

# Pertemuan 15

## Garis singgung dan garis normal

Jika fungsi  $f(x)$  mempunyai turunan pertama  $f'(x_0)$  pada  $x_0$  yang hingga maka grafik  $y = f(x)$  mempunyai garis singgung di  $(x_0, y_0)$  dengan koefisien arah :

$$m = \operatorname{tg} \theta = f'(x_0)$$

Kalau  $m = 0$  maka garis singgung sejajar sumbu  $x$ , persamaan  $y = y_0$ .

Garis singgung tersebut mempunyai persamaan :

$$y - y_0 = m ( x - x_0 )$$

Bila  $f(x)$  kontinu pada  $x = x_0$  tetapi  $f(x) = \infty$   
maka grafik mempunyai garis singgung yang  
sejajar sumbu  $y$ , persamaannya  $x = x_0$ .



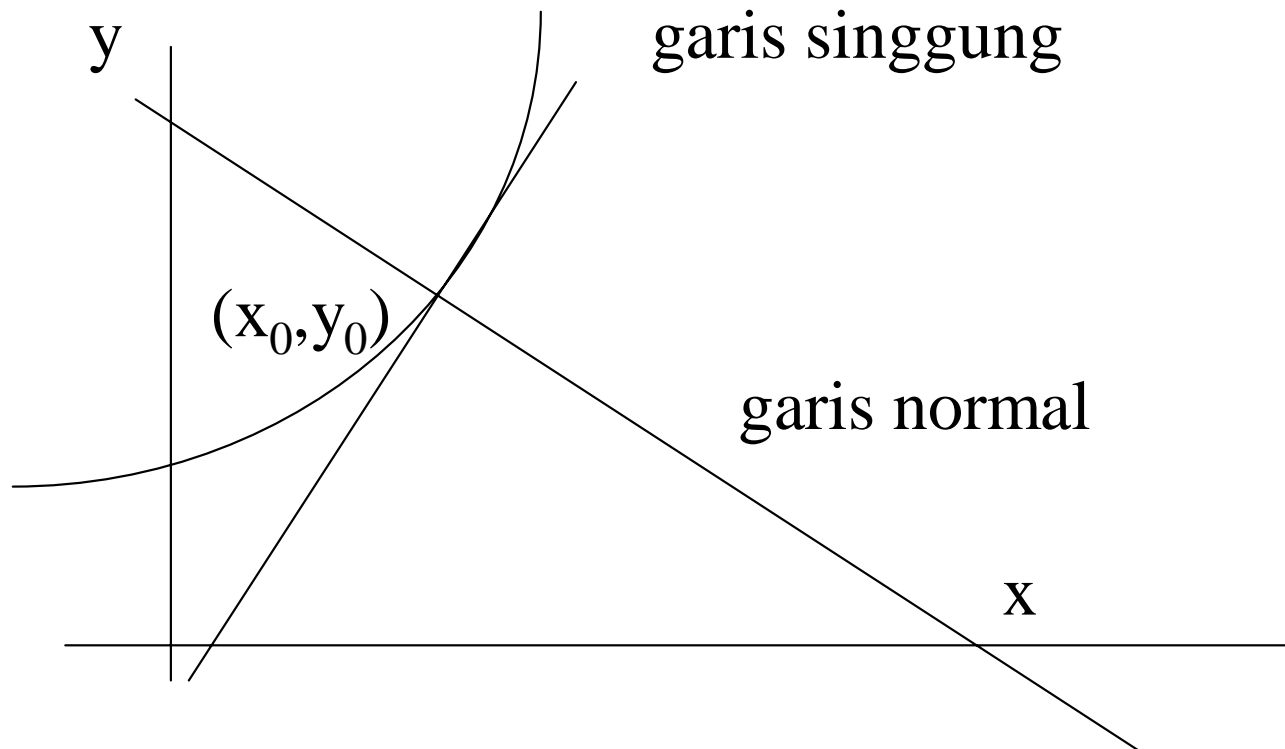
Garis normal dari grafik pada salah satu titik (pada gambar tersebut) adalah garis yang tegak lurus garis singgung pada titik tersebut.

Persamaan garis normal pada  $(x_0, y_0)$

$$y - y_0 = -\frac{1}{m} (x - x_0)$$

Bila :

- Garis singgung // sumbu y maka garis normal // sumbu x
- Garis singgung // sumbu x maka garis normal // sumbu y



Contoh :

Tentukan persamaan garis singgung dan garis normal pada  $y = x^3 - 2x^2 + 4$  pada titik (2,4).

Maka  $f'(x) = y' = 3x^2 - 4x$  dan pada  $f(2) = 4$

Jadi garis singgung :  $y - y_0 = m ( x - x_0 )$

$$y - 4 = 4 ( x - 2 ) \text{ atau } y = 4x - 4$$

Jadi persamaan garis normal :

$$y - y_0 = \overline{m}^{-1} (x - x_0)$$

$$y - 4 = - \frac{(x - 2)}{4} \quad \text{atau} \quad 4y = -x + 18$$

$$y = -1/4 x + 18/4$$

Soal latihan:

1. Tentukan persamaan garis singgung dan garis normal pada parabola  $y^2 - 2x - 4y - 1 = 0$  di  $(-2, 1)$
2. Tentukan persamaan garis normal dan garis singgung pada hiperbola  $xy + 2x - 5y - 2 = 0$  di  $(3, 2)$
3. Tentukan persamaan garis singgung dan garis normal di  $(2, 2)$  pada  $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y - 6 = 0$

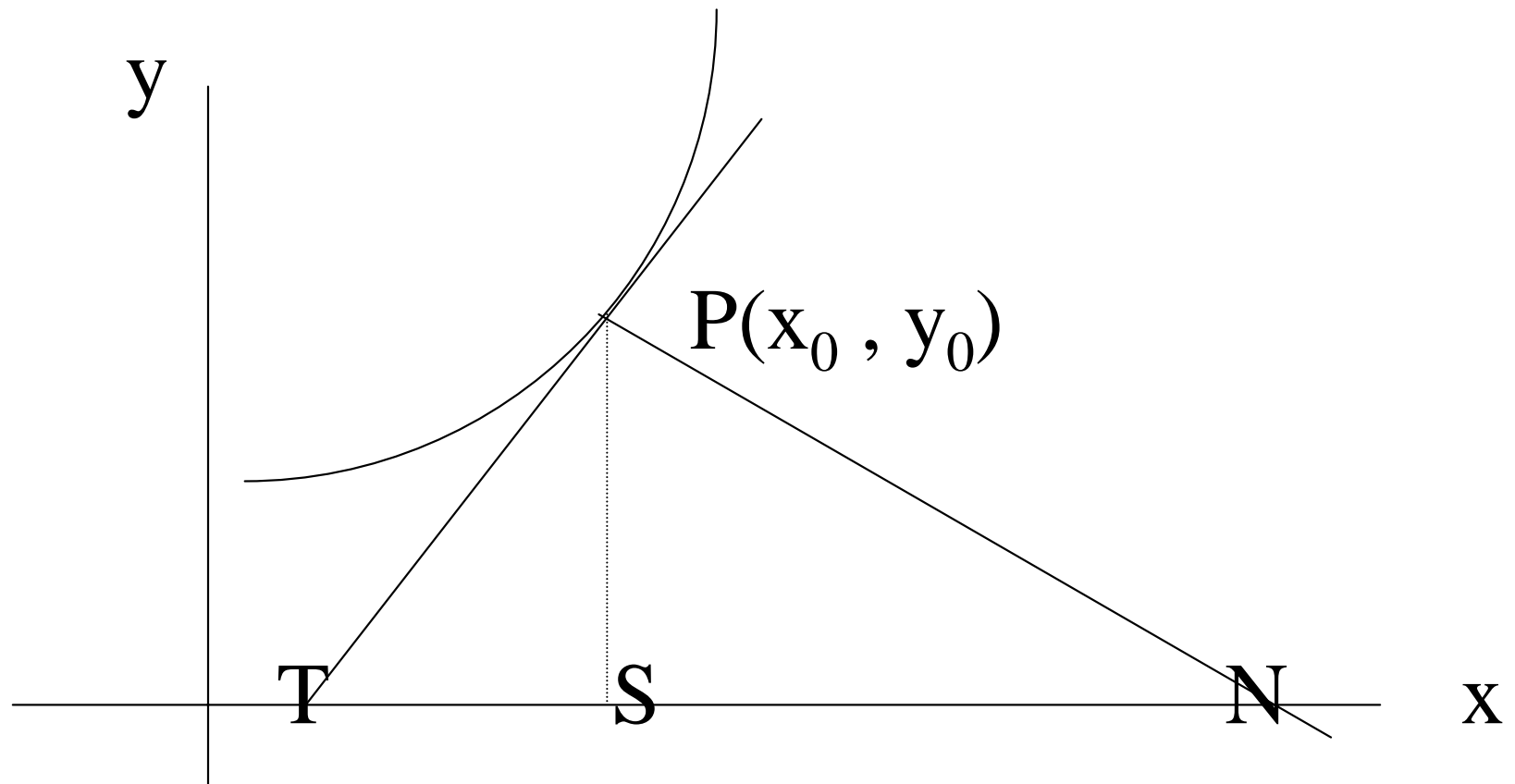


# Pertemuan 16

- Panjang garis singgung adalah panjang potongan garis singgung dihitung dari titik singgung sampai titik potong dengan sumbu x
- Panjang garis normal adalah panjang potongan garis normal dihitung dari titik potong dengan garis singgung sampai titik potong dengan sumbu x.

- Panjang sub garis singgung (panjang sub tangen) adalah panjang proyeksi potongan garis tersebut pada sumbu x.
- Panjang sub garis normal (panjang sub normal) adalah panjang proyeksi garis tersebut pada sumbu x.

- Bila  $m = \operatorname{tg} \theta =$  koefisien arah garis singgung
- Panjang subtangen =  $TS = |y_0/m|$
- Panjang subnormal =  $SN = |my_0|$
- Panjang garis singgung =  $TP = \sqrt{TS^2 + SP^2}$
- Panjang garis normal =  $NP = \sqrt{SN^2 + SP^2}$



Contoh :

Tentukan panjang garis singgung, subtangen, garis normal dan subnormal dari  $xy + 2x - y = 5$  pada titik  $(2,1)$ .

Maka  $y + xy^1 + 2 - y^1 = 0$

$y^1 = - (y + 2)/(x - 1)$  pada titik  $(2,1)$

$$y^1 = m = - 3$$

- Panjang subtangen =  $| y_0/m | = 1/3$
- Panjang subnormal =  $| my_0 | = 3$
- Panjang garis singgung =  $\sqrt{(1/3)^2 + 1^2} = \sqrt{10/3}$
- Panjang garis normal =  $\sqrt{(3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

Latihan :

Hitung panjang garis singgung, garis normal, subgaris singgung dan subnormal dari :

a.  $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$  di  $(5, 4)$

b.  $4x^2 + 9y = 40$  di  $(-1, 2)$

c.  $xy^2 = 18$  di  $(2, 3)$