

## **Tarea semana 09: Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP)**

Plazo máximo de entrega: 28 de abril de 2022, a las 7:30 a. m. Pueden realizar la tarea en parejas, en cuyo caso solo una de las personas de cada pareja debe cargar el archivo con la solución en el espacio que corresponde a esta evaluación en el tecDigital, según lo que se detalla en la sección "Entrega", al final de este documento.

### **Objetivo:**

Obtener la solución numérica de una ecuación diferencial parcial (EDP).

### **Descripción de la tarea:**

En la semana 09 del curso se cubrió otro importante método para obtener la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales (EDP), llamado diferencias finitas (DF). El método de DF puede ser aplicado de una forma muy directa, sin mayor desarrollo analítico, por lo que es excelente opción para resolver diversos tipos de EDP.

Considere la ecuación de onda para una cuerda de densidad lineal de masa  $\lambda$ , de longitud  $L$ , que está sometida a una tensión constante  $T$ , cuyo desplazamiento ocurre en la dirección  $y$ , en términos de la posición de cada elemento de la cuerda en  $x$  y en el tiempo  $t$ :

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial^2 x} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

Para resolver dicha EDP, por el método de DF, debe considerar que la cuerda inicialmente fue tirada ligeramente hacia arriba de la forma en que se describe seguidamente:

$$y(x, 0) = \begin{cases} \frac{5x}{4L} & x \leq \frac{4L}{5} \\ 5 - \frac{5x}{L} & x > \frac{4L}{5} \end{cases} \quad (2)$$

Que la cuerda haya sido tirada ligeramente hacia arriba debe entenderse como que es soltada desde el reposo, con lo cual se tendría que:

$$\left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

Por otra parte, puede considerarse que la cuerda se encuentra sujeta en sus extremos en todo momento, con lo cual:

$$y(0, t) = 0 \quad (4a)$$

$$y(L, t) = 0 \quad (4b)$$

Para completar esta tarea debe utilizar únicamente el método de DF para generar la solución respectiva, utilizando valores para  $\rho$ ,  $T$  y  $L$  de su elección o que sean definidos por el usuario de manera interactiva. Las características de la discretización del espacio y el tiempo también quedan a su voluntad, aunque deben ser razonables, por lo que les recomiendo revisar el contenido de la sección 18.2 del libro [Landau, 2011].

Además, como es usual, debe:

1. Escribir, según los cuatro pasos del método de Pólya, la forma en que resolvería la EDP, incluyendo la información respectiva en el documento que entregará como solución de la tarea
2. Considerar, para el paso cuatro del método de Pólya, al menos aspectos como los siguientes:
  - ¿Cuáles son las complicaciones que considera que tiene la preparación del código?
  - ¿Existen funciones en bibliotecas para lenguaje o herramienta de programación que utilizó que permitirían realizar el cálculo solicitado de una manera más simple? ¿Cuáles?
  - ¿Habría alguna mejora que considera que se le puede aplicar al modelo físico dado?
3. Implementar la solución numérica de manera que se presenten uno o varios gráficos, tanto en función de  $x$  como en función de  $t$ , en los que se observe el comportamiento de  $y(x, t)$ .

## Entrega:

La entrega de la solución de la tarea se debe realizar por medio de un documento, en formato PDF o en formato Jupyter Notebook, que contenga la información que corresponde a cada aspecto de este enunciado.

El código desarrollado debe estar incluido en el documento y -si el documento se encuentra en formato PDF- también deben ser facilitado como un vínculo a un archivo

que pueda ser descargado por la persona que revisará la tarea y ejecutado con facilidad. Si el código no está disponible para la ejecución se podría asignar la calificación mínima a este aspecto de su evaluación.

El documento con la solución de la tarea debe ser cargado en el tecDigital, en el lugar que corresponde dentro de las evaluaciones del curso (TS09). Tome en cuenta que la entrega tardía de la tarea podría implicar alguna penalización, a discreción de la persona que la revisará.

## Referencias

[Landau, 2011] Landau, R. H., P. J. . B. C. (2011). *A Survey of Computational Physics: Introductory Computational Science*. Princeton University Press, Princeton.