

贷款风险评估的数学模型

陈杰 复旦大学数学科学学院 200437

本课题由复旦大学数学科学学院国家理科基地大学生能力培养子项目资助。
指导老师：复旦大学数学科学学院讲师许亚善。

【文章摘要】

本文对贷款风险评估建立了数学模型，主要采用模糊数学和层次分析法。首先确定评价中的财务指标和非财务指标。然后建立隶属度函数把数据量化处理，并把风险归为五类，根据模糊判断确定数据归属于哪类风险。接着对各个指标进行权重计算，采用了层次分析法，通过两两比较得到相应的权重大小。最后进行了综合计算，判断贷款的风险。

【关键词】

数学模型；模糊数学；层次分析法

经历了金融危机后，贷款风险分析研究在国际上取得广泛的关注。商业银行贷款项目一般存在贷款金额大和风险较高等特点，因此商业银行银行必须对贷款项目进行严格的科学评估。国际上目前普遍流行五级分类法。即把贷款风险分为“正常”、“关注”、“次级”、“可疑”、“损失”五类进行评估。

对于商业银行而言，经营中的三个基本原则是“安全性、效益型、流动性”。因此银行首先要求企业提供财务报表数据进行分析，了解企业的经营效益，从而确认该企业是否可依靠自身的经营来归还银行的贷款。其次还要对各个非财务指标进行评定，从而综合评价贷款的风险。

目前我国商业银行在贷款风险等级评定中存在指标过于主观化，依赖定性缺少定量等问题，因此，研究如何科学地建立贷款风险评估模型显得很有现实意义。

一、模型假设

1、审贷分离，贷款决策人和申请贷款的企业负责人并不认识。

2、企业提供的财务报表真实有效。

3、金融市场稳定，没有明显的通货膨胀或通货紧缩，利率，贴现率，同业拆借率稳定。

二、变量说明

u：财务指标评价， α ：财务指标权重，v：非财务指标评价， β ：非财务指标权重

u1：偿债能力评价， α 1：偿债能力权重，u2：收益质量评价， α 2：收益质量权重

u3：盈利能力评价， α 3：盈利能力权重，u4：营运能力评价， α 4：营运能力权重

u5：资本结构评价， α 5：资本结构权重，v1：行业风险评价， β 1：行业风险权重

v2：担保抵押评价， β 2：担保抵押权重，u11：流动比率评价， α 11：流动比率权重

u12：速动比率评价， α 12：速动比率权重，u13：产权比率评价， α 13：产权比率权重

u14：归属母公司股东的权益 / 负债合计评价， α 14：归属母公司股东的权益 / 负债合计权重，u15：息税折旧摊销前利润 / 负债合计评价， α 15：息税折旧摊销前利润 / 负债合计权重，u16：经营活动产生的现金流量净额 / 负债合计评价， α 16：经营活动产生的现金流量净额 / 负债合计权重，u17：已获利息倍数评价， α 17：已获利息倍数权重

u21：经营活动净收益 / 利润总额(%)评价， α 21：经营活动净收益 / 利润总额(%)权重

u22：价值变动净收益 / 利润总额(%)评价， α 22：价值变动净收益 / 利润总额(%)权重

u23：营业外收支净额 / 利润总额(%)评价， α 23：营业外收支净额 / 利润总额(%)权重

u24：扣除非经常损益后的净利润 / 净利润(%)评价

α 24：扣除非经常损益后的净利润 / 净利润(%)权重

u31：销售毛利率(%)评价， α 31：销售毛利率(%)权重

u32：销售净利率(%)评价， α 32：销

售净利率(%)权重

u33：净资产收益率(ROE)(%)评价， α 33：净资产收益率(ROE)(%)权重

u34：总资产净利率(ROA)(%)评价， α 34：总资产净利率(ROA)(%)权重

u41：存货周转率(次)评价， α 41：存货周转率(次)权重

u42：应收账款周转率(次)评价， α 42：应收账款周转率(次)权重

u43：流动资产周转率(次)评价， α 43：流动资产周转率(次)权重

u44：固定资产周转率(次)评价， α 44：固定资产周转率(次)权重

u45：总资产周转率(次)评价， α 45：总资产周转率(次)权重

u51：资产负债率(%)评价， α 51：资产负债率(%)权重

u52：权益乘数评价， α 52：权益乘数权重

u53：流动资产 / 总资产(%)评价， α 53：流动资产 / 总资产(%)权重

u54：非流动资产 / 总资产(%)评价， α 54：非流动资产 / 总资产(%)权重

u55：流动负债 / 负债合计(%)评价， α 55：流动负债 / 负债合计(%)权重

u56：非流动负债 / 负债合计(%)评价， α 56：非流动负债 / 负债合计(%)权重

三、模型建立

1、企业评价指标确定

1.1 财务指标评价

偿债能力：

①流动比率 = 流动资产合计 / 流动负债合计

②速动比率 = (流动资产 - 存货 - 待摊费用) / 流动负债总额

③产权比率 = 负债总额 / 所有者权益总额

④归属母公司股东的权益 / 负债合计

⑤息税折旧摊销前利润 / 负债合计

⑥经营活动产生的现金流量净额 / 负债合计

⑦已获利息倍数 = 息税前利润 / 利息费用

收益质量：

①经营活动净收益 / 利润总额(%)

②价值变动净收益 / 利润总额(%)

③营业外收支净额 / 利润总额(%)

④扣除非经常损益后的净利润 / 净利润(%)

盈利能力:

① 销售毛利率(%)=(营业收入-营业成本)/营业收入×100%

② 销售净利率(%)=净利润/销售净额×100%

③ 净资产收益率(ROE)(%)=净利润/平均股东权益×100%

④ 总资产净利率(ROA)(%)=净利润/平均资产总额×100%

营运能力:

① 存货周转率(次)=销货成本/平均存货余额

② 应收账款周转率(次)=赊销收入/平均应收账款

③ 流动资产周转率(次)=主营业务收入净额/平均流动资产总额×100%

④ 固定资产周转率(次)=主营业务收入净额/平均固定资产总额×100%

⑤ 总资产周转率(次)=主营业务收入净额/平均资产总额×100%

资本结构:

① 资产负债率(%)=(负债总额/资产总额)×100%

② 权益乘数=资产总额/股东权益总额

③ 流动资产/总资产(%)

④ 非流动资产/总资产(%)

⑤ 流动负债/负债合计(%)

⑥ 非流动负债/负债合计(%)

1.2 非财务指标评价

行业风险状况

担保抵押情况

2、权重的确定

采用层次分析法(AHP)。层次分析法可以将无法量化的风险按照大小排除顺序,把它们区别开来。该方法强调人的思维判断在决策过程中的作用,通过一定的模式使决策思维过程规范化,它使用定性因素与定量因素相结合,特别是定性因素起主导作用的问题。

先对两个指标*i*和*j*评分。定义如下

1 *i*因素与*j*因素同样重要

3 *i*因素比*j*因素略重要

5 *i*因素与*j*因素较重要

7 *i*因素与*j*因素重要得多

9 *i*因素与*j*因素重要得很多

2, 4, 6, 8 *i*与*j*两因素重要性比较结果处于以上结果的中间

*j*与*i*两因素重要性比较结果是*i*与*j*两因素重要性比较结果的倒数

在层次结构模型作出以后,评价者根据自己的知识经验和判断,从第一个准则层开始向下,通过两两比较,孰轻孰重的标准,逐步确定各层诸因素相对于上一层各因素的重要性权数。在次基础上,构造判断矩阵,求出该矩阵的最大特征根及其对应的特征向量,确定权重。由于层次分析法用的是两两比较,所以会出现判断不一致的情况。因此需要对判断矩阵惊醒一致性检验。一般认为,当 $\frac{C_r}{C_r} < 0.1$,可以认为判断矩阵的

一致性达到要求。其中 $C_r = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}$,CR是随机性指标,n是判断矩阵的阶数, λ_{\max} 是判断矩阵的最大特征值。

3、模糊评价模型的确定

(1)行业财务指标的分类。本文通过比较分析一家企业在其所在的行业的地位来衡量贷款风险性。首先收集某一行业所有企业的财务数据,对于每一个指标进行分类处理,从而判断企业的财务指标数据在其行业所处的位置。例如对于一个企业财务指标中偿债能力的“流动比率”进行分析。首先收集该企业所在的行业2006~2008年所有公司的“流动比率”数据。然后每一年的数据从小到大进行排序,由于存在“厚尾”现象,即某些数据会过大或过小,所以剔除最小的几个和最大的几个,对余下的数据按数量平均分为五类(这里采用国际通用的五级分类)。每一类求出平均值,得到2006~2008年在五类不同标准下的平均值,再进一步计算各类标准的平均值和标准差,平均值记为 $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2, \bar{\mu}_3, \bar{\mu}_4, \bar{\mu}_5$,标准差记为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$ 。

(2)隶属度函数的确定。若在研究的范围中的任一元素*x*,都有一个数*A*(*x*)∈[0, 1]与之对应,则*A*(*x*)称为*x*对*A*的隶属度。隶属度函数是对受多种因素影响的事物做出全面评价的一种十分有效的多因素决策方法,其特点是评价结果不是绝对的肯定或否定,而是以一个模糊集合来表示。

本文将评价集分为五个集合*A*, *B*, *C*, *D*, *E*。

$A: \bar{\mu}_1, \sigma_1 \quad B: \bar{\mu}_2, \sigma_2 \quad C: \bar{\mu}_3, \sigma_3 \quad D: \bar{\mu}_4, \sigma_4 \quad E: \bar{\mu}_5, \sigma_5$

若有*x*: μ, σ

隶属度函数定义:

$$f(x, A) = e^{-\frac{(\mu - \bar{\mu}_1)^2}{\sigma_1^2}} \quad \text{反映 } x \text{ 和 } A \text{ 集合的接近程度}$$

$$f(x, B) = e^{-\frac{(\mu - \bar{\mu}_2)^2}{\sigma_2^2}} \quad \text{反映 } x \text{ 和 } B \text{ 集合的接近程度}$$

$$f(x, C) = e^{-\frac{(\mu - \bar{\mu}_3)^2}{\sigma_3^2}} \quad \text{反映 } x \text{ 和 } C \text{ 集合的接近程度}$$

$$f(x, D) = e^{-\frac{(\mu - \bar{\mu}_4)^2}{\sigma_4^2}} \quad \text{反映 } x \text{ 和 } D \text{ 集合的接近程度}$$

$$f(x, E) = e^{-\frac{(\mu - \bar{\mu}_5)^2}{\sigma_5^2}} \quad \text{反映 } x \text{ 和 } E \text{ 集合的接近程度}$$

(3)模糊判断。这里采用最大隶属度原则。即对于一个*x*,

比较 $f(x, A), f(x, B), f(x, C), f(x, D), f(x, E)$, 选出最大一个,认为*x*属于这个集合

(4)指标评价结果的计算。首先对*A*, *B*, *C*, *D*, *E*集合赋上数值,分别为1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2

记作*g*(*i*), $g(A)=1.0, g(B)=0.8, g(C)=0.6, g(D)=0.4, g(E)=0.2$

对于某个指标评价结果的计算就是*g*(*i*)记为 u_{ij}

(5)综合评价结果的计算

$u \times \alpha + v \times \beta$ 其中 $\alpha + \beta = 1$

$$u = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5) \times (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)^T \quad \sum_{i=1}^5 \alpha_i = 1$$

$$v = (\nu_1, \nu_2) \times (\beta_1, \beta_2)^T \quad \beta_1 + \beta_2 = 1$$

$$\mu_1 = (\mu_{11}, \mu_{12}, \dots, \mu_{17}) \times (\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{17})^T \quad \sum_{i=1}^7 \alpha_{1i} = 1$$

$$\mu_2 = (\mu_{21}, \mu_{22}, \dots, \mu_{24}) \times (\alpha_{21}, \alpha_{22}, \dots, \alpha_{24})^T \quad \sum_{i=1}^4 \alpha_{2i} = 1$$

$$\mu_3 = (\mu_{31}, \mu_{32}, \dots, \mu_{34}) \times (\alpha_{31}, \alpha_{32}, \dots, \alpha_{34})^T \quad \sum_{i=1}^4 \alpha_{3i} = 1$$

$$\mu_4 = (\mu_{41}, \mu_{42}, \dots, \mu_{45}) \times (\alpha_{41}, \alpha_{42}, \dots, \alpha_{45})^T \quad \sum_{i=1}^5 \alpha_{4i} = 1$$

$$\mu_5 = (\mu_{51}, \mu_{52}, \dots, \mu_{58}) \times (\alpha_{51}, \alpha_{52}, \dots, \alpha_{58})^T \quad \sum_{i=1}^8 \alpha_{5i} = 1$$

实证分析

本文对武汉健民(600976)在医药行业进行分析。通过wind咨询,收集了武汉健民及其所在的医药行业2005, 2006, 2007, 2008四年的财务数据

这里以财务指标偿债能力中的流动比率为例

	2005	2006	2007	2008
$\bar{\mu}_1$	0.677653	0.637395	0.645258	0.578753
$\bar{\mu}_2$	0.980279	0.991721	1.014537	1.020526
$\bar{\mu}_3$	1.249572	1.250472	1.2937	1.319289
$\bar{\mu}_4$	1.701216	1.625726	1.767984	1.956605
$\bar{\mu}_5$	3.819268	3.181774	3.452979	4.655126
武汉健民	2.2412	2.3897	3.8308	1.8825
$\bar{\mu}_1, \sigma_1$	0.634764	0.041206	$f(x, E)$	0.008893
$\bar{\mu}_2, \sigma_2$	1.001766	0.018953	$f(x, D)$	0.03788
$\bar{\mu}_3, \sigma_3$	1.278258	0.034239	$f(x, C)$	0.115947
$\bar{\mu}_4, \sigma_4$	1.762883	0.141621	$f(x, B)$	0.506682
$\bar{\mu}_5, \sigma_5$	3.777287	0.640879	$f(x, A)$	0.531146
$x: \bar{\mu}, \sigma$	2.58605	0.856711		

通过最大隶属度原则,得知*x*与*A*集合最接近, $g(A)=1$

	$\bar{\mu}_1$	$\bar{\mu}_2$	$\bar{\mu}_3$	$\bar{\mu}_4$	$\bar{\mu}_5$	$\bar{\mu}_{1A}$	$\bar{\mu}_{1B}$
平均值	0.91	0.891	0.884	0.934	0.883	0.843	0.793

随机性 CR 指标数值											
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CR	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51

四、权重的计算

使用层次分析法,例如对医药行业的偿债能力权重进行分析。首先利用前面的模型得到偿债能力的7个指标评价结果,对这些结果取平均值。然后分别用这7个指标与这个平均值线性回归,各个指标与平均值的标准化系数。结果如下

然后构造判断矩阵,定义判断矩阵中的元素,由标准化系数的两两比值确定。

1 $\frac{x_1}{x_j} = 1$	4 $\frac{x_1}{x_j} \in (1.14, 1.21]$
2 $\frac{x_1}{x_j} \in (1.1, 1.07]$	5 $\frac{x_1}{x_j} \in (1.21, 1.28]$
3 $\frac{x_1}{x_j} \in (1.07, 1.14]$	6 $\frac{x_1}{x_j} \in (1.28, 1.35]$

从而得到判断矩阵

1	2	2	0.5	2	3	4
0.5	1	2	0.5	2	2	3
0.5	0.5	1	0.5	2	2	3
2	2	2	1	2	3	4
0.5	0.5	0.5	0.5	1	2	3
0.33	0.5	0.5	0.33	0.5	1	2
0.25	0.33	0.33	0.25	0.33	0.5	1

一致性检验,由MATLAB计算特征值及特征向量。

$$c_l = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{7.2221 - 7}{7 - 1} = 0.037, c_r = 1.32$$

$$\frac{c_l}{c_r} = 0.028 < 0.1 \text{ 符合一致性检验}$$

由特征向量可以推算权重

则 $\alpha_{11}=0.22, \alpha_{12}=0.16, \alpha_{13}=0.13, \alpha_{14}=0.26, \alpha_{15}=0.11, \alpha_{16}=0.07, \alpha_{17}=0.05$

五、综合评价

计算武汉健民的综合评价

$$u \times \alpha + v \times \beta$$

$$= (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) \times (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5) T \times \alpha + (v_1, v_2) \times (\beta_1, \beta_2) T \times \beta$$

$$= (0.914, 0.55, 0.4, 0.816, 0.856) \times (0.27, 0.17, 0.41, 0.03, 0.12) T \times 0.8 + (0.8, 0.8) \times (0.4, 0.6) T \times 0.2$$

$$= 0.63148 \times 0.8 + 0.8 \times 0.2 = 0.665148$$

665148

【参考文献】

1. 薛峰 柯孔林. 粗糙集—神经网络系统在商业银行贷款五级分类中

的应用 系统工程理论与实践[J]2008年1月第1期

2. 姜灵敏. 基于模糊识别的商业银行贷款安全评判 科技管理研究[J]2006年第11期

3. 童中文 何建敏 王新. 中国进出口银行企业信贷风险模糊综合评价 系统管理学报[J]2008年6月第17卷第3期

4. Ohlson J. Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy[J]. Journal of Accounting Research, 1980, 18(1): 109-131.

5. Beaver W H. Market prices, financial ratios, and the prediction of failure [J]. Journal of Accounting Research, 1968 (6): 179-192.

接26页

急于拓展业务而忽略成本控制,对租金价格、租赁面积、租赁后续风险等其他事项往往不会全面统筹考虑。

二、解决商业银行营业网点租赁价格偏高的对策

综上所述,商业银行营业网点租赁价格偏高的成因复杂,既有外部原因又有内部原因,既有体制原因也有管理原因。笔者认为,要解决商业银行营业网点租赁价格偏高的问题,就必须打破原有的思维方式,改变原有的自行组织调查和谈判的操作习惯,将网点租赁社会化,银行将网点的选址、租赁价格的谈判委托三家以上中介机构办理,对中介机构选出的网点租赁备选房产、租赁价格实行集中采购,从中选择网点位置、面积、价格等最优的房产。

网点租赁社会化的具体做法和操作流程如下:

(一) 银行组成调查小组,通过调查了解租赁网点选址的大致路段房产租赁情况,根据调查情况确定网点选址路段、租赁期限、租赁面积、租赁价格的区间等。初步确定标的物范围,租赁价格上限,据此组织下一步的集中采购。

(二) 银行公开发布信息征集房屋租赁中介机构,并通过一定程序选定三家

以上的房屋租赁中介机构作为候选供应商,避免一家独揽可能存在的与出租方串通提高租赁价格的弊端,同时通过房屋租赁中介机构之间的相互竞争,降低网点租赁成本。

(三) 银行将确定网点选址路段、租赁期限、租赁面积、租赁价格的上限及其他条件提供给已确定为候选供应商的房屋租赁中介机构。为鼓励中介机构积极谈判努力降低租金成本,银行事先订立相关奖励条款,约定中标的租赁房产,中介机构与出租方谈判确定租赁价格低于银行租赁价格的上限的,按照节约租金一定的比例以累进方式计付中介机构手续费给中介机构,节约得越多,计付的标准就越高。通过这样提高中介公司价格谈判的积极性,达到降低租赁价格、节约租赁成本的目的。

(四) 房屋租赁中介机构根据银行要求的条件各自进行选址,与出租方进行租赁期限、租赁价格等谈判,每家机构可以选定多处备选的租赁房产。银行事先应要求中介机构与出租方谈判时,只能告知出租方租赁房产的用途,不能事先向出租方透露承租方为银行,以避免出租方因为承租方为银行就漫天要价。

(五) 房屋租赁中介机构将选定的

备选租赁房产的地址、面积、租赁期限、租赁价格等提供给银行,银行实施集中采购程序,从备选租赁房产选定位置、面积、价格等最优的房产。

笔者认为,商业银行通过上述办法进行银行网点租赁的集中采购,一方面可以利用社会资源,大大拓宽供应信息和供应渠道,改变了过去市场信息严重不足而导致盲目决策的弊端,另一方面利用中介机构相互之间的竞争关系,可以进一步降低租赁成本,避免银行经办人员谈判不专业导致的租赁价格偏高现象,同时也可避免出租方认为承租方是银行,就抬高房屋租赁价格的现象;更重要的是通过社会化的公开操作,能有效地控制乃至杜绝银行经办人员可能出现的个人道德行为。因此,网点租赁社会化是解决商业银行营业网点租赁价格偏高的有效之策。

【作者简介】

郭泳红,女,1964年8月生,籍贯广东省鹤山市,现任职于建设银行广州审计分部,是注册会计师非执业会员,职称:审计师,专业技术资格:经济师。