

## תרגול 2 – זימון: הסתעף וחסום

**הסתעף וחסום** - אלגוריתם חכם למציאת פתרון אופטימלי לבעיות זימון בפתרון בעיות שידועות כקשות, או כאשר ישנם אילוצים. נקטין את מרחב החיפוש על ידי גיזום ענפים בשיטת האלימינציה לפי חסם עליון.

**חסם עליון** - ערך שהפתרון האופטימלי בהכרח לא גבוה ממנו. נרצה למצוא חסם עליון הדוק ככל האפשר על מנת שנוכל לקטום ענפים בקלות בעזרתו ולהקטין את מרחב החיפוש באופן משמעותי.

**שיטת פרישה** – מהתחלה לסוף / מהסוף להתחלה. נבחר בכיוון הפרישה מתוך מטרה לפסול ענפים רבים ככל האפשר, מוקדם ככל האפשר.

**משתנה עזר** – לצורך חישוב ערך המדד בכל שלב בעץ. בעבודה מהסוף להתחלה:

$q[j] = q[j-1] - t[j-1]$ , במילים: במעבר לשלב הבא נפחית את זמן העיבוד של הג'וב האחרון ששובץ.

**חסם תחתון** – ה"קנס" שנצבר על ידי הג'ובים שכבר שייבצנו בפתרון הנוכחי. אם החסם התחתון גבוה מהחסם העליון, ברור שכיוון הפתרון הנוכחי לא יהיה אופטימלי ולכן אין טעם להמשיך לבדוק אותו – נוכל לקטום את הענף.

**נוסחת מעבר** - עבור מדד מסוג  $\sum$  - חסם תחתון בשלב j:  $LB_j = LB_{\text{קודם}} + \text{קנס נוכחי}$

ועבור מדד מסוג  $\min\{g_{\max}\}$  - נוסחת המעבר:  $LB_j = \max\{LB_{\text{קודם}}, \text{קנס נוכחי}\}$

**קטימת ענפים** -

- כאשר  $LB \leq UB$ .
- לפי "כלל הדומיננטיות" – כל עוד לא צויין במפורש שאין להשתמש בו.

**שיטות חיפוש - Jump tracking**: בכל שלב נפצל את ה-LB הנמוך ביותר בעץ כולו.

## שאלה 1

לפניך 5 משימות שאמורות להתבצע על מכונה בודדת. לכל משימה נתונים זמני ביצוע (בימים) תאריכי היעד וקנס חד פעמי בגין פיגור לכול פעולה. עליך לזמן כך שסך הקנסות יהיה מינימלי. ענה על הסעיפים לפי הסדר.

משימה	1	2	3	4	5
משך	8	8	6	2	4
תאריך יעד	10	18	15	12	20
קנס אם מפגרת	60	60	30	20	30

א. (5%) מצא את הפתרון המיטבי למינימום מספר העבודות המפגרות, וחשב בעזרתו חסם עליון לקנס הכולל.

ב. (20%) פתור את בעיית הקנס הכולל המינימלי בעזרת הסתעף וחסום. הסבר כיצד מחושב הגבול התחתון בכול ענף. מספר את ההתפצלויות על-פי הסדר והסבר כול קטימה, עבוד בשיטת jump-tracking.

פתרון:

© מינימום מספר התחבורות המשולבות ← מוצא הציסון - מוכ.

נסדר את EDD :

j	1	4	3	2	5
$s_j$	0	8	10	16	24
$t_j$	8	2	6	8	4
$c_j$	8	10	16	24	28
$d_j$	10	12	15	18	20
$q_j = (c_j - d_j)$	-2	-2	1		

המסלול הראשון

נבחר את ערך 1 החוזר ( $t_j$  זהו ערך קטן של 3).

j	4	3	2	5
$s_j$	0	2	8	16
$t_j$	2	6	8	4
$c_j$	2	8	16	20
$d_j$	12	15	18	20
$q_j$	-10	-7	-2	0

אין יותר תחבורות אפשרות ולכן נעצר.

סימון:  $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

הקנס הכולל  $UB = 60$

© שיטת Jump-tracking : ניקח את ה-  $LB$  הנמוך ביותר כנקודת התחלה

נבדל למצב את הקנס הכולל :

$$LB_j = LB_{j-1} + \text{קנס נוסף}$$

$$LB_j = LB_{j-1} + w_j \cdot u_j^*$$

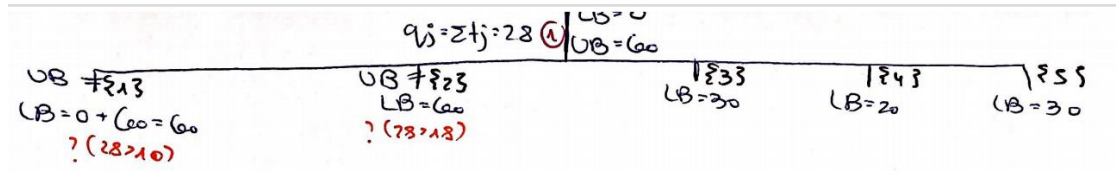
$$u_j^* = \begin{cases} 1, & q_j > d_j \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$$

$q_j = \sum t_j$  סכום ה-  $t_j$  של כל הערכות של  $j$  שבהן  $j$  מופיע.

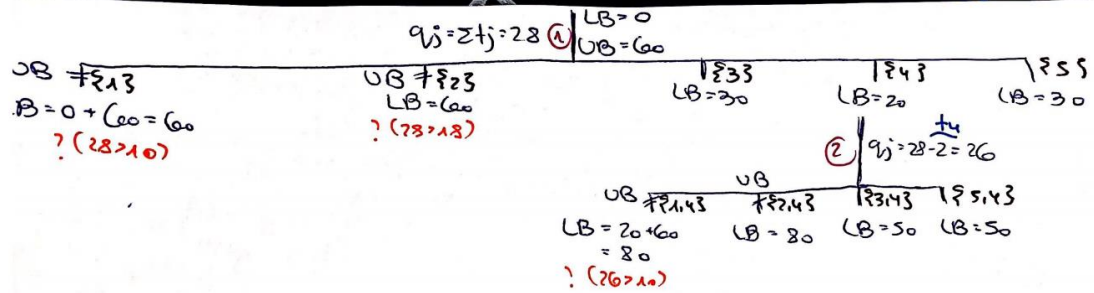
הציסון מוכן לא ממש

הציסון יתכן.

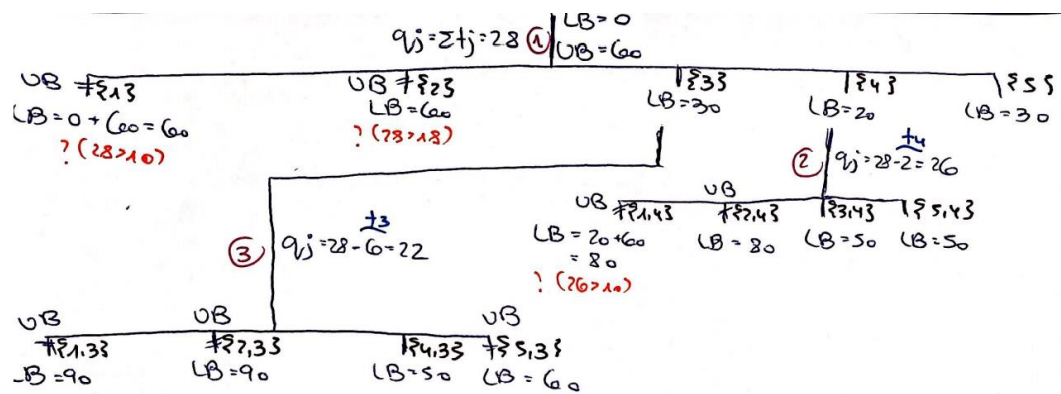
ענה 1:



**ענף 2:**

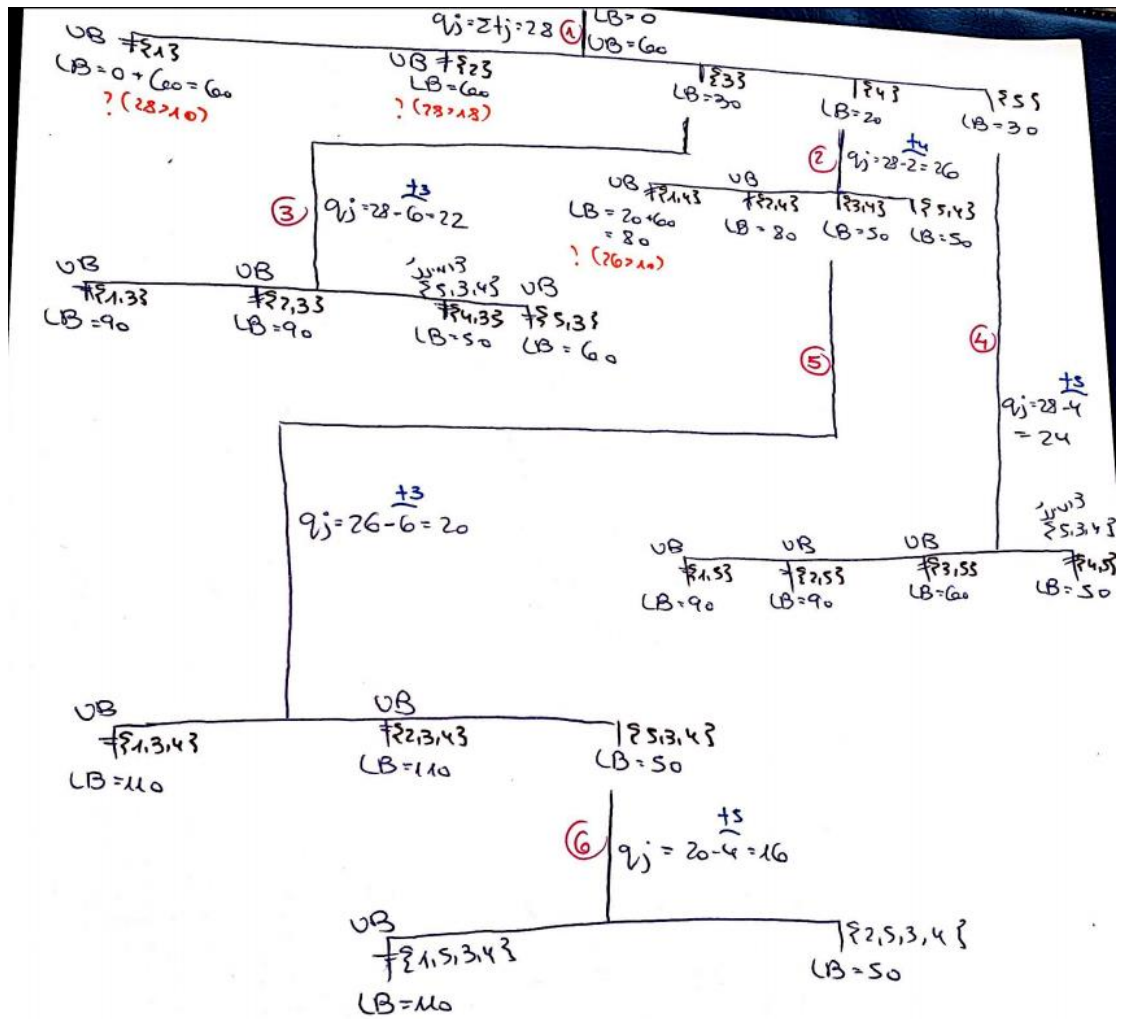


**ענף 3:**

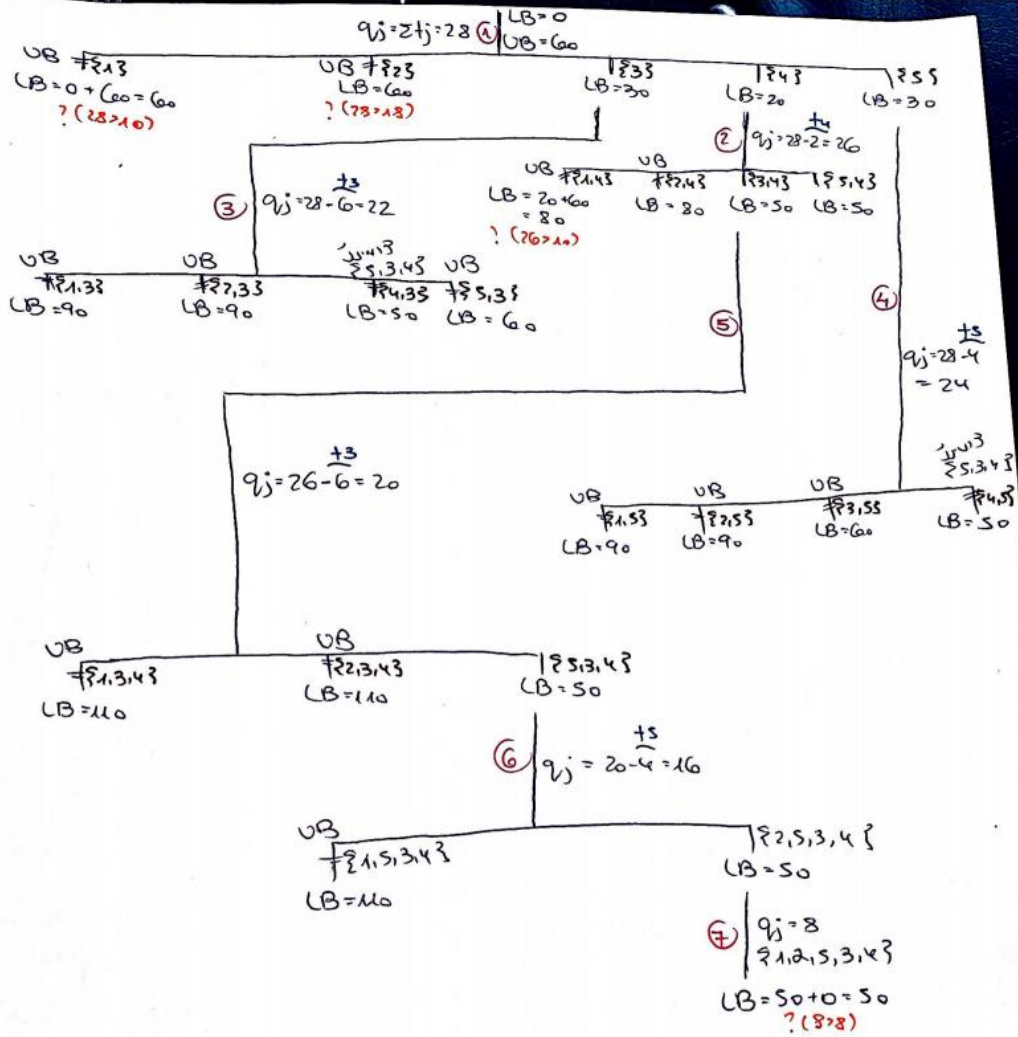


**ענף 4:**









## שאלה 2:

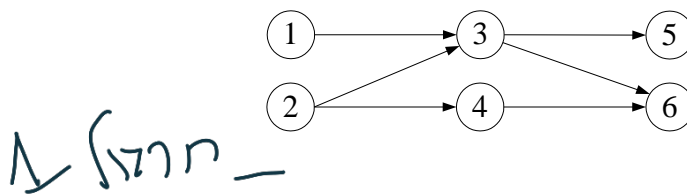
5 ג'ובים צריכים לעבור עיבוד במכונה אחת. כולם מגיעים למערכת בזמן 0.

$j$	1	2	3	4	5	6
$t_j$	8	3	4	3	2	5
$d_j$	8	13	10	18	20	12

הזמנים נתונים בדקות

א. (10%) בהנחה שישנו קנס חד פעמי של 100 ₪ במידה ובוצעה חריגה כלשהי מזמן היעד (לא משנה מה גודלה). מהו הזימון שיביא למינימום את הקנס הכולל?

מתברר כי ישנם סדרי קדימויות בין הג'ובים כמפורט בתרשים הבא:



ב. (5%) מהו הזימון המתקבל עפ"י סידור SPT בכפוף לאילוף?

ג. (15%) השתמש בזימון זה כחסם עליון ומצא באמצעות הסתעף וחסום את הזימון שיביא למינימום את הקנס הכולל כעת?

## פתרון:

א. מאחר והקנס הינו חד פעמי, ולכל אחת מהעבודות יש את אותו הקנס, אנחנו רוצים למזער את מספר העבודות המפגרות. האלגוריתם המתאים הוא הדסון מור:

$j$	1	3	6	2	4	5
$s_j$	0	8	12	17	20	23
$t_j$	8	4	5	3	3	2
$c_j$	8	12	17	20	23	25
$d_j$	8	10	12	13	18	20
$L_j$	0	2	5	7	5	5

העבודה המפגרת הראשונה- עבודה מספר 3.

העבודה עם זמן העיבוד הגבוה ביותר עד עבודה מספר 3- עבודה מספר 1- נוציא אותה החוצה ונמשיך.

$j$	3	6	2	4	5
$s_j$	0	4	9	12	15



tj	4	5	3	3	2
cj	4	9	12	15	17
dj	10	12	13	18	20
Lj	-6	-3	-1	-3	-3

אין יותר עבודות מפגרות. ולכם הסידור הוא:

3-6-2-4-5-1. והקנס הוא 100 ₪.

ב. מזכירה כי פתרנו את סעיף זה בתרגול מספר 1.

והפתרון היה:

2-4-1-3-5-6

ג. אנו צריכים להשתמש בפתרון בסעיף ב' לחסם עליון. ולכן אנו צריכים למצוא מהו הקנס הכולל

כעת (של הזימון הנ"ל).

j	2	4	1	3	5	6
sj	0	3	6	14	18	20
tj	3	3	8	4	2	5
cj	3	6	14	18	20	25
dj	13	18	8	10	20	12
Lj	-10	-12	6	8	0	13

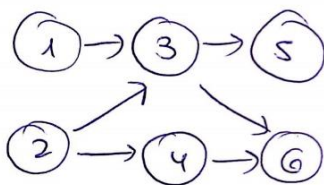
מספר העבודות המפגרות הוא 3.

והקנס הכולל הוא 300 ₪.

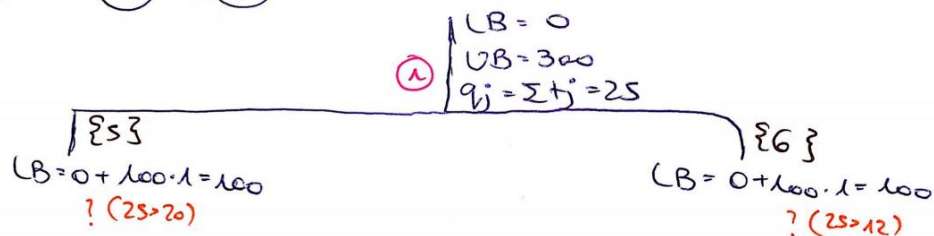
כעת נפתור בעזרת הסתעף וחסום.

ענף 1:

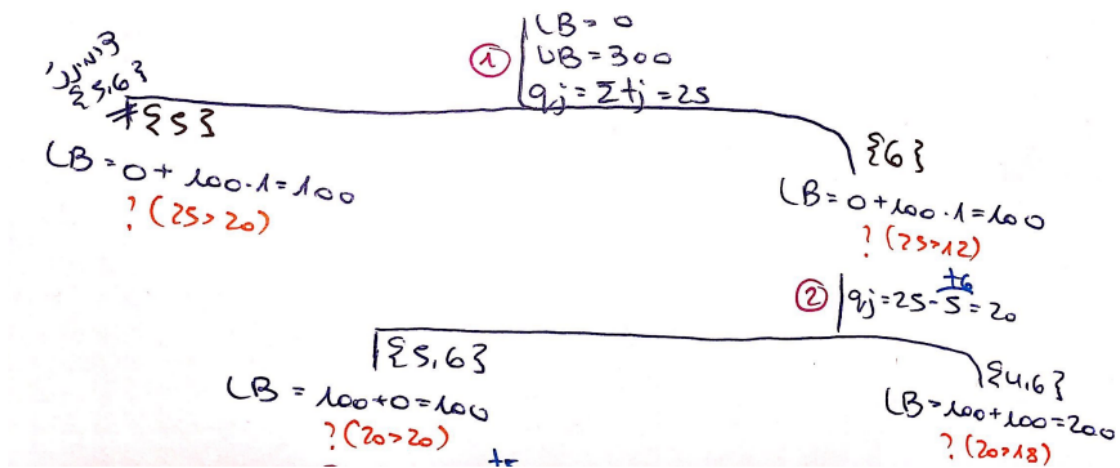
$$LB_j = LB_{j-1} + 100 \cdot u_j$$



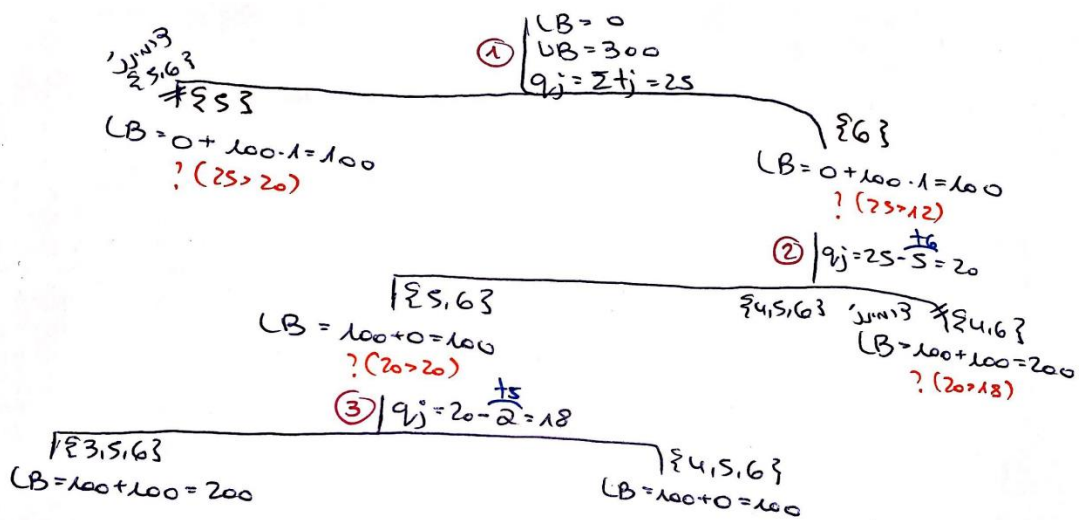
$$u_j = \begin{cases} 1, & q_j > d_j \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$$



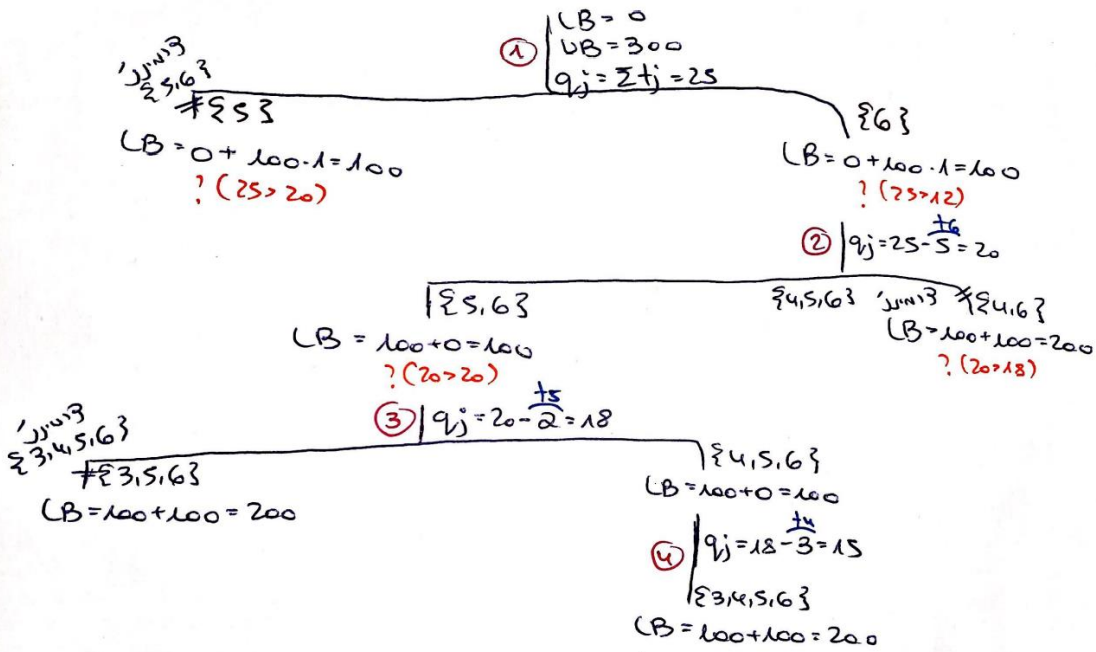
ענף 2:



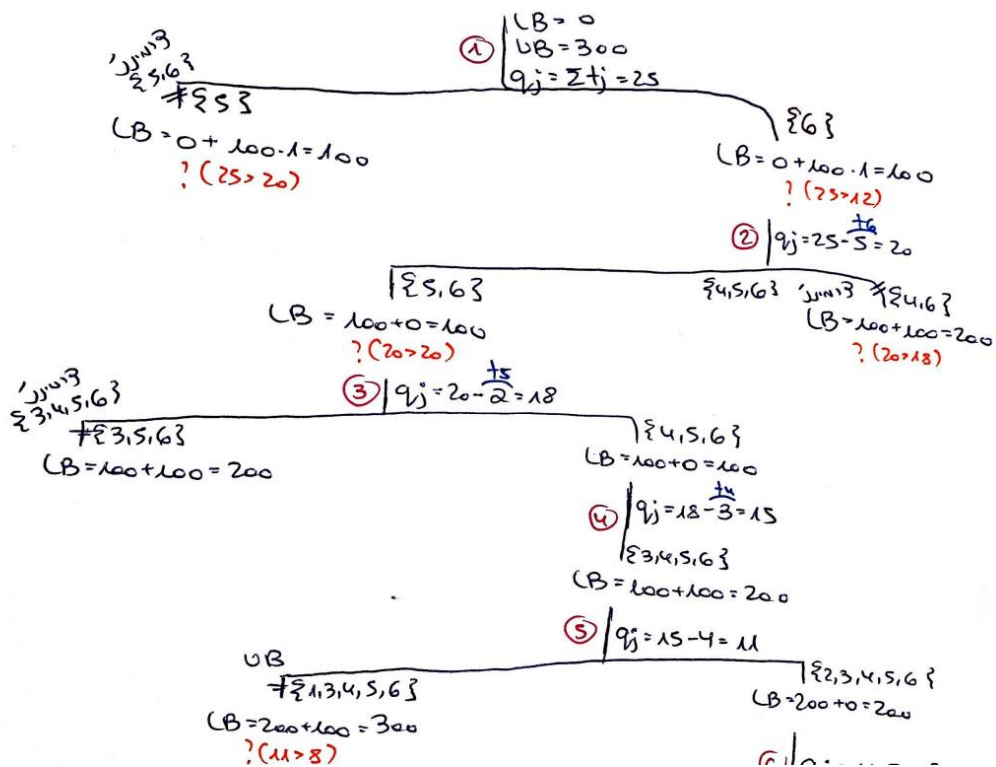
ענף 3:



ענף 4:



ענף 5:



ענף 6:

