Интеграл

1) $\int (2x^2 - 2x + 1 + \sin x - \cos x + \ln x + e^x)\,dx$

$F(x) = \frac{2x^3}{3} - x^2 + x - \cos x - \sin x + x\ln x - x + C$

$= \frac{2x^3}{3} - x^2 + x\ln x - \sin x - \cos x + C$

2) $\int (2x + 6xz^2 - 5x^2y - 3\ln z)\,dx$

$F(x) = x^2 + 3x^2z^2 - \frac{5x^3}{3}y - 3x\ln z + C$

3) $\int_0^{\pi} 3x^2 \sin(2x)\,dx$

$U = 3x^2$

$\int dV = \int \sin 2x\,dx$

$3\int_0^{\pi} x^2 \sin(2x)\,dx$

$= -\frac{x^2\cos(2x)}{2} - \int -x\cos(2x)\,dx$

$= !$

4) $\int \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx = \sqrt{x+1} + C$

1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$ Ряди

$a_n = \frac{n^n}{(n!)^2}$ $a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{((n+1)!)^2}$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{((n+1)!)^2}}{\frac{n^n}{(n!)^2}} = \frac{(n+1)^{n+1} \cdot (n!)^2}{((n+1)!)^2 \cdot n^n} = \frac{(n+1)^{n+1} \cancel{n!}}{\cancel{n!}\, n! \cancel{(n+1)} (n+1) n^n}$

$= \frac{(n+1)^{n-1}}{(n+1) n^n} = \frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}$

$L = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{n^n} = 0 < 1$ Ряд сходиться!

2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\sqrt[n]{a_n} = \sqrt[n]{\frac{n}{2^n}} = \frac{\sqrt[n]{n}}{2}$

$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{2} = 0 < 1$ ряд сходиться!

3 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n}$

1) знакочередуючий ряд

2) $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n+\ln n} \right| = 0$

ряд сходиться!

4 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} n\left(\frac{3^n}{2^n} \cdot \frac{2^{n+1}}{3^{n+1}} - 1\right) = \cancel{\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{3}} = \lim_{n\to\infty} -\frac{1}{3} n = -\infty < 1$

ряд расходится.

5 $f(x) = \ln(16x^2)$, $a = 2$

$\ln(16x^2) = \ln 64 + \frac{\cancel{32 \cdot 2}}{\cancel{16 \cdot 4}}(x-2) + \frac{32 \cdot \cancel{16x^2} - \cancel{32x \cdot 32x}}{\cancel{16x^2} \cdot 16x^2}(\cancel{x}-2)^2$

$- \frac{4}{x^2}(x-2)^2 = \ln 64 + (x-2) - 4(x-2)^2$

$= \ln 64 + (x-2) - \frac{4}{x^2}$