ניהול מלאי

$\boxed{\text{עלות אחזקה} + \text{עלות הזמנה} + \text{עלות רכישה} = \text{עלות שנתית}}$

סימונים:

- K - עלות הזמנה/Setup.
- C - עלות רכישת/ייצור יחידה.
- λ - קצב ביקוש שנתי.
- i - עלות ההון (ריבית)
- h - עלות אחזקת יחידה במלאי.
- ω - עלויות נוספות לאחסון יחידה במלאי. (אם לא מצוין = 0)
- Q - גודל מנה לייצור / הזמנה
- Q^* - גודל מנה opt לייצור/ הזמנה
- T - גודל מחזור (משך הזמן בין הזמנות עוקבות)
- I_t - רמת המלאי בזמן t.
- $\bar{I}$ - רמת המלאי הממוצעת.
- $G(Q)$ - עלות שנתית כוללת

$$\boxed{\bar{I} = \frac{S}{T}}$$

$$\boxed{h = \omega + iC}$$

$$\boxed{\text{רווח} = P\cdot\lambda - G(Q)}$$

$$\boxed{\frac{\lambda}{Q} = \frac{1}{T} \quad \text{מס' הזמנות בשנה}}$$

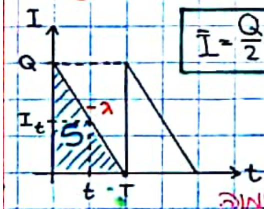
① מודל רכש - חוסר אסור: Economic Order Quantity

הנחות המודל:

* קצב ביקוש קבוע וידוע. * חוסר אסור.
* אספקה מיידית או זמן אספקה קבוע וידוע.
* מחיר רכישת יחידה קבוע וידוע. * כל הכמות נרכשת.

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}}$$

$$\boxed{G(Q) = \underbrace{\frac{K\lambda}{Q}}_{\text{הזמנה}} + \underbrace{\frac{hQ}{2}}_{\text{אחזקה}} + \underbrace{C\lambda}_{\text{רכישה}}}$$



$$\boxed{\bar{I} = \frac{Q}{2}}$$

עלות מדיניות opt: $\boxed{Y(Q^*) = \sqrt{2K\lambda h}}$

$$\boxed{G(Q^*) = \sqrt{2K\lambda h} + C\lambda}$$

* נקודת ה-opt מתקבלת בנקודה שבה עלות המלאי שווה לעלות ההזמנה

אילוצים:

① **גודל מחסן**: כמה יחידות ניתן לאחסן בבת אחת. הכמות המוזמנת היא Q ולכן נדרש: $Q \le I_{max}$

if $Q^* \le I_{max} \rightarrow Q_{s.t} = Q^*$

if $Q^* > I_{max} \rightarrow Q_{s.t} = I_{max}$

② **אורך חיי מדף (פג תוקף)**: המשך הארוך ביותר שיחידה יכולה לשבת במלאי. נדאג שזמן המחזור (T) לא יעבור את אורך החיים המקסימלי של המוצר

$T \le T_{max} \rightarrow Q/\lambda \le T_{max} \rightarrow Q \le \lambda\cdot T_{max}$

if $Q^* \le \lambda\cdot T_{max} \rightarrow Q_{s.t} = Q^*$

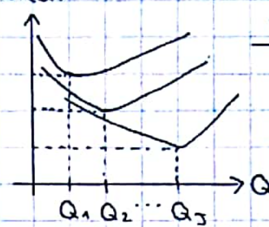
if $Q^* > \lambda\cdot T_{max} \rightarrow Q_{s.t} = \lambda\cdot T_{max}$

③ **מינימום הזמנה:** יבואו בד"כ מצד הספק שידרוש מינימום הזמנה. (נדרש: $Q \ge Q_{min}$)

if $Q^* \le Q_{min} \rightarrow Q_{s.t} = Q_{min}$

if $Q^* > Q_{min} \rightarrow Q_{s.t} = Q^*$

הנחה לכמויות:



אינדקס	תחום	עלות יח'
1	$0 \le Q < n_1$	C_1
2	$n_1 \le Q < n_2$	C_2
⋮	⋮	⋮
J	$n_{J-1} \le Q < n_J$	C_J

$C_1 > C_2$ ו- $Q^*_1 \le Q^*_2$

נסמן:

Q_j^* - כמות אופטימלית, ללא אילוצים.

Q_j° - כמות אופטימלית, עם אילוצים.

אלגוריתם לפתרון:

① נתחיל בתחום האחרון ($j = J$) ונחשב Q_j^*

אם $n_{j-1} < Q_j^* < n_j$ - נעצור! הפתרון אופטימלי

אחרת - $Q_j^\circ = n_{j-1}$

② נקבע $j = J-1$ ונחשב Q_j^*

אם $n_{j-1} < Q_j^* < n_j$ נקבע $Q_j^\circ = Q_j^*$ ונעבור לשלב הבא.

אחרת- $Q_j^\circ = n_{j-1}$ ונחזור על שלב זה שוב

③ עבור כל Q_j שהצטבר נחשב $G(Q_j)$ ונבחר ב-Q עם העלות המינימלית.

חשוב! כאשר נקנה יחידות ונזרוק יש לשים ♥ לשינוי בנוסחת העלות הכוללת:

$$G(Q) = \frac{K\lambda}{Q} + \frac{hQ}{2} + C\lambda \times \frac{Q'}{Q}$$

Q' - הכמות שרכשנו; Q - כמות בשימוש

$$\text{שיפוע ישר} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

② **מודל ייצור - חוסר אסור:**

סימונים נוספים:

ρ - קצב ייצור שנתי.

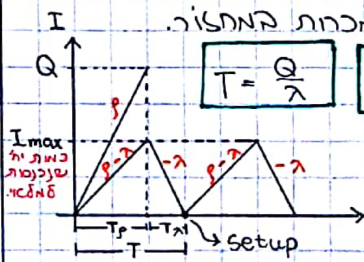
$\rho - \lambda$ - קצב כניסת יחידות למלאי ($\rho > \lambda$)

* אם $\lambda > \rho$ (חוסר תמידי) נשתמש בקבלן משנה.

T_λ - הזמן בו המכונה לא מייצרת ורק מוכרים.

T_ρ - הזמן בו המכונה מייצרת וגם מוכרים.

λT - מספר היחידות הנמכרות במחזור.



$$\boxed{T = \frac{Q}{\lambda}} \quad \boxed{T_\rho = \frac{Q}{\rho}} \quad \boxed{\bar{I} = \frac{I_{max}}{2}}$$

$$\boxed{T_\lambda = T - T_\rho = Q\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\rho}\right)}$$

$$\boxed{I_{max} = Q\left(1 - \frac{\lambda}{\rho}\right)}$$

$$\boxed{G(Q) = \frac{K\lambda}{Q} + \frac{h \cdot I_{max}}{2} + C\lambda} \quad \boxed{\text{זמן Setup} < T_\lambda}$$

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h\left(1 - \frac{\lambda}{\rho}\right)}}} \quad \boxed{y(Q^*) = \sqrt{2K\lambda h\left(1 - \lambda/\rho\right)}}$$

אם $\lambda \ll \rho$:

$Q^*_{EOQ1} = Q^*_{EOQ2}$

$$\boxed{G(Q^*) = \sqrt{2K\lambda h\left(1 - \frac{\lambda}{\rho}\right)} + C\lambda}$$

אילוצים:

① **אורך חיי מדף (פקיעת תוקף):**

ניהול לפי FIFO - האילוץ יהיה על היחידה המיוצרת האחרונה שנמצאת במלאי T_λ זמן.

$$T_\lambda < T_{max} \longrightarrow \boxed{Q \le \frac{T_{max} \cdot \lambda}{(1 - \lambda/\rho)}}$$

תאריך פקיעת התוקף

* נעדיף לייצר לפי FIFO

ניהול לפי LIFO - האילוץ יהיה על היחידה המיוצרת הראשונה שנמצאת במלאי T זמן.

$$T < T_{max} \longrightarrow \boxed{Q < \lambda \cdot T_{max}}$$

* כששואלים מהו החלק מהמחזור בו יגדל המלאי = T_ρ
* כששואלים מהו החלק מהמחזור בו יקטן המלאי = T_λ
* כששואלים על החלק היחסי נחלק את T_ρ / T_λ ב- T כולו.

③ **מודל רכש - חוסר מותר:**

סימונים נוספים:

P - קנס חד פעמי על כל יחידה חסרה.

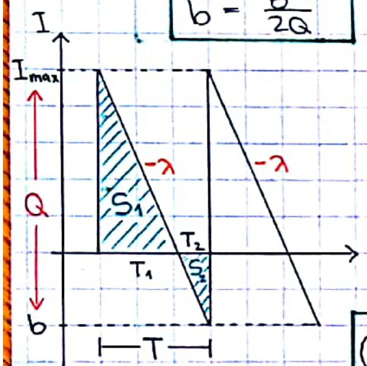
$\hat{P}$ - קנס על חוסר ליחידה ליחידת זמן.

b - גודל החוסר. $\bar{b}$ - חוסר ממוצע.

T_1 - הזמן בו יש מלאי.

T_2 - הזמן בו יש חוסר.

$$\boxed{\bar{b} = \frac{b^2}{2Q}}$$



$$\boxed{I_{max} = Q - b} \quad \boxed{T_2 = \frac{b}{\lambda}}$$

$$\boxed{\bar{I} = \frac{(Q-b)^2}{2Q}} \quad \boxed{T_1 = \frac{Q-b}{\lambda}}$$

$$\boxed{b^* = \frac{hQ - P\lambda}{h + \hat{P}}} \quad Q^* \text{ נתון}$$

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h} - \frac{(P\lambda)^2}{h(h+\hat{P})}} \times \sqrt{\frac{h+\hat{P}}{\hat{P}}}} \quad b \text{ לא נתון}$$

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{b^2(h+\hat{P}) + 2K\lambda + 2b\lambda P}{h}}} \quad b \text{ נתון}$$

* אם לאחר הצבת Q^* ב- b^* נקבל b שלילי נסיק כי צריך לעבוד ללא חוסר! כנ"ל לגבי Q^*.

$$\boxed{G(Q,b) = \frac{K\lambda}{Q} + \frac{h(Q-b)^2}{2Q} + \frac{Pb\lambda}{Q} + \frac{b^2\hat{P}}{2Q} + C\lambda}$$

אילוצים:

① **אילוץ על b בלבד (או Q בלבד):** נבדוק האם b^* עומד באילוץ. במידה ולא- נקבע את b להיות כצדק האילוץ, נציב במשוואות Q^* עבור b נתון ונקבל Q^*. באופן דומה נפעל במידה והאילוץ הוא על Q בלבד.

② **גודל מחסן:** $Q - b \le$ גודל מחסן $\rightarrow$ $I_{max} \le$ גודל מחסן

③ **פקיעת תוקף:** $T_1 \le$ תוקף $\rightarrow \frac{Q-b}{\lambda} \le$ תוקף $\rightarrow Q - b \le \lambda \times$ תוקף

אלגוריתם למציאת Q^* ו- b^* עבור אילוצים ② ו- ③

① חישוב Q^* ו- b^* ללא התחשבות באילוץ.

אם אילוץ $\le Q^* - b^*$ - נעצור! הפתרון אופטימלי.

אחרת-

② נתייחס לאילוץ בשוויון: אילוץ $= Q - b$

③ נבודד את אחד המשתנים (Q או b)

④ נציב ב- $G(Q,b)$, נגזור, נשווה ל-0 ונמצא פתרון אופטימלי.

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2K_j\lambda_j}{h_j}}}$$

אלגוריתם לפתרון:

① חשב Q_j^* לכל מוצר j.

* אם לאחד מהמוצרים יש אילוץ פרטי, מוצאים $Q_{E.O.Q}$ לא לפי המופרט במוצר [illegible] האילוצים שלו.

② בודקים את האילוץ המשותף

אם $\Sigma w_jQ_j \le H$ - נעצור! הפתרון אופטימלי

אחרת-

③ **נשתמש בשיטת כופלי לגרנז':**

$$L(Q_1,\dots,Q_n,\alpha) = \Sigma G(Q_1,\dots,Q_n) + \alpha(\Sigma w_jQ_j - H)$$

$$\boxed{Q^o_{jL} = \sqrt{\frac{2K_j\lambda_j}{h_j + 2\alpha w_j}}}$$ כללי

* גוזרים לפי Q_j ולפי α למציאות Opt ולבדיקת עמידה באילוץ

$$\boxed{Q^o_{jL} = \sqrt{\frac{2\lambda_j(k_j+\alpha)}{h_j}}}$$ אילוץ מספר הזמנות

* מציבים את α שמצאנו בנוסחת ה-Q המתאימה למציאות הכמות ה-Opt לעמידה באילוץ.

$$\boxed{Q^o_{jL} = \sqrt{\frac{2K_j\lambda_j}{h_j}} \times \sqrt{\frac{i}{i+2\alpha}}}$$ אילוץ על ההון

* מה שמצאנו זה

מה [illegible]

דוגמא: מפעל רוכש 3 סוגי מוצרים מספק.

להלן הנתונים:

מוצר	1	2	3
היקוש	2500	5000	3000
עלות אחסון	3	2	1
עלות רכישה	20	15	25
עלות הזמנה	150	150	150

קיימת מגבלה לפיה ניתן לבצע עד 10 הזמנות בשנה לכל 3 המוצרים

Ⓐ חשבו את הכמות האופטימלית:

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2\times150\times2500}{3}} = 500 \text{ יחידות}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2\times150\times5000}{2}} = 866 \text{ יחידות}$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2\times150\times3000}{1}} = 949 \text{ יחידות}$$

Ⓑ בדקו האם האילוץ מתקיים:

$$\Sigma \frac{\lambda_j}{Q_j} \overset{?}{\le} 10$$

$$\Sigma \frac{\lambda_j}{Q_j} = \frac{2500}{500} + \frac{5000}{866} + \frac{3000}{949} = 13.94$$

לא עומדים באילוץ ולכן נפתור באמצעות כופלי לגרנז':

$$L(Q_1,Q_2,Q_3,\alpha) = \Sigma\left(\frac{K_j\lambda_j}{Q_j} + \frac{h_jQ_j}{2} + C_j\lambda_j\right) + \alpha\left(\Sigma\frac{\lambda_j}{Q_j} - 10\right)$$

נגזור לפי Q ונקבל:

$$Q^o_{jL} = \sqrt{\frac{2\lambda_j(K_j+\alpha)}{h_j}}$$

נגזור לפי α לבדיקת עמידה באילוץ: $\frac{\partial L}{\partial\alpha} = 0 \rightarrow \Sigma\frac{\lambda_j}{Q_j} = 10$

* מציבים ב-Q_j לפי הנוסחה שמצאנו ומקבלים $\alpha = 141.31$

מציבים בנוסחאות של Q^o_{jL} למציאת הכמות שיש להזמין כדי לעמוד באילוץ: $Q_1^o = 697$, $Q_2^o = 1206$, $Q_3^o = 1322$

④ **מודל "יצור - חוסר מותר":**

סימונים נוספים:

T_1 - יש "יצור", יש חוסר.

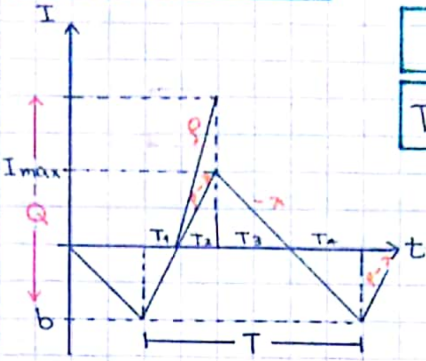
T_2 - יש "יצור", אין חוסר.

T_3 - אין "יצור", אין חוסר.

T_4 - אין "יצור", יש חוסר.

$$\boxed{\bar{I} = \frac{(Q(1-\lambda/\rho) - b)^2}{2Q(1-\lambda/\rho)}}$$

$$\boxed{\bar{b} = \frac{b^2}{2Q(1-\lambda/\rho)}}$$



$$\boxed{I_{max} = Q(1-\tfrac{\lambda}{\rho}) - b}$$

$$\boxed{T_1 = \frac{b}{\rho-\lambda}} \quad \boxed{T_2 = \frac{I_{max}}{\rho-\lambda}}$$

$$\boxed{T_3 = \frac{I_{max}}{\lambda}} \quad \boxed{T_4 = \frac{b}{\lambda}}$$

$$\boxed{b^* = \frac{(hQ - P\lambda)(1-\lambda/\rho)}{h+\hat{P}}}$$

$$\boxed{Q^* = \frac{b^2(h+\hat{P}) + 2\lambda(1-\lambda/\rho)(K+Pb)}{h(1-\lambda/\rho)^2}}$$ b נתון

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h(1-\lambda/\rho)} - \frac{(P\lambda)^2}{h(h+\hat{P})}} \times \sqrt{\frac{h+\hat{P}}{\hat{P}}}}$$ גלובלי, b לא נתון

* אם יש ערך שלילי בשורש של Q^* גלובלי ← $b^*=0$ ← מודל 1.

* אם מתקבל b שלילי (מודל ללא חוסר) ← $b^*=0$ ← מודל 2.

$$\boxed{G(Q,b) = \frac{K\lambda}{Q} + h\cdot\bar{I} + \frac{P\lambda b}{Q} + \bar{b}\cdot\hat{P} + C\lambda}$$

אילוצים:

① **אורך חי מדף (פג תוקף):**

ניהול לפי FIFO - האילוץ יהיה על היחידה המיוצרת אחרונה שנמצאת במלאי T_3 זמן.

$$T_3 < T_{max} \longrightarrow \boxed{Q \le \frac{\lambda\cdot T_{max} + b}{(1-\lambda/\rho)}}$$

ניהול לפי LIFO - האילוץ יהיה על היחידה המיוצרת ראשונה שנמצאת במלאי (T_2+T_3) זמן.

$$(T_2+T_3) < T_{max} \longrightarrow \boxed{Q \le \frac{T_{max}}{(1-\lambda/\rho)(\frac{1}{\rho-\lambda}+\frac{1}{\lambda})} + \frac{b}{1-\lambda/\rho}}$$

⑤ **ניהול מערכת מוצרים:**

נפעל באופן רגיל עם הנוסחאות הרגילות לכל מוצר בנפרד. הבעיה מתחילה כאשר יש אילוץ משותף לכל המוצרים. כל אילוץ נציג באופן הבא:

$$\boxed{\Sigma w_jQ_j \le H}$$

סימונים:

w_j - פונקציית משקל המשתנה בהתאם לאילוץ

H - האילוץ / המגבלה (משקל / הון / מקום במחסן...)

אילוצים:

① **גודל מחסן:** באילוץ זה $w_j = 1 \rightarrow \Sigma Q_j \le H$

* כשמדובר בנפח מחסן: $\Sigma w_jQ_j \le H$

② **ההון המושקע במלאי:** $w_j = C_j \rightarrow \Sigma C_jQ_j \le H$

③ **כמות הזמנות שנתית:** $w_j = \lambda_j/Q_j^2 \rightarrow \Sigma \lambda_j/Q_j \le H$

④ **עלות אחזקת מלאי שנתית:** $w_j = h_j/2 \rightarrow \Sigma \frac{h_jQ_j}{2} \le H$

סדרות עונתיות: בסניף צומת ספרים שבאוניברסיטה נאספו נתוני הביקוש לחוברת הפתרונות בקורס תפ"י בשלוש השנים האחרונות. מנהלת הסניף מעריכה כי הביקוש הינו עונתי - כאשר כל שנה מהווה מחזור ובכל שנה 3 עונות.

שנה	א	ב	קיץ	ממוצע שנתי
תשע"א	163	190	55	136
תשע"ב	130	152	45	109
תשע"ג	125	145	42	104

ⓒ מהם מקדמי העונתיות של כל סמסטר?

	א	ב	קיץ
	1.198529	1.397059	0.404412
	1.19266	1.394495	0.412844
	1.201923	1.394231	0.403846
מקדם העונתיות:	1.197704	1.39526	0.407034

$\Sigma C_t = 2.99 \sim 3$

הנח כי הביקוש הממוצע השנתי מתנהג עפ"י $D_t = a + \frac{b}{t^2}$

ⓑ פתח נוסחא לאומדת הפרמטרים במודל:

נבחין כי המודל הנתון דומה למודל הלינארי רק ש:

$F_t = \hat{a} + \hat{b} \cdot 1/t^2 \longrightarrow f(t) = 1/t^2$

מכאן, האומדים למודל הם:

$$\hat{a} = \frac{\Sigma D_t - \hat{b}\,\Sigma 1/t^2}{n}$$

$$\hat{b} = \frac{\Sigma D_t \,\Sigma 1/t^2 - n\,\Sigma D_t \cdot 1/t^2}{\Sigma (1/t^2)^2 - n\,\Sigma 1/t^4}$$

ⓔ מהי תחזיתך לביקוש בסמסטר א' תשע"ד (שנה 4)?

	א	ב'	קיץ	ממוצע שנתי-עונתי
תשע"א	136.0937	136.1752	135.1239	135.80
תשע"ב	108.541	108.9401	110.5559	109.35
תשע"ג	104.3663	103.9232	103.1855	103.82

$\Sigma D_t = 348.7 \qquad \Sigma 1/t^2 = 1.36$

$\Sigma D_t \cdot 1/t^2 = 174.67 \qquad \Sigma 1/t^4 = 1.07$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{b} = -3.68 \\ \hat{a} = 117.99 \end{array}\right\} F_{\text{תשע"ד, א}} = (117.99 - 3.68 \times 4) \times 1.197704 = 141.127$$

הנחה לכמויות: חברה לא יצרנית המשווקת מוצר מסוים קיבלה את הצעת המחיר הבאה מהספק:

אופציה	תחום	מחיר
1	$0 \le Q < 5000$	10
2	$5000 \le Q < 6500$	9
3	$Q \ge 6500$	8

נתון בנוסף:
$K = 200$ ₪
$i = 5\%$
$\lambda = 40{,}000$

ⓒ בהנחה כי בכל אופציה נמכר בדיוק אותו מוצר מהי הכמות האופטימלית להזמנה ומהי העלות השנתית?

עפ"י אלגוריתם הנחה לכמויות נתחיל מהאופציה הזולה ביותר:

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{C_3 \cdot i}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 40000}{8 \times 0.05}} = 6324 < 6500$$

לכן עומד בגבול ונקח $Q_{3_{st}} = 6500$

$G(Q=6500) = 322{,}530.76$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{C_2 \cdot i}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 40000}{9 \times 0.05}} = 5962 \rightarrow$$ ☺ בתחום

אין צורך לבדוק את Q_1^*

$G(Q=5962) = 362{,}683.28$

הפתרון האופטימלי הוא להזמין 6500 יח' בכל מחזור בעלות 8 ש"ח ליחידה בעלות שנתית כוללת: 322,530.76 ש"ח

ⓑ מתברר כי ב-3 האופציות נמכרים מוצרים שונים בתכונות. למוצר 1 אורך חיים של 0.15 שנה, למוצר 2 אורך חיים של 0.12 שנה ולמוצר 3 אורך חיים של 0.1 שנה. מהי האופציה המיטבית עבור החברה, כמות אופטימלית ועלות?

נבדוק עמידה באילוץ חיי מדף

מוצר 3: $Q_3 \le 0.1 \times \lambda = 0.1 \times 40000 = 4{,}000 < Q_3^*$

לא עומד באילוץ חיי מדף ובנוסף מגיע לאילוץ כמות הזמנה. בהתאם לכך נרכוש 6500 יחידות ונזרוק 2500.

$$G(Q_3) = \frac{200 \times 40000}{4000} + \frac{0.05 \times 8 \times 4000}{2} + 8 \times 40000 \times \frac{6500}{4000} = 522800$$

מוצר 2: $Q_2 \le 0.12 \times 40000 = 4800 < Q_2^*$

לא עומד באילוץ חיי מדף ובנוסף מגיע לאילוץ כמות הזמנה. נרכוש 5000 יחידות ונזרוק 200

$$G(Q_2) = \frac{200 \times 40000}{4800} + \frac{0.05 \times 9 \times 4800}{2} + 9 \times 40000 \times \frac{5000}{4800} = 377746$$

מוצר 1: $Q_1 \le 0.15 \times 40000 = 6000$

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 40000}{0.05 \times 10}} = 5656$$

כמות Q_1^* עומדת באילוץ חיי מדף אך לא באילוץ של כמות ההזמנה. נקנה 5000 יחידות ולא נזרוק.

$$G(Q_1) = \frac{200 \times 40000}{5000} + \frac{0.05 \times 10 \times 5000}{2} + 10 \times 40000 = 402850$$

האופציה המשתלמת ביותר היא אופציה 2. נרכוש 5000 יח' ונזרוק 200 בכל מחזור. עלות אופטימלית 377,746 ש"ח.

מודל 2 - ייצור חוסר אסור: בניית מודל

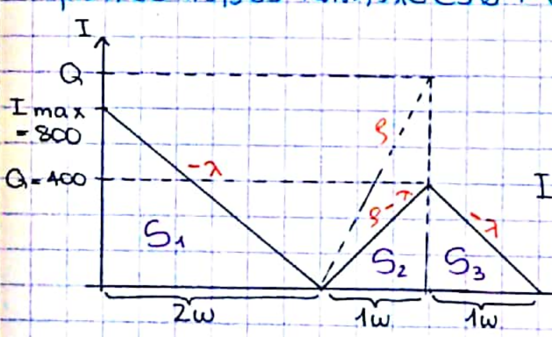
$\lambda = 20{,}000$ — ייצור $K_1 = 600$ \$

$h = 10$ \$ — רכש $K_2 = 400$ \$

$P = 40{,}000$

במדיניות המלאי מחזור של 4 שבועות (הנח 50 שבועות בשנה). בתחילת השבוע ה-1 מזמינים מספק חיצוני כמות שמספיקה לשבועיים, בתחילת השבוע ה-3 מייצרים במכונה במשך שבוע ובשבוע האחרון צורכים מתוך המלאי שנוצר בייצור.

ⓒ שרטט תרשים שיציג את המלאי כפונקציה של הזמן:



$T = \frac{4}{50} = 0.08$

$I_{max} = \frac{20000}{50} \times 2 = 800$

ⓑ חשב את המלאי הממוצע:

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = \frac{800 \times 2}{2} = 800 \\ S_2 = \frac{400 \times 1}{2} = 200 \\ S_3 = \frac{400 \times 1}{2} = 200 \end{array}\right\} \bar{I} = \frac{S}{T} = \frac{800 + 200 + 200}{4} = 300$$ יחידות

ידוע שזמן העריכה למכונה הנו 1.5 חודשים בין מנה למנה.
ישנן 2 אופציות לייצור:
1) ייצור שיעמוד בזמן העריכה וסיפוק הביקוש במלואו.
2) שמירה על כמות ייצור אופטימלית ($Q^*=15000$) וספיגת קנס לכל יחידה שלא מסופקת. הקנס ניתן מאובדן מכירות

$\lambda=45{,}000$, $\rho=60{,}000$, $K=500$, $C=10$

מהו ערך הקנס המקסימלי עבורו תיבחר אופציית הייצור ה-2?

$\text{Setup time} = 1.5/12 = 1/8 \text{ year} < T_\lambda$: אילוץ

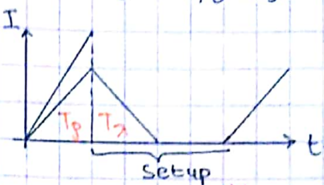
אופציה (1): ייצור שיעמוד באילוץ זמן העריכה

$$T_\lambda = Q\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\rho}\right) = Q\left(\frac{1}{45000}-\frac{1}{60000}\right) > 1/8$$
$$Q > 22{,}500$$

נייצר 22,500 יחידות כדי לעמוד באילוץ ולכן:

$$G(Q=22{,}500) = \frac{500\times45000}{22{,}500} + 0.8\times\frac{22500(1-45/60)}{2} + 10\times45{,}000 = 453{,}250 \text{ ש"ח}$$

אופציה (2): נייצר $Q^*=15{,}000$ ונספוג קנס לכל יחידה חסרה. נבדוק מה גודל החוסר שנוצר עקב מדיניות כזו:



נשים לב כי השינוי נחלק בהקדמות מדיניות זו משפיעה T עשויה ה-(Setuptime - T_λ) כלומר, ייקח עוד:

$$1/8 - 15000\left(\frac{1}{45000}-\frac{1}{60000}\right) = 1/24 \text{ year}$$

$$T = \frac{Q}{\lambda} + \frac{1}{24} = \frac{3}{8}$$ מכאן ניתן לחשב את זמן המחזור

$$1/T = 8/3$$ כלומר, מספר המחזורים בשנה הנו

$$\text{הכמות המיוצרת} = \frac{8}{3}\times 15{,}000 = 40{,}000 \rightarrow$$ חוסר של 5000 יח'

ע"מ שנבחר באופציית הייצור ה-2 (נסמן את גודל הקנס ב-x):

$$G(\text{אופציה } 2) < G(\text{אופציה } 1)$$

$$K\cdot\frac{1}{T} + h\cdot\frac{Q}{2}\left(1-\frac{\lambda}{\rho}\right) + C\cdot 40000 + 5000x < 453{,}250$$

$$500\times\frac{8}{3} + 0.8\times\frac{15000}{2}\left(1-\frac{45}{60}\right) + 10\times40000 + 5000x < 453250$$

$$402{,}833.33 + 5000x < 453{,}250$$

$$5000x < 50{,}416.666 \rightarrow x < 10.083$$

הקנס המקסימלי שנהיה מוכנים לשלם הנו 10.083 ש"ח

מודל ייצור - חוסר מותר:

$\lambda = 40{,}000$ $\quad C=40$
$\rho = 100{,}000$ $\quad i=10\%$ $\Big\}\ h=4$
$K = 1{,}200$ $\quad P=0.1$, $\hat{P}=25$

א) מהי הכמות המומלצת לייצור בכל מחזור, מהו גודל החוסר המתאים עבורה ומהי העלות השנתית הכוללת?

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h(1-\lambda/\rho)} - \frac{(P\lambda)^2}{h(h+\hat{P})}} \times \sqrt{\frac{h+\hat{P}}{\hat{P}}} = 6800 \text{ יחידות}$$

$$b^* = \frac{(hQ-P\lambda)(1-\lambda/\rho)}{h+\hat{P}} = 480 \text{ יחידות}$$

$$\bar{I} = \frac{(Q(1-\lambda/\rho)-b)^2}{2Q(1-\lambda/\rho)} = 1588.2353$$

$$\bar{b} = \frac{b^2}{2Q(1-\lambda/\rho)} = 28.2353$$

$$G(Q,b) = \frac{1200\times40000}{6800} + 4\times1588.2353 + \frac{0.1\times40000\times480}{6800} + 28.2353\times25 + 40\times40000$$

$$G(Q,b) = 1{,}619{,}105.882 \text{ ש"ח}$$

ב) מה צריך להיות הקנס על חוסר חד פעמי (P) כדי שהמפעל יעדיף לעבוד לפי מודל הייצור שבו החוסר אסור?

כדי שלא ישתלם לעבוד עם חוסר (לעבור למודל 2), צריך להתקיים אחד מהתנאים ה-2:
1) נקבל שורש של מספר שלילי בנוסחה למציאת Q^*
2) נקבל b^* שלילי

האילוץ ה-1:

$$\frac{(P\lambda)^2}{h(h+\hat{P})} > \frac{2K\lambda}{h(1-\lambda/\rho)}$$

$$\frac{(P\times40{,}000)^2}{4(4+25)} > \frac{2\times1200\times40000}{4\times(1-40/100)}$$

$$P^2 > 2.9 \longrightarrow P > 1.702$$

האילוץ ה-2:

$$hQ^* < P\lambda$$
$$\frac{hQ^*}{\lambda} < P$$
$$\frac{4\times Q^*}{40000} < P$$

Q^* תלוי גם כן ב-P ולכן צריך להציב אותו באילוץ, להציב מספרים ולבודד את P אחרי כל זה מגיעים לביטוי הבא:

$$0.4 < P^2 \longrightarrow P > 0.632$$

מבין 2 התנאים ניקח את המגביל ביותר, כלומר את התנאי השני ולכן במידה והקנס החד פעמי על חוסר יהיה 0.632 או יותר נעדיף לעבוד לפי מודל 2