

WunderPass-White-Paper

G. Fricke, S.Tschurilin

July 5, 2021, Berlin

Contents

1 Abstract	2
2 Einleitung	2
3 Vision	2
4 Unser Ansatz	2
5 Avatare	2
6 Dinge	2
7 Economics	2
7.1 Einleitung	2
7.2 Goals	3
7.3 Quantifizierung	3
7.3.1 Grundlegende Definitionen	3
7.3.2 Zustandsbeschreibung der digitalen Welt	5
7.3.3 Zustandsbeschreibung WunderPass - simple Betrachtung	7
7.3.4 Zustandsbeschreibung WunderPass - detaillierte Sicht	14
7.3.5 Other Stuff	24
7.3.6 Business-Plan in Mathematics	28
7.3.7 Quantifizierung des Status quo	28
7.3.8 Individuelle Wertschöpfung der Teilnehmer	30
7.4 Token-Economics (WPT)	30
7.4.1 Einleitung	30
7.4.2 Kreislauf	30
7.4.3 Token-Design	30
7.4.4 Incentivierung	30
7.4.5 Milestones-Reward-Pool	30
7.4.6 WPT in Zahlen	30

7.4.7 Fazit	30
7.5 Fazit	30
8 Noch mehr Dinge	30
9 Project 'Guard'	30
10 Community	31
11 Zusammenfassung	31

1 Abstract

TODO: Abstract

2 Einleitung

TODO Hallo!

3 Vision

TODO

4 Unser Ansatz

TODO

5 Avatare

TODO

6 Dinge

TODO

7 Economics

7.1 Einleitung

TODO

7.2 Goals

TODO

7.3 Quantifizierung

Einleitung - Start

Wir wollen den Mehrwert von User-Provider-Connections mittels Wunderpass einen bezifferbaren Mehrwert verleihen und diesen fundiert argumentieren. Dazu müssen wir diesen Value messen und beziffern können. Die Ergebnisse dieses Kapitels werden insbesondere für das im Kapitel 7.4.5 beleuchteten "Reward-Pools" von großer Bedeutung sein. Bzw. sogar im gesamten übergeordneten Kapitel 7.4. **Einleitung - Ende**

7.3.1 Grundlegende Definitionen

Sei t_0 der initiale Zeitpunkt all unserer Messungen und Betrachtungen (vermutlich der Zeitpunkt des MVP-Launches).

Darauf aufbauend betrachten wir das künftige Zeitintervall T , welches einzig an Relevanz für unser Vorhaben und alle in diesem Kapitel getätigten Ausführungen besitzt:

$$T = [t_0; \infty[$$

Der Zeitstrahl muss nicht zwingend unendlich sein. Er muss ebenfalls nicht zwingend infinitesimal fortlaufend sein und kann stattdessen je nach Kontext endlich und/oder diskret betrachtet werden. Also z. B. auch wahlweise als

$$T = [t_0; t_{ende}]$$

$$T = [t_0; t_1; \dots; t_{ende}]$$

definiert sein. In letzteren beiden Fällen wird jedoch t_{ende} in aller Regel eine kontextbezogene (unverzichtbare) Bedeutung haben, die eine solche Definition des Zeitstrahls unverzichtbar macht. So könnte t_{ende} z. B. für eine mathematisch quantifizierbare Erreichung unserer Vision stehen.

Sei $\mathbf{t} \in \mathbf{T}$ fortan stets ein beliebiger Zeitpunkt, zu welchem wir eine Aussage treffen möchten.

Wir definieren die Anzahl aller zum Zeitpunkt t potenziellen User $U^{(t)}$ überhaupt und ihre (maximale) Anzahl $n^{(t)}$ als

Definition 1

$$U^{(t)} = \{u_1^{(t)}; u_2^{(t)}; \dots; u_n^{(t)}\}$$

Und ganz analog dazu ebenfalls die potenziellen Service-Provider $S^{(t)}$ und ihre (maximale) Anzahl $m^{(t)}$ als

Definition 2

$$S^{(t)} = \{s_1^{(t)}; s_2^{(t)}; \dots; s_m^{(t)}\}$$

Man beachte, dass die definierten Mengen $U^{(t)}$ und $S^{(t)}$ bzw. ihre Größe gewissermaßen den Fortschritt der Digitalisierung insgesamt beschreiben (potenzielle User brauchen einen Zugang zum digitalen Ökosystem und potenzielle Provider sind unabhängige Service-Dienstleister, die eigenmächtig darüber entscheiden, zu solchen zu werden) und in keiner Weise im Einfluss Wunderpasses stehen. Viel mehr beschreiben sie die "Umstände der Welt", mit denen WunderPass (wie alle anderen) "arbeiten" müssen.

Nun definieren den **Connection-Koeffizienten** zwischen den eben definierten potenziellen Usern $U^{(t)}$ und den Service-Providern $S^{(t)}$ zum Zeitpunkt t als boolesche Funktion $\alpha^{(t)}$, die über die Tatsache "is connected" bzw. "is not connected" entscheidet:

Definition 3

$$\alpha^{(t)} : U^{(t)} \times S^{(t)} \rightarrow \{0; 1\}$$

$$\alpha^{(t)}(u, s) := \begin{cases} 1, & \text{falls User } u \in U^{(t)} \text{ mit mit Provider } s \in S^{(t)} \text{ connectet ist} \\ 0, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Bzw. wenn man die diskreten Auslegungen der Pools $U^{(t)} = \{u_1^{(t)}; u_2^{(t)}; \dots; u_n^{(t)}\}$ und $S^{(t)} = \{s_1^{(t)}; s_2^{(t)}; \dots; s_m^{(t)}\}$ heranzieht, alternativ als

$$\alpha_{ij}^{(t)} := \begin{cases} 1, & \text{falls User } u_i^{(t)} \in U^{(t)} \text{ mit mit Provider } s_j^{(t)} \in S^{(t)} \text{ connectet ist} \\ 0, & \text{andernfalls} \end{cases}$$

Man beachte, dass wir bei den diskreten/Aufzählungs-basierten Definitionen oben, der Übersicht halber etwas "geschlampt" haben, indem wir - klar zeitbedingte - Indizes stillschweigend als n und m bezeichnet haben, gleichwohl diese korrekterweise $n^{(t)}$ und $m^{(t)}$ lauten müssten. Nur verwirrt eben ein Ausdruck wie $u_{n^{(t)}}^{(t)}$ mehr, als dieser in seiner pedantischen Korrektheit einen Mehrwert generiert. Wir werden genannte Ungenauigkeit zudem im weiteren Verlauf in gleicher Weise fortführen und gehen davon aus, der Leser wisse damit umzugehen.

7.3.2 Zustandsbeschreibung der digitalen Welt

Mit diesen geschaffenen Formalisierungs-Werkzeugen lassen sich nun einige Dinge formal deutlich besser greifen. Und zwar zum einen im Folgenden die übergeordneten "Umstände der digitalen Welt" (auf die WunderPass bestenfalls sehr geringfügig Einfluss üben kann) aber zum anderen ebenfalls unser gesamtes Vorhaben inklusive der übergeordneten WunderPass-Vision, die in den darauf folgenden Kapiteln beleuchtet wird.

Aufgrund der bereits weiter oben erwähnten nicht möglichen Einflussnahme auf die Mengen $U^{(t)}$ und $S^{(t)}$ benötigen wir noch ein weiteres Hilfsmittel, dessen Existenz wir im Folgenden einfach voraussetzen möchten - und diese mit Möglichkeiten der Markt-Analyse rechtfertigen.

Annahme 1: Digitalisierungs-Orakel

Sei $t \in T$. Anstatt die (nicht wirklich berechnete) Kenntnis der Mengen $U^{(t)}$ und $S^{(t)}$ vorzugeben, wollen wir lieber die (realistischere) Existenz einer "Schätzfunktion" $dP^{(t)}$ (digital progress) annehmen. Wir definieren $dP^{(t)}$ als

$$dP : T \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

$$dP^{(t)} := \left(n^{(t)}, m^{(t)} \right)$$

wobei $n^{(t)} = |U^{(t)}|$ und $m^{(t)} = |S^{(t)}|$ darstellen sollen, ohne dafür zwingend die exakten Mengen $U^{(t)}$ und $S^{(t)}$ kennen zu müssen.

Und auf der letzten Annahme aufbauend der Vollständigkeit halber die aus praktischer Sicht vollkommen alternativlose Annahme ergänzen, laut der Service-Provider stets eine große Anzahl an Users ansprechen/bedienen und damit zahlenmäßig den Usern stark unterlegen sind.

[TODO1][Annahme 2 ist noch buggy]

Annahme 2: Verhältnismäßigkeit der Teilnehmer

Für alle $t \in T$ mit $(n^{(t)}, m^{(t)}) = dP^{(t)}$ gilt:

$$m^{(t)} \ll n^{(t)} \quad (\text{i})$$

Diese Aussage mag zahlenmäßig noch etwas "griffiger" formuliert werden. Dafür möchten wir das Verhältnis der Größen $n^{(t)}$ und $m^{(t)}$ abschätzen: Für unseren Zeithorizont, an dessen Ende - einem ausreichend späten, aber auch nicht in unabsehbar fernen Zukunft liegenden Zeitpunkt $t_{end} \in T$ - wir von einer WunderWelt sprechen, sei die Annahme

$$\begin{aligned} n^{(t_{end})} &\approx 10Mrd. \text{ und } m^{(t_{end})} \approx 10.000 \text{ bzw.} \\ dP^{(t_{end})} &\approx (10^{10}, 10^4) = 10^4 * (10^6, 1) \end{aligned} \quad (\text{ii})$$

nicht ganz abwegig. Genauso wenig unvernünftig scheint die Annahme, WunderPass begäbe seine Welteroerbung mit einem MVP mit lediglich einem einzigen Service-Provider - z. B. dem Guard (siehe Kap. 9] - und einer überschaubaren Anzahl an angepeilten Usern, also

$$\begin{aligned} n^{(t_0)} &\approx 1.000 \text{ und } m^{(t_0)} = 1 \text{ bzw.} \\ dP^{(t_0)} &\approx (1.000, 1) \end{aligned} \quad (\text{iii})$$

Mit den beiden zuletzt getroffenen (quantitativen) Annahmen (ii) und (iii) lässt sich auch die initiale (qualitative) Annahme (i) ebenfalls quantifizieren:

Für alle $t \in]t_0; t_{end}[$ mit $(n^{(t)}, m^{(t)}) = dP^{(t)}$ gilt:

$$1.000 = \frac{n^{(t_0)}}{m^{(t_0)}} < \frac{n^{(t)}}{m^{(t)}} < \frac{n^{(t_{end})}}{m^{(t_{end})}} = 1.000.000 \quad (\text{iv})$$

Wir fassen Annahme 2 in einer abschließenden Definition zusammen:

Definition 4

Seien $t \in T$ und $dP^{(t)} = (n^{(t)}, m^{(t)})$ wie in Annahme 1 beschrieben. Wie definieren die "Verhältnismäßigkeit der Teilnehmer" als

$$\sigma : T \rightarrow \mathbb{Q}$$

$$\sigma^{(t)} = \frac{n^{(t)}}{m^{(t)}}$$

Zudem halten wir fest, Annahme 2 lege nahe, man könne in der Praxis stets von

$$1.000 < \sigma^{(t)} < 1.000.000$$

ausgehen.

[ende TODO1]

7.3.3 Zustandsbeschreibung WunderPass - simple Betrachtung

Status quo

Aufbauend auf die bisher erzielten Ergebnisse, wollen wir nun auch dem Stand von WunderPass für einen beliebigen Zeitpunkt $t \in T$ einen formalisierten Charakter verleihen und definieren zunächst einmal mittels der in Def 3 beschriebenen Koeffizienten $\alpha_{ij}^{(t)}$ die sogenannten "connected Pools" von Usern und Service-Providern zum Zeitpunkt $t \in T$:

Definition 5

Wir definieren den "connected User-Pool" $\widehat{U}^{(t)} \subseteq U^{(t)}$ und den "connected Service-Provider-Pool" $\widehat{S}^{(t)} \subseteq S^{(t)}$ als

$$\widehat{U}^{(t)} := \left\{ u \in U^{(t)} \mid \exists s^* \in S^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(u, s^*) = 1 \right\} \quad (\text{i})$$

$$\widehat{S}^{(t)} := \left\{ s \in S^{(t)} \mid \exists u^* \in U^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(u^*, s) = 1 \right\} \quad (\text{ii})$$

Für die diskrete/sortierte Variante ist dies wieder gleichbedeutend mit

$$\widehat{U}^{(t)} = \left\{ \widehat{u}_1^{(t)}; \widehat{u}_2^{(t)}; \dots; \widehat{u}_{\widehat{n}}^{(t)} \right\} \quad (\text{iii})$$

$$\widehat{S}^{(t)} = \left\{ \widehat{s}_1^{(t)}; \widehat{s}_2^{(t)}; \dots; \widehat{s}_{\widehat{m}}^{(t)} \right\} \quad (\text{iv})$$

Der Wert $\widehat{n} \leq n$ beschreibt die Größe des connecteten User-Pools - also die Anzahl \widehat{n} der tatsächlich mit WunderPass connecteten User unter den n potenziellen Usern.

Analog steht $\hat{m} \leq m$ für die Anzahl der tatsächlich mit WunderPass connecteten Providern. Der Vollständigkeit halber übertragen wir das aus Def 3 stammende Verständnis der Connection-Koeffizienten auch auf die eben definierten "connected Pools"

$$\hat{\alpha}_{ij}^{(t)} := \begin{cases} 1, & \text{falls User } \hat{u}_i^{(t)} \in \hat{U}^{(t)} \text{ mit mit Provider } \hat{s}_j^{(t)} \in \hat{S}^{(t)} \text{ connectet ist} \\ 0, & \text{andernfalls} \end{cases} \quad (\text{v})$$

Man beachte bei den diskreten/sortierten Schreibweisen der definierten Mengen $U^{(t)}$, $\hat{U}^{(t)}$, $S^{(t)}$ und $\hat{S}^{(t)}$, dass in aller Regel $u_i^{(t)} \neq \hat{u}_i^{(t)}$ und $s_j^{(t)} \neq \hat{s}_j^{(t)}$ gelten. Die sich teils trivial aus den letzten Definitionen ergebenden Zusammenhänge fallen wir in Form eines Theorems zusammen:

Theorem 1

Seien $n = |U^{(t)}|$ und $m = |S^{(t)}|$ bzw. $(n, m) = dP^{(t)}$. Dann gelten folgende Aussagen:

$$\hat{n} \leq n \quad (\text{i.u})$$

$$\hat{m} \leq m \quad (\text{i.s})$$

$$\hat{n} = n \Leftrightarrow \hat{U}^{(t)} = U^{(t)} \quad (\text{ii.u})$$

$$\hat{m} = m \Leftrightarrow \hat{S}^{(t)} = S^{(t)} \quad (\text{ii.s})$$

$$\hat{n} * \hat{m} > 0 \Leftrightarrow \hat{U}^{(t)} \neq \emptyset \Leftrightarrow \hat{S}^{(t)} \neq \emptyset \quad (\text{iii})$$

$$\hat{n} * \hat{m} = 0 \Leftrightarrow \hat{U}^{(t)} = \emptyset = \hat{S}^{(t)} \quad (\text{iv})$$

$$\hat{u}^{(t)} \in \hat{U}^{(t)} \Leftrightarrow \exists \hat{s} \in \hat{S}^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(\hat{u}, \hat{s}) = 1 \quad (\text{v})$$

$$\hat{s}^{(t)} \in \hat{S}^{(t)} \Leftrightarrow \exists \hat{u} \in \hat{U}^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(\hat{u}, \hat{s}) = 1 \quad (\text{vi})$$

Beweis.

(i) und (ii) sind (in jeweils beiden Varianten) trivial!

zu (iii): Zunächst einmal ist

$$\begin{aligned} \hat{n} * \hat{m} > 0 &\Leftrightarrow \hat{n}, \hat{m} > 0 \\ &\Leftrightarrow |\hat{U}^{(t)}|, |\hat{S}^{(t)}| > 0 \\ &\Leftrightarrow \hat{U}^{(t)}, \hat{S}^{(t)} \neq \emptyset \end{aligned}$$

Es bleibt also nur noch $\widehat{U}^{(t)} \neq \emptyset \Leftrightarrow \widehat{S}^{(t)} \neq \emptyset$ zu beweisen. Wir beschränken uns hierbei lediglich auf " \Rightarrow ". Die Rückrichtung erfolgt gänzlich analog. Sei also $\widehat{U}^{(t)} \neq \emptyset$.

$$\begin{aligned} \widehat{U}^{(t)} \neq \emptyset &\Rightarrow \exists u^* \in \widehat{U}^{(t)} \\ &\xrightarrow{\text{Def 5}} \exists s^* \in S^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(u^*, s^*) = 1 \\ &\Rightarrow s^* \in \widehat{S}^{(t)} \\ &\Rightarrow \widehat{S}^{(t)} \neq \emptyset \end{aligned}$$

zu (iv): " \Leftarrow " ist gänzlich trivial. Die Richtung " \Rightarrow " folgt dagegen aus

$$\begin{aligned} \widehat{n} * \widehat{m} = 0 &\Rightarrow \text{mindestens eine der Mengen } \widehat{U}^{(t)}, \widehat{S}^{(t)} \text{ ist leer} \\ &\xrightarrow{(iii)} \widehat{U}^{(t)}, \widehat{S}^{(t)} = \emptyset \end{aligned}$$

zu (v): Die Richtung " \Leftarrow " folgt trivial aus Def 5 und $\widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)} \subseteq S^{(t)}$. Für " \Rightarrow " mögen wir annehmen

$$\exists u^* \in \widehat{U}^{(t)} \text{ mit } \forall \widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)} \text{ gilt } \alpha^{(t)}(u^*, \widehat{s}) = 0$$

Da jedoch laut Annahme $u^* \in \widehat{U}^{(t)}$, muss aufgrund von Def 5 ein $s^* \in S^{(t)} \setminus \widehat{S}^{(t)}$ mit $\alpha^{(t)}(u^*, s^*) = 1$ existieren. Da $u^* \in \widehat{U}^{(t)} \subseteq U^{(t)}$, muss s^* jedoch laut Def 5 auch in $\widehat{S}^{(t)}$ liegen. Im Widerspruch zu $s^* \in S^{(t)} \setminus \widehat{S}^{(t)}$.

Aussage (vi) ergibt sich ganz analog zu (v)!

□

Es ist klar, dass WunderPass sich in gewisser Weise an den definierten numerischen Messgrößen ihrer angebundenen Teilnehmer \widehat{n} und \widehat{m} messen können wird. Zusätzlich dazu möchten wir ein - womöglich deutlich relevanteres - numerisches Maß formalisieren. Nämlich die intuitive und sehr simple KPI "Gesamtzahl bestehender User-to-Provider-Connections" zum Zeitpunkt $t \in T$.

Definition 6

$$\Gamma : T \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\Gamma(t) := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^{(t)} \text{ mit } (n, m) = \left(n^{(t)}, m^{(t)} \right) = dP^{(t)}$$

Nun beweisen wir folgende sich ergebende Zusammenhänge:

Theorem 2

Sei $t \in T$ ein beliebiger Zeitpunkt, $(n, m) = dP^{(t)}$ und $\hat{U}^{(t)} = \{\hat{u}_1^{(t)}; \hat{u}_2^{(t)}; \dots; \hat{u}_{\hat{n}}^{(t)}\}$ und $\hat{S}^{(t)} = \{\hat{s}_1^{(t)}; \hat{s}_2^{(t)}; \dots; \hat{s}_{\hat{m}}^{(t)}\}$ die connecteten Teilnehmer-Pools mit $\hat{n} < n$ sowie $\hat{m} < m$.

Zudem soll in Anlehnung an Annahme 2 $\hat{m} < \hat{n}$ gelten. Dann gelten zusätzlich auch folgende Aussagen:

$$\Gamma(t) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} \quad (\text{i})$$

$$\hat{n} \leq \Gamma(t) \leq \hat{n} * \hat{m} \quad (\text{ii})$$

$$\hat{n} = \Gamma(t) \Leftrightarrow \forall i \in \{1; \dots; \hat{n}\} \text{ gilt } \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} = 1 \quad (\text{iii})$$

$$\Gamma(t) = \hat{n} * \hat{m} \Leftrightarrow \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} = 1 \quad \forall i \in \{1; \dots; \hat{n}\} \text{ und } \forall j \in \{1; \dots; \hat{m}\} \quad (\text{iv})$$

Man beachte, Aussage (ii) impliziert insbesondere

$$\Gamma(t) = 0 \Leftrightarrow \hat{n} = 0 \Leftrightarrow \hat{U}^{(t)} = \emptyset \Leftrightarrow \hat{S}^{(t)} = \emptyset$$

Aussage (iv) beschreibt dagegen quasi eine ”**Voll-Vernetzung**” der aktuell connecteten Teilnehmer!

Beweis.

Die Aussage (i) ist intuitiv nahezu trivial. Das explizite Vorrechnen dagegen etwas aufwendig, erfolgt aber in Grunde sehr ähnlich wie der Beweis der Aussagen (v) und (vi) des Theorems 1.

zu (ii):

$\Gamma(t) \leq \hat{n} * \hat{m}$ ergibt sich aus

$$\Gamma(t) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} \leq \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} 1 = \hat{n} * \hat{m}$$

Nun zeigen wir $\hat{n} \leq \Gamma(t)$. Für $n = 0$ ergibt sich die Aussage aus Punkt (iv) aus Theorem 1. Sei also $n > 0$. Dann ist

$$\begin{aligned}\Gamma(t) &\stackrel{(i)}{=} \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} \\ &\stackrel{(Def 5)}{\geq} \sum_{i=1}^{\hat{n}} 1 = \hat{n}\end{aligned}$$

zu (iii): " \Leftarrow " ist trivial.

Zu " \Rightarrow ": Sei $\hat{n} = \Gamma(t)$. Angenommen es gäbe ein $i^* \in \{1; \dots; \hat{n}\}$ mit $\sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{i^*j}^{(t)} > 1$. Dann müsste es aufgrund der Annahme aber auch ein $i^{**} \in \{1; \dots; \hat{n}\}$ mit $\sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{i^{**}j}^{(t)} < 1$ also $\sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{i^{**}j}^{(t)} = 0$ geben. In diesem Fall wäre aber $\hat{u}_{i^{**}}^{(t)} \notin \hat{U}^{(t)}$ und somit auch $i^{**} \notin \{1; \dots; \hat{n}\}$. Widerspruch!

zu (iv): " \Leftarrow " ist wieder trivial.

Zu " \Rightarrow ": Es gelte also $\Gamma(t) = \hat{n} * \hat{m}$. Angenommen es gäbe ein $i^* \in \{1, \dots, \hat{n}\}$ und ein $j^* \in \{1, \dots, \hat{m}\}$, sodass $\alpha_{i^*j^*}^{(t)} = 0$. Dann wäre unter Gültigkeit der Aussage (i)

$$\begin{aligned}\hat{n} * \hat{m} = \Gamma(t) &= \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} 1 \right) - 1 = \hat{n} * \hat{m} - 1 < \hat{n} * \hat{m}\end{aligned}$$

Widerspruch!

□

Messbarkeit Status quo

Kommend von der intuitiven Annahme, die Größe der definierten "connected Pools" $\hat{U}^{(t)}$ und $\hat{S}^{(t)}$ sei irgendwie erstrebenswert in unserem Sinne, definierten wir im vorangehenden Abschnitt das - aus unserer Sicht fundiertere und geeigneteres - Maß $\Gamma(t)$, um dem Verständnis von "erstrebenswerter Zustand" besser gerecht zu werden.

In diesem Abschnitt wollen wir die - bisher eher wertfrei/objektiv formulierten - Ergebnisse des vorigen Abschnitts in den Kontext der "Erstrebenswertigkeit" stellen. Also eine formale und quantifizierbare Vergleichbarkeit unserer - ohnehin beim Lesen des letzten Abschnitts mitschwingender - Intuition schaffen, die Werte

- $\hat{n} = |\hat{U}^{(t)}|$,
- $\hat{m} = |\hat{S}^{(t)}|$ und vor allem
- $\Gamma(t)$

seien umso besser je größer sie seien. Alle der eben genannten Größen, denen wir hier eine intuitiv spürbare "Erstrebenswertigkeit" beimessen, besitzen einen klaren Zeitbezug. Daher überrascht es kaum, wir strebten die genannte quantifizierbare Vergleichbarkeit für je zwei beliebige Zeitpunkte $t_1, t_2 \in T$ an. Formale Vergleichbarkeit schreit nur so nach der mathematisch verstandenen "Ordnungsrelation":

Definition 7

Wir bedienen uns der in Definition 6 beschriebenen Funktion $\Gamma(t)$, um damit eine **Ordnungsrelation** auf unserem Zeitstrahl T für je zwei beliebige Zeitpunkte $t_1, t_2 \in T$ zu erhalten:

$$R_{\preceq} \subseteq T \times T \text{ mit}$$

$$R_{\preceq} := \{(t_1, t_2) \in T \times T \mid \Gamma(t_1) \leq \Gamma(t_2)\}$$

Mittels R_{\preceq} erhalten wir eine Ordnung unseres Zeitstrahls T und erklären zudem

insbesondere, was "erstrebenswert" bedeutet. Ein beliebiger Zeitpunkt $t_1 \in T$ ist nämlich verbal genau dann "nicht weniger erstrebenswert" in Sinne unserer Vision als ein beliebiger anderer Zeitpunkt $t_2 \in T$, falls $(t_1, t_2) \in R_{\preceq}$ gilt.

Wir schreiben fortan statt $(t_1, t_2) \in R_{\preceq}$ lieber $t_1 \preceq t_2$

Man beachte, dass es sich bei der definierten Ordnungsrelation gar um eine **Totalordnung** handelt! Der Form halber ergänzen wir an der Stelle noch um zwei weitere - schematisch induzierte - Relationen auf unserem Zeitstrahl T :

Definition 8

Um zusätzlich zur in Def 7 definierten Ordnungsrelation " \preceq ", auch dem Verständnis von "echt besser" und "gleich gut" Rechnung zu tragen, definieren wir die beiden Relationen " \prec " und " \simeq "

$$R_{\prec} := \{(t_1, t_2) \in T \times T \mid \Gamma(t_1) < \Gamma(t_2)\}$$

$$R_{\simeq} := \{(t_1, t_2) \in T \times T \mid \Gamma(t_1) = \Gamma(t_2)\}$$

Bei R_{\prec} handelt es sich im Übrigen wieder um eine Ordnungsrelation. Bei R_{\simeq} dagegen nicht.

Auch für die letzten beiden Relationen wollen wir fortan die vereinfachte Schreibweise $t_1 \prec t_2$ und $t_1 \simeq t_2$ nutzen.

Fazit

Ungeachtet des Werts der bisher erzielten erfolgreichen Ergebnisse hinsichtlich der quantitativen Einordnung des WunderPass-Fortschritts zu einem Zeitpunkt $t \in T$, besitzt der Zusatz "...simple Betrachtung" innerhalb der Überschrift des gegenwärtigen Kapitels durchaus seine Rechtfertigung.

Wir haben zwar die Größe $\Gamma(t)$ als sehr gut geeigneten Gradmesser für den Fortschritt WunderPasses herausgearbeitet und dieses ebenfalls in Abhängigkeit der intuitiven Erfolgsmesser \hat{n} und \hat{m} gesetzt sowie nach unten und oben abgeschätzt. Jedoch scheint unser Ökosystem zu komplex und unsere bisherige Betrachtungsweise zu global geprägt, als dass wir guten Gewissens den besagten Zusatz "...simple Betrachtung" in der Überschrift des gegenwärtigen Kapitels weglassen könnten. Den geäußerten Zweifel verdeutlicht folgendes

Beispiel

Wir nehmen den Zustand zum Zeitpunkt $t \in T$ mit $\hat{m} = 5$ angebundenen Service-Providern und als durch $\Gamma(t) \approx 50.000$ beschrieben an und schauen uns drei Szenarien an, die allesamt die getroffene Annahme hergeben:

1. Wir könnten von $\hat{n} = 50.000$ angebundenen Usern ausgehen, von denen je 10.000 mit je einem einzigen der $\hat{m} = 5$ Provider connectet wären und keinem anderem.
2. Genauso könnten dieselben $\hat{n} = 50.000$ angebundene User so verteilt sein, dass 49.996 (quasi alle) mit demselben einzelnen Provider connectet sind, und die restlichen 4 (also quasi niemand) User mit je einem anderen der verbleibenden 4 Provider verbunden sind.

3. Ein ganz anderes Szenario wäre der Fall von $\hat{n} \approx 25.000$, von denen jeder mit denselben zwei unserer fünf Service-Providern connectet wäre (und keinem anderen) und zudem ein paar vereinzelte zusätzliche User mit je einem der verbleibenden drei unserer fünf Provider.

Rein an den Größen \hat{n} , \hat{m} , $\Gamma(t)$ gemessen, scheint Fall (3) aufgrund von $\hat{n} = 25.000$ der schlechteste zu sein. Rein intuitiv scheint genau dieser Fall aber der beste zu sein. Dies ist aber nur ein Gefühl. Es lassen sich ebenso gute Argumente finden, warum Fall (1) oder Fall (2) der beste sein könnten. Es kommt eben darauf an... Gleichwohl für alle der Fälle $\Gamma(t) = 50.000$ gilt, lässt sich zweifelsfrei entscheiden, welcher zwingend der beste sein soll.

Was sich jedoch objektiv beurteilen lässt, ist die Tatsache, dass in Fall (2) vier der fünf Service-Provider quasi "wertlos" sind. Und in Fall (3) immer noch drei von fünf!

Wir könnten also unsere Gegenüberstellung der drei angeführten Cases auch zur folgenden quantitativen Beurteilung stellen:

1. $\Gamma_1(t) = 50.000$, $\hat{n}_1 = 50.000$ und $\hat{m}_1 = 5$
2. $\Gamma_2(t) = 50.000$, $\hat{n}_2 = 50.000$ und $\hat{m}_2 = 1$
3. $\Gamma_3(t) = 50.000$, $\hat{n}_3 = 25.000$ und $\hat{m}_3 = 2$

Was ist also besser?

7.3.4 Zustandsbeschreibung WunderPass - detaillierte Sicht

Teilnehmer

Nicht alle angebundenen Teilnehmer innerhalb der WunderPass-Netzwerks sind gleichgestellt. Dies ist zweifelsfrei klar hinsichtlich der Unterscheidung zwischen connecteten Usern $\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}$ und Service-Providern $\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}$. Jedoch bestehen ebenfalls signifikante Unterschiede jeweils innerhalb der beiden Teilnehmerklassen $\hat{U}^{(t)}$ und $\hat{S}^{(t)}$ (siehe [TODO: Links]). Um dieser Unterscheidung unserer Teilnehmer gerecht zu werden, definieren wir "connected Pools" pro individuellen Teilnehmer als

Definition 9

Sei $t \in T$, $\hat{U}^{(t)}$ und $\hat{S}^{(t)}$ die übergeordneten "connected" User- und Provider-Pools und $\hat{u}_* \in \hat{U}^{(t)}$ und $\hat{s}_* \in \hat{S}^{(t)}$ die entsprechenden Teilnehmer, für deren individu-

elle "connected Pools" wir uns an dieser Stelle interessieren. Wir definieren die genannten "connected Pools" als

$$\begin{aligned} accounts &: \widehat{U}^{(t)} \rightarrow \mathcal{P}(\widehat{S}^{(t)}) \\ accounts^{(t)}(\widehat{u}_*) &= \left\{ \widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)} \mid \alpha^{(t)}(\widehat{u}_*, \widehat{s}) = 1 \right\} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} userbase &: \widehat{S}^{(t)} \rightarrow \mathcal{P}(\widehat{U}^{(t)}) \\ userbase^{(t)}(\widehat{s}_*) &= \left\{ \widehat{u} \in \widehat{U}^{(t)} \mid \alpha^{(t)}(\widehat{u}, \widehat{s}_*) = 1 \right\} \end{aligned}$$

Lemma 1

$$\bigcup_{\widehat{u} \in \widehat{U}^{(t)}} \left(accounts^{(t)}(\widehat{u}) \right) = \widehat{S}^{(t)} \quad (\text{i})$$

$$\bigcup_{\widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)}} \left(userbase^{(t)}(\widehat{s}) \right) = \widehat{U}^{(t)} \quad (\text{ii})$$

Beweis.

zu (i): Es ist

$$\begin{aligned} \bigcup_{\widehat{u} \in \widehat{U}^{(t)}} \left(accounts^{(t)}(\widehat{u}) \right) &\stackrel{\text{Def } 9}{=} \bigcup_{\widehat{u} \in \widehat{U}^{(t)}} \left\{ \widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)} \mid \alpha^{(t)}(\widehat{u}, \widehat{s}) = 1 \right\} \\ &\stackrel{(*)}{=} \left\{ \widehat{s} \in \widehat{S}^{(t)} \mid \exists \widehat{u} \in \widehat{U}^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(\widehat{u}, \widehat{s}) = 1 \right\} \\ &\stackrel{\text{Th. } 1 \text{ (vi)}}{=} \widehat{S}^{(t)} \end{aligned}$$

Die Gleichheit zu (*) ergibt aus der Tatsache, Mengen-Vereinigungen ignorieren Doppelzählungen!

Aussage (ii) folgt ganz analog!

□

Theorem 3

$$\sum_{\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}} |\text{accounts}^{(t)}(\hat{u})| = \sum_{\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}} |\text{userbase}^{(t)}(\hat{s})| = \Gamma(t)$$

Beweis.

Es ist

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &\stackrel{\text{Th. 2 (i)}}{=} \sum_{i=1}^{\hat{n}} \sum_{j=1}^{\hat{m}} \hat{\alpha}_{ij}^{(t)} \\ &= \sum_{\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}} \sum_{\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}} \alpha^{(t)}(\hat{u}, \hat{s}) \\ &= \sum_{\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}} \sum_{\hat{s} \in \hat{S}^{(t)} \text{ mit } \alpha^{(t)}(\hat{u}, \hat{s})=1} 1 \\ &\stackrel{\text{Def 9}}{=} \sum_{\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}} \sum_{s \in \text{accounts}^{(t)}(\hat{u})} 1 \\ &= \sum_{\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}} |\text{accounts}^{(t)}(\hat{u})| \end{aligned}$$

Die zweite Gleichheit folgt analog, falls man die Kommutativität der Def 6 beachtet:

$$\Gamma(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^{(t)} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}^{(t)}$$

□

Spätestens bei der Verinnerlichung der eben erzielten Erkenntnisse, wird einem bewusst, die Bewertung unseres Fortschritts könne nicht alleinig an \hat{n} , \hat{m} und $\Gamma(t)$ gemessen werden. Diese geben zwar einen guten Anhaltspunkt, lassen jedoch in einer einzigen gegebenen Ausprägung $[\hat{n}, \hat{m}, \Gamma(t)]$ eine enorme Vielzahl an durch $\hat{U}^{(t)}, \hat{S}^{(t)}$ beschriebenen Szenarien zu, die allesamt die Vorgabe $[\hat{n}, \hat{m}, \Gamma(t)]$ erfüllten.

Wir müssen also dringend die Ausprägungen und Unterschiede der einzelnen angebundenen Teilnehmer und deren Synergien untereinander verstehen und dieses Verständnis zwingend in die Messung unseres Fortschritts integrieren. Der bereits erarbeitete (für sich alleine noch ziemlich wertlose) Input $[\hat{n}, \hat{m}, \Gamma(t)]$ ist dabei absolut nicht unbedeutend und liefert Eingrenzungen und Abschätzungen - wie bereits anhand von Lemma 1 und Theorem 3 zu sehen ist.

Sequenzierung

Zunächst einmal einige qualitative Gedanken, die die daran anschließende Formalisierungen motivieren:

- Welche Bedeutung haben die individuellen Account-Pools $accounts^{(t)}(\hat{u})$ der angebundenen User $\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}$?
 - (a) gemessen an ihrer bloßen Größe (\rightarrow User mit besonders vielen/wenigen Providern verbunden)
 - (i) Welche besondere Bedeutung haben User, die mit nur einem einzigen Provider verbunden sind?
 - (ii) Welche besondere Bedeutung haben User, die mit allen Providern verbunden sind?
 - (b) gemessen an ihrem konkreten "Inhalt" (\rightarrow User mit besonders "wertvollen" / "wertlosen" Providern verbunden)
- Welche Bedeutung haben die individuellen Userbases $userbase^{(t)}(\hat{s})$ der angebundenen Service-Provider $\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}$?
 - (a) gemessen an ihrer bloßen Größe (\rightarrow Provider ist durch eine besonders stark/schwach ausgeprägte Userbase gekennzeichnet). Kann daraus bereits eine gewisse Relevanz des Service-Providers innerhalb der WunderPass-Universum abgeleitet werden?
 - (b) gemessen an ihrem konkreten "Inhalt" (\rightarrow Ist der Provider mit bestimmten Usern verbunden, die eine besondere "Beachtung" erfordern?)
- Kann ein Provider $\hat{s}_* \in \hat{S}^{(t)}$ in seiner Wichtigkeit/Relevanz bereits daran gemessen werden, indem man seinen Verlust (also Verlassen der WunderWelt und "Zerstören" aller Connections) beziffert? Also mittels Vergleichs von $[\hat{U}^{(t_0)}, \hat{S}^{(t_0)}, \Gamma(t_0)]$ mit $[\hat{U}^{(t_1)}, \hat{S}^{(t_0)} \setminus \{\hat{s}_*\}, \Gamma(t_1)]$?

Um diesen Fragen auf den Grund gehen zu können, benötigen wir zunächst eine Vielzahl von zusätzlichen Größen und Werkzeugen, die wir nun definieren wollen:

Definition 10

Sei $t \in T$ ein beliebiger Zeitpunkt, $\hat{U}^{(t)} = \{\hat{u}_1; \hat{u}_2; \dots; \hat{u}_{\hat{n}}\}$ und $\hat{S}^{(t)} = \{\hat{s}_1; \hat{s}_2; \dots; \hat{s}_{\hat{m}}\}$ sowie $accounts^{(t)}(\hat{u}_i)$ für alle $i \in \{1, \dots, \hat{n}\}$ wie bekannt und zudem in Anlehnung an Annahme 2 $\hat{m} \ll \hat{n}$.

Wir definieren

Die Anzahl der connecteten Service-Provider pro User $\hat{u}_i \in \hat{U}^{(t)}$ als

$$\omega_i := \left| \text{accounts}^{(t)}(\hat{u}_i) \right|. \quad (\text{i})$$

Die (disjunkte) Partition des gesamten Connectet-User-Pools $\hat{U}^{(t)}$

$$\hat{U}^{(t)} = \left(\hat{U}_1, \dots, \hat{U}_{\hat{m}} \right) \text{ mit } \bigcup_{k=1}^{\hat{m}} \hat{U}_k = \hat{U}^{(t)}$$

nach dem Kriterium "User ist mit k der insgesamt \hat{m} Provider verbunden" als

$$\hat{U}_k := \left\{ \hat{u}_i \in \hat{U}^{(t)} \text{ mit } \omega_i = k \right\} \text{ für } k \in \{1, \dots, \hat{m}\}. \quad (\text{ii})$$

Die (rein zahlenmäßige) Ausprägung der eben definierten Partition von $\hat{U}^{(t)}$ als

$$\Omega_k := \left| \hat{U}_k \right| \text{ für } k \in \{1, \dots, \hat{m}\}, \quad (\text{iii})$$

für die konsequenterweise

$$\sum_{k=1}^{\hat{m}} \Omega_k = \hat{n} \text{ gilt.}$$

WIP

Theorem 4

$$\Gamma(t) = \sum_{k=1}^{\hat{m}} k * \Omega_k \quad (\text{i})$$

$$1 = 1 \quad (\text{ii})$$

Theorem 5

$$\frac{(j+1) * \hat{n} - \Gamma(t)}{j} \leq \sum_{k=1}^j \Omega_k \leq \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - j} \text{ für } j \in \{1, \dots, \hat{m} - 1\} \quad (\text{i})$$

$$\frac{\Gamma(t) - j * \hat{n}}{\hat{m} - j} \leq \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \leq \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{j} \text{ für } j \in \{1, \dots, \hat{m} - 1\} \quad (\text{ii})$$

Und ganz insbesondere

$$2 * \hat{n} - \Gamma(t) \leq \Omega_1 \leq \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - 1} \quad (\text{iii})$$

$$\Gamma(t) - (\hat{m} - 1) * \hat{n} \leq \Omega_{\hat{m}} \leq \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{\hat{m} - 1} \quad (\text{iv})$$

Beweis.

zu (i) und (ii): Zunächst zeigen wir die zweite Ungleichung von (i):

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &\stackrel{(\text{Th.4})}{=} \sum_{k=1}^{\hat{m}} k * \Omega_k = \sum_{k=1}^j k * \Omega_k + \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} k * \Omega_k \\ &\leq j * \sum_{k=1}^j \Omega_k + \hat{m} * \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\ &= j * \sum_{k=1}^j \Omega_k + \hat{m} * \left(n - \sum_{k=1}^j \Omega_k \right) \\ &= \hat{m} * \hat{n} - (\hat{m} - j) * \sum_{k=1}^j \Omega_k \\ &\Leftrightarrow (\hat{m} - j) * \sum_{k=1}^j \Omega_k \leq \hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t) \\ &\Leftrightarrow \sum_{k=1}^j \Omega_k \leq \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - j} \end{aligned}$$

Nun zeigen wir die zweite Ungleichung von (ii):

$$\begin{aligned}
\Gamma(t) &\stackrel{(Th.4)}{=} \sum_{k=1}^{\hat{m}} k * \Omega_k = \sum_{k=1}^j k * \Omega_k + \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} k * \Omega_k \\
&\geq 1 * \sum_{k=1}^j \Omega_k + (j+1) * \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
&= \sum_{k=1}^m \Omega_k + j * \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k = \hat{n} + j * \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
&\Leftrightarrow \Gamma(t) - \hat{n} \geq j * \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
&\Leftrightarrow \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{j} \geq \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k
\end{aligned}$$

Die erste Ungleichung von (i) folgt direkt aus der zweiten von (ii):

$$\begin{aligned}
\hat{n} &= \sum_{k=1}^{\hat{m}} \Omega_k = \sum_{k=1}^j \Omega_k + \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
&\leq \sum_{k=1}^j \Omega_k + \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{j} \\
&\Leftrightarrow \hat{n} - \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{j} \leq \sum_{k=1}^j \Omega_k \\
&\Leftrightarrow \frac{j * \hat{n} - \Gamma(t) + \hat{n}}{j} \leq \sum_{k=1}^j \Omega_k
\end{aligned}$$

Und gänzlich analog dazu die erste Ungleichung von (ii) aus der zweiten von (i):

$$\begin{aligned}
\hat{n} &= \sum_{k=1}^{\hat{m}} \Omega_k = \sum_{k=1}^j \Omega_k + \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
&\leq \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - j} + \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
\Leftrightarrow \frac{\hat{m} * \hat{n} - j * \hat{n} - \hat{m} * \hat{n} + \Gamma(t)}{\hat{m} - j} &\leq \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k \\
\Leftrightarrow \frac{\Gamma(t) - j * \hat{n}}{\hat{m} - j} &\leq \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k
\end{aligned}$$

(iii) und (iv) sind gänzlich trivial und eigentlich keine zusätzlichen Erkenntnisse zu (i) und (ii), sondern deren besonders relevanten Ausprägungen für $j = 1$ und $j = m - 1$. Man beachte hierfür höchstens die Tatsache $\Omega_m = \sum_{k=j+1}^{\hat{m}} \Omega_k$ für $j = m - 1$. □

[Beispiel]

Beispiel 1

Sei das Setting zu einem Zeitpunkt $t \in T$ durch die folgende Grafik der bestehenden User-Provider-Connections gegeben:

	s ₁	s ₂	s ₃
u₁	x		
u₂	x		
u₃	x	x	x
u₄		x	
u₅			x
u₆	x	x	
u₇		x	x
u₈	x	x	x

Damit ergeben sich die oben definierten

Beispiel 2

Sei das Setting zu einem Zeitpunkt $t \in T$ durch die folgende Grafik der bestehenden User-Provider-Connections gegeben:

	s ₁	s ₂	s ₃
u₁	x		
u₂	x		
u₃			x
u₄		x	
u₅			x
u₆	x		
u₇		x	x
u₈	x		x

Damit ergeben sich die oben definierten

Größen als

Größen als

$\widehat{U}^{(t)} = \{u_1; \dots; u_8\}$ $\widehat{S}^{(t)} = \{s_1; s_2; s_3\}$ $n = 8$ $m = 3$ $\Gamma(t) = 14$	$\widehat{U}^{(t)} = \{u_1; \dots; u_8\}$ $\widehat{S}^{(t)} = \{s_1; s_2; s_3\}$ $n = 8$ $m = 3$ $\Gamma(t) = 10$
$acc.^{(t)}(u_1) = acc.^{(t)}(u_2) = \{s_1\}$ $acc.^{(t)}(u_3) = acc.^{(t)}(u_8) = \{s_1; s_2; s_3\}$ $acc.^{(t)}(u_4) = \{s_2\}$ $acc.^{(t)}(u_5) = \{s_3\}$ $acc.^{(t)}(u_6) = \{s_1; s_2\}$ $acc.^{(t)}(u_7) = \{s_2; s_3\}$	$acc.^{(t)}(u_1) = acc.^{(t)}(u_2) = acc.^{(t)}(u_6) = \{s_1\}$ $acc.^{(t)}(u_3) = acc.^{(t)}(u_5) = \{s_3\}$ $acc.^{(t)}(u_4) = \{s_2\}$ $acc.^{(t)}(u_7) = \{s_2; s_3\}$ $acc.^{(t)}(u_8) = \{s_1; s_3\}$
$userbase^{(t)}(s_1) = \{u_1; u_2; u_3; u_6; u_8\}$ $userbase^{(t)}(s_2) = \{u_3; u_4; u_6; u_7; u_8\}$ $userbase^{(t)}(s_3) = \{u_3; u_5; u_7; u_8\}$	$userbase^{(t)}(s_1) = \{u_1; u_2; u_6; u_8\}$ $userbase^{(t)}(s_2) = \{u_4; u_7\}$ $userbase^{(t)}(s_3) = \{u_3; u_5; u_7; u_8\}$
$\omega_1 = \omega_2 = \omega_4 = \omega_5 = 1$ $\omega_6 = \omega_7 = 2$ $\omega_3 = \omega_8 = 3$	$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5 = \omega_6 = 1$ $\omega_7 = \omega_8 = 2$
$\widehat{U}_1 = \{u_1; u_2; u_4; u_5\}$ $\widehat{U}_2 = \{u_6; u_7\}$ $\widehat{U}_3 = \{u_3; u_8\}$ mit $\bigcup_{k=1}^m \widehat{U}_k = \widehat{U}^{(t)}$	$\widehat{U}_1 = \{u_1; u_2; u_3; u_4; u_5; u_6\}$ $\widehat{U}_2 = \{u_7; u_8\}$ $\widehat{U}_3 = \emptyset$ mit $\bigcup_{k=1}^m \widehat{U}_k = \widehat{U}^{(t)}$
$\Omega_1 = \widehat{U}_1 = 4$ $\Omega_2 = \widehat{U}_2 = 2$ $\Omega_3 = \widehat{U}_3 = 2$ mit $\sum_{k=1}^m \Omega_k = n$	$\Omega_1 = \widehat{U}_1 = 6$ $\Omega_2 = \widehat{U}_2 = 1$ $\Omega_3 = \widehat{U}_3 = 1$ mit $\sum_{k=1}^m \Omega_k = n$

7.3.5 Other Stuff

[TODO2][Abschätzung $\frac{\hat{n}}{\hat{m}}$]

Aussagen aus Annahme 2 und Theorem 2 - Aussage (ii) - verwerten und Annahme 2 deutlich verschärfen.

$$\begin{aligned}\hat{n} &= \sum_{k=1}^{\hat{m}} \Omega_k \leq \hat{m} * \max_{j \in \{1; \dots; \hat{m}\}} \Omega_j \\ &\Leftrightarrow \frac{\hat{n}}{\hat{m}} \leq \max_{j \in \{1; \dots; \hat{m}\}} \Omega_j\end{aligned}$$

Weiterverarbeitung von Theorem 5:

Theorem 6

Theorem 5 lieferte uns

$$\begin{aligned}2 * \hat{n} - \Gamma(t) &\leq \Omega_1 \leq \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - 1} \\ \Gamma(t) - (\hat{m} - 1) * \hat{n} &\leq \Omega_{\hat{m}} \leq \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{\hat{m} - 1}\end{aligned}$$

Der Übersicht halber setzen wir

$$\begin{aligned}A &:= 2 * \hat{n} - \Gamma(t) \\ B &:= \Gamma(t) - (\hat{m} - 1) * \hat{n} \\ C &:= \frac{\hat{m} * \hat{n} - \Gamma(t)}{\hat{m} - 1} \\ D &:= \frac{\Gamma(t) - \hat{n}}{\hat{m} - 1}\end{aligned}$$

womit sich nun obige Aussage ausdrückt als

$$A \leq \Omega_1 \leq C$$

$$B \leq \Omega_{\hat{m}} \leq D$$

Damit lassen sich besondere zu untersuchende Grenzfälle formulieren:

$$A \leq B \Leftrightarrow \Gamma(t) \geq (\hat{m} - 1) * \frac{\hat{n}}{2} \quad (\text{i})$$

$$A \leq C \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (1)$$

$$A \leq D \Leftrightarrow \Gamma(t) \geq (2\hat{m} - 1) * \frac{\hat{n}}{\hat{m}} \quad (\text{iii})$$

$$B \leq C \Leftrightarrow \Gamma(t) \leq (\hat{m} + (\hat{m} - 1)^2) * \frac{\hat{n}}{\hat{m}} \quad (\text{iv})$$

$$B \leq D \Leftrightarrow 1 = 1 \quad (\text{v})$$

$$C \leq D \Leftrightarrow \Gamma(t) \geq (\hat{m} - 1) * \frac{\hat{n}}{2} \quad (\text{vi})$$

[ende TODO2]

[TODO3][”Verdichtung”]

Die Maße \hat{n} , \hat{m} und $\Gamma(t)$ sind sehr objektiv und teils zielführend. Sie scheinen aber nicht zu reichen. So kann es z. B. User $\hat{u} \in \hat{U}^{(t)}$ geben, die im worst case ausschließlich zu einem einzigen Provider $\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}$ connectet sind (und somit aber trotzdem den Wert von \hat{n} beeinflussen, oder noch schlimmer analog Provider $\hat{s} \in \hat{S}^{(t)}$, die als ”angebunden” gelten, weil sie mit marginal wenigen Usern (im worst case mit einem einzigen) connectet sind. Solche Teilnehmer spielen eigentlich für den zahlenmäßigen WunderPass-Fortschritt keinerlei Rolle, beeinflussen jedoch unsere relevanten Messgrößen (KPI).

Von daher benötigen wir noch eine weitere Präzisierung in Form von

- ”80-20-Regel” heranziehen, indem man die Mengen $\hat{U}^{(t)}$ und $\hat{S}^{(t)}$ so modifiziert/verkleinert, dass $\Gamma(t)$ davon kaum einen Einfluss spürt (sich lediglich um einen marginalen Prozentsatz verringert).
- Formeln auf die davon modifizierten Größen \hat{n} und \hat{m} anpassen.
- \Rightarrow Die Grenzen von [Theorem 2][Aussage (ii)] werden damit deutlich schärfer.
- \Rightarrow kann sicherlich in Abschnitt 7.3.6 für den Umgang mit dem Verhältnis $\frac{\hat{n}}{\hat{m}}$ genutzt werden.
- Wird vermutlich auch Relevanz bei den ”individuellen” (Definition erfolgt noch) User- und Provider-Pools zum Einsatz kommen.

[ende TODO3]

[TODO4.1][“Exklusive Connections”]

- Eine Connection zu einem Service-Provider ist exklusiv, wenn der zugehörige User zu keinem anderen Service-Provider connectet ist.
- Es gibt mindestens $n_{excl} \geq \Gamma(t) - \hat{n}$ nicht exklusive Connections.

[ende TODO3.1]

[TODO6][deprecated Inhalt verarbeiten]

Mit diesen geschaffenen Formalisierungs-Werkzeugen lässt sich nun auch die übergeordnete WunderPass-Vision formal erfassen - und zwar indem man den Zeitpunkt $t_* \in T$ ihrer Erreichung benennt:

Definition 11

Wir betrachten die WunderPass-Vision zu einem Zeitpunkt $t_* \in T$ als erreicht, falls

$$\alpha_{ij}^{(t_*)} = 1 \text{ für alle } i \in \{1, \dots, n\} \text{ und } j \in \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

erfüllt ist. Darüber hinaus ist es noch nicht ganz klar, welche Aussage für die Zeitpunkte $t > t_*$ hinsichtlich der Visions-Erreichung zu treffen sei. Grundsätzlich ist es ja durchaus denkbar, die obige Voraussetzung gelte für $t > t_*$ nicht mehr. Bleibt die Vision in diesem Fall trotzdem als 'erreicht' zu betrachten?

Die gelungene Formalisierung unserer Vision mittels Definition 11 mag einen Fortschritt hinsichtlich unserer "Business-Mathematics" darstellen, bleibt jedoch losgelöst zunächst einmal ziemlich wertlos. Zum einen ist das Erreichen der Vision im formellen Sinne der Definition 11 weder praxistauglich noch akribisch erforderlich. Zudem bleibt zum anderen der resultierende (intrinsische) Business-Value der Visions-Erreichung bisher weiterhin nicht ohne Weiteres erkennbar. Vielmehr sollten wir die Anforderung von Gleichung (2) als eine Messlatte unseres Fortschritts heranziehen, und eher als (unerreichbare) 100%-Zielerreichungs-Marke betrachten. Zudem müssen wir zeitnah - obgleich die vollständige oder nur fortschreitend partielle - Zielerreichung unserer Vision in klaren, quantifizierbaren Business-Value übersetzen.

Dazu definieren wir als erstes ein intuitives Maß der Zielerreichung:

Definition 12

$$\Gamma : T \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\Gamma(t) := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^{(t)}$$

Damit liefert uns die definierte Γ -Funktion aber auch ein extrem greifbares und intuitiv nachvollziehbares Fortschrittsmaß unseres Vorhabens. Zudem fügt sich dieses perfekt in unsere mittels Definition 11 quantifizierte Unternehmens-Vision und unterliegt einer fundamentalen (bezahlbaren) Obergrenze. Dies zeigt folgendes Lemma:

Lemma 2

Es gelten folgende Aussagen:

$$\Gamma(t) \leq n^{(t)} * m^{(t)} \text{ für alle } t \in T \quad (\text{i})$$

$$\text{es gilt Gleichheit bei (i)} \Leftrightarrow \text{es gilt Gleichung (2) aus Def 11} \quad (\text{ii})$$

Gleichung (ii) ermöglicht uns die Definition 6 auf ein relatives Zielereichungs-Maß auszuweiten:

Definition 13

$$\gamma : T \rightarrow [0; 1]$$

$$\gamma(t) := \frac{\Gamma(t)}{n^{(t)} * m^{(t)}}$$

[ende TODO6]

Ab hier WIP

7.3.6 Business-Plan in Mathematics

Diese letzten Werkzeuge lassen und Begriffe wie "Zielsetzung" bzw. "Milestone" einführen.

Definition 14

Seien $t \in T$ und zudem entsprechend $(n^{(t)}, m^{(t)}) = dP^{(t)}$ der angenommene Zustand der digitalen Welt zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt. Wir definieren die - allein durch WunderPass zu bestimmende - Zielfunktion als

7.3.7 Quantifizierung des Status quo

Vernetzung & Netzwerk-Effekt

Die WunderPass-Vision steht in ihrer Formulierung ganz klar im Sinne einer gewissen "Vernetzung". Wir möchten, dass möglichst viele User sich mit möglichst vielen Service-Providern "connecten" (bzw. connectet sind/bleiben). Schränkt man seine Sichtweise alleinig auf diese Vision (ohne diese zunächst zu hinterfragen), liefern uns die zuletzt eingeführten Größen $\alpha_{ij}^{(t)}$, $\Gamma(t)$ und $\gamma(t)$ ziemlich gute Gradmesser, um zweifelsfreie Aussagen hinsichtlich der Vergleichbarkeit zweier Zeitpunkte $t_1, t_2 \in T$ treffen zu können. Es ist irgendwie klar, $\alpha_{ij}^{(t)} = 1$ sei im Sinne unserer Vision irgendwie besser als $\alpha_{ij}^{(t)} = 0$.

Aus diesem Blickwinkel (in dem die Vision zunächst ein Selbstzweck bleibt) erscheint die folgende Definition mehr als intuitiv einleuchtend, um die obige Formulierung "irgendwie besser" zu formalisieren und vor allem zu quantifizieren.

WIP: Hier stand vorher Definition 7

Man beachte, dass es sich bei der definierten Ordnungsrelation gar um eine **Totalordnung** handelt! Der Form halber ergänzen wir an der Stelle noch um zwei weitere - schematisch induzierte - Relationen auf unserem Zeitstrahl T :

WIP: Hier stand vorher Definition 8

Auch für die letzten beiden Relationen wollen wir fortan die vereinfachte Schreibweise $t_1 < t_2$ und $t_1 \simeq t_2$ nutzen.

Diese Netzwerk-Bewertungs-Modell besitzt jedoch im aktuellen Zustand drei wesentliche Schwachstellen:

- Es beschreibt uns misst weiterhin ausschließlich den intrinsischen Wert der Vernetzung innerhalb unserer kleinen "Visions-Welt", dem es noch an Bezug zur "Außenwelt" und dem Business-Case fehlt. Diesen Umstand wollen wir weiterhin zunächst einmal ignorieren.

- Es bewertet in der aktuellen Form ausschließlich "unsere Welt" bzw. unseren Fortschritt als Ganzes. Die definierte "besser"-Relation misst das "Besser" aus Sicht der Allgemeinheit. Der einzelne Teilnehmer bleibt individuell unberücksichtigt. Es ist schwer vorstellbar, ein Ökosystem zu designen, welches intrinsisch nach dem Wohl/Optimum Aller strebt (und damit eben einmal einen formalen Beweis für das Funktionieren des Kommunismus zu liefern.)
- Es lässt den sogenannten [Netzwerkeffekt](#) außer Acht! Denn selbst wenn man eben einmal das Problem des Bullet 1 aus der Welt schafft, und ein Preisschild an den Mehrwert einer Connection zwischen User und Provider bekommt. Die Literatur zum besagten Netzwerkeffekt liefert gute Argumente für die Annahme, eine von uns anvisierte User-Provider-Connection kann nur sehr selten alleinstehend in ihrem Mehrwert bewertet werden. Vielmehr bemisst sich dieser etwaige Mehrwert in dem Zusammenspiel und den Synergien mit anderen User-Provider-Connections. Es lassen sich viele Beispiele finden, um diesen Umstand zu begründen. So kann es z. B. sein, dass ein Finance-Aggregator-Service für einen User um so wertvoller wird, je mehr Finance-Provider der User selbst mit seiner WunderIdentity connectet. Hierbei wird es kaum einen Unterschied für ihn machen, ob die genannten Finance-Provider mit 100 anderen WunderPass-Usern connectet seien oder mit 10 Mio. Im Case einer Splitwise-Connection (oder auch einer etwaigen EventsWithFriends-App) dagegen entsteht der Mehrwert erst dann, wenn auch ganz viele Freunde des Users diese Splitwise-Connection mit WunderPass besitzen. Andernfalls beläuft sich der Mehrwert seiner eigenen Connection so ziemlich gen Null.

Insbesondere der letzte Punkt wirft einige interessante Fragen auf, zu denen wir eine Antwort finden werden müssen. Oder zumindest Hypothesen und Annahmen treffen. Was bedeutet eigentlich

$\alpha_{kj}^{(t)} * \alpha_{lj}^{(t)} = 1$ für zwei User $u_k^{(t)}, u_l^{(t)} \in U^{(t)}$ die beide mit Provider $s_j^{(t)} \in S^{(t)}$ connectet sind?

Sind diese dann damit gleichbedeutend in irgendeiner Weise ebenfalls "*miteinander connectet*"? Und was würde eine solche Implikation für unser bisheriges Modell bedeuten? Wie (un)abhängig ist eine solche "indirekte Connection" von ihrer "Brücke" - dem Service-Provider? All diese Fragen lassen sich zudem analog auf "indirekte Connections" zwischen Providern übertragen - die dann etwaige User als "Brücke" nützten. Zu guter Letzt ließe sich diese neue Komplexität beliebig potenzieren, indem man mittels Rekursion indirekte Connections "zweitens, drittens,... Grades" definiert.

Um der aufkommenden Komplexität Herr zu werden, wollen wir uns zunächst einmal dem zweiten der oben genannten Schwachstellen unseres bisherigen Modells zuwenden, und dieses idealerweise dahingehend erweitern, auch individuelle Bewertungen unserer Teilnehmer $u \in U^{(t)}$ und $s \in S^{(t)}$ zu erfassen.

7.3.8 Individuelle Wertschöpfung der Teilnehmer

Hallo

7.4 Token-Economics (WPT)

TODO

7.4.1 Einleitung

TODO

7.4.2 Kreislauf

TODO

7.4.3 Token-Design

TODO

7.4.4 Incentivierung

TODO

7.4.5 Milestones-Reward-Pool

TODO

7.4.6 WPT in Zahlen

TODO

7.4.7 Fazit

TODO

7.5 Fazit

TODO

8 Noch mehr Dinge

TODO

9 Project 'Guard'

TODO

10 Community

TODO

11 Zusammenfassung

TODO