הרוח, כפי שהיא מתוארת באיור 1, מורכבת, לכן נפשט את המודל באופן הבא (מבט צד) :



איור 2: טורבינת רוח, מבט צד – מודל מפושט

נמדל את תיבת התמסורת, הגנרטור והלהבים כמסה נקודתית m הנמצאות במרחק l מציר התורן, המסה מחוברת דרך קורה קשיחה וחסרת מסה לתורן (קורה כתומה). את התורן הנושא נמדל כקורה אלסטית וחסרת מסה, **רתומה** בבסיסה בעלת אורך L. חתך הקורה עגול בעל רדיוס r, כל הגדלים הפיזיקליים נתונים

בהמשך. בנוסף, כתוצאה מסיבוב להבי הטורבינה, הטורבינה חווה שני כוחות מחזוריים תלויי זמן, $F(t)$ ו- $P(t)$ אשר פועלים בכיוון $\mathbf{e}_1$ ו $\mathbf{e}_2$ בהתאמה, כמתואר באיור.

<u>ממדים:</u>

$$m=90\times10^3\,(\text{kg}),\quad L=65\,(\text{m}),\quad l=2\,(m),\quad r_{\text{in}}=2.5\,(\text{m}),\quad r_{\text{out}}=3\,(\text{m}),\quad E=210\,(\text{GPa}).$$

<u>חלק א' – מערכת לינארית בעלת שתי דרגות חופש</u>

בחלק זה נמדל את המערכת כמערכת לינארית. לצורך כך תצטרכו למצוא את משוואות התנועה במישור $\mathbf{e}_1$-$\mathbf{e}_2$, ולבטא אותן באמצעות הקואורדינטות $u(t)$ ו-$v(t)$ כמתואר באיור. בנוסף, ידוע שכתוצאה מתנועת הטורבינה באוויר קיים כוח ריסון במערכת:

$$c=22\times10^4\,(\text{Ns/m}),\quad |\mathbf{F}_{\mathbf{d}}|=c|\dot{\mathbf{r}}_m|.$$

כאשר $\mathbf{v}$ הוא וקטור המהירות הרגעית ו- $\mathbf{F}_{\mathbf{d}}$ הוא וקטור כוח הריסון הרגעי.

1) חשבו את משוואות התנועה לפי השלבים הבאים, תחת ההנחה שנקודת שיווי המשקל היא $(u_{eq},v_{eq})=(0,0)$:

א) נסחו את וקטור המיקום ווקטור המהירות של המסה m, ביחס לראשית הצירים.

ב) חשבו את האנרגיה הקינטית של המערכת וממנה חשבו את מטריצת המסה.

ג) רשמו את פונקי' הדיסיפציה וממנה חשבו את מטריצת הריסון.

ד) חשבו את האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת וממנה את מטריצת הקשיחות.

האנרגיה הפוטנציאלית במערכת היא אנרגיית העיבורים האגורה בקורה:

$$V=\frac{1}{2}\int_L EI\left(w''\right)^2dx$$

כאשר x היא קואורדינטה צמודת גוף לאורך הקורה ועקום שקיעת הקורה הוא:

$$w(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0\,.$$

חשבו את מקדמי הפולינום כאשר שקיעת קצה הקורה היא u והזווית בקצה הקורה היא $-\arctan(v/l)$.

ה) רשמו את משוואות התנועה המלאות, כולל וקטור הכוחות המוכללים.

2) חשבו את התדרים הטבעיים ואופני התנודה של המערכת.

3) נסחו את משוואות התנועה בצורה מודלית.

4) האם מטריצת הריסון ניתנת ללכסון בעזרת הווקטורים העצמים הנורמלים? אם כן, מה הם ערכי הריסון המודלי? אם לא, אפסו את האיברים מחוץ לאלכסון הראשי וחשבו את ערכי הריסון המודלי.

5) רשמו את משוואות התנועה המודליות במרחב המצב, חשבו והציגו **בצורה מודלית** את התגובה לתנאי ההתחלה הבאים (ניתן להשתמש בפונקציה Initial):

$\dot{u}(0)(\mathrm{m/s})$	$\dot{v}(0)(\mathrm{m/s})$	$u(0)(\mathrm{m})$	$v(0)(\mathrm{m})$	
0	0	-66.6e-4	3.0e-4	**1**
-1.5	-33.3	0	0	**2**
0	0	-17.4e-4	-15.9e-4	**3**

6) כתוצאה מזרימת אוויר מציפה, להבי הטורבינה סובבים ומפעילים כוחות מחזוריים בשני תדרים כדלהלן:

$$F(t)=A\cos(\alpha U_\infty t) \quad ,P(t)=B\cos(3\alpha U_\infty t+\phi) \quad ,\alpha=10(\mathrm{rad/m})$$
$$A=1.9\times10^6(\mathrm{N}) \quad ,B=0.8\times10^6(\mathrm{N}) \quad ,\phi=\pi/3(\mathrm{rad})$$

כאשר A ו-B הם קבועים, U_∞ היא מהירות הזרימה המציפה הגורמת לסיבוב להבי הטורבינה, ו-α הוא קבוע המרה ממהירות הזרימה לתדר הסיבוב.

א) רשמו ביטוי אנליטי לתגובת הטורבינה בזמן באמצעות סכום מודלי כתוצאה משני הכוחות.

ב) חשבו את המאמץ המרבי **(במצב מתמיד)** המתפתח בקורה (הזניחו את מאמץ הגזירה) עבור כל מהירות זרימה מציפה בתחום:

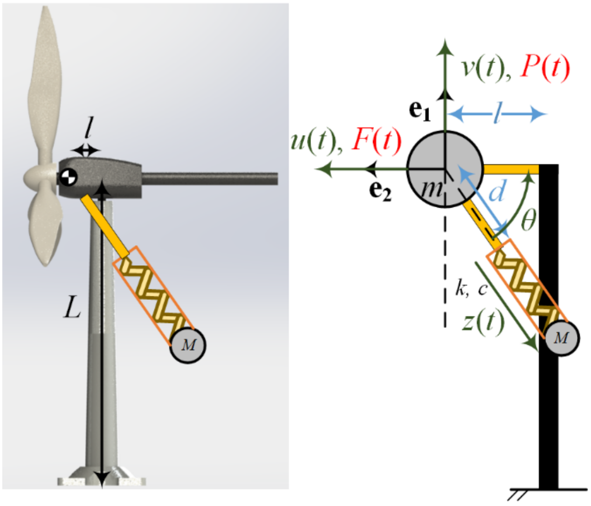
$$0.1\omega_1 \le \alpha U_\infty \le 2\omega_2$$

כאשר ω_1 הוא התדר הטבעי הראשון ו- ω_2 הוא התדר הטבעי השני.
הציגו זאת באמצעות גרף של מאמץ כתלות במהירות ההצפה. כמו כן, היכן מתפתח המאמץ המקסימלי? (ניתן למצוא את האמפליטודה המרבית באמצעות שיטות נומריות).

בהנחה שהמאמץ המקסימלי המותר הוא: $\sigma_{\max}=\dfrac{\sigma_y}{2}\approx108(\mathrm{MPa})$, באילו תחומים של מהירות רוח אסור לאפשר את פעולת הטורבינה? כמה תחומים התקבלו ומדוע?

חלק ב' – הוספת מרסן תנודות מסי

על מנת לשכך את תנודות הטורבינה כתוצאה מהרוח, החליטו לחבר מרסן תנודות מסי למערכת כמתואר באיור מטה. המרסן בעל מסה M וקבוע קפיץ k. **שימו לב** שהקורה אליה מחובר מרסן התנודות מחוברת בזווית קבועה θ. כמו כן **התארכות** הקפיץ מתוארת ע"י הקואורדינטה $z(t)$.



איור 3: טורבינת רוח, מבט צד – מודל מפושט עם מרסן תנודות מסי

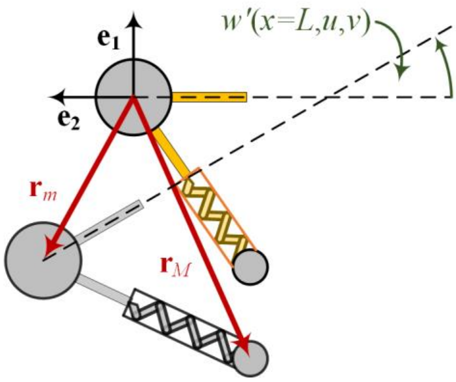
הגדלים הפיזיקליים הינם:

$$c_z = 2\times10^4\,(\text{Ns/m}),\quad \theta = 20^\circ,\quad d = 3\,(\text{m}),\quad M = 9\times10^3\,(\text{kg}).$$

1) חשבו את משוואות התנועה לפי השלבים הבאים, תחת ההנחה שנקודת שיווי המשקל היא:

$$(u_{eq}, v_{eq}, z_{eq}) = (0, 0, 0).$$

א) נסחו את וקטור המיקום ווקטור המהירות של המסה M, ביחס לראשית הצירים. היעזרו באיור 4.



איור 4: מיקום המסות המקורי ולאחר טרנסלציה ורוטציה.

ב) נסחו את האנרגיה הקינטית המעודכנת וחשבו את מטריצת המסה החדשה.

ג) נסחו את האנרגיה הפוטנציאלית המעודכנת וחשבו את מטריצת הקשיחות.

ד) נסחו את פונק' הדיסיפציה המעודכנת וחשבו את מטריצת הריסון.

ה) רשמו את משוואות התנועה המלאות, כולל וקטור הכוחות המוכללים.

2) בחרו ערך ל- k בתחום: $10^5 \le k \le 10^8 \left(\mathrm{N/m}\right)$ כך שניתן יהיה להפעיל את הטורבינה בכל תחום מהירות הרוח $0.1\omega_1 \le \alpha U_\infty \le 2\omega_2$ (המאמץ המקסימלי שמתפתח בקורה חייב להיות קטן מהערך המותר (108(MPa). כאשר ω_1 הוא התדר הטבעי הראשון ו - ω_2 הוא התדר הטבעי השני של המערכת המקורית ללא מרסן התנודות המסי (איור 2). דרישת תכן נוספת היא שאמפליטודת תנודות המסה M בכיוון z תהיה קטנה מ- d=3(m).

הציגו את התוצאות גרפית, הן של המאמץ המקסימלי שמתפתח בקורה והן של אמפליטודת תנודות המסה M בכיוון z כתלות במהירות הרוח.

רמז: היעזרו בהיפוך ישיר בהיעדר ריסון לצורך חישוב k, אך בחישוב התגובה **חובה** להשתמש במודל המלא שכולל ריסון.

__בונוס__

הציגו את תגובת המערכת בזמן באמצעות **אנימציה** עבור:

1) המקרה ללא המרסן המסי.

2) המקרה עם המרסן המסי והפרמטרים כפי שבחרתם.