תרגול מס' 2 – תפ"י – 2024

א. מודל הנחה לכמות – חוסר אסור

שאלה מס' 1

לחברת שק זבל טבלת מחירים עבור שקי אשפה שהיא מייצרת:

$$C(Q)=\begin{cases}0.30 & for\ 0\le Q<500\\ 0.29 & for\ 500\le Q<1000\\ 0.28 & for\ 1000\le Q\end{cases}$$

נניח כי לקוח צורך שקי זבל בקצב של 600 שקים לשנה. מחלקת הנהלת חשבונות מעריכה את העלות הקבועה להזמנה ב-8$, ועלות ההחזקה מבוססת על ריבית של 20% לשנה.

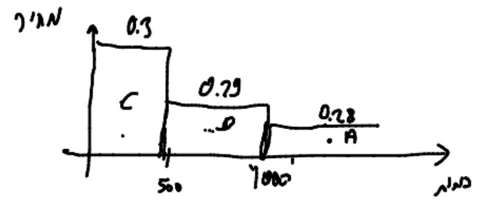
מהו הפתרון האופטימלי לגודל ההזמנה ולעלות השנתית הכוללת לניהול המלאי?

פתרון:

$0.3 \quad 0\le Q<500$

$0.29 \Rightarrow 500\le Q<1000$

$0.28 = Q\ge 1000$



תחום A

$$Q_A^*=\sqrt{\frac{2K\lambda}{C\cdot i}}=\sqrt{\frac{2\cdot 600\cdot 8}{0.28\cdot 0.2}}=414$$ לא בתחום!

$$G(Q)_{Q=1000}=8\left(\frac{600}{1000}\right)+\left(\frac{1000}{2}\right)\cdot 0.28\cdot 0.2+600\cdot 0.28=200.8$$

ספק B

$$Q_B^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 8}{0.29 \cdot 0.2}} = \underline{406.83} \text{ לא קיים}$$

$$\underset{Q=500}{G(Q)} = \underbrace{8 \cdot \left(\frac{600}{500}\right)}_{9.6} + \underbrace{\left(\frac{500}{2}\right) 0.29 \cdot 0.2}_{14.5} + \underbrace{600 \cdot 0.29}_{174} = \underline{\underline{198.1}}$$

C – ספק

$$Q_c^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 8}{0.3 \cdot 0.2}} = \underline{\underline{400}}$$

$$G(Q^*) = \sqrt{2k\lambda h} + c\lambda =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 600 \cdot (0.3 \times 0.2)} + 0.3 \cdot 600 = \underline{\underline{204}}$$

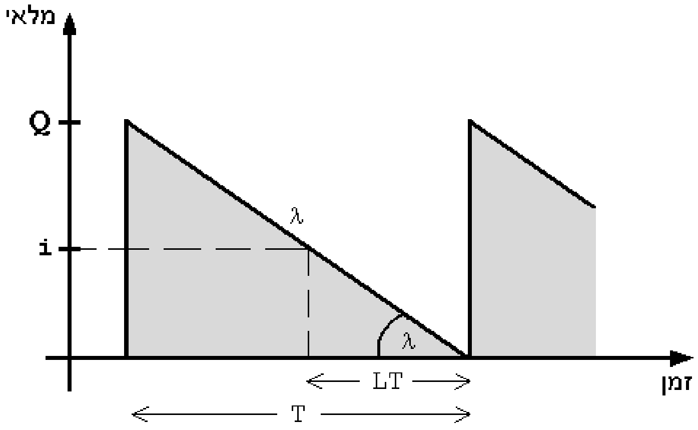
ניהול מלאי - מודלים 1,2 - נוסחאות שימושיות

סימונים מקובלים (לשני המודלים) :

λ (t)- קצב ביקוש, בד"כ קבוע.
c - מחיר ייצור או רכישת יחידה.
Q - גודל מנה להזמנה או לייצור.
I - מלאי ממוצע.
φ - קצב ייצור.

i - מחיר הכסף (ריבית לתקופה).
h = i · c - עלות אחזקת יח' ליחידת זמן.
T - זמן מחזור.
k - עלות הזמנה או עריכה.

מודל מס' 1 - מודל רכש חוסר אסור :



נוסחאות:

עלות כוללת :

$$G(Q) = k\,\frac{\lambda}{Q} + h\bar{I} + c\lambda$$

עלות הזמנה   עלות אחזקה   עלות רכישה

עלות מדיניות :

$$Y(Q) = k \cdot \frac{\lambda}{Q} + h \cdot \bar{I}$$

כמות אופטימלית להזמנה :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2k\lambda}{h}}$$

מלאי ממוצע :

$$\bar{I} = \frac{S}{T} = \frac{T \cdot Q}{2} \cdot \frac{1}{T} = \frac{Q}{2}$$

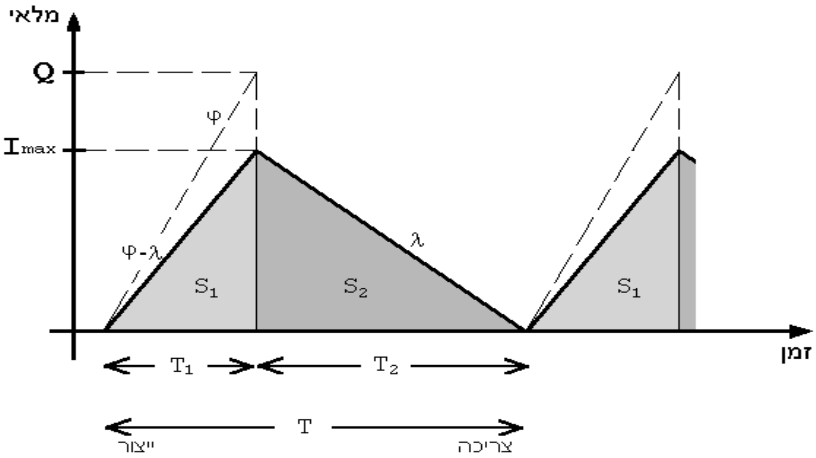
זמן מחזור :

$$T = \frac{Q^*}{\lambda}$$

עלות כוללת לכמות אופטימלית:

$$G(Q^*) = \sqrt{2 \cdot k \cdot h \cdot \lambda} + c\lambda$$

מודל מס' 2 - מודל ייצור חוסר אסור :



נוסחאות:

כמות אופטימלית להזמנה

$$Q^* = \sqrt{\frac{2k\lambda}{h\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right)}}$$

עלות כוללת :

$$G(Q) = k\frac{\lambda}{Q} + h\cdot\frac{Q}{2}\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right) + c\lambda$$

עלות ייצור   עלות אחזקה   עלות עריכה

מלאי ממוצע :

$$\bar{I} = \frac{S_1+S_2}{T} = \frac{I_{\max}}{2} = \frac{Q\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right)}{2}$$

זמן מחזור :

$$T = \frac{Q^*}{\lambda}$$

זמן ייצור:

$$T_1 = \frac{Q^*}{\varphi} = \frac{I_{\max}}{\varphi-\lambda}$$

זמן צריכה : $T_2 = \frac{I_{\max}}{\lambda}$

עלות כוללת לכמות אופטימלית:

$$G(Q^*) = \sqrt{2\cdot k\cdot h\cdot\lambda\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right)} + c\lambda$$

שאלה מס' 2

חברת כימיקלים מייצרת תרכובת כימית המשמשת כדשן לדשא. התרכובת מיוצרת בקצב של 10,000 ק"ג ליום. הביקוש השנתי לתרכובת הוא מיליון ק"ג. ההוצאה הקבועה להיערכות לקראת ייצור התרכובת (set-up) היא 1500 דולר, וההוצאה המשתנה לייצור היא 3.5 דולר לק"ג. החברה משתמשת בריבית של 22% לשנה לצורך חישוב עלות ההון. עלות האחסון והטיפול בתרכובת מגיעה ל-12% מערכה. הניחו שיש 250 ימי עבודה בשנה.

- מה גודל מנת הייצור האופטימלית עבור תרכובת זו?
- באיזה חלק מן המחזור יגדל המלאי ובאיזה חלק יקטן?
- מהי העלות השנתית הממוצעת של ה-set up והחזקת מלאי עבור מוצר זה?
- אם התרכובת נמכרת תמורת 3.9 דולר לק"ג, מה יהיה הרווח השנתי לחברה ממוצר זה?
- קבעו את גודל המנה בהנחה שקצב הייצור הוא אינסופי. מהי תוספת העלות השנתית הממוצעת אשר תצטבר אם נשתמש בגודל מנה זה במקום הגודל שמצאנו בסעיף א'?

יום ראשון 06 דצמבר 2020
08:26

$\rho = 10{,}000 \frac{\text{יח'}}{\text{יום}} \times 250 \text{ ימים} = 2{,}500{,}000 \frac{\text{יח'}}{\text{שנה}}$

$\lambda = 1{,}000{,}000 \frac{\text{יח'}}{\text{שנה}}$

$k = 1500 \$$

$c = 3.5 \ \$/\text{יח'}$

$h = (0.22 + 0.12) \times 3.5 = 1.19 \ \$/\text{יח' שנה}$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2k\lambda}{h\left(1-\frac{\lambda}{\rho}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500 \cdot 1{,}000{,}000}{1.19 \cdot \left(1 - \frac{1}{2.5}\right)}} = \underline{\underline{64{,}820\,kg}}$$

ב.

$$T = \frac{Q}{\lambda} = \frac{64{,}820}{1{,}000{,}000} = 0.0648 \text{ שנה}$$

$$T_\rho = \left(\frac{Q}{\rho}\right) = \frac{64{,}820}{2{,}500{,}000} = 0.0529 \text{ שנה}$$

אז גרף

$$T_\lambda = T - T_\rho = 0.0648 - 0.0529 = 0.039$$ שנה.

ג.

ניסמטון מקורב יקסדיו Q^*

$$y(Q^*) = \sqrt{2K\lambda h \cdot \left(1-\frac{\lambda}{\rho}\right)} = 46,281 .$$

עלות ניהול כוללת של המלאי.

$$G(Q) = \underbrace{K\left(\frac{\lambda}{Q}\right) + \frac{hQ}{2}\left(1-\frac{\lambda}{\rho}\right)}_{y(Q)} + \underset{\text{רכש שנתי}}{C\lambda}$$

ד.

רווח $\pi = \underset{\text{הכנסות}}{3.9 \cdot 1,000,000} - \underbrace{\left[46,281 + \overset{C}{1,000,000} \cdot \overset{\lambda}{3.5}\right]}_{G(Q^*)} = 353,719$ ש״ח/ה.

הניר אינסופי: (מודל 1 רכש ללא תוספת).

ו.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500 \cdot 1,000,000}{1.19}} = \underline{\underline{50,209}}$$

$$G(Q^*) = 1500\left(\frac{1,000,000}{50,209}\right) + \left(\frac{50,209}{2}\right) \cdot 1.19 + 3.5 \cdot 1,000,000 =$$

$$= 29,875 + 29,875 + 3.5 \cdot 1,000,000 = \underline{\underline{3,559,749}}$$

$$G(Q) = 3,546,281$$

זה לפי סע׳ ד

$$\Delta = 3,559,749 - 3,546,281 = \underline{\underline{13,468}}$$

שאלה 2

נתון $h=3$ $K=600$ $\varphi=20{,}000$ $\lambda=10{,}000$

ידוע כי למוצר אורך חיים של 0.05 שנה

א. מה תהיה הכמות האופטימאלית לייצור ומה תהיה עלות המדיניות המתאימה אם השיטה הנהוגה בארגון היא FIFO ?

ב. מה תהיה הכמות האופטימאלית לייצור ומה תהיה עלות המדיניות המתאימה אם השיטה הנהוגה בארגון היא LIFO ?

ג. בהנחה שהמחסן מסוגל להכיל לכל היותר 200 יחידות, כיצד תשתנה תשובתך עבור סעיף ב' ?

אילוצי תוקף

סדר יציאה fifo – היחידה ששוהה הכי הרבה זמן במלאי, נמצאת T_λ

$$IF\ Q^* \le Q_{S.T} \Rightarrow Q^*_{S.T} = Q^*$$
$$IF\ Q^* \ge Q_{S.T} \Rightarrow Q^*_{S.T} = Q_{S.T}$$

$$Q_{S.T} \le \frac{T_{MAX} * \lambda}{1-\dfrac{\lambda}{\varphi}}$$

51

אילוצי תוקף

סדר יציאה lifo – היחידה ששוהה הכי הרבה זמן במלאי, נמצאת בו T

$$IF\ Q^* \le T_{MAX} * \lambda \Rightarrow Q^*_{S.T} = Q^*$$

$$IF\ Q^* \ge T_{MAX} * \lambda \Rightarrow Q^*_{S.T} = Q_{S.T}$$

$$Q_{S.T} = T_{MAX} * \lambda$$

52

<u>פתרון</u>

<u>שאלה 2</u>

נחשב את הכמות האופטימאלית ללא האילוץ ונקבל:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 600\cdot 10{,}000}{3\cdot\left(1-\frac{10{,}000}{20{,}000}\right)}} = 2{,}828.427$$

<u>סעיף א'</u>

עבור מדיניות FIFO:

$$T_\lambda \le 0.05 \rightarrow \frac{Q}{\lambda}\cdot\left(1-\frac{\lambda}{\varphi}\right) \le 0.05 \rightarrow Q \le \frac{10{,}000\cdot 0.05}{\left(1-\frac{10{,}000}{20{,}000}\right)} \rightarrow Q \le 1000$$

אנו רואים כי הכמות שקיבלנו איננה עומדת באילוץ ולכן נאלץ את המודל כך ש $Q^*_{s.t.} = 1000$ ונמצא מהי העלות עבורו:

$$Y(Q^*_{s.t.}) = 600\cdot\frac{10{,}000}{1000} + 3\cdot\frac{1000}{2}\cdot\left(1-\frac{10{,}000}{20{,}000}\right) = 6{,}750$$

סעיף ב'

עבור מדיניות LIFO:

$$T \le 0.05 \rightarrow \frac{Q}{\lambda} \le 0.05 \rightarrow Q \le 10{,}000 \cdot 0.05 \rightarrow Q \le 500$$

אנו רואים כי הכמות שקיבלנו איננה עומדת באילוץ ולכן נאלץ את המודל כך ש $Q^*_{s.t.} = 500$ ונמצא מהי העלות עבורו:

$$Y(Q^*_{s.t.}) = 600 \cdot \frac{10{,}000}{500} + 3 \cdot \frac{500}{2} \cdot \left(1 - \tfrac{10{,}000}{20{,}000}\right) = 12{,}375$$

סעיף ג':

יש כעת שני אילוצים: גם על אורך החיים (עפ"י מדיניות LIFO) וגם ל קיבולת המחסן.

האילוץ הראשון (אותו ראינו בסעיף ב') הוא: $Q \le 500$

האילוץ השני על גודל המחסן הוא: $I_{Max} \le 200 \rightarrow Q \cdot \left(1 - \tfrac{\lambda}{\varphi}\right) \le 200 \rightarrow Q \le \frac{200}{\left(1 - \tfrac{10{,}000}{20{,}000}\right)} \rightarrow Q \le 400$

מאחר ושני האילוצים צריכים להתקיים המגביל מביניהם הוא זה שקובע כלומר $Q \le 400$

ברור כי גם במקרה זה Q^* אינו עומד באילוץ ולכן נקבע כי $Q^*_{s.t.} = 400$

נחשב את העלות השנתית ונקבל: $Y(Q^*_{s.t.}) = 600 \cdot \frac{10{,}000}{400} + 3 \cdot \frac{400}{2} \cdot \left(1 - \frac{10{,}000}{20{,}000}\right) = 15{,}300$