**Exercice 6 :**

Soit , on pose avec A inversible et.

On cherche les expressions de matrices P, Q , et l'entier s définis de la maniérés suivante :

.

La recherches de ces choses revient a la recherche de l’inverse de M .

On commence par tenter de factoriser M. Un façon de factoriser un matrice en bloc est l’identité de Shur :

**Identité de Schur :**

Soit une matrice par blocs de dimension (n+p)x(n+p) avec A,B,C,D de dimensions pxp, pxq, qxp, qxq .

Si D est inversible, alors la suivante est vrai

avec .

S s'appelle le complément de Schur.

est un matrice 1x1. Un matrice 1x1 est inversible et son inverse est .

Alors, on a :

avec

.

On déduit que :

Donc, maintenant il faut trouver les inverses de ces trois matrices :

**Inversion des matrices triangulaires par blocs :**

Il nous un façon de inverser les matrices triangulaires par blocs qu'on a trouvé. C'est à dire, un maniéré de trouver T₁ telle que :

pour les matrices triangulaires supérieures par blocs.

On essaye de voir si on arrivera a construire un matrice T telle que :

.

La multiplication matricielle nous donne :

.

En faisant la même chose on trouve une règle pour les matrices triangulaire inférieures.

Donc ,on trouve :

et .

De plus ; .

.

.

Donc on a ;

et et et .

Exemple :

Essayons avec un exemple plus concrété. Posons .

Donc , on a :, , , et .

Utilisant Matlab, on calcule P,Q, W et s.

, , et .

Encore avec Matlab, on calcule .

Donc, on a bien .