



Aljabar Boolean

Pertemuan 5

Sub-CPMK

- Mahasiswa mampu mencari hasil keluaran dari suatu persamaan logika dan menyusun tabel kebenarannya (C3, A3)

Materi

- Notasi Aljabar Boolean
- Persamaan Logika
- Theorema dan Axioma



1.

Notasi Aljabar Boolean

Notasi NOT

- NOT → dilambangkan dengan bar di atas variabel “ $\bar{}$ ” atau tanda petik tunggal di sebelah kanan variabel

Contoh:

$$F = \bar{A}$$

$$F = A'$$

Jika $A = \text{TRUE}$, maka $A' = \text{NOT TRUE}$ atau $A' = \text{FALSE}$

Jika $A = \text{FALSE}$, maka $A' = \text{NOT FALSE}$ atau $A' = \text{TRUE}$

Jika $A = 1$, maka $\bar{A} = \bar{1}$ atau $\bar{A} = 0$

Jika $A = 0$, maka $\bar{A} = \bar{0}$ atau $\bar{A} = 1$

Notasi AND

- AND → dilambangkan dengan tanda titik atau bisa juga tanpa titik sama sekali.

Contoh: $F = A \bullet B$ atau $F = AB$

Notasi OR

- OR → dilambangkan dengan tanda +

Contoh : $F = A + B$



2.

Persamaan Logika

Persamaan Logika

- Fungsi Logika dapat direpresentasikan dengan suatu operasi aljabar.
- Setiap variabel pada persamaan dapat berisi nilai 0 atau 1 sebagai operand
- Operator yang digunakan pada persamaan logika merupakan operator logika
- Sejumlah input yang dioperasikan dengan operator logika akan menghasilkan suatu output.

Fungsi Logika dan Ekpresi Logika

- Fungsi logika merupakan suatu fungsi yang merepresentasikan fungsi-fungsi dari logika dengan menggunakan operator-operator Logika AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR.
- Cara menuliskan fungsi logika
 - $F(\text{vars}) = \text{expression}$
 - *Vars* \rightarrow himpunan dari variabel-variabel
 - *Expressions* \rightarrow berisi:
 - Operator (\bullet , $+$, $'$)
 - Variabel-variabel
 - Konstanta (0, 1)
 - Groupings (Parenthesis)
- contoh:
 - $F(a,b) = a' \bullet b + b'$
 - $G(x,y,z) = x \bullet (y+z')$

Prioritas Operasi

- Berbeda dengan operasi matematika biasa, operasi AND dan OR memiliki prioritas yang sama
- Untuk operator yang berbeda, maka operasi akan diprioritaskan dengan operasi yang lebih dahulu
- Prioritas didahulukan jika di apit tanda kurun
- Misal $F = A + (B+C) . D$

Maka yang akan dikerjakan dahulu adalah operasi $(B+C)$, hasilnya baru dioperasikan dengan $A + (B+C)$ kemudian terakhir baru dioperasikan dengan $A + (B+C) . D$



3.

Theorema dan Aksioma

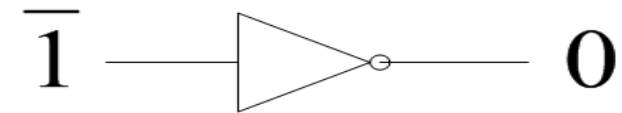
Aljabar Boolean dengan manipulasinya

- Manipulasi Aljabar Boolean mengikuti aksioma dasar, hukum komutatif, asosiatif dan distributif serta teorema-teorema yang akan dibahas pada pembahasan ini.

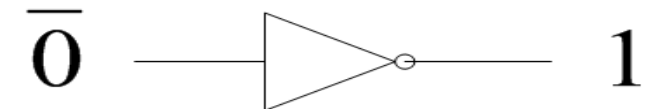
Axioma Dasar Operator NOT

A	\bar{A}
0	1
1	0

➤ $\bar{1} = 0$



➤ $\bar{0} = 1$



Axioma Dasar Operator AND

A	B	$A \bullet B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

➤ $1 \bullet 1 = 1$

➤ $0 \bullet 0 = 0$

➤ $0 \bullet 1 = 0$

➤ $1 \bullet 0 = 0$

Theorema

➤ $A \bullet 1 = A \rightarrow$ Unit Axioma

➤ $A \bullet 0 = 0 \rightarrow$ zero property

➤ $A \bullet A = A \rightarrow$ Idepotence

➤ $A \bullet \bar{A} = 0 \rightarrow$ Complement

Teorema Dasar untuk AND

Untuk setiap nilai bilangan biner:

- Jika suatu nilai di AND dengan nilai yang sama, hasilnya adalah **nilai tersebut**
- Jika suatu nilai di AND kan dengan 1 maka hasilnya adalah **nilai tersebut**
- Jika suatu nilai di AND kan dengan 0, hasilnya sudah pasti **0**
- Jika suatu nilai di AND kan dengan invers nilai tersebut, hasilnya adalah **0**

Axioma Dasar Operator OR

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

➤ $1 + 1 = 1$

➤ $0 + 1 = 1$

➤ $1 + 0 = 1$

➤ $0 + 0 = 0$

Theorema

➤ $A + 1 = 1 \rightarrow$ Unit Property

➤ $A + 0 = A \rightarrow$ zero axioma

➤ $A + \bar{A} = A \rightarrow$ Idepotence

➤ $A + \bar{A} = 1 \rightarrow$ Complement

Teorema Dasar untuk OR

Untuk setiap nilai bilangan biner:

- Jika suatu nilai di OR dengan nilai yang sama, hasilnya adalah **nilai tersebut**
- Jika suatu nilai di OR kan dengan 1 maka hasilnya adalah **1**
- Jika suatu nilai di OR kan dengan 0, hasilnya adalah **nilai tersebut**
- Jika suatu nilai di OR kan dengan invers nilai tersebut, hasilnya adalah **1**

Hukum Komutatif

- Untuk dua buah input dari operasi AND maupun operasi OR, keduanya memiliki hasil yang sama dengan kebalikan dari urutan operand nya

$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

Hukum Asosiatif

- hasil sum dari 3 komponen, jika diubah letak komponennya maka hasilnya akan tetap sama
- hasil product dari 3 komponen, jika diubah letak komponennya maka hasilnya akan tetap sama

Hukum Distributif

Perkalian dapat didistribusikan pada penjumlahan demikian juga dengan penjumlahan dapat didistribusikan pada perkalian

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

Teorema DeMorgan

- komplemen dari hasil penjumlahan akan sama dengan hasil perkalian dari masing masing komplemen.

$$\overline{A + B} = \bar{A} \bullet \bar{B}$$

$$\overline{A + B + C} = \bar{A} \bullet \bar{B} \bullet \bar{C}$$

- komplemen dari hasil perkalian akan sama dengan hasil penjumlahan dari masing masing komplemen.

$$\overline{A \bullet B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A \bullet B \bullet C} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$

Ilustrasi Teorema DeMorgan

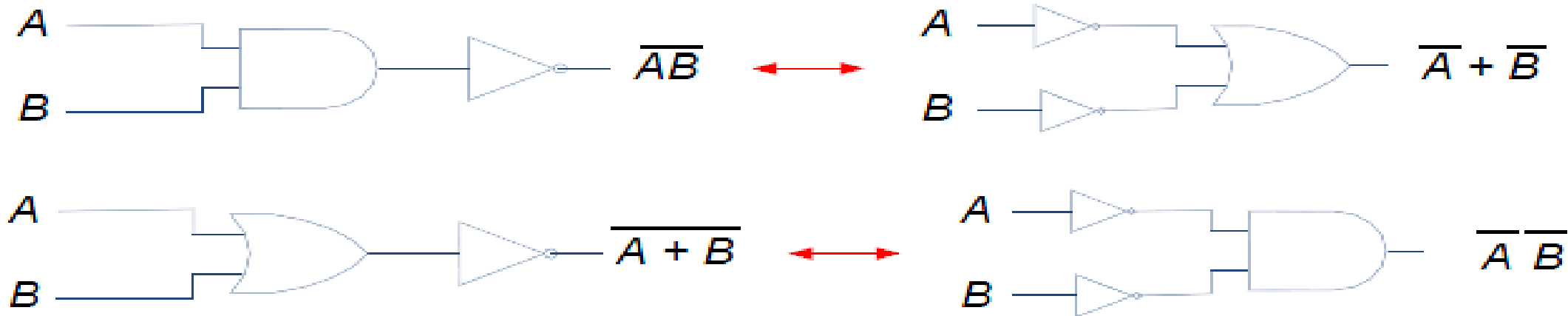


Figure 3.3: Circuit equivalence using DeMorgan's theorem.

Ringkasan

- Operator NOT dilambangkan dengan bar di atas variabel “ $\bar{}$ ” atau tanda petik tunggal di sebelah kanan variabel
- Operator AND dilambangkan dengan tanda titik atau bisa juga tanpa titik sama sekali.
- Operator OR dilambangkan dengan tanda +
- Fungsi logika merupakan suatu fungsi yang merepresentasikan fungsi-fungsi dari logika dengan menggunakan operator-operator Logika AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR, XNOR.
- Berbeda dengan operasi matematika biasa, operasi AND dan OR memiliki prioritas yang sama



Terimakasih

TUHAN Memberkati Anda

Teady Matius Surya Mulyana (tmulyana@bundamulia.ac.id)