

REPRESENTASI GRAF

12.1. Representasi Graf dalam Matriks

A. Matriks Hubung

Misalkan G adalah graf dengan himpunan simpul $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$. **Matriks hubung** yang merepresentasikan graf G adalah matriks $A = (a_{ij})$ dengan a_{ij} adalah banyaknya busur yang menghubungkan simpul v_i dan simpul v_j .

Perlu diperhatikan bahwa banyaknya busur yang menghubungkan simpul v_i dan simpul v_j selalu sama dengan banyaknya busur yang menghubungkan simpul v_j dan simpul v_i .

B. Matriks Biner

Misalkan G adalah graf dengan n simpul $[V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}]$ dan k busur $[E(G) = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_k\}]$. **Matriks biner** atau **matriks kehadiran** yang merepresentasikan graf G adalah matriks $A = (a_{ij})$ dengan:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1; & v_i \text{ hadir pada } e_j \\ 0; & v_i \text{ tidak hadir pada } e_j \end{cases}$$

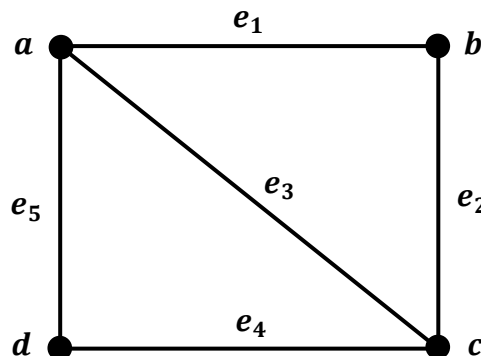
C. Matriks Sirkuit

Misalkan G adalah graf yang memuat q buah sirkuit dan k busur $[E(G) = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_k\}]$. **Matriks sirkuit** yang merepresentasikan graf G adalah matriks $A = (a_{ij})$ yang terdiri dari q baris dan k kolom dengan

$$a_{ij} = \begin{cases} 1; & e_i \text{ termuat dalam sirkuit } S_j \\ 0; & e_i \text{ tidak termuat dalam sirkuit } S_j \end{cases}$$

Contoh:

Diketahui graf G sebagai berikut.



Tentukanlah matriks hubung, matriks biner, dan matriks sirkuit dari graf G tersebut!

Jawab:

Matriks hubung

- yang menjadi baris adalah simpul-simpul graf G ,
- yang menjadi kolom adalah simpul-simpul graf G .

Maka, matriks hubung dari graf G di atas adalah:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Matriks biner

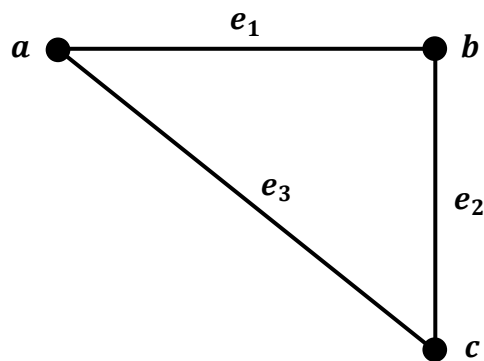
- yang menjadi baris adalah simpul-simpul graf G ,
- yang menjadi kolom adalah busur-busur graf G .

Maka, matriks biner dari graf G di atas adalah:

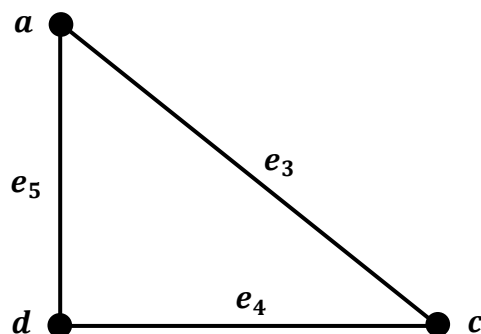
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Sebelum membuat matriks sirkuitnya, terlebih dahulu temukan total sirkuit yang bisa dibentuk dari graf tersebut.

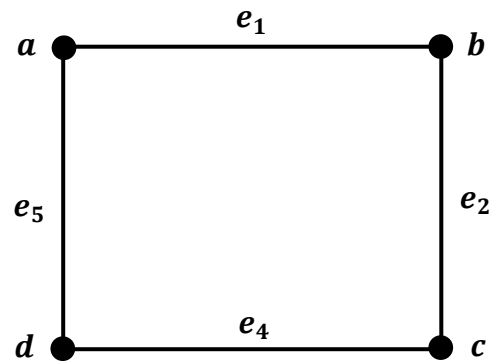
Sirkuit Pertama (S_1)



Sirkuit Kedua (S_2)



Sirkuit Ketiga (S_3)



Matriks sirkuit

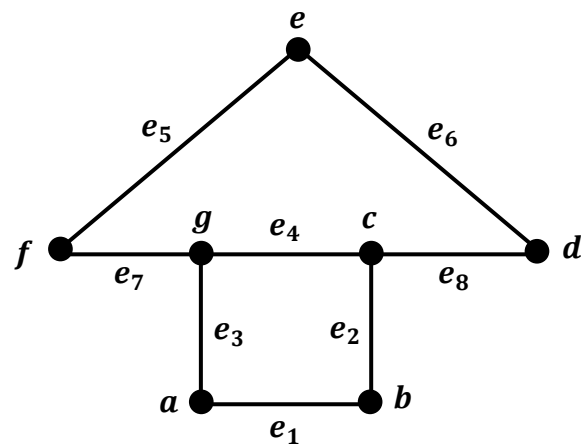
- yang menjadi baris adalah sirkuit-sirkuitnya,
- yang menjadi kolom adalah busur-busur graf G .

Maka, matriks sirkuit dari graf G di atas adalah:

$$A = \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

LATIHAN

- Diberikan graf G dengan himpunan simpul $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ dan himpunan busur $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$.



Tentukanlah matriks hubung, matriks biner, dan matriks sirkuit dari graf tersebut!

- Diketahui matriks hubung dari suatu graf sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Gambarkanlah graf G tersebut!
- Tentukanlah matriks biner dan matriks sirkuitnya!