

MODUL 7

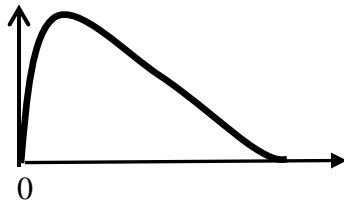
Pengujian Hipotesis Lebih Dari Dua Sampel

Pertemuan	: 10
Peralatan & Perlengkapan	: Modul dan Komputer
Tujuan Pembelajaran Praktikum	: Mahasiswa dapat melakukan pengujian hipotesis lebih dari dua sampel untuk membuktikan kebenaran suatu dugaan sementara

7.1 Konsep Pengujian Hipotesis Lebih Dari Dua Sampel

Pada bab sebelumnya, telah dibahas uji hipotesis satu sampel dan dua sampel. Pada bab ini akan dibahas mengenai pengujian hipotesis lebih dari dua sampel. Pengujian terdiri dari pengujian hipotesis rata-rata lebih dari dua sampel dan pengujian hipotesis proporsi lebih dari dua sampel.

Dalam melakukan uji hipotesis lebih dari dua sampel menggunakan tabel F untuk uji hipotesis rata-rata dan untuk proporsi menggunakan tabel X^2 , berikut adalah kurva tabel F atau X^2 seperti gambar berikut ini:



7.1.1 Pengujian Hipotesis Rata-Rata Lebih Dari Dua Sampel (ANOVA)

Pengujian lebih dari dua sampel dikenal dengan analisis variansi atau ANOVA adalah metode yang digunakan untuk membandingkan beberapa populasi atau kelompok lebih dari dua populasi. Pada ANOVA, untuk melakukan pengujian dengan cara mengambil sampel pada tiap kelompok populasi kemudian dilakukan pengujian apakah terdapat perbedaan diantara kelompok populasi tersebut.

Langkah-langkah pengujian hipotesis

- Rumusan Hipotesis

Ho : tidak ada perbedaan yang signifikan antar kelompok

H_a : terdapat perbedaan dua kelompok atau lebih

Atau

$H_o : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_j$

H_a : tidak semua rata-rata populasi memiliki rata-rata yang sama

- Tingkat signifikan

$F_{\text{tabel}} = \alpha; (j-1)(N-j);$ dimana j = jumlah kolom/kategori

- Statistik uji

$$F = \frac{RKP}{RKG}$$

	Populasi				Total
	1	2	...	j	
	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	
	:	:	:	:	
	X_{il}	X_{i2}	...	X_{ij}	
T_j	T_1	T_2	T_j	ΣT_j
n	n_1	n_2	n_j	N
\bar{x}_j	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_j	$\bar{X}_{ij} = \frac{\Sigma T_j}{N}$
$\Sigma(X_j)^2$	$\Sigma(X_1)^2$	$\Sigma(X_2)^2$...	$\Sigma(X_j)^2$	$\Sigma \Sigma(X_{ij})^2$

Sigma nilai data X

Total nilai data X / jumlah data

Jumlah data

$$JKT = \Sigma \Sigma(X_{ij})^2 - \frac{(\Sigma T_j)^2}{N} \quad JKP = \Sigma \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{(\Sigma T_j)^2}{N} \quad JKG = JKT - JKP$$

ANOVA

Sumber	JK	df	RK	F_{obs}
Perlakuan	JKP	$j - 1$	RKP	$F_{\text{obs}} = \frac{RKP}{RKG}$
Galat	JKG	$N - j$	RKG	
Total	JKT	$N - 1$	-	

Keterangan

JKT = Jumlah Kuadrat Total

JKP = Jumlah Kuadrat Perlakuan

$JKP / (j-1)$

JKG = Jumlah Kuadrat Galat

- Kesimpulan

Ho ditolak jika $F_{\text{observasi}} > F_{\text{tabel}}$, maka terdapat rerata populasi yang berbeda

Ho diterima jika $F_{\text{observasi}} < F_{\text{tabel}}$, maka semua rerata pupulasi sama

7.1.2 Pengujia Hpotesis Proporsi Lebih Dari Dua Sampel (Chi-Square)

Chi Square adalah salah satu alat analisis yang paling sering digunakan pada statistik, dengan tujuan untuk Uji Homogenitas, Uji Independensi dan Uji Goodness of Fit Test. Pada modul ini akan dibahas mengenai Uji Goodness of Fit Test. Uji Uji Goodness of Fit Test digunakan untuk mengetahui apakah populasi memiliki nilai yang sama atau tidak.

Langkah pengujian hipotesis

- Rumusan Hipotesis

Ho: tidak ada perbedaan proporsi antar populasi

Ha : terdapat perbedaan dua populasi atau lebih

Atau

Ho : $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_n$

Ha : tidak semua proporsi populasi memiliki proporsi yang sama

- Tingkat signifikan

$\chi^2_{\text{tab}} = \alpha; (i-1)(j-1)$, dimana i = jumlah baris katagori; j = jumlah kolom katagori

- Statistik uji

$$\chi^2_{\text{observasi}} = \sum \left[\frac{\left(x_{ij} - e_{ij} \right)^2}{e_{ij}} \right]; \quad \text{dimana } e_{ij} = \frac{\sum x_i \cdot \sum x_j}{N};$$

ket i : jumlah baris dan j : jumlah kolom

- Kesimpulan

$x_{observasi}^2 > x_{tabel}^2$ maka H_0 ditolak artinya terdapat perbedaan dua proporsi populasi atau lebih

$x_{observasi}^2 < x_{tabel}^2$ maka H_0 diterima artinya tidak terdapat perbedaan proporsi antar populasi

7.2 Contoh Soal dan Penyelesaian

SOAL 1

Dalam Industri minuman berkarbonasi, pemberian tekanan menjadi faktor penting dalam mencapai volume pengisian yang akurat. Terlalu rendah tekanan dapat menghambat proses pengeluaran, terlalu tinggi tekanan membuat timbulnya suara berdesis “fizz” ketika membuka atau menutup botol minuman. Kualitas karbonasi minuman ditentukan oleh jumlah karbondioksida dan asam karbonat dalam minuman, dengan menggunakan sensor karbonasi gelombang inframerah. Jumlah ini dinyatakan dalam gram per liter. Oleh karena itu, produsen minuman terkemuka ingin melakukan percobaan di tiga pengaturan tekanan yang berbeda untuk menentukan apakah ada perbedaan kualitas karbonasi pada ketiga tekanan. Diambil sampel 15 botol dengan target jumlah karbondioksida dan asam karbonat dalam minuman 12 gram per liter pada setiap pengaturan tekanan. Hasil jumlah karbondioksida dan asam karbonat dalam minuman ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tekanan Rendah (60 psi)	Tekanan Medium (80 psi)	Tekanan Tinggi (100 psi)
12,01	12,00	11,56
11,97	12,01	11,55
11,86	11,97	11,80
11,56	11,98	11,72
11,23	11,87	11,80

Dengan menggunakan tingkat keyakinan 99%, anda diminta untuk menguji apakah ada perbedaan volume rata-rata di tiga pengaturan tekanan tersebut!

Jawaban:

▪ Rumusan Hipotesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

H_a : tidak semua rata-rata populasi memiliki rata-rata yang sama

▪ Tingkat signifikan

$$F_{\text{tabel}} = 0,01; (2)(12)=6,93$$

▪ Statistik uji

	Tekanan Rendah (60 psi)	Tekanan Medium (80 psi)	Tekanan Tinggi (100 psi)		
	12,01	12	11,56		
	11,97	12,01	11,55		
	11,86	11,97	11,8		
	11,56	11,98	11,72		
	11,23	11,87	11,8		
T_j	58,63	59,83	58,43	176,89	ΣT_j
n	5	5	5	15	N
\bar{x}_j	11,73	11,97	11,69	11,79	$\bar{X}_{ij} = \frac{\Sigma T_{ij}}{N}$
$\Sigma(X_j)^2$	687,93	715,94	682,87	2086,74	$\Sigma \Sigma (X_{ij})^2$

didapat dari hasil kuadrat masing-masing data yang kemudian dijumlahkan

$$JKT = 2086,74 - \frac{(176,89)^2}{15} = 0,735$$

$$JKP = \frac{58,63^2 + 59,83^2 + 58,43^2}{5} - \frac{(176,89)^2}{15} = 2086,234 - 2086,004 = 0,23$$

$$JKG = 0,735 - 0,23 = 0,505$$

ANOVA

Sumber	JK	df	RK	F_{obs}
Perlakuan	0,230	2	0,115	2,738
Galat	0,505	12	0,042	
Total	0,735	14	-	

- Kesimpulan

Ho diterima jika $F_{\text{observasi}} = 2,738 < F_{\text{tabel}} = 6,93$ maka rerata populasi ketiga tekanan adalah sama.

SOAL 2

Menurut survei tahun 2008 suatu pusat penelitian, warga negara Tiongkok bahagia dengan perekonomian negara mereka, 86% dari mereka yang disurvei mengekspresikan pandangan positif. Seorang analisis politik ingin mengetahui apakah optimisme di antara warga tersebut bergantung pada usia. Sebuah survei terhadap 280 warga Tiongkok ditanya apakah mereka bahagia dengan perekonomian negara mereka. Berikut adalah tanggapannya:

Umur	Sangat Bahagia	Cukup Bahagia	Kurang Bahagia
$20 \leq \text{umur} \leq 40$	23	50	18
$40 < \text{umur} \leq 60$	51	38	16
> 60	19	45	20

Dengan menggunakan tingkat keyakinan 99%, anda diminta untuk menguji apakah ada perbedaan tingkat kebahagiaan jika ditinjau dari umur responden!

Jawaban:

- Rumusan Hipotesis

$$H_0 : P_1 = P_2 = P_3$$

H_a : tidak semua proporsi populasi memiliki proporsi yang sama

- Tingkat signifikan 1% : $\chi^2_{\text{tab}} = 0,01(2)(2) = 13,277$

- Statistik uji Chi-square

Tabel xij

Umur	Sangat Bahagia	Cukup Bahagia	Kurang Bahagia	$\sum X_i$
$20 \leq \text{umur} \leq 40$	23	50	18	91
$40 < \text{umur} \leq 60$	51	38	16	105
> 60	19	45	20	84
$\sum X_j$	93	133	54	280

Tabel eij

Umur	Sangat Bahagia	Cukup Bahagia	Kurang Bahagia
$20 \leq \text{umur} \leq 40$	30,23	43,225	17,55
$40 < \text{umur} \leq 60$	34,88	49,875	20,25
> 60	27,90	39,9	16,2

Tabel $(x_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$

Umur	Sangat Bahagia	Cukup Bahagia	Kurang Bahagia
$20 \leq \text{umur} \leq 40$	1,73	1,06	0,01
$40 < \text{umur} \leq 60$	7,46	2,83	0,89
> 60	2,84	0,65	0,89

$$x^2 = 18,36$$

▪ Kesimpulan

$x^2_{\text{observasi}} = 18,36 > x^2_{\text{tabel}} = 13,277$ maka H_0 ditolak artinya terdapat perbedaan proporsi tingkat kepuasan ditinjau dari umur

pangkat 2 itu rumus

7.3 Latihan Soal

SOAL 1

Survei online oleh *Sporting Goods Manufactur Association*, sebuah kelompok pedagang pengecer alat olahraga, mengklaim bahwa pendapatan usaha mereka bervariasi menurut jenis olahraga (*The Wall Street Journal*, 10 agustus 2009). Untuk mengverifikasi klaim ini, seorang ekonom mengambil sampel 5 orang masing masing untuk 6 jenis olahraga. Masing-masing pendapatan penjualan alat olahraga ditunjukkan sebagai berikut (\$1000).

Snorkling	Sailing	Boardsailing	Bowling	On-Road Triathlon	Off-Road Triathlon
-----------	---------	--------------	---------	-------------------	--------------------

Snorkling	Sailing	Boardsailing	Bowling	On-Road Triathlon	Off-Road Triathlon
90,9	87,6	75,9	79,3	64,5	47,7
86,0	95,0	75,6	75,8	67,2	59,6
93,6	94,6	83,1	79,6	62,8	68,0
98,8	87,2	74,4	78,5	59,2	60,9
98,4	82,5	80,5	73,2	66,5	50,9

Dengan menggunakan tingkat keyakinan 95%, anda diminta untuk menguji apakah ada perbedaan pendapatan pada setiap jenis penjualan alat olahraga!

SOAL 2

Perusahaan *Wenton Powersports* memproduksi perakitan kereta dorong. Mereka memiliki tiga jalur perakitan *Razor*, *Blazer*, dan *Tracer*. Setiap jalur perakitan memiliki jumlah target yang sama. Namun, selama bertahun-tahun, telah terjadi perubahan jumlah produksi. Dengan demikian, manajemen ingin menentukan apakah jalur perakitan masih beroperasi dengan baik pada tingkat produksi yang sama per jam. Data produksi yang diperoleh kereta dorong yang diperoleh selama delapan jam terakhir adalah sebagai berikut:

<i>Razor</i>	11	10	8	10	9	9	13	11
<i>Blazer</i>	10	8	11	9	11	10	11	8
<i>Tracer</i>	9	9	10	9	8	7	8	9

Dengan tingkat keyakinan 95%, anda diminta untuk menguji apakah ada perbedaan rata-rata dalam tingkat produksi di tiga jalur perakitan. Bagaimana jika di uji dengan tingkat keyakinan 99%, apakah memiliki kesimpulan yang sama!

SOAL 3

Selama beberapa tahun terakhir, publik menilai buruk untuk beberapa produk perusahaan telah mencoreng citra publiknya. Hal ini mendorong serangkaian inisiatif peningkatan kualitas. Saat ini, manajer pemasaran ingin menentukan apakah inisiatif peningkatan kualitas berhasil merubah persepsi masyarakat tentang perusahaan. Berikut hasil dua survai, masing-masing dari 1200 orang dewasa yang dipilih secara acak. Survai dilakukan sebelum dan setelah prakarsa kualitas diimplementasikan.

	Persepsi Publik		
	Negatif	Netral	Positif
Sebelum	324	180	96
Setelah	246	146	208

Dengan menggunakan tingkat keyakinan 99%, apakah terdapat perbedaan proporsi persepsi publik !

SOAL 4

Manajer perusahaan manufaktur elektronik percaya bahwa kecenderungan pekerja akan mengambil izin sakit pada shift tertentu daripada shift yang lain. Untuk menguji keyakinan ini, dia telah membuat tabel sebagai berikut:

	Shift Pertama	Shift Kedua	Shift Ketiga
0-2 hari absent	44	20	10
3-6 hari absent	38	25	12
7-10 hari absent	14	9	13
>11 hari absent	4	6	5

Dengan menggunakan tingkat keyakinan 95%, apakah terdapat perbedaan proporsi pekerja yang ijin pada setiap shift! Bagaimana dengan tingkat keyakinan 99% apakah memiliki kesimpulan yang sama dengan tingkat keyakinan 95%