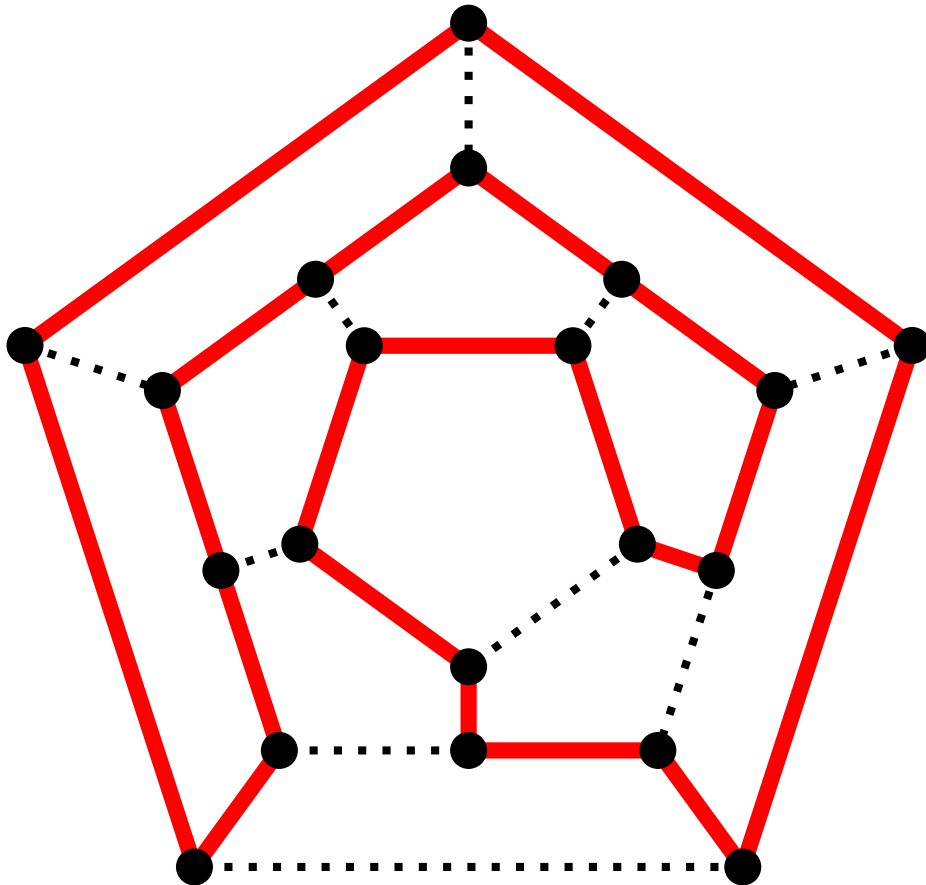


Les algorithmes



CS IRL

Computer Science In Real Life

À propos de ce document

- ▶ © 2011-2012 membres du projet CS IRL. Tous droits réservés.
- ▶ CS IRL est un **projet libre et ouvert** : vous pouvez copier et modifier librement les ressources de ce projet sous les conditions données par la CC-BY-SA (en bref, vous pouvez diffuser et modifier ces ressources à condition que vous donniez les mêmes droits aux utilisateurs de vos copies).
- ▶ La page web du projet est ici : <http://www.loria.fr/~quinson/Mediation/CSIRL/>
- ▶ Les sources des ressources du projet sont entre autres ici : <http://github.com/jcb/CSIRL>
- ▶ Si vous le souhaitez, vous pouvez nous joindre ici : discussions@listes.nybi.cc

Crédits image

P1 : Chemin hamiltonien par Ch. Sommer, licence GFDL/CC-BY-SA http://en.wikipedia.org/wiki/File:Hamiltonian_path.svg

P4 : Computer Science Major : CC-BY-NC <http://abstrusegoose.com/206>

P16 : Electric City par Mathias M, licence CC-BY-SA http://www.flickr.com/photos/mathias_m/342535332/

Computer Science IRL – Informatique sans ordinateur

Présentation du projet

CS IRL ? Qu'est ce que c'est ?

- ▶ Des activités présentant les bases de l'informatique, mais sans ordinateur
 - ▶ Pour chaque activité, un support matériel est proposé pour permettre d'*apprendre avec les mains*
 - ▶ Les activités sont rangées en séances cohérentes et progressives
- 🔍 Computer Science In Real Life : Computer Science est la science informatique en anglais, tandis que IRL est l'abréviation utilisée sur internet pour décrire la vraie vie, ce qui n'est pas sur internet.

Les séances existantes dans la série

- ▶ **Les algorithmes** : Qu'est ce qu'un algorithme ? Et une heuristique ? À quoi ça sert ?
- ▶ **Codes et représentations** : Comment les ordinateurs codent et manipulent les données (*à venir*)
- ▶ **Turzzle** : puzzle de programmation sans ordinateur (*à venir*)

Objectif de la séance algorithmique

- ▶ Expliquer ce qu'est un algorithme et à quoi ça sert quand on veut utiliser un ordinateur
 - ▶ Montrer un aspect du travail d'un informaticien, et de celui d'un chercheur en informatique
 - ▶ La durée envisagée est d'une heure et demi ou deux heures.
 - ▶ Ce n'est donc pas un cours complet sur l'algorithmique, qui nécessite 25 à 50h au minimum.
Cours pour aller plus loin (en 48h) : <http://www.loria.fr/~quinson/Teaching/TOP/>
- 🔍 Si vous êtes l'animateur, vous trouverez des conseils et des astuces dans le coin de l'animateur en page 17.

Matériel nécessaire pour cette séance

- ▶ Des clous, dont un coloré
- ▶ Des petites planches de tailles différentes
- ▶ Des legos : cinq couleurs, avec à chaque fois deux pièces **2 × 2** et une pièce **4 × 2**
- ▶ Une planche avec des clous plantés (mais qui dépassent) ; Une cordelette et un marqueur

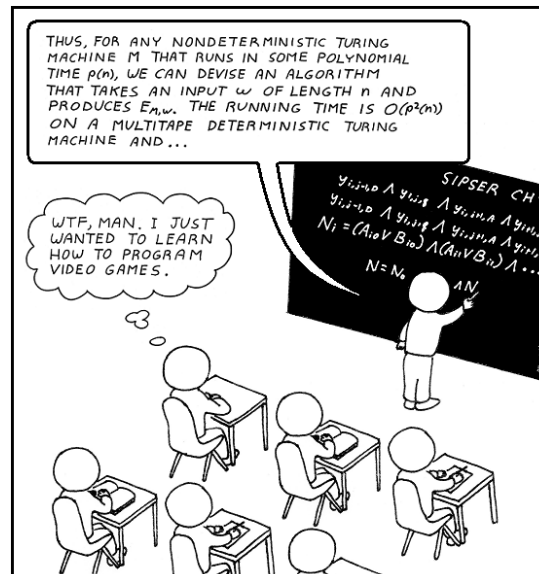
Computer Science IRL – La séance algorithmique

Introduction : les principales caractéristiques d'un ordinateur

- ▶ Il est très **rapide** : il peut calculer de 1 à 1 million en moins d'une seconde
- ▶ Il est parfaitement **obéissant** : il fait tout le temps exactement ce qu'on lui demande
- ▶ Il est absolument **stupide** : il exécute les ordres qu'on lui donne, sans la moindre capacité d'initiative.
 - ▶ Par exemple, si on demande à un ordinateur de s'arrêter, il le fait. . .
 - ▶ Autre exemple, quand j'indique à des amis comment venir chez moi, je leur donne des indications comme "troisième à droite" ou "à gauche au 2ième feu". Si je me trompe dans mes indications ("à gauche" au lieu de "à droite") et que cela les ferait prendre l'autoroute à contre-sens, mes amis vont faire preuve de sens commun et ne pas appliquer la consigne. Les ordinateurs n'ont **aucun** sens commun.
 - ▶ Bug (n.m.) : consigne erronée donnée par un humain et appliquée bêtement par une machine.

Le travail d'un informaticien

- ▶ Se faire obéir d'un serviteur aussi stupide qu'un tas de fil demande un peu d'organisation
- ▶ Pour décomposer suffisamment les tâches à réaliser, il réfléchit à **comment** faire
(un peu comme un cycliste qui descendrait du vélo pour se regarder pédaler afin d'expliquer ensuite comment faire)
- ▶ Pour chaque problème, il faut d'abord définir :
 - ▶ la situation initiale : le point de départ du problème
 - ▶ les opérations possibles : ce que j'ai le droit de faire pour faire évoluer la situation
 - ▶ la situation finale : ce vers quoi je veux tendre, l'état du problème quand je l'ai résolu



Activité : le jeu de Nim

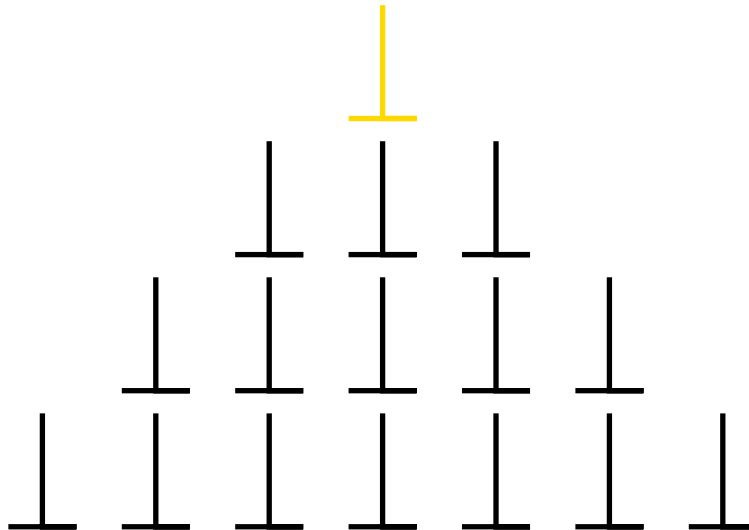
Voici un premier petit jeu simple, pour rentrer dans le sujet.

Matériel

- ▶ 15 clous identiques
- ▶ 1 clou différencié (ou une vis)

Règle du jeu

- ▶ Chaque joueur prend tour à tour soit 1 soit 2 soit 3 clous
- ▶ Celui qui prend le dernier clou a gagné



Ce qu'il faut retenir du jeu de Nim

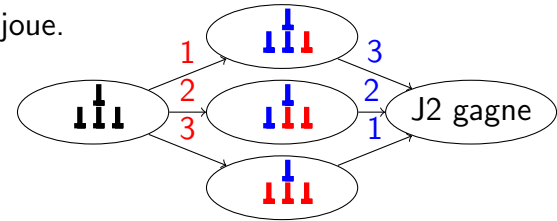
L'intérêt majeur de ce jeu est qu'il est sans suspense (voire, sans intérêt ;)

- ▶ Celui qui commence (J1) perd, car il existe un truc pour que J2 gagne à tous les coups
- ▶ **Stratégie gagnante** : Laisser 4, 8, 12 ou 16 clous à l'adversaire (un multiple de 4)

Se convaincre de l'efficacité de la stratégie gagnante

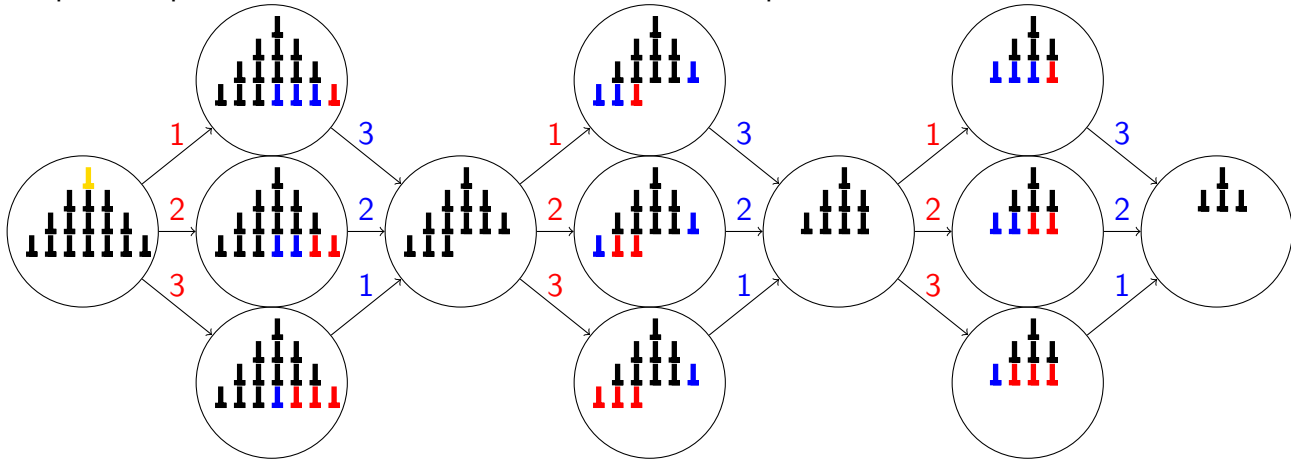
Prenons le dernier tour comme exemple. Il reste 4 clous, et J1 joue.

- ▶ Si J1 prend 1 clou, J2 en prend 3 (dont le dernier)
- ▶ Si J1 prend 2 clous, J2 en prend 2 (dont le dernier)
- ▶ Si J1 prend 3 clous, J2 en prend 1 (le dernier)



Quoi qu'il fasse, J1 a donc perdu dans ce cas, si J2 sait jouer.

De plus, J2 peut amener J1 dans cette situation à coup sûr :



Donc J1 a perdu avant de commencer.

Le rapport avec l'informatique

- ▶ Passer de la situation initiale à la situation finale à coup sûr demande d'avoir une *stratégie gagnante*
- ▶ C'est un **algorithme** en informatique, une recette de cuisine ou un manuel de montage de meubles
- ▶ Pour se faire obéir du tas de fils, l'informaticien cherche l'algorithme pour résoudre le problème, puis il écrit le **programme** (traduction de l'algorithme dans un langage informatique)

Activité : Le crêpier psycho-rigide

Matériel

- ▶ des planchettes en bois de tailles et de couleurs différentes (faces reconnaissables)
- ▶ éventuellement une pelle à tarte pour retourner les planchettes

Règle du jeu

- ▶ Le crêpier doit ranger ses crêpes de la plus grande à la plus petite, face colorée vers le haut
- ▶ il peut retourner une ou plusieurs crêpes à la fois
- ▶ l'ordre des crêpes ne peut pas être modifié au moment de retourner une pile

Ce qu'il faut retenir du crêpier psycho-rigide

Un algorithme

- ▶ n'a d'intérêt que si on peut l'expliquer
- ▶ doit être suffisamment simple pour pouvoir l'expliquer à une machine
- ▶ **«Diviser pour mieux régner»** : on essaie toujours de décomposer un algorithme en tâches simples

L'algorithme que doit suivre le crêpier est :

- ▶ ramener la plus grande crêpe en haut de la pile
- ▶ retourner pour que la face brûlée soit vers le haut
- ▶ retourner la pile de sorte à mettre la plus grande crêpe en bas
- ▶ répéter avec la crêpe de taille inférieure

Le rapport avec l'informatique

- ▶ l'informaticien passe son temps à trouver des algorithmes et à les expliquer à la machine
- ▶ le principe **«Diviser pour mieux régner»** est fondamental en informatique

Activité : Base-ball multicolore

Matériel nécessaire

- ▶ Plusieurs équipes bien différenciables, chacune composée d'une maison et de deux bonshommes (des legos, des bouts de bois, des cailloux, du fil électrique de différentes couleurs, ou autres)
- ▶ Il faut 5 équipes au minimum. 7 équipes sont préférables, et on peut en utiliser une dizaine

Règles du jeu (exemple à quatre équipes)

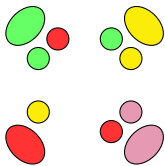
▶ Situation initiale :

On place 4 maisons autour du terrain, et on répartit 7 bonshommes au hasard dans les maisons (il manque donc l'un des bonshommes, qui est mis de côté et ne sera pas utilisé)

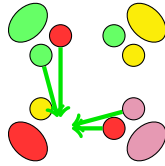
▶ Coups autorisés :

- ▶ On peut déplacer un seul bonhomme à la fois, d'une maison vers une maison adjacente
~> il est interdit de traverser le terrain
- ▶ On ne peut jamais avoir plus de 2 bonshommes par maison
~> on ne peut bouger que d'une maison adjacente vers la maison où il y a un trou

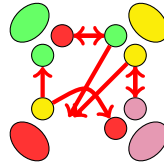
▶ Situation finale : L'objectif est de ramener tous les bonshommes dans la maison de leur couleur.



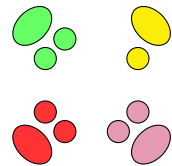
Situation initiale



Coups autorisés



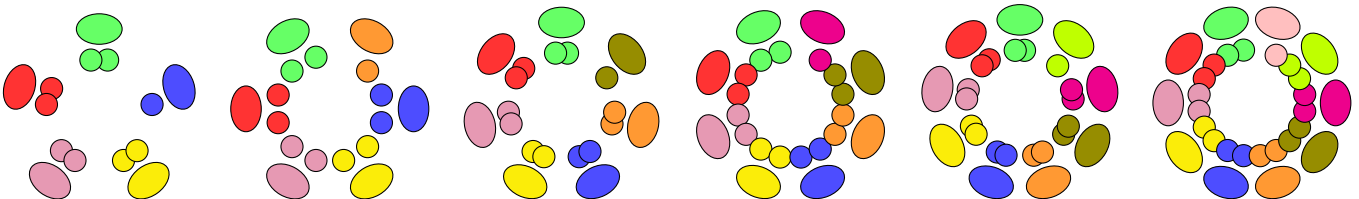
Coups interdits



Situation finale

Objectif de l'activité

- ▶ Le plus important n'est pas de ramener les bonshommes dans leurs maisons
- ▶ L'objectif est d'expliquer comment on fait. On cherche donc l'algorithme correspondant
- ▶ Si on veut utiliser plus de couleurs, c'est possible.

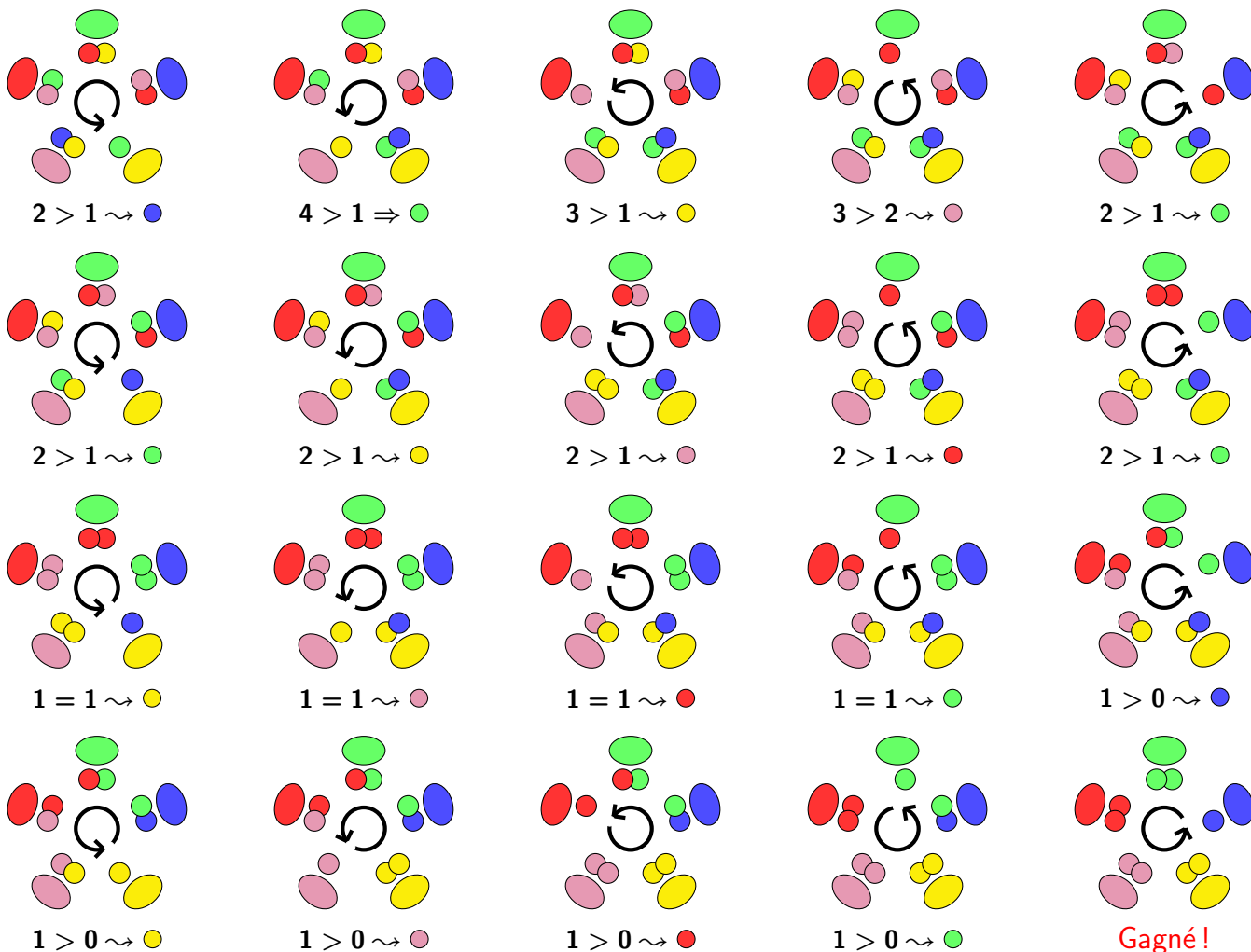


Un premier algorithme pour le base-ball multicolore

L'algorithme

- ▶ On ne s'autorise qu'à tourner dans un seul sens.
- ▶ On n'a plus 4 coups possibles, mais deux seulement (car 2 bonshommes tourneraient à l'envers)
- ▶ Entre ces deux bonshommes, je déplace celui dont la destination est la plus lointaine

Exemple d'exécution



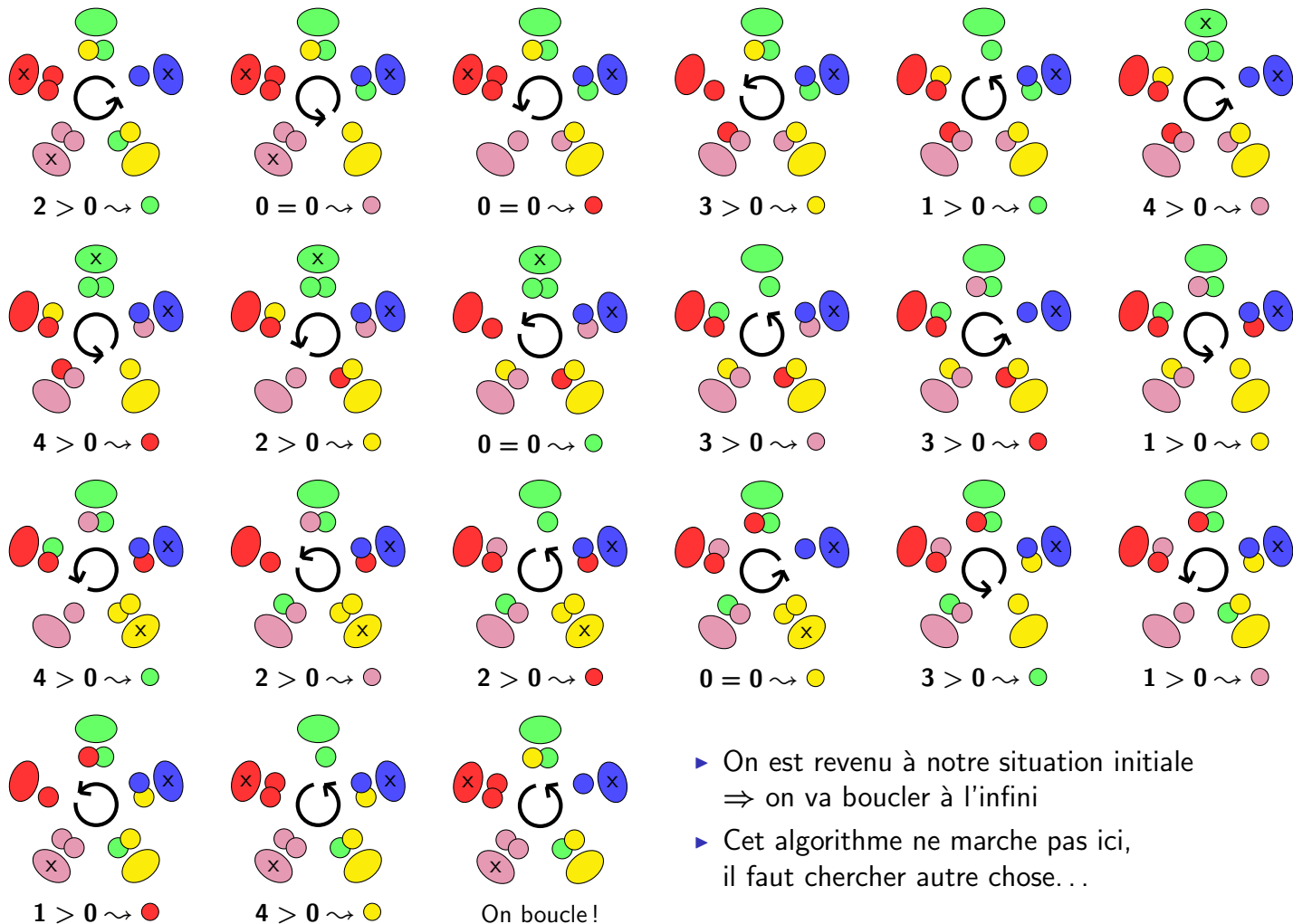
Étude du premier algorithme pour le base-ball multicolore

Cet algorithme semble attirant

- ▶ Il est très simple : on pourrait l'expliquer à un ordinateur
- ▶ Il est relativement rapide : 20 coups pour 9 bonshommes, ce n'est pas si mal
- ▶ Seul problème : cet algorithme est faux : dans certains cas, il ne termine jamais. . .

Exemple d'exécution incorrecte

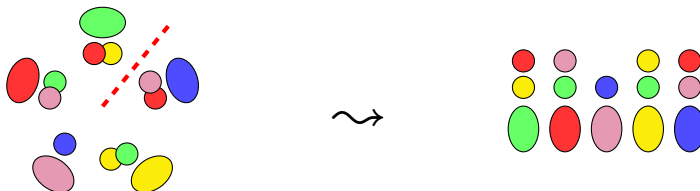
- ▶ Il suffit d'inverser deux pions sur une situation gagnée (ici, ● et ●), et on applique l'algorithme



Un autre algorithme pour le base-ball multicolore

Apprendre de ses échecs : notre algorithme boucle parfois à l'infini

- Pour réparer cela, le plus simple est de s'interdire de boucler, en coupant le cercle
- Les bonhommes ne peuvent plus passer directement de la maison ● à ● (pour ne pas se tromper, le plus simple est de placer les maisons en ligne)

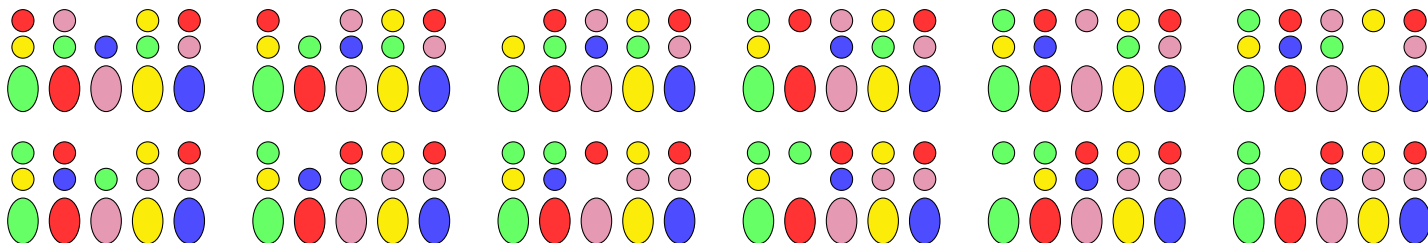


Apprendre de ses réussites : le crépier

- On a cherché à réduire la taille du problème à peu à peu (il y a 7 crêpes à trier. La plus grande va définitivement à sa place ; il reste 6 crêpes à trier)
- On s'est fixé des objectifs intermédiaires, qui décomposent le problème en étapes que je sais faire (mettre la plus grande en haut pour parvenir à la mettre en bas)

Nouvel algorithme

- On place les bonshommes de la première maison en premier, et on n'y touche plus ensuite
- On fera ensuite pareil pour la seconde maison, puis la troisième, et ainsi de suite pour toutes
- Pour amener les pions ● dans leur maison, je déplace tous ceux qui me gênent
- Pour déplacer ceux qui me gênent, je déplace le trou pour leur faire de la place



- On peut maintenant oublier les ●, qui sont à leur place définitive.
- On place maintenant les ● de la même manière, puis les ●, puis les ● et enfin le ●

Ce qu'il faut retenir du base-ball multicolore : corrections d'algorithmes

Cet algorithme n'est pas tellement plus complexe ou plus long que le précédent, et il est correct, lui.

Comment être sûr de la **correction** de cet algorithme ?

- ▶ On pourrait tester tous les cas. Fastidieux, mais les ordinateurs sont rapides ; cela semble faisable jusqu'à une vingtaine ou une cinquantaine de maisons (mais ça reste partiel)
- ▶ On pourrait écrire une preuve mathématique. Pas trivial du tout, mais les chercheurs en informatique en ont écrite des plus difficiles (c'est vite des maths un peu touffues).
- ▶ Cela ressemble vraiment à un algorithme classique (même si cela ne prouve rien, au fond).

Qu'est ce qu'un **algorithme classique** ?

- ▶ Effectivement, les informaticiens apprennent par cœur des algorithmes (abstraits) à l'école.
- ▶ Face à un problème nouveau, on cherche à se raccrocher à des problèmes connus
 - ▶ On se raccroche en trouvant des analogies ou en décomposant en plusieurs problèmes connus
 - ▶ Quand des collègues informaticiens jouent au crêpier, ils demandent avant tout si c'est "une tour de Hanoi"
- ▶ Ici, c'est assez proche d'un "tri à bulle", même si c'est pas absolument identique.

Les algorithmes de tri sont ultra classiques en informatique

- ▶ Ils sont assez simple pour expliquer les grandes lignes aux élèves (comme «diviser pour régner» et autres grandes idées similaires – récursion, algo gloutons, ...)
- ▶ Les ordinateurs trient très souvent des données, car beaucoup de problèmes sont plus simples après (trouver un livre donné est plus simple dans une bibliothèque rangée, par exemple)
- ▶ Du coup, au chapitre 2 de mon cours d'algorithmique, on apprend 5 algorithmes de tri par cœur : Tri à bulle, tri par sélection, tri par insertion, tri fusion, tri rapide (et quinze autres en exos).
- ▶ **Les musiciens font leurs gammes, les informaticiens débutants apprennent leurs algorithmes**

Que font les chercheurs en informatique ?

- ▶ Certains d'entre eux améliorent les algorithmes connus, ou en inventent de nouveaux
- ▶ Il faut également démontrer la correction de ces algorithmes
- ▶ Quand plusieurs algorithmes existent, on étudie leurs **performances** respectives
- ▶ (d'autres chercheurs améliorent matériel et logiciel, établissent des modèles, etc)

Ce qu'il faut retenir du base-ball multicolore : performance d'algorithmes

Comment comparer la performance des algorithmes ?

- ▶ Simplement en comptant les étapes. Par exemple sur le crêpier, placer la grande crêpe prend 3 coups au pire. Et c'est pareil pour les suivantes, donc au pire, en $3 \times n$ coups, j'ai tout trié
- ▶ La performance de mon algo dépend beaucoup de la situation initiale :
 - ▶ Si c'est déjà trié, c'est de la chance, je n'ai rien à faire (**meilleur cas**).
 - ▶ Si j'ai vraiment pas de bol, il faut que je fasse les 3 étapes par crêpes (**pire cas**).
 - ▶ En pratique, j'ai souvent quelques crêpes qui arrivent déjà face cramée en haut, par exemple (**cas moyen**).

Il faut bien comprendre que ceci ne dépend pas vraiment de l'algorithme, mais plutôt de la situation initiale. Le pire cas n'est pas un bug de l'algorithme, mais une situation initiale qui n'aide pas vraiment notre façon de faire (pour le cas moyen, il faut faire des probas).

- ▶ En pratique, une estimation de la performance est suffisante. Savoir que le crêpier nécessite environ n^2 étapes suffit, pas besoin de savoir que c'est $n^2 + 4$ ou $n^2 - 2$. Et même, n^2 ou $5 \times n^2$, c'est un peu la même chose... On le note **$O(n^2)$**

À la recherche du meilleur algorithme possible

- ▶ On arrive parfois à montrer qu'on a le meilleur algorithme possible. Par exemple on ne peut pas trier les éléments en moins de n étapes, car on doit forcément tous les considérer.
- ▶ On peut aussi prouver qu'un tri comparatif ne peut pas se faire en moins de $n \times \log(n)$ étapes, car il n'accumule pas assez d'information pour choisir la bonne permutation en moins d'étapes.
- ▶ Et puis la plupart du temps, on ne sait pas prouver que l'algorithme connu est le meilleur possible. C'est alors le meilleur *connu*, sans être forcément le meilleur *possible*.

À la recherche de problèmes difficiles

- ▶ On peut classer les problèmes en fonction de la performance des algorithmes les résolvant. (cela permet de se forger un sens commun de ce qui est faisable avec un ordinateur et éviter les problèmes si difficiles qu'ils sont quasi impossibles)
- ▶ Il existe énormément de problèmes relativement simples pour lesquels personne ne connaît de bon algorithme, sans que personne n'arrive non plus à démontrer qu'un tel algorithme n'existe pas.
- ▶ L'activité suivante sera l'occasion d'explorer un peu cette classification des problèmes très durs.

Activité : le plus court chemin

Matériel nécessaire

- ▶ Une planche avec des trous au hasard
- ▶ Autant de longs clous que de trous
- ▶ Une ficelle suffisamment longue
- ▶ Un marqueur

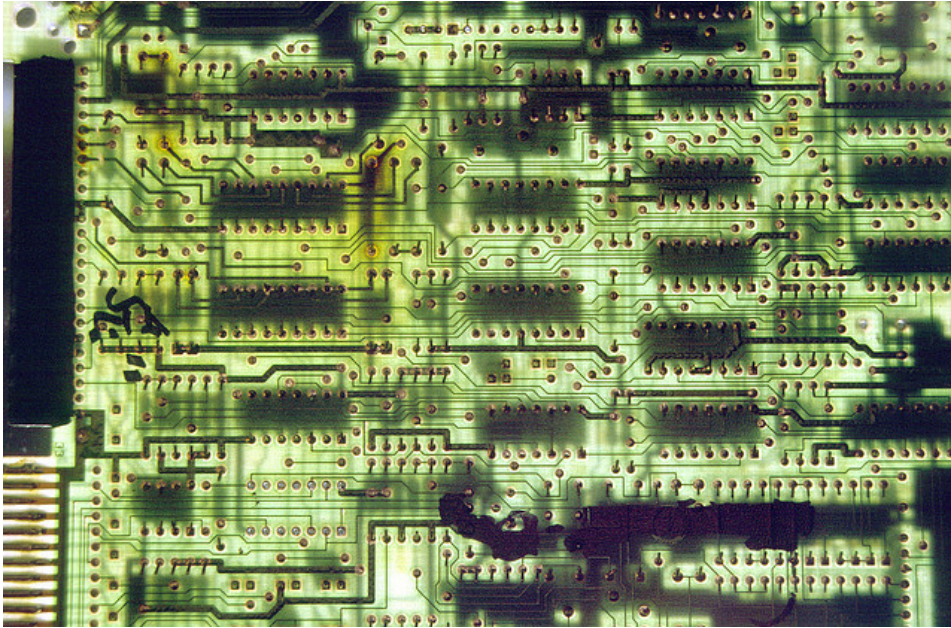
Règles du jeu

- ▶ **Situation initiale** : les clous sont mis dans les trous et leurs têtes dépassent de la planche
- ▶ **Coups autorisés** :
 - ▶ On part d'un clou au hasard et on passe la ficelle de clou en clou
 - ▶ On doit passer par tous les clous
 - ▶ On ne peut passer qu'une seule fois par le même clou
 - ▶ On doit revenir au point de départ
- ▶ **Situation finale** : L'objectif est de passer par tous les clous en faisant le plus court chemin. À chaque fois qu'un record est battu, on fait une marque sur la ficelle.

Objectif de l'activité

- ▶ Certains algorithmes sont trop compliqués pour trouver la **solution optimale** en un temps **raisonnable**. Parfois, il vaut mieux trouver une solution approchée très rapidement, c'est une **heuristique**
- ▶ algos NP, NP-difficiles, NP-complets
- ▶ C'est un problème qui paraît bête mais qui est complexe et qui a de nombreuses applications dans la vie réelle
- ▶ Exemple d'application amusante de notion de NP-complétude : <http://arxiv.org/abs/1203.1895>

Ce qu'il faut retenir du plus court chemin



Le coin de l'animateur

Trucs et astuces pour s'assurer que le message passe bien

Remarques générales

- ▶ Il faut vous approprier les activités. N'hésitez pas à ne pas suivre les consignes à la lettre. Ces activités sont des bases de discussion avec les participants, il n'y a pas d'évaluation à la fin.
- ▶ Une question récurrente des participants est de savoir ce que l'animateur fait, en recherche. Pensez à préparer une présentation compréhensible de vos recherches, avec le domaine général, ses difficultés et applications et quelques mots de vos préoccupations propres.
Exemple : Le domaine de mon travail est le parallélisme : est ce que ranger sa chambre va plus vite à 2 ou 3 ? oui. à 3000 ? Non, on perd du temps à se coordonner. Et pourtant, la météo de demain est calculée en utilisant plusieurs milliers d'ordis en même temps, ce qui est difficile. Dans ce domaine, mon travail à moi est d'établir des instruments scientifiques (simulateurs ou parcs de machines), comparables aux télescopes ou microscopes des physiciens, et qui servent d'outils aux scientifiques du domaine.

À propos du mot d'introduction

- ▶ On peut faire cette présentation soit au début, soit juste après l'activité sur le jeu de Nim.
- ▶ Commencer directement par un petit jeu permet d'éviter que les participants ne décrochent avant même qu'on ne commence.

À propos du jeu de Nim

- ▶ L'objectif de cette activité est simplement d'introduire la notion d'algorithme
- ▶ On propose le jeu avec le participant, mais sans dire trop vite qu'on a un truc. S'il y a plusieurs participants, on jouera avec plusieurs personnes, pour laisser sa chance à chacun. On peut faire une sorte de petit tournoi.
- ▶ Il faut bien sûr laisser commencer le participant pour gagner à coup sûr. S'il insiste pour ne pas commencer, on peut le faire (et rattraper la stratégie gagnante à la première erreur du participant)
- ▶ On n'introduit l'existence du truc pour gagner que plus tard, quand on gagne à plate couture
- ▶ Si on perd, c'est à dire si on n'a pas réussi à appliquer la stratégie gagnante, il faut proposer un match en 3 (ou en 5 en cas de coup dur ;)
- ▶ On peut amener le participant à découvrir la stratégie gagnante en groupant les clous par paquets de 4 au lieu de la disposition pyramidale.
- ▶ Si l'un des participants connaît déjà la stratégie gagnante du jeu, il peut remplacer l'animateur dans une partie avec d'autres participants

Le coin de l'animateur

Trucs et astuces pour s'assurer que le message passe bien

À propos du jeu du crêpier psycho-rigide

- ▶ L'objectif de cette activité est de trouver un algorithme et de le faire verbaliser par les participants
- ▶ On propose au participant de d'abord tenter de le résoudre intuitivement, sans réfléchir
- ▶ Si le participant bloque, on peut lui donner un conseil : « Une bonne première étape est de se débrouiller pour mettre la grande en bas »
- ▶ Si le participant bloque toujours, on peut lui donner un second conseil : « où est-ce que la grande devrait être pour pouvoir la mettre en bas ? » puis le guider pour l'étape suivante.
- ▶ On essaie ensuite de faire expliquer l'algorithme par le participant. On gagne à ce que ce soit le participant et non l'animateur qui explique aux autres, avec ses propres mots.

Le coin de l'animateur

Trucs et astuces pour s'assurer que le message passe bien

À propos du base-ball multicolore

- ▶ L'objectif de cette activité est d'introduire les notions de correction et performances d'algorithmes
- ▶ Il faut laisser les participants chercher un peu en les faisant verbaliser
- ▶ S'ils sont sur le point de trouver l'algo juste, on introduit très vite l'algo faux pour préserver un enchaînement logique : "oui, ok, mais je vais vous montrer une façon de faire rigolote"
- ▶ Quand l'algo juste est établi, et avant de parler de performance, on peut appliquer sur une variante :
 - ▶ Chaque participant prend une couleur (une maison placée au sol entre ses pieds)
 - ▶ Chaque participant (sauf 1) prend un bonhomme dans chaque main
 - ▶ À chaque étape, celui qui a une main libre prend un bonhomme dans la main d'un voisin
 - ▶ (attention, c'est fastidieux à 8 ou 9 couleurs, il vaut mieux faire deux rondes car l'algo semble $O(n^2)$)
- ▶ Expérimentalement, l'algo qui tourne converge très souvent vers la solution à 5 maisons, mais converge souvent vers la boucle infinie quand il y a plus de couleurs. Ne tentez pas le diable ;)
- ▶ Dans la disposition linéaire, il est plus simple de mettre la couleur avec un seul bonhomme à une extrémité, et commencer par remplir la maison de l'autre extrémité. Sinon, on se retrouve avec une maison remplie de un seul au milieu, et il faut comprendre que la solution passe par le stockage temporaire d'un pion de la maison d'à côté sur le trou.
- ▶ Le discours sur le $O(n)$ est volontairement approximatif. On veut faire sentir les choses ; faire un vrai cours prend une douzaine d'heures (cf. <http://www.loria.fr/~quinson/Teaching/TOP/>).
- ▶ Il serait intéressant de prouver effectivement la correction de l'algorithme linéaire, ainsi que de quantifier la probabilité de fonctionner de l'algo qui tourne en fonction du nombre de maisons
- ▶ Au passage, le crépier ne ressemble pas du tout aux tours de Hanoï : l'histoire ressemble un peu, mais la résolution est très différente (il y a $2^n - 1$ étapes à Hanoï et $3 \times n$ au crépier...)