



Penyederhanaan Logika 3

(Menggabungkan karnough map 4 variabel menjadi karnough map 5 variabel
dan Quine Mc Cluskey)

Pertemuan 10

Materi

- Menggabungkan Karnough Map 4 Variabel
- Quine Mc. Cluskey

Sub-CPMK

- Mahasiswa mampu menggabungkan karnough-map 4x4 untuk menyederhanakan persamaan logika yang terdiri dari lima variabel atau lebih (C3, A3)



1.

Menggabungkan Karnough Map 4 Variabel

Karnough Map 5 variabel

- Karnough-map 5 variabel disusun dalam bentuk dua buah matriks 4×4
- Matriks pertama mewakili input 0 dari input pertama, matriks kedua mewakili input 1 dari input pertama

Karnough Map 5 variabel (lanjutan)

Selanjutnya susunan kedua matriks sama dengan susunan sbb

- Kolom mewakili input kedua dan ketiga, baris mewakili dua input terakhir (boleh dibalik dengan menyesuaikan cara penyusunan)
- Dua kolom mewakili A00YY, A01YY, A11YY dan A10YY
- Posisi kolom A11YY mendahului A10YY hal ini agar memudahkan pelingkupan sehingga dari kolom terakhir dapat digabung ke kolom pertama
- Dua baris mewakili AXX00, AXX01, AXX11 dan AXX10
- Posisi kolom AXX11 mendahului AXX10 hal ini agar memudahkan pelingkupan sehingga dari baris terakhir dapat digabung ke baris pertama

Karnough Map 5 variabel (lanjutan)

- Jika disusun dari tabel kebenaran, maka urutannya adalah
 - Matriks pertama
 - kolom 1: 00000, 00001, 00011, 00010 atau $A'B'C'D'E'$, $A'B'C'D'E$, $A'B'C'DE$, $A'B'C'DE'$
 - Kolom 2: 00100, 00101, 00111, 00110 atau $A'B'CD'E'$, $A'B'CD'E$, $A'B'CDE$, $A'B'CDE'$
 - Kolom 3: 01100, 01101, 01111, 01110 atau $A'BCD'E'$, $A'BCD'E$, $A'BCDE$, $A'BCDE'$
 - Kolom 4: 01000, 01001, 01011, 01010 atau $A'BC'D'E'$, $A'BC'D'E$, $A'BC'DE$, $A'BC'DE'$
 - Matriks Kedua
 - kolom 1: 10000, 10001, 10011, 10010 atau $AB'C'D'E'$, $AB'C'D'E$, $AB'C'DE$, $AB'C'DE'$
 - Kolom 2: 10100, 10101, 10111, 10110 atau $AB'CD'E'$, $AB'CD'E$, $AB'CDE$, $AB'CDE'$
 - Kolom 3: 11100, 11101, 11111, 11110 atau $ABCD'E'$, $ABCD'E$, $ABCDE$, $ABCDE'$
 - Kolom 4: 11000, 11001, 11011, 11010 atau $ABC'D'E'$, $ABC'D'E$, $ABC'DE$, $ABC'DE'$

Aturan Pelingkupan

- Jumlah output yang dilingkupi 2^n (1, 2, 4, 8, 16, 32 dst)
- Untuk masing-masing bagian karnough map, lakukan pelingkupan pada bagian masing-masing
- Lingkupi sebanyak mungkin
- Setiap anggota dapat dilingkupi lebih dari sekali
- Arah pelingkupan vertikal dan horisontal, **tidak boleh diagonal**
- Pelingkupan yang menyeberangi sel hanya dapat dilakukan pada bagian karnough map yang sama

Analisis Karnough Map

- Pada tahap awal analisa, cari product masing-masing lingkupan
- Hasil product masing-masing lingkupan sesuai dengan bagian masing-masing
- Jika lingkupan tidak memiliki kembaran pada bagian yang lain, maka serta A atau A' sesuai dengan dimana lingkupan tersebut berada
- Jika kedua lingkupan memiliki letak yang sama pada masing-masing bagian karnough map, pastikan untuk menghilangkan A dan A' pada masing-masing hasil product, sehingga didapatkan product final

Contoh

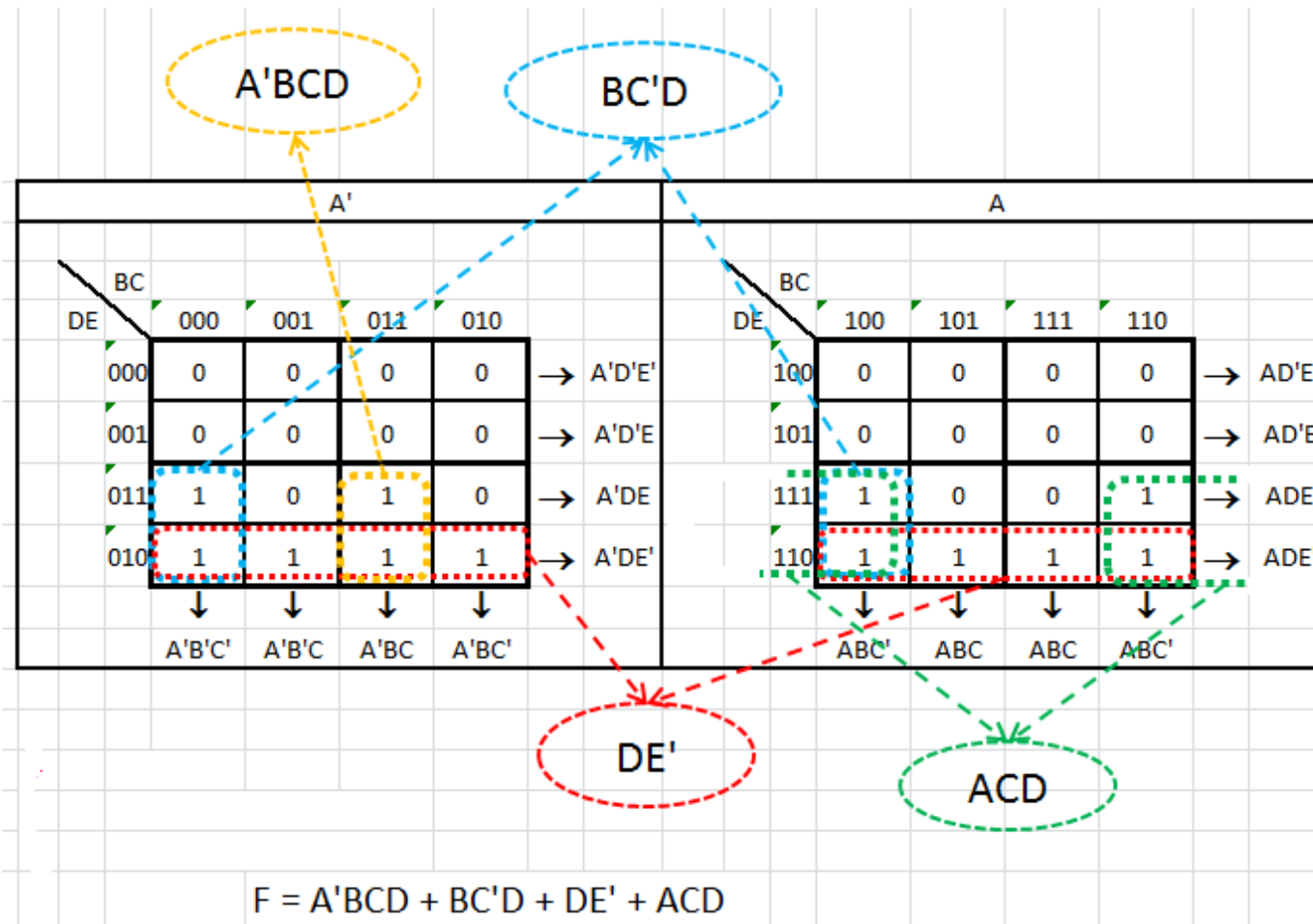
- Persamaan SOP sbb:
- $$F = A'B'C'DE' + A'B'C'DE + A'B'CDE' + A'BC'DE' + A'BCDE' + A'BCDE + AB'C'DE' + AB'C'DE + AB'CDE' + ABC'DE' + ABC'DE + ABCDE'$$

Penempatan Pada Karnaugh Map

A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0

A'						A				

Lingkupan dan Hasil akhir analisis



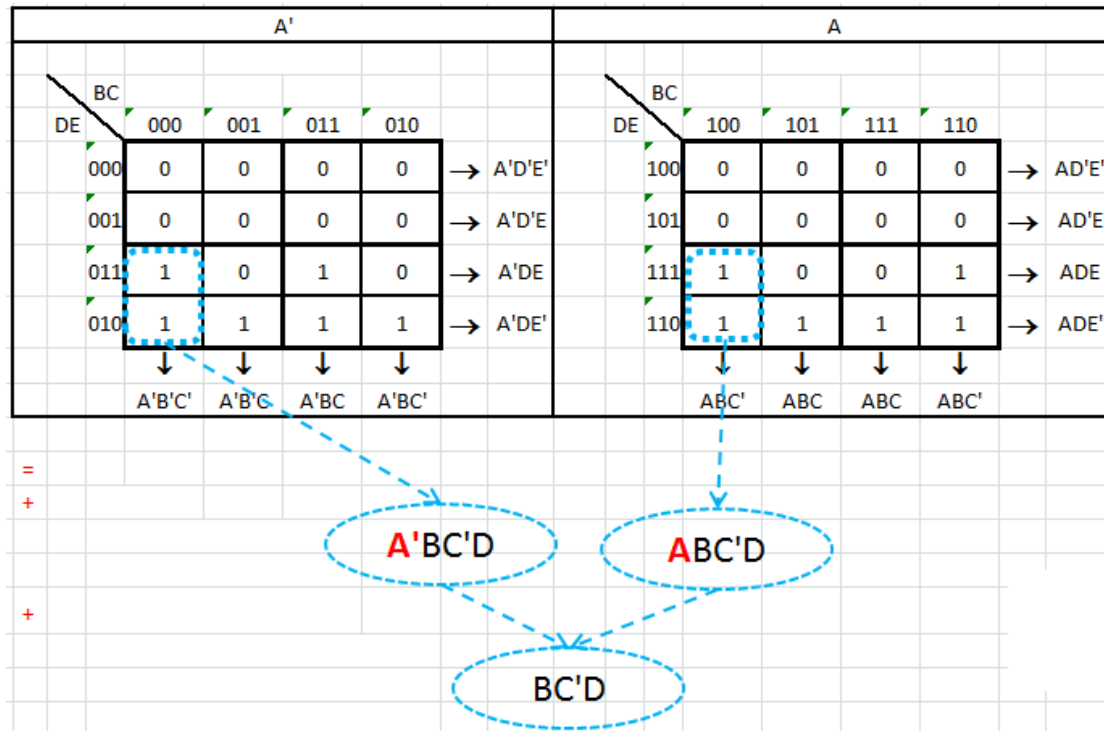
Lingkupan tanpa kembarannya pada bagian lain

- Pada bagian ini karena tidak ada lingkupan pada bagian lain dengan posisi dan anggota yang sama, maka product persamaannya langsung diambil

A'						A					
DE	BC					DE	BC				
	000	001	011	010			100	101	111	110	
000	0	0	0	0	→ A'D'E'	100	0	0	0	0	→ AD'E'
001	0	0	0	0	→ A'D'E	101	0	0	0	0	→ AD'E
011	1	0	1	0	→ A'DE	111	1	0	0	1	→ ADE
010	1	1	1	1	→ A'DE'	110	1	1	1	1	→ ADE'
	↓	↓	↓	↓			↓	↓	↓	↓	
	A'B'C'	A'B'C	A'BC	A'BC'			ABC'	ABC	ABC	ABC'	

A'BCD

Lingkupan dengan Kembaran pada bagian lain



- Lingkupan di bagian A' memiliki kembaran lingkupan yang sama pada bagian A
- Dengan demikian A dan A' dapat di anulir karena input yang berbeda dengan output yang sama berarti apapun isinya dari A (1 atau 0) maka tidak berpengaruh pada output

A'				
BC \ DE	000	001	011	010
000	0	0	0	0
001	0	0	0	0
011	1	0	1	0
010	1	1	1	1

→ A'D'E'

→ A'D'E

→ A'DE

→ A'DE'

A				
BC \ DE	100	101	111	110
100	0	0	0	0
101	0	0	0	0
111	1	0	0	1
110	1	1	1	1

→ AD'E'

→ AD'E

→ ADE

→ ADE'

A'DE'

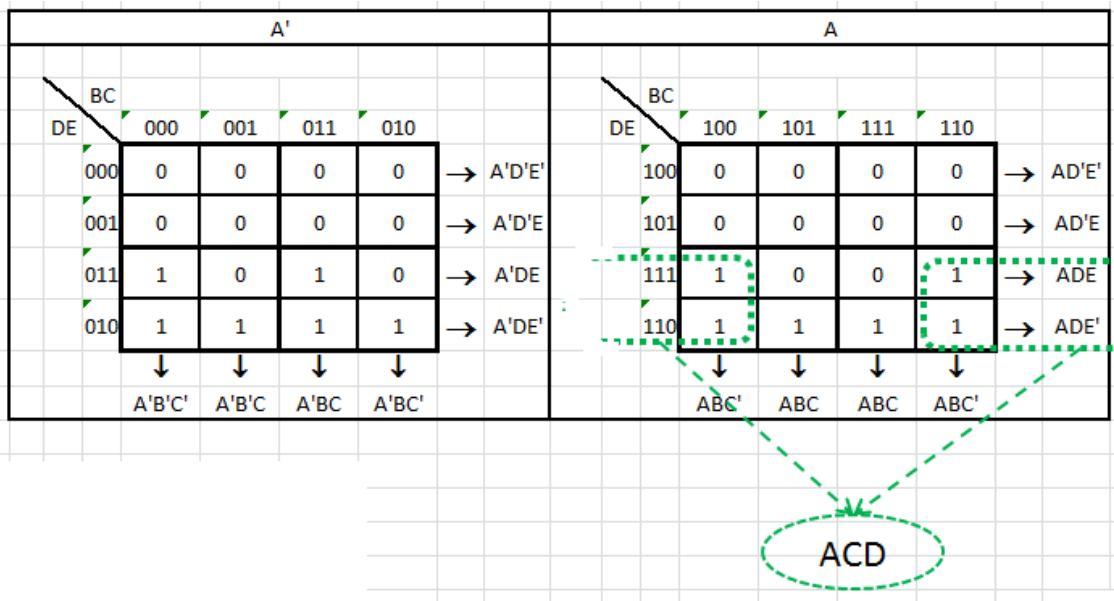
ADE'

DE'

- Lingkupan di bagian A' memiliki kembaran lingkupan yang sama pada bagian A
- Dengan demikian A dan A' dapat di anulir karena input yang berbeda dengan output yang sama berarti apapun isinya dari A (1 atau 0) maka tidak berpengaruh pada output

Lingkupan tanpa kembaran yang menyeberang di dalam peta bagiannya

- Pada contoh ini, pada karnough map bagian A terdapat lingkupan yang menyeberang pada bagian A itu sendiri





2.

Quine Mc. Cluskey

Algoritma Quine–McCluskey

- Penyederhanaan logika dengan map berbentuk tabel dan diproses berdasarkan algoritma
- Dikembangkan oleh W.V. Quine dan Edward J. McCluskey pada tahun 1956
- Secara fungsional identik dengan Karnaugh map.
- Berbentuk tabel agar lebih efisien untuk digunakan dalam algoritma komputer
- Memberikan batasan untuk memeriksa suatu bentuk minimal dari sebuah fungsi boolean telah tercapai
- Seringkali disebut sebagai metode tabulasi.

Dua langkah Utama Algoritma Quine–McCluskey

- Cari semua bilangan prima yang terkandung dalam function
- Gunakan bilangan prima tersebut dalam sebuah untuk menemukan bilangan prima esensial dari fungsi, dan bilangan bilangan prima tersirat yang diperlukan untuk menunjang fungsi

Langkah-langkah Algoritma Quine-McCluskey

- Nyatakan variabel komplemen dengan '0', sebaliknya '1',
- Kelompokkan suku-suku berdasarkan jumlah '1',
- Kombinasikan suku-suku tersebut dengan kelompok lain yang jumlah '1'- nya berbeda satu, hingga diperoleh bentuk prime yang lebih sederhana
- Mencari prime-implicant, term yang menjadi calon yang terdapat dalam fungsi sederhana,
- Memilih prime-implicant yang mempunyai jumlah literal paling sedikit

Contoh Algoritma Quine–McCluskey

- Diketahui fungsi
$$F(A, B, C, D) = \sum m(4, 8, 10, 11, 12, 15) + d(9, 14)$$
- Fungsi tersebut berarti:
- Output fungsi adalah 1 pada minterm 4, 8, 10, 11, 12, 15, sedangkan pada minterm 9 dan 14 adalah don't care.
- Secara kanonikal, dari sum of product fungsi dengan mengabaikan don't care adalah:

$$F(A, B, C, D) = A'B'CD + AB'C'D' + AB'CD' + AB'CD + ABC'D' + ABCD$$

Langkah Quine-McCluskey:

- Susunlah Tabel minterm

minterm	A	B	C	D	Jum 1		
4	0	1	0	0	1		
8	1	0	0	0	1		
9	1	0	0	1	2	Don't Care	
10	1	0	1	0	2		
11	1	0	1	1	3		
12	1	1	0	0	2		
14	1	1	1	0	3	Don't Care	
15	1	1	1	1	4		

Langkah Quine-McCluskey:

- Kelompokkan Tabel Minterm berdasarkan jumlah 1 nya

List minterm1

Group	minterm	A	B	C	D	Jum 1
1	4	0	1	0	0	1
	8	1	0	0	0	1
2	9	1	0	0	1	2
	10	1	0	1	0	2
	12	1	1	0	0	2
3	11	1	0	1	1	3
	14	1	1	1	0	3
4	15	1	1	1	1	4

Langkah Quine-McCluskey:

- Kombinasikan minterm pada group yang satu dengan group di bawahnya yang mempunyai perbedaan nilai 1 hanya pada satu digit saja. Digit yang mempunyai perbedaan tersebut diisi dengan “-”, kemudian kelompokkan lagi berdasarkan jumlah angka “1” nya selain yang sudah di ganti dengan “-”.
- Pada contoh Group 1 kombinasikan dengan Group 2, Group 2 dikombinasikan dengan Group 3, dan Group 3 di gabungkan dengan Group 4.

List minterm2						
Group	minterm	A	B	C	D	Jum 1
1	4,12	-	1	0	0	1
	8,9	1	0	0	-	1
	8,10	1	0	-	0	1
2	9,11	1	0	-	1	2
	10,11	1	0	1	-	2
	10,14	1	-	1	0	2
	12,14	1	1	-	0	2
3	11,15	1	-	1	1	3
	14,15	1	1	1	-	3

Langkah Quine-McCluskey:

- Karena masih bisa di kombinasikan, kombinasikan kembali minterm pada group yang satu dengan group di bawahnya.
- Pada kasus ini minterm (4, 12), Minterm (9, 11) dan minterm (12,14) sudah tidak dapat digabungkan kembali, karena tidak ada kombinasinya yang beda angka "1" nya hanya satu digit.
- Minterm gabungan yang dihasilkan adalah (8, 9, 10, 11) , (8,10,9, 11), (8, 10, 12, 14) , (10, 11, 14, 15) dan (10, 14, 11 dan 15)
- (8, 9, 10, 11) sama dengan (8,10,9, 11); (10, 11, 14, 15) sama dengan (10, 14, 11 dan 15).

List minterm3

Group	minterm	A	B	C	D	Jum 1	
	4,12	-	1	0	0	1	sudah tidak ada pasangan lagi di group bawahnya
	8,9,10,11	1	0	-	-	1	} Sama
	8,10,9,11	1	0	-	-		
	8,10, 12, 14	1	-	-	0	1	
	9,11	1	0	-	1	2	sudah tidak ada pasangan lagi di group bawahnya
	10,11,14,15	1	-	1	-	2	} Sama
	10,14,11,15	1	-	1	-	2	
	12,14	1	1	-	0	2	sudah tidak ada pasangan lagi di group bawahnya

Langkah Quine-McCluskey:

- Susun tabel minterm kembali agar lebih mudah di lihat
- Minterm (9,11) sudah ada di minterm (8,9,10,11)
- Minterm (12,14) sudah ada di minterm (10,11,14,15)

List minterm3 - penyederhanaan							
	Group	minterm	A	B	C	D	Jum 1
		4,12	-	1	0	0	1
	1	8,9,10,11	1	0	-	-	1
		8,10, 12, 14	1	-	-	0	1
		9,11	1	0	-	1	2
	2	10,11,14,15	1	-	1	-	2
		12,14	1	1	-	0	2

Sudah ada di baris 3

sudah ada di baris 2

Langkah Quine-McCluskey:

- Berikut ini adalah Tabel Minterm yang sudah tidak dapat dikombinasikan lagi, ini yang disebut sebagai Prime Implicant

List minterm3 - Prime Implicant										
Group	minterm	A	B	C	D	Jum 1				
1	4,12	-	1	0	0	1	Prime Implicant 1			
2	8,9,10,11	1	0	-	-	1	Prime Implicant 2			
	8,10, 12, 14	1	-	-	0	1	Prime Implicant 3			
3	10,11,14,15	1	-	1	-	2	Prime Implicant 4			

Langkah Quine-McCluskey:

- Dari Prime implicant yang ada, harus dicari Essential Prime implicant.
 - Pada pasangan minterm yang ada, terlihat minterm 4 pada PI1 (4,12) dan minterm 15 pada PI4 (10,14,11,15) tidak ada yang mewakili pada PI Term lainnya. Sehingga PI1 dan PI4 dapat digunakan sebagai essential PI.
 - Minterm 9 pada PI2 adalah don't care, sebaiknya tidak usah dipilih untuk menentukan Essential PI mengingat sudah tercukupinya EP dari PI1 dan PI4. (pada kasus lain jika diperlukan term don't care boleh digunakan)

Pemilihan Subset yang mewakili semua minterm fungsi boolean

PI Term	minterm	4	8	9	10	11	12	14	15
1	4,12	X					X		
2	8,9,10,11		X	X	X	X			
3	8,10, 12, 14		X		X		X	X	
4	10,11,14,15				X	X		X	X

Langkah Quine-McCluskey:

- Menentukan pasangan yang terwakili oleh Essential PI
 - Pada PI2 dan PI3, term 10 dan 11 dapat diwakili oleh Term 10 dan 11 pada PI4. Sedangkan term 12 pada PI3 dapat diwakili term 12 pada PI1.
 - Term 14 pada PI3 dapat diabaikan karena term 14 adalah don'care. Tetapi jika diperlukan pada kasus lain Don't care ini dapat dipergunakan.
- Menentukan Bagian yang tidak terwakili oleh EPI
 - Karena ada bagian PI2 dan PI3 dapat diwakili oleh Essential Prime Implicant, dan pada PI2 dan PI3 yang tidak terwakili oleh EPI manapun memiliki kesamaan, yaitu Term 8 yang terdapat baik pada PI2 dann PI3, maka PI2 dan PI3 dapat dipilih salah satu saja.
 - pada kasus ini Term 9 pada PI2 dapat diabaikan karena term 9 adalah don't care

Pemilihan Subset yang mewakili semua minterm fungsi boolean

PI Term	minterm	4	8	9	10	11	12	14	15
1	4,12	X					X		
2	8,9,10,11		X	X	X	X			
3	8,10, 12, 14		X		X		X	X	
4	10,11,14,15				X	X		X	X

Langkah Quine-McCluskey:

- Dari Tabel Term diterjemahkan PI1, PI2, PI3 dan PI4 sbb:

$$PI1 \rightarrow BC'D' \quad PI3 \rightarrow AD'$$

$$PI2 \rightarrow AB' \quad PI4 \rightarrow AC$$

- Fungsi yang dihasilkan adalah:

$$F = PI1 + PI4 + PI2 \rightarrow F = BC'D' + AC + AB'$$

Atau

$$F = PI1 + PI4 + PI3 \rightarrow F = BC'D' + AC + AD'$$

Pemilihan Subset yang mewakili semua minterm fungsi boolean

PI Term	minterm	4	8	9	10	11	12	14	15
1	4,12	X					X		
2	8,9,10,11		X	X	X	X			
3	8,10, 12, 14		X		X		X	X	
4	10,11,14,15				X	X		X	X

Ringkasan

- Karnaugh-map 5 variabel disusun dalam bentuk dua buah matriks 4×4
- Matriks pertama mewakili input 0 dari input pertama, matriks kedua mewakili input 1 dari input pertama
- Dua langkah Utama Algoritma Quine–McCluskey
 - Cari semua bilangan prima yang terkandung dalam function
 - Gunakan bilangan prima tersebut dalam sebuah untuk menemukan bilangan prima esensial dari fungsi, dan bilangan bilangan prima tersirat yang diperlukan untuk menunjang fungsi



Terimakasih

TUHAN Memberkati Anda

Teady Matius Surya Mulyana (tmulyana@bundamulia.ac.id)