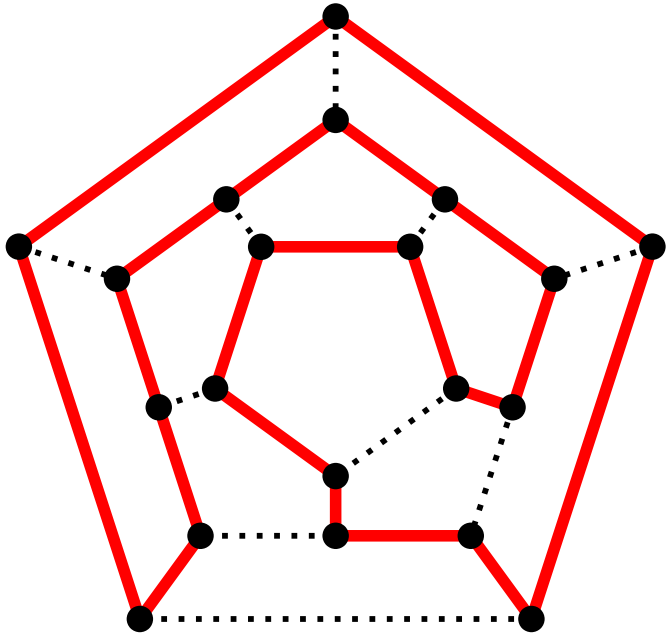
Les algorithmes



CS IRL

Computer Science In Real Life

À propos de ce document

- La page web du projet est ici : `http://www.loria.fr/~quinson/Mediation/CSIRL/`
- Les sources des ressources du projet sont entre autres ici : `http://github.com/jcb/CSIRL`
- Si vous le souhaitez, vous pouvez nous joindre ici : `discussions@listes.nybi.cc`

Crédits image

P1 : Chemin hamiltonien par Ch. Sommer (licence GFDL/CC-BY-SA)
`http://en.wikipedia.org/wiki/File:Hamiltonian_path.svg`
P4 : Computer Science Major (licence CC-BY-NC) `http://abstrusegoose.com/206`
P15 : exemple de TSP adapté de Wikipedia (licence GFDL/CC-BY-SA)
`http://en.wikipedia.org/wiki/File:Aco_TSP.svg`
P16 : Travelling Salesman Problem par XKCD (licence CC BY-NC 2.5)
`http://xkcd.com/399/`

Computer Science IRL – Informatique sans ordinateur
Présentation du projet

CS IRL ? Qu'est ce que c'est ?

- Des activités présentant les bases de l'informatique, mais sans ordinateur
- Pour chaque activité, un support matériel est proposé pour permettre d'*apprendre avec les mains*
- Les activités sont rangées en séances cohérentes et progressives

🔎 Computer Science In Real Life : Computer Science est la science informatique en anglais, tandis que IRL est l'abréviation utilisée sur internet pour décrire la vraie vie, ce qui n'est pas sur internet.

Les séances existantes dans la série

- Les algorithmes : Qu'est ce qu'un algorithme ? Et une heuristique ? À quoi ça sert ?
- Codes et représentations : Comment les ordinateurs codent et manipulent les données *(à venir)*
- Turzzle : puzzle de programmation sans ordinateur *(à venir)*

Objectif de la séance algorithmique

- Expliquer ce qu'est un algorithme et à quoi ça sert quand on veut utiliser un ordinateur
- Montrer un aspect du travail d'un informaticien, et de celui d'un chercheur en informatique
- La durée envisagée est d'une heure et demi ou deux heures.
- Ce n'est donc pas un cours complet sur l'algorithmique, qui nécessite 25 à 50h au minimum.
  Cours pour aller plus loin (en 48h) :
  `http://www.loria.fr/~quinson/Teaching/TOP/`

🔎 Si vous êtes l'animateur, vous trouverez des conseils et des astuces dans le coin de l'animateur en page 18.

Matériel nécessaire pour cette séance

- Des clous, dont un coloré
- Des petites planches de tailles différentes
- Des legos : cinq couleurs, avec à chaque fois deux pièces $\mathbf{2} \times \mathbf{2}$ et une pièce $\mathbf{4} \times \mathbf{2}$

Computer Science IRL – La séance algorithmique

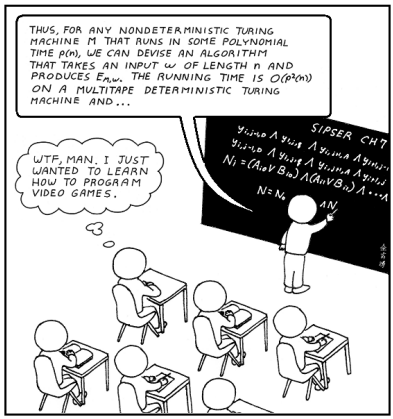
Introduction : les principales caractéristiques d'un ordinateur

- Il est très rapide : il peut calculer de 1 à 1 million en moins d'une seconde
- Il est parfaitement obéissant : il fait tout le temps exactement ce qu'on lui demande
- Il est absolument stupide : il exécute les ordres qu'on lui donne, sans la moindre capacité d'initiative.
  - Par exemple, si on demande à un ordinateur de s'arrêter, il le fait...
  - Autre exemple, quand j'indique à des amis comment venir chez moi, je leur donne des indications comme "troisième à droite" ou "à gauche au 2ieme feu". Si je me trompe dans mes indications ("à gauche" au lieu de "à droite") et que cela les ferait prendre l'autoroute à contre-sens, mes amis vont faire preuve de sens commun et ne pas appliquer la consigne. Les ordinateurs n'ont **aucun** sens commun.
  - Bug (n.m.) : consigne erronée donnée par un humain et appliquée bêtement par une machine.

Le travail d'un informaticien

- Se faire obéir d'un serviteur aussi stupide qu'un tas de fil demande un peu d'organisation
- Pour décomposer suffisamment les tâches à réaliser, il réfléchit à **comment** faire

  (un peu comme un cycliste qui descendrait du vélo pour se regarder pédaler afin d'expliquer ensuite comment faire)
- Pour chaque problème, il faut d'abord définir :
  - la situation initiale : le point de départ du problème
  - les opérations possibles : ce que j'ai le droit de faire pour faire évoluer la situation
  - la situation finale : ce vers quoi je veux tendre, l'état du problème quand je l'ai résolu



Activité : le jeu de Nim

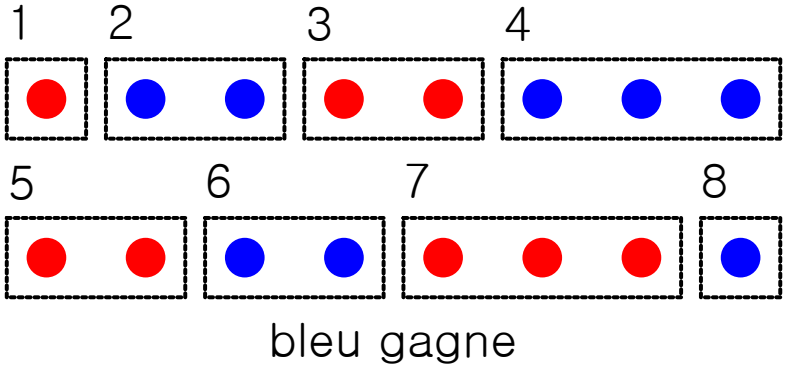
Voici un premier petit jeu simple, pour rentrer dans le sujet.

Matériel

- 16 petits objets (clous, allumettes, boulettes de papier ... peu importe !)

Règle du jeu

- Disposer les 16 objets sur une table
- Les deux joueurs prennent tour à tour 1, 2 ou 3 objets
- Le joueur qui prend le dernier objet à gagné



Ce qu'il faut retenir du jeu de Nim

L'intérêt majeur de ce jeu est qu'il est sans suspense (voire, sans intérêt ;)

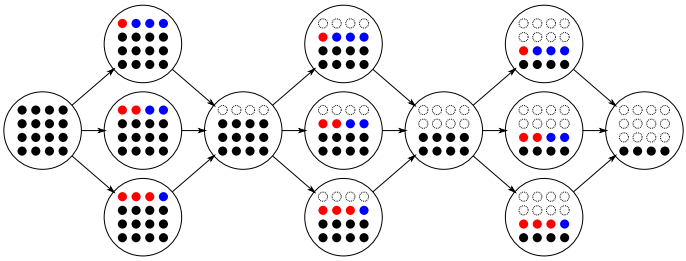
- Celui qui commence (J1) perd, car il existe un truc pour que J2 gagne à tous les coups
- Stratégie gagnante : Laisser 4, 8, 12 ou 16 objets à l'adversaire (un multiple de 4)

Se convaincre de l'efficacité de la stratégie gagnante

Prenons le dernier tour comme exemple. Il reste 4 objets, et J1 joue.

- Si J1 prend 1 objet, J2 en prend 3 (dont le dernier)
- Si J1 prend 2 objets, J2 en prend 2 (dont le dernier)
- Si J1 prend 3 objets, J2 en prend 1 (le dernier)

Dans ce cas, si J2 sait jouer, J1 perd à tous les coups. En appliquant la même méthode, J2 peut guider le jeu de manière à passer de 16 objets à 12, puis 8 et enfin 4. Donc, si J2 sait jouer, J1 a perdu la partie avant même de commencer.



Pour aller plus loin

On pourrait imaginer un cas plus général du jeu de Nim :

- Il y a **N** objets sur la table au début du jeu (pour notre version, $\mathbf{N = 16}$)
- Un joueur peut prendre jusqu'à **X** objets à la fois (pour notre version, $\mathbf{X = 3}$)

Quelles modifications doit-on apporter à notre stratégie gagnante pour qu'elle marche dans le cas général ?

Le rapport avec l'informatique

- Passer de la situation initiale à la situation finale à coup sûr demande d'avoir une *stratégie gagnante*
- C'est un **algorithme** en informatique, une recette de cuisine ou un manuel de montage de meubles
- Pour se faire obéir du tas de fils, l'informaticien cherche l'algorithme pour résoudre le problème,
  puis il écrit le **programme** (traduction de l'algorithme dans un langage informatique)

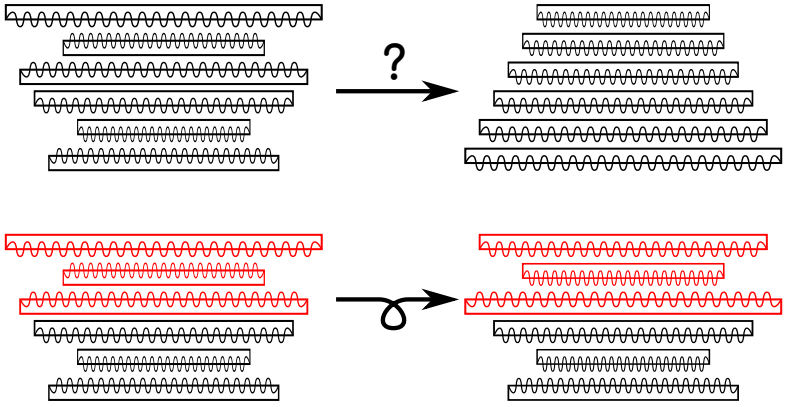
Activité : Le crêpier psycho-rigide

Matériel

- des planchettes en bois de tailles et de couleurs différentes (faces reconnaissables)
- éventuellement une pelle à tarte pour retourner les planchettes

Règle du jeu

- Installation : Faire une pile désordonnée de crêpes.
- Objectif : ranger les crêpes de la plus grande (en bas) à la plus petite (au haut), face colorée vers le haut.
- Coup autorisé : prendre une ou plusieurs crêpes sur le haut de la pile, et de les reposer à l'envers.



Ce qu'il faut retenir du crêpier psycho-rigide

Un algorithme

- n'a d'intérêt que si on peut l'expliquer
- doit être suffisamment simple pour pouvoir l'expliquer à une machine
- «**Diviser pour mieux régner**» : on essaie toujours de décomposer un algorithme en tâches simples

L'algorithme que doit suivre le crêpier est :

- ramener la plus grande crêpe en haut de la pile
- retourner pour que la face brûlée soit vers le haut
- retourner la pile de sorte à mettre la plus grande crêpe en bas
- réitérer avec la crêpe de taille inférieure

Le rapport avec l'informatique

- l'informaticien passe son temps à trouver des algorithmes et à les expliquer à la machine
- le principe «**Diviser pour mieux régner**» est fondamental en informatique

Pour aller plus loin

Selon l'état initial de la pile de crêpes, le nombre minimum de coups nécessaires pour la ranger varie.

- Quel est le meilleur état initial possible (qui demandera le moins de coups pour ranger) ?
- Quel est le pire état initial possible ?
- Combien faut-il de coups pour ranger une pile de **N** crêpes dans le pire des cas ?

Ce qu'il faut retenir du crêpier psycho-rigide : performance d'algorithmes

Pourquoi évaluer la performance d'un algorithme ?

Évaluer la performance d'un algorithme nous permet :

- de se faire une idée du temps nécessaire pour résoudre un problème de plus grande taille (combien de temps pour un million de crêpes ?) ;
- de le comparer à d'autres aglorithmes résolvant le même problème, pour savoir lequel est le meilleur.

Comment évaluer la performance d'un algorithme ?

- On compte le nombre de coups nécessaires dans le cas général. Pour le crêpier :
  - pour ranger une crêpe, il faut entre **0** coups (la crêpe est déjà rangée) et **3** coups (amener en haut, retourner, amener à sa place) ;
  - pour **n** crêpes (cas général), il faut entre **0** et $\mathbf{3 \times n}$ coups ;
  - la performance d'un algorithme sur un cas particulier dépend donc beaucoup de l'état initial, mais en règle générale on s'intéresse surtout aux cas intermédiaires, qui sont les plus probables.
- **n** est une variable qui exprime la taille du problème. La performance d'un algorithme est notée comme une fonction de la taille du problème nommée **O**.
- La performance exprime un ordre de grandeur plutôt qu'une évaluation précise du temps d'exécution. Pour des grandes valeurs de **n**, il n'est pas très utile de faire la distinction entre $\mathbf{O(n)}$, $\mathbf{O(n+4)}$ ou encore $\mathbf{O(3 \times n)}$ - surtout quand on compare avec un autre algorithme dont la performance est $\mathbf{O(n^2)}$.
- On simplifie donc en retirant les constantes pour ne garder que les termes les plus importants. Pour le crêpier, on notera la performance de notre algorithme $\mathbf{O(n)}$; on dit alors que le temps de calcul croit *linéairement* avec **n**. En revanche, un algorithme $\mathbf{O(n^2)}$ aurait une croissance *quadratique*, et un algorithme $\mathbf{O(2^n)}$ aurait une croissance *exponentielle*.

À la recherche du meilleur algorithme possible

- On arrive parfois à montrer qu'on a le meilleur algorithme possible. Par exemple on ne peut pas trier les éléments en moins de **n** étapes, car on doit forcément tous les considérer.
- On peut aussi prouver qu'un tri comparatif ne peut pas se faire en moins de $\mathbf{n \times log(n)}$ étapes, car il n'accumule pas assez d'information pour choisir la bonne permutation en moins d'étapes.
- Mais la plupart du temps, on ne sait pas prouver que l'algorithme connu

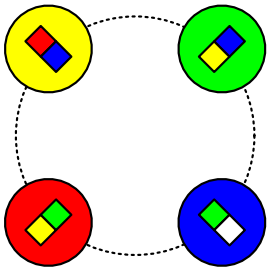
Activité : Base-ball multicolore

Matériel nécessaire

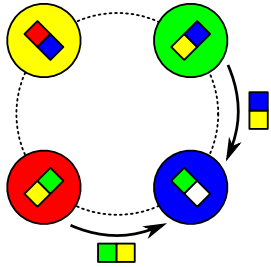
- Plusieurs équipes bien différentiables, chacune composée d'une base et de deux joueurs (des legos, des bouts de bois, des cailloux, du fil électrique de différentes couleurs, ou autres)
- 4 équipes au minimum. On peut mettre des équipes ou des joueurs supplémentaires pour augmenter la difficulté.

Règles du jeu (exemple à quatre équipes)

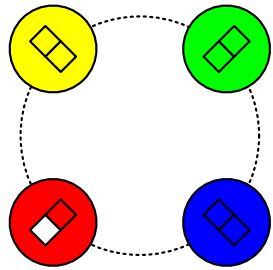
- Installation : disposer 4 bases autour du terrain et répartir 7 joueurs au hasard sur les bases (le joueur restant n'est pas utilisé).
- Coup autorisé : déplacer un seul joueur à la fois, vers la base disposant d'une place libre, depuis une des deux bases voisines (interdit de traverser le terrain).
- But : Ramener tous les joueurs à leur base.



État initial



Coup autorisé



État final

Objectif de l'activité

- Expliquer clairement la méthode pour résoudre le problème, c'est à dire décrire un algorithme
- Décrire le raisonnement qui a permis de trouver cet algorithme.

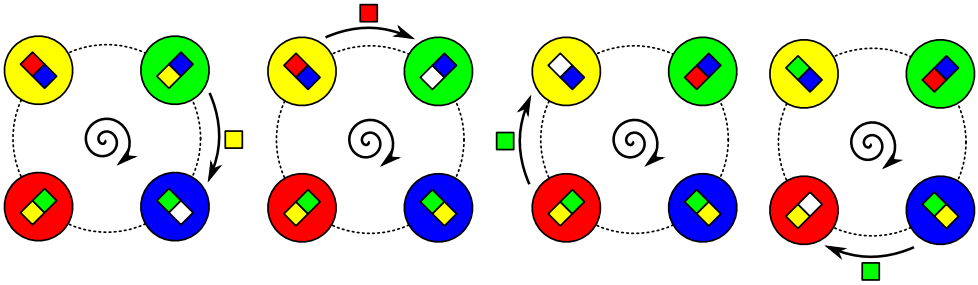
Un premier algorithme pour le base-ball multicolore

En suivant les règles du jeu, on observe que quelque soit la disposition des joueurs, il existe toujours 4 coups possibles : déplacer vers la case vide un des 4 joueurs présents dans les deux bases voisines de la base ayant une place disponible.
Notre algorithme sera donc une méthode permettant de choisir à chaque étape quel coup jouer parmis les 4 possibles.

L'algorithme

- On ne s'autorise à tourner que dans un seul sens. Ainsi, le nombre de coups possibles descends de 4 à 2 (car 2 joueurs tourneraient à l'envers).
- Parmis les 2 coups restants, on déplace le joueur qui a la plus grande distance à parcourir avant d'arriver à sa base (Si la distance est la même, c'est que les deux joueurs ont la même couleur - les deux coups sont alors équivalents).

Exemple d'exécution



Ici, nous n'avons représenté que les 4 premières étapes. mais l'algorithme arrive à la solution en 15 étapes.

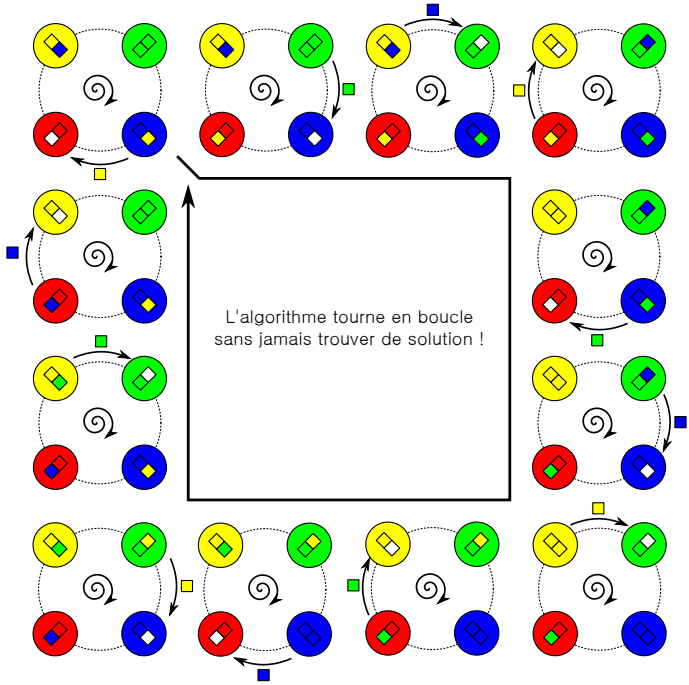
Étude du premier algorithme pour le base-ball multicolore

Cet algorithme semble attirant

- Il est très simple : on pourrait l'expliquer à un ordinateur.
- Il est relativement rapide : 15 coups pour 4 bases et 7 joueurs, ce n'est pas si mal.
- Seul problème : cet algorithme est faux : dans certains cas, il ne termine jamais. . .

Exemple d'exécution incorrecte

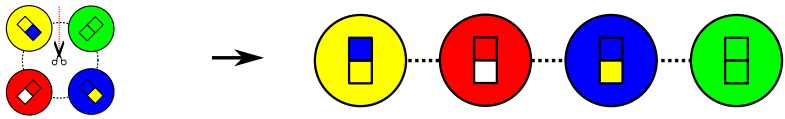
Il suffit de partir d'une situation gagnée et d'inverser deux joueurs de couleurs différentes pour mettre notre algorithme en échec.



Un autre algorithme pour le base-ball multicolore

Apprendre de ses échecs : notre algorithme boucle parfois à l'infini

- Pour réparer cela, le plus simple est de s'interdire de boucler, en coupant le cercle.
- Pour ne pas se tromper, le plus simple est de placer les bases en ligne.

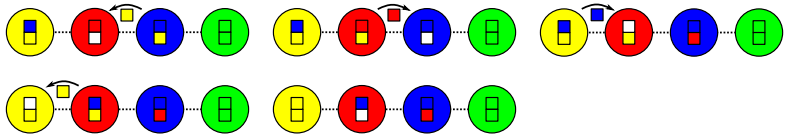


Apprendre de ses réussites : le crépier

- On a cherché à réduire la taille du problème à peu à peu
  (il y a 7 crèpes à trier. La plus grande va définitivement à sa place ; il reste 6 crèpes à trier)
- On s'est fixé des objectifs intermédiaires, qui décomposent le problème en étapes que je sais faire
  (mettre la plus grande en haut pour parvenir à la mettre en bas)

Nouvel algorithme

- On s'occupe d'abord des joueurs de la première base, et on n'y touche plus ensuite.
- On répète pour la deuxième base, et ainsi de suite pour toutes les autres.
- Pour ammener les joueurs dans leur base, on déplace tous ceux qui gènent.
- Pour déplacer ceux qui gènent, on déplace le trou pour leur faire de la place.



- On peut maintenant oublier les joueurs de la première base, qui sont à leur place définitive.
- On recommence de la même manière avec la deuxième base, et ainsi de suite ...

Ce qu'il faut retenir du base-ball multicolore : corrections d'algorithmes

Cet algorithme n'est pas tellement plus complexe ou plus long que le précédent, mais il est correct, lui.

Comment être sûr de la correction de cet algorithme ?

- Tester tous les cas. Ici, il n'y a pas de limite au nombre de base ou de joueurs par base - il est donc impossible de vérifier tous les cas, tout comme il est impossible de compter jusqu'à l'infini. Cependant, on peut se contenter d'une preuve partielle en se limitant aux cas succeptibles d'être rencontrés - par exemple jusqu'à 20 ou 50 bases.
- On pourrait écrire une preuve mathématique. Ce n'est pas trivial, mais les chercheurs en informatique en ont écrite des plus difficiles.
- Cela ressemble vraiment à un algorithme classique (même si cela ne prouve rien, au fond).

Qu'est ce qu'un algorithme classique ?

- Les informaticiens apprennent par cœur des algorithmes (abstraits) à l'école.
- Face à un problème nouveau, on cherche à se raccrocher à des problèmes connus.
  - On se raccroche en trouvant des analogies ou en décomposant en plusieurs problèmes connus.
  - Par exemple, quand des collègues informaticiens jouent au crêpier, ils demandent avant tout si c'est "une tour de Hanoï".
- Ici, notre algorithme est proche d'un "tri à bulle", autre algorithme bien connu. Mais cette ressemblance ne suffit pas à prouver la correction de notre algorithme. Pour la prouver, on pourrait démontrer que notre algorithme est un cas particulier du tri à bulle.

Les algorithmes de tri sont ultra classiques en informatique

- Ils sont assez simple pour expliquer les grandes lignes aux élèves (comme «diviser pour régner» et autres grandes idées similaires – récursivité, algorithmes gloutons, . . .)
- Les ordinateurs trient très souvent des données, car beaucoup de problèmes sont plus simples après
  (trouver un livre donné est plus simple dans une bibliothèque rangée, par exemple)
- Les musiciens font leurs gammes, les informaticiens débutants apprennent leurs algorithmes

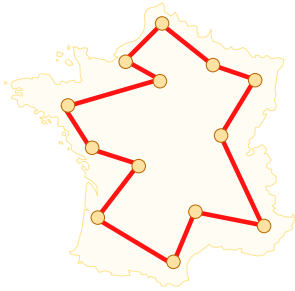
Activité : le plus court chemin

Matériel nécessaire

- Une planche avec des trous au hasard,
- autant de longs clous que de trous,
- une ficelle suffisamment longue et qui ne soit pas élastique,
- un marqueur.

Règles du jeu

- Situation initiale : les clous sont mis dans les trous, leurs têtes dépassent de la planche, et la ficelle est attachée à un clou par une extrémité.
- Comment jouer : faire passer la ficelle une fois et une seule par tous les clous de la planche, puis revenir au point de départ. Le but est d'obtenir le chemin le plus court possible. À chaque fois qu'un record est battu, on fait une marque sur la ficelle pour le mémoriser.



Objectif de l'activité

- On peut construire un très grand nombre de chemins différents (pour $\mathbf{10}$ clous, $\mathbf{10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 2 = 3628800}$), et il est très difficile de trouver le meilleur chemin à coup sûr.
- A la place, on va chercher des méthodes (algorithmes) pour construire des chemins courts, et comparer leurs résultats.

Ce qu'il faut retenir du plus court chemin : recherche de la solution optimale

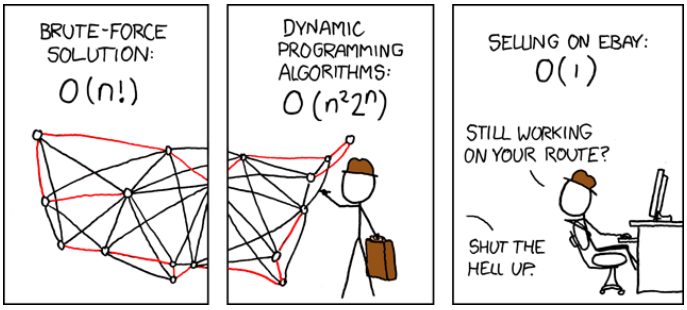
- Ce problème a de nombreuses applications dans la vie de tous les jours : minimiser la tournée du facteur, la longueur des pistes d'un circuit imprimé, les déplacements d'un bras robotique ... C'est un problème très étudié, plus connu sous le nom de **"problème du voyageur de commerce"**.
- Le problème du voyageur de commerce appartient à une catégorie de problèmes très difficiles à résoudre. Pour ces problèmes, on ne dispose pas d'algorithmes assez performants pour le résoudre quand **n** est élevé.
- Le problème du voyageur de commerce ayant fait l'objet de nombreuses études, beaucoup d'algorithmes ont été proposés pour le résoudre le plus efficacement possible.

Trouver la solution optimale

- L'approche naïve consiste à calculer la longueur de tous les chemins possibles, et comparer les résultats pour ne retenir que le plus court.
- Pour **n** villes, le nombre de chemins possible est **n!**. La performance de l'algorithme est donc **O(n!)**.
- Il existe cependant des algorithmes plus efficaces - par exemple, l'algorithme de Held-Karp a une performance de $\mathbf{O(n^2 2^n)}$. Pour illustrer la différence, comparons l'augmentation des calculs nécessaires à mesure que **n** augmente :

nombre de sommets	5	10	15	20
méthode naïve **O(n!)**	120	3628800	1307674368000	2432902008176640000
Held-Karp $\mathbf{O(n^2 2^n)}$	800	102400	7372800	419430400

- Ce tableau indique qu'en testant un milliard de chemins par seconde, il faudrait à la méthode naïve plus de **77 ans** pour trouver le chemin le plus court entre 20 sommets ! Dans les mêmes conditions, l'algorithme Held-Karp met moins d'**une demi seconde** pour trouver le même résultat.



Ce qu'il faut retenir du plus court chemin : recherche d'une solution approchée

- Pour de tels problèmes, on préfère souvent trouver une solution raisonnablement bonne (solution approchée) très rapidement, plutôt que de chercher très longtemps la solution optimale.
- Une heuristique est une méthode pour fouiller intelligemment l'espace des solutions possibles à la recherche des bonnes solutions.
- La recherche d'heuristiques efficaces fait parti du travail des chercheurs en informatique.

Les heuristiques et métaheuristiques

- Une heuristique est spécifique au problème qu'elle traite : elle exploite certaines propriétés du problème pour orienter la recherche vers des "régions" succeptibles de contenir des bonnes solutions.
- Certaines heuristiques sont assez génériques et peuvent s'appliquer à de nombreux problèmes, moyennant quelques adaptations. On parle alors de métaheuristiques. Les métaheuristiques sont souvent inspirées de la nature. En voici quelques exemples :
  - Le **recuit-simulé** s'inspire d'un processus utilisé en metallurgie pour minimiser l'énergie d'un matériau.
  - Les **algorithmes génétiques** reproduisent les mécanismes de l'évolution dans le vivant : une population de solutions aléatoire est soumise à une sélection naturelle (les solutions les meilleures sont les plus adaptées) et de nouvelles solutions sont générées par croisement entre les solutions existantes et introduction de mutations aléatoires.
  - Les **colonies de fourmis** s'inspirent du comportement des insectes sociaux : avez vous remarqué que les fourmis finissent toujours par trouver le chemin le plus court entre la fourmilière et la source de nourriture ?

Un soir, alors qu'il rentre chez lui, Nasr Eddin perd sa bague. Un ami vient à passer par là et le voit chercher par terre sous le lampadaire.

- " Nasr Eddin, que t'arrive-t-il ?

- Je cherche ma bague, je l'ai perdue dans l'allée un peu plus loin ...

- Mais alors, pourquoi la cherches-tu ici plutôt que là bas ?

- Parce qu'ici, il y a de la lumière ! "

Le coin de l'animateur : trucs et astuces pour s'assurer que le message passe bien

Pour que le déroulement des activités se passent bien, voici quelques conseils.

Remarques générales

- Appropriez vous les activités. Pratiquez les à l'avance et n'hésitez pas à ne pas suivre les consignes à la lettre.
- Ces activités sont des bases de discussion avec les participants, il n'y a pas d'évaluation à la fin.
- Evitez les introductions théoriques ; commencez par les activités, elles serviront de support pour discuter de la théorie.

À propos du jeu de Nim

L'objectif de cette activité est simplement d'introduire la notion d'algorithme comme stratégie gagnante pour un problème donné.

- Commencez par jouer avec les participants, sans dire qu'il y a un truc. Si vous jouez bien, vous gagnerez à tous les coups.
- Bien sûr, pour gagner, vous devez laisser votre adversaire commencer. S'il insiste pour ne pas commencer, vous pouvez toujours gagner en rattrapant la stratégie gagnante à la première erreur.
- Si un participant connaît déjà la stratégie gagnante du jeu, il pourra vous remplacer pour jouer avec les autres participants.
- Si vous n'êtes pas sûr d'appliquer correctement la stratégie gagnante, proposez un match en 3 (ou en 5 en cas de coup dur ;)
- Pour amener les participants à découvrir la stratégie gagnante, vous pouvez grouper les clous par 4, rendant ainsi l'astuce plus visible.

Le coin de l'animateur : trucs et astuces pour s'assurer que le message passe bien

À propos du jeu du crêpier psycho-rigide

L'objectif de cette activité est de trouver un algorithme et de le faire verbaliser par les participants.

- Expliquez les règles et demandez au participant de tenter de résoudre le problème ;
- si il bloque, conseillez-le. Par exemple :
  - "essaye d'abord de mettre la grande crêpe en bas"
  - "où doit se trouver la grande crêpe pour pouvoir l'amener en bas ?"
- Quand le participant à trouvé l'algorithme, demandez lui de l'expliquer.

À propos du base-ball multicolore

L'objectif de cette activité est d'introduire les notions de correction et performance des algorithmes.

- Il faut laisser les participants chercher un peu en les faisant verbaliser
- S'ils sont sur le point de trouver l'algo juste, on introduit très vite l'algo faux pour préserver un enchaînement logique : "oui, ok, mais je vais vous montrer une façon de faire rigolote"
- Quand l'algo juste est établi, et avant de parler de performance, on peut appliquer sur une variante :
  - Chaque participant prend une couleur (une maison placée au sol entre ses pieds)
  - Chaque participant (sauf 1) prend un bonhomme dans chaque main
  - À chaque étape, celui qui a une main libre prend un bonhomme dans la main d'un voisin
  - (attention, c'est fastidieux à 8 ou 9 couleurs, il vaut mieux faire deux rondes car l'algo semble $\mathbf{O(n^2)}$)
- Expérimentalement, l'algo qui tourne converge très souvent vers la solution à 5 maisons, mais converge souvent vers la boucle infinie quand il y a plus de couleurs. Ne tentez pas le diable ;)
- Dans la disposition linéaire, il est plus simple de mettre la couleur avec un seul bonhomme à une extrémité, et commencer par remplir la maison de l'autre extrémité. Sinon, on se retrouve avec une maison remplie de un seul au milieu, et il faut comprendre que la solution passe par le stockage temporaire d'un pion de la maison d'à coté sur le trou.
- Le discours sur le $\mathbf{O(n)}$ est volontairement approximatif. On veut faire sentir les choses ; faire un vrai cours prend une douzaine d'heures (cf. `http://www.loria.fr/~quinson/Teaching/TOP/`).
- Il serait intéressant de prouver effectivement la correction de l'algorithme linéaire, ainsi que de quantifier la probabilité de fonctionner de l'algo qui