

Wiederholung für das Abitur im Fach Mathematik

Kurvendiskussion

Übersicht

1. Definitionsbereich:
2. Symetrie:
 - (a) Achsensymmetrie: $f(x) = f(-x)$
 - (b) Punktsymmetrie: $f(-x) = -f(x)$
3. Achsenschnittpunkt:
 - (a) y-Achse: $f(0)$
 - (b) x-Achse/Nullstellen: $f(x) = 0$
4. Extrempunkte:
 - (a) Notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$
 - (b) Hinreichende Bedingung: $f'(x) = 0 \ \& \ f''(x) \neq 0$
 - (c) Hochpunkt: $f''(x) < 0$
 - (d) Tiefpunkt: $f''(x) > 0$
5. Wendepunkte:
 - (a) Notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$
 - (b) Hinreichende Bedingung: $f''(x) = 0 \ \& \ f'''(x) \neq 0$
 - (c) Links-Rechts-Wendepunkt: $f'''(x) < 0$
 - (d) Rechts-Links-Wendepunkt: $f'''(x) > 0$

6. Sattelpunkt:

- (a) Notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$
- (b) Hinreichende Bedingung: $f''(x) = 0$

Nullstellen

PQ-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - Q}$$

Quadratische Ergänzung

binomische Formeln:

- 1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

Wendepunkte

- 1. Notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$
- 2. Hinreichende Bedingung: $f'''(x) \neq 0 \rightarrow \text{rechts-links-Wendepunkt}$
- 3. Einsetzen in f(x): $f(x) = a$

Vektoren

Skalarprodukt

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_3$$

Wenn das Skalarprodukt:

- $= 0$ ist \rightarrow Die Vektoren liegen **orthogonal** zueinander/ 90°
- $\neq 0$ ist \rightarrow Die Vektoren liegen **nicht** orthogonal zueinander

Lage zweier Geraden zueinander bestimmen

Mittelpunkt einer Geraden bestimmen

$$\vec{m} = \frac{1}{2} * (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} * \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \\ x_3 + y_3 \end{pmatrix}$$

Längenformel eines Vektors

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Beispiel:

$$\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

Punktprobe

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + k * \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 * k = c_1 \\ a_2 + b_1 * k = c_2 \\ a_3 + b_1 * k = c_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = x \\ k = y \\ k = z \end{cases}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + k * \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 23 \\ -34 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -2 + 2 * k = -12 \\ 3 - 5 * k = 23 \\ 1 + 7 * k = -34 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ k = -4 \\ k = -5 \end{cases}$$

Stochastik

Empirische Standardabweichung

$$\bar{s} = \sqrt{p_1 \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + p_2 \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + p_3 \cdot (x - \bar{x})^3 + \dots}$$

Erwartungswert

$$E(x) = 1 \cdot P(X = 1) + 2 \cdot P(X = 2) + 3 \cdot P(X = 3) + \dots$$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

$$\text{binomPDF: } P(X = Y) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

binomCDF: $P(X \leq Y) = p(x = y) + p(x = y - 1) + \dots + p(x = y - y)$

Vier-Felder-Tafel

	B	\overline{B}	
A	Wahrscheinlichkeit AB	Wahrscheinlichkeit $A\overline{B}$	Wahrscheinlichkeit A
\overline{A}	Wahrscheinlichkeit $\overline{A}B$	Wahrscheinlichkeit $\overline{A}\overline{B}$	Wahrscheinlichkeit \overline{A}
	Wahrscheinlichkeit B	Wahrscheinlichkeit \overline{B}	1

Beispiel:

	B	\overline{B}	
A	0.21	0.49	0.7
\overline{A}	0.06	0.24	0.3
	0.27	0.73	1

Sigma-Regeln

Intervalle abschätzen für sigma

90

Erwartungswert

$$\mu = n \cdot p$$

Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

Sigma-Regeln anwenden

1. Gegeben: n, p
2. $\mu = n \cdot p$
3. $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \rightarrow$ Wenn $\sigma \geq 3$ ist:
 - (a) $1.64 \cdot \sigma = d$
 - (b) $\mu - d \leq X \leq \mu + d$

- (c) $P(\mu + d(\text{aufrunden}) < X < \mu + d(\text{abrunden}))$
- (d) $P(\mu + d(\text{abrunden}) < X < \mu + d(\text{aufrunden}))$
- (e) Hinweis: Dies kann mit dem binomCDF befehl des CAS berechnet werden.
- (f) Das Ergebnis welches am nächsten über 0.9 liegt ist das bessere Ergebnis

Beispiel:

1. Gegeben: $n = 920$, $p = 58$
2. $\mu = 920 \cdot 0.58 = 533.6$
3. $\sigma = \sqrt{920 \cdot 0.58 \cdot (0.42)} = 14.9703 \rightarrow$ Wenn $\sigma \cdot 3$ ist:
 - (a) $1.64 \cdot 14.9703 = 24.5513$
 - (b) $533.6 - 24.5513 \leq X \leq 533.6 + 24.5513 \rightarrow 509.0487 \leq X \leq 558.1513$
 - (c) $P(510 < X < 558) = 0.8982$
 - (d) $P(509 < X < 559) = 0.9114$
 - (e) \rightarrow Das richtige Ergebnis ist $P(509 \leq X \leq 559)$

Bearbeitung einer Textaufgabe in der Klausur

1. $f(x)$ $f'(x)$ $f''(x)$ $f'''(x)$ hinschreiben und im CAS definieren
2. Wofür steht x bzw. t , Wofür steht $f(x)$ bzw. $A(t) \rightarrow$ Was bedeutet $f'(x)$ bzw. $A'(x)$
3. Teilaufgaben genau lesen: Ist x **gegeben** oder **gesucht**? Ist $f(x)$ **gegeben** oder **gesucht**?