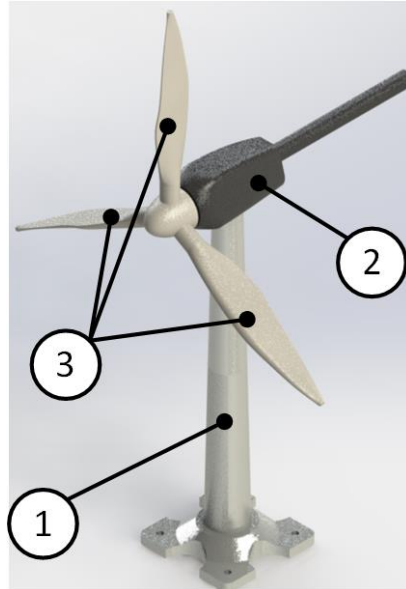


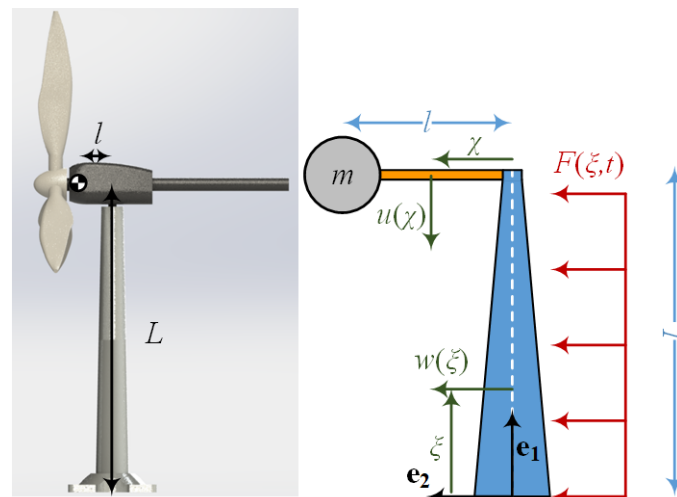
פרויקט - חלק מס' 3

נתונה טורבינת רוח המורכבת משלשה מרכיבים עיקריים: (1) תורן נושא (2) תיבת תמסורת וגנרטור (3) להבי הטורבינה.



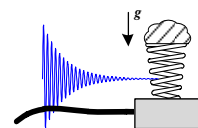
איור 1: טורבינת רוח

גיאומטריית טורבינת הרוח מורכבת, לכן נפשט את המודל באופן הבא (מבט צד):



איור 2: טורבינת רוח, מבט צד – מודל מפושט

נמדל את תיבת התמסורת, הגנרטור והלהבים כמסה **נקודתית** m המחוברת לקורה באופן קשיח. המסה m מחוברת דרך קורה גמישה עשויה פלדה בעלת חתך עגול מלא ואחיד (קורה כתומה באיור 2). את התורן הנושא (תכלת באיור 2) נמדל כקורה גמישה עשויה פלדה בעלת חתך טבעתי משתנה לינארית. התורן **רתום** בבסיסו ומחובר באופן **קשיח** לקורה הכתומה, כך שזווית החיבור בין האלמנטים נשמרת.



בנוסף, הטורבינה חווה כוח מחזורי מפורש תלוי זמן F , אשר פועל על התורן כמתואר באיור.

ננתח את תנועת המערכת במישור e_1 - e_2 כמתואר באיור 2 בלבד.

ממדים וקבועים פיזיקליים:

$$E = 210(\text{GPa}), \quad \rho = 8000(\text{kg/m}^3), \quad l = 10(\text{m}), \quad L = 65(\text{m}), \quad m = 90 \times 10^3(\text{kg})$$

התורן הנושא:

$$r_{\text{in}}(\xi) = 2.5 - \frac{\xi}{L}(\text{m}), \quad r_{\text{out}}(\xi) = 3 - \frac{\xi}{L}(\text{m}), \quad 0 \leq \xi \leq L$$

הקורה הגמישה:

$$r = 1(\text{m})$$

חיבור מערכות רציפות

בחלק זה נמדל את התורן הנושא והקורה כקורות רציפות באמצעות שיטת ריילי-ריץ. לשם כך נגדיר קואורדינטה מקומית לכל אלמנט. נבחר לתאר את הדפורמציה של כל אלמנט באמצעות פונקציות הבסיס הבאות:

תורן:

$$(1) \quad \psi_n = C_{p,n}(\xi), \quad 0 \leq \xi \leq L \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

קורה:

$$(2) \quad \varphi_n = C_{p,n}(\chi), \quad 0 \leq \chi \leq l, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

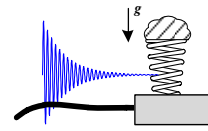
כאשר $C_{p,n}$ הינם פולינומי צ'בישב מסדר n אשר ניתן לחשב באמצעות פונקציית העזר אשר מצורפת לפרויקט "Chebypoly.m".

תנועת התורן בזמן תתואר ע"י קואורדינטה מקומית:

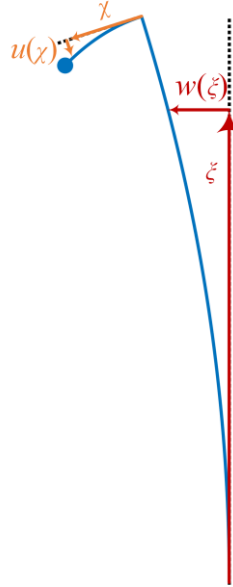
$$(3) \quad w(\xi, t) = \sum_n \psi_n(\xi) q_n(t)$$

תנועת הקורה תתואר ע"י קואורדינטה מקומית:

$$(4) \quad u(\chi, t) = \sum_n \varphi_n(\chi) p_n(t)$$



ראו את האיור של המערכת הגמישה כאשר היא עוברת דפורמציה מטה :



איור 3 : המערכת הגמישה – לאחר דפורמציה

(1) בהתבסס על שיטת ריילי-ריץ, רשמו את תרומת אנרגיית העיבורים של התורן ותרומת אנרגיית העיבורים של הקורה לסך האנרגיה. נסחו את הביטויים האינטגרליים לתרומת האנרגיות למטריצת הקשיחות עבור התורן ועבור הקורה. לנוחיותכם, אנרגיית העיבורים של התורן מחושבת באופן הבא :

$$(5) \quad V_w = \frac{1}{2} \int_0^L E(\xi) I(\xi) (w''(\xi, t))^2 d\xi$$

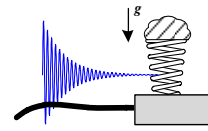
(2) בהתבסס על שיטת ריילי-ריץ רשמו את :

(א) תרומת המסה המפולגת של התורן לאנרגיה הקינטית ומכך את התרומות למטריצת המסה. לנוחיותכם, תרומת האנרגיה הקינטית של התורן מחושבת באופן הבא :

$$(6) \quad T_w = \frac{1}{2} \int_0^L \rho(\xi) A(\xi) (\dot{w}(\xi, t))^2 d\xi$$

(ב) תרומת הקורה לאנרגיה הקינטית ומכך את התרומות למטריצת המסה. שימו לב עליכם להוסיף גם את התרומה לאנרגיה כתוצאה מתנועה של גוף קשיח (תנועה קווית וסיבובית של הקורה).

$$(7) \quad T_b = \underbrace{\left[\frac{1}{2} \int_0^L \rho(\chi) A(\chi) d\chi \right]}_M (\dot{w}(L))^2 + \frac{1}{2} I (\dot{w}'(L))^2, \quad I = \frac{Ml^2}{3}$$



- ג) **בונוס:** רשמו את תרומת המסה הנקודתית לאנרגיה הקינטית והוכיחו שהביטויים במשוואה (8) הם התרומות למטריצת המסה.

$$(8) \quad \frac{\partial^2 T_m}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j} = m(\psi'_i(L)\psi'_j(L)l^2 + \psi_i(L)\psi_j(L))$$

$$\frac{\partial^2 T_m}{\partial \dot{p}_i \partial \dot{p}_j} = m\varphi_i(l)\varphi_j(l), \quad \frac{\partial^2 T_m}{\partial \dot{q}_i \partial \dot{p}_j} = ml\psi'_i(L)\varphi_j(l)$$

הערה: חובה להתחשב באיברים לעיל בפתרון, גם אם בחרתם לא לפתור את הבונוס.

- 3) רשמו את האילוצים שעל פונקציות הבסיס לקיים עבור $n=2$ בצורה מטריצית. כמה פונקציות בסיס שמקיימות את האילוצים מתקבלות? ציירו אותן באמצעות הפונקציה `Plot_Turbine(v, Fig_no)`, כאשר v מופיע מטה.

הערה: יש לסדר את מקדמי פונקציות טרם הפעלת האילוצים בסדר הבא:

$$\mathbf{v} = \{q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n \quad p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n\}^T$$

- 4) רשמו את משוואות התנועה ההומוגניות, הבלתי מרוסנות עבור פונקציות הבסיס שמקיימות את תנאי השפה, כאשר $n=2$. (ערכים מספריים).
- 5) הכוח המפורש שפועל על התורן הוא:

$$(9) \quad F(\xi, t) = A \cos(\alpha U_\infty t), \quad A = 35 \times 10^4 \text{ (N/m)}, \quad \alpha = 3.5 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} / \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

- רשמו את תרומת הכוח לעבודה הווירטואלית וחשבו את הכוחות המוכללים במקרה ש $n=2$. חשבו והציגו את ערכי הכוחות כאשר משתמשים בפונקציות הבסיס שמקיימות את תנאי השפה.
- 6) דרוש לבצע סימולציה דינמית לתגובת הטורבינה כתוצאה מהרוח שנושבת עד מהירות 60 km/h , כמה אופני תנודה דרושים (ציירו אותם)? כמה פונקציות בסיס צריך $(2n)$? הסבירו את בחירתכם באמצעות גרף התכנסות.
- 7) הוסיפו ריסון מודלי אחיד למערכת, כך ש $\xi=3\%$. חשבו את המאמץ המקסימלי (באמצעות המודים שבחרתם) בתורן ובקורה כאשר $0.1(\text{km/h}) \leq U_\infty \leq 60(\text{km/h})$, היכן הוא מתקבל לאורך כל אלמנטי? לא בהכרח בשורש האלמנטים). באילו מהירויות רוח יש סכנה לטורבינה, במידה והמאמץ המותר המקסימלי הוא $108(\text{Mpa})$.