4.3 수치 미분

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

```python
def numerical_diff(f, x):
    h = 10e-50
    return (f(x + h) - f(x)) / h
```

함수의 이름은 **수치 미분**numerical differentiation에서 따온 numerical_diff(f, x)로 했습니다. 이 함수는 '함수 f'와 '함수 f에 넘길 인수 x'라는 두 인수를 받습니다. 얼핏 보면 문제가 없어 보이지만, 실제로는 개선해야 할 점이 2개 있습니다.

1. 반올림 오차(rounding error)
반올림 오차는 소수점 8자리 이하가 생략되어 최종 계산 결과에 오차가 생기게 한다.

-> h를 10**(-4)로 한다.

2. 차분
우리가 계산한 것은 엄밀한 미분이 아니다.
X 위치에서의 함수의 기울기를 구해야 하는데, 우리는 (x+h)와 x 사이의 기울기를 구했다.
이는 h를 무한히 0으로 줄이지 못해 발생하는 한계다.

-> 수치 미분에는 오차가 포함된다. (x+h)와 (x-h)일 때의 함수의 차분을 계산하는 방식을 택한다.
(중심 차분 == 중앙 차분)

```
def numerical_diff(f, x):
    h = 1e-4 # 0.0001
    return (f(x+h) - f(x-h)) / (2*h)
```

4.3.3 편미분

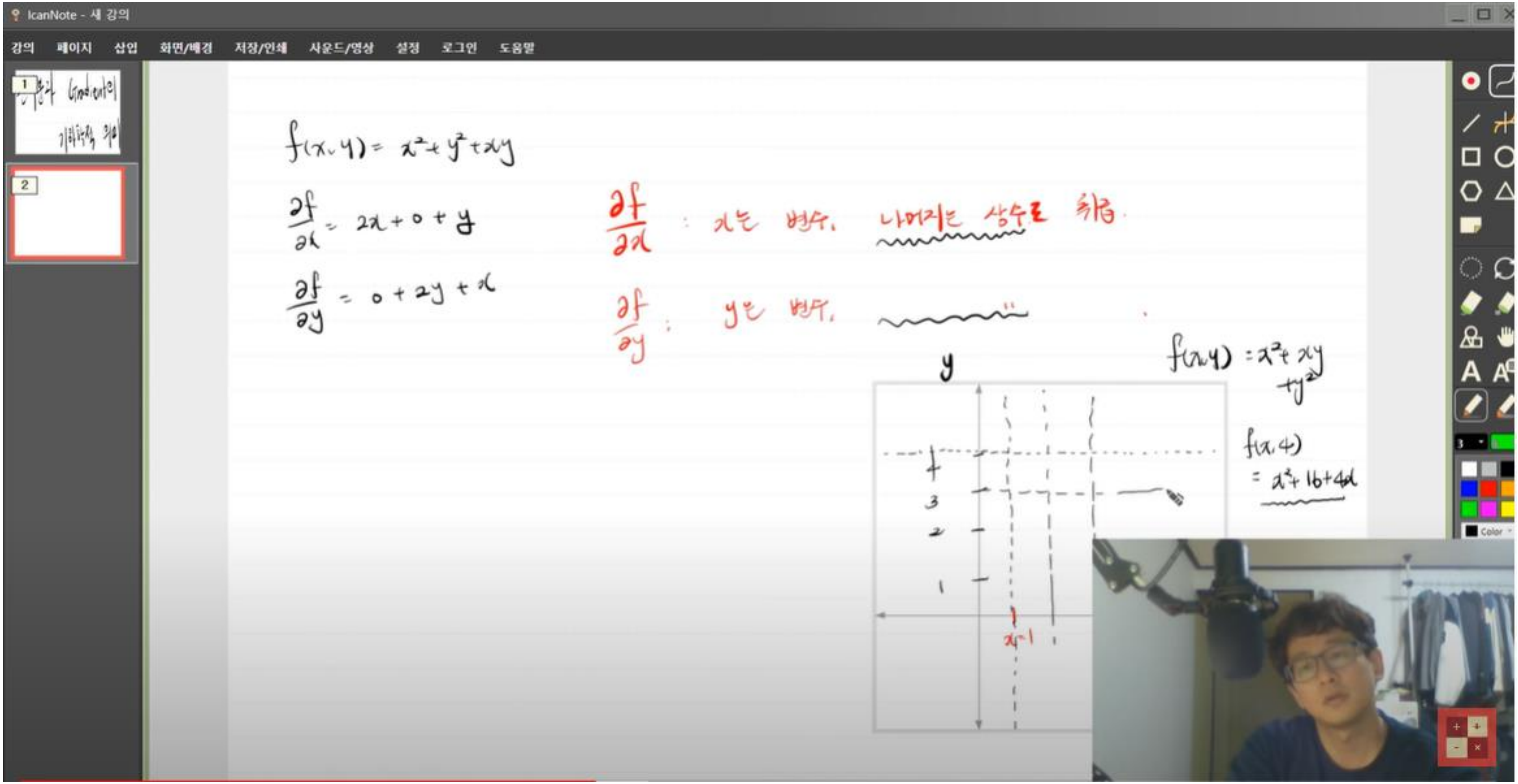
변수가 여럿인 함수에 대한 미분을 편미분이라 한다.

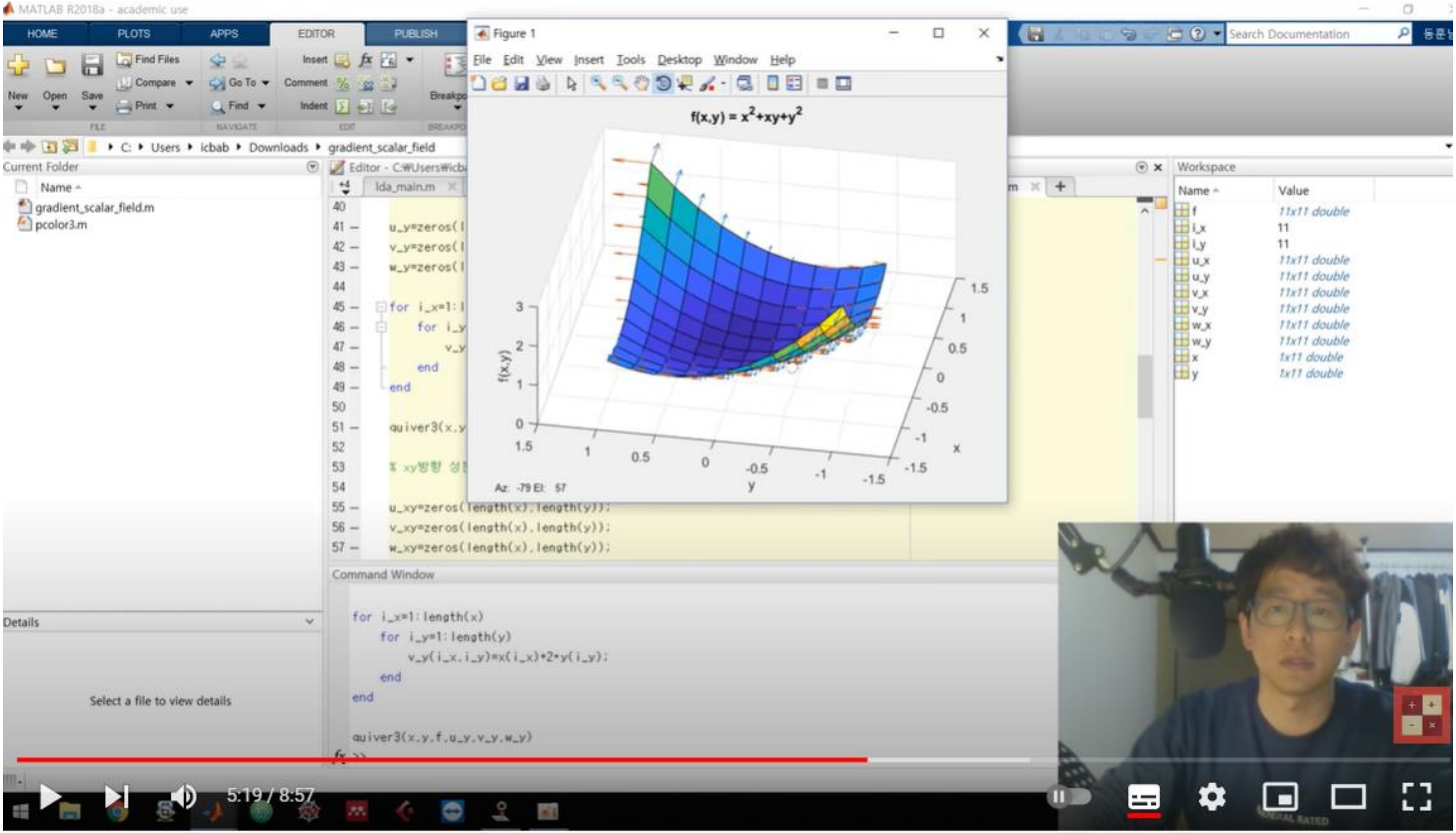
$$f(x_0,\ x_1) = x_0^2 + x_1^2$$

어느 변수에 대한 미분이냐를 구분해야 한다.

$\frac{\partial f}{\partial x_0}$ 나 $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ 처럼 씁니다.

x0, x1의 편미분을 동시에 계산하고 싶다면 $\left(\frac{\partial f}{\partial x_0}, \frac{\partial f}{\partial x_1}\right)$ 을 계산 하고 정리하면 기울기(gradient)가 나온다.


IcanNote - 새 강의
강의 페이지 삽입 화면/배경 저장/인쇄 사운드/영상 설정 로그인 도움말
$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$
$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 0 + y$
$\frac{\partial f}{\partial y} = 0 + 2y + x$
$\frac{\partial f}{\partial x}$: x는 변수, 나머지는 상수로 취급.
$\frac{\partial f}{\partial y}$: y는 변수, 〃
$f(x, y) = x^2 + xy + y^2$
$f(x, 4) = x^2 + 16 + 4x$
y
4
3
2
1
$x=1$
Color



편미분과 Gradient의 기하학적 의미 (간단 소개)

3강 편미분

「편미분이란?」

$$z = f(x, y) = 3x^2 + 2y^3 + x^2y^3$$

$$f_x(x, y) = 6x + 0 + 2xy^3 \quad = \frac{\partial f}{\partial x}$$

f의 x에 대한 편도함수

$$f_y(x, y) = 0 + 6y^2 + x^2 3y^2 = \frac{\partial f}{\partial y}$$

f의 y에 대한 편도함수

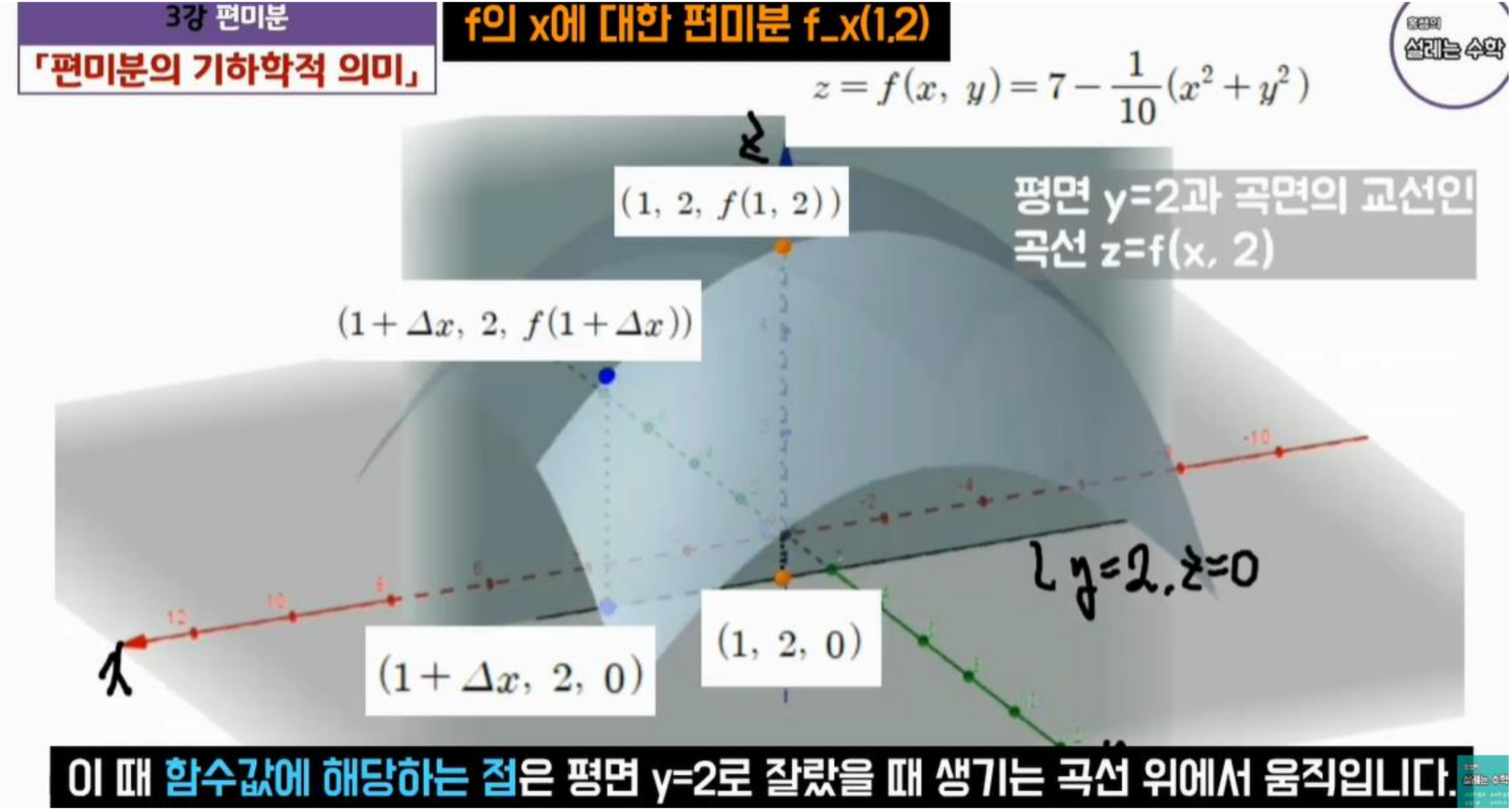
참고 편미분 계산 방법

① x에 대한 편도함수를 구하는 방법은 y를 상수로 취급한 후, x에 대한 함수로 보고 미분을 하면 된다. y에 대한 편도함수는 반대로 x를 상수로 취급한 후, y에 대한 함수로 보고 미분을 하면 된다.

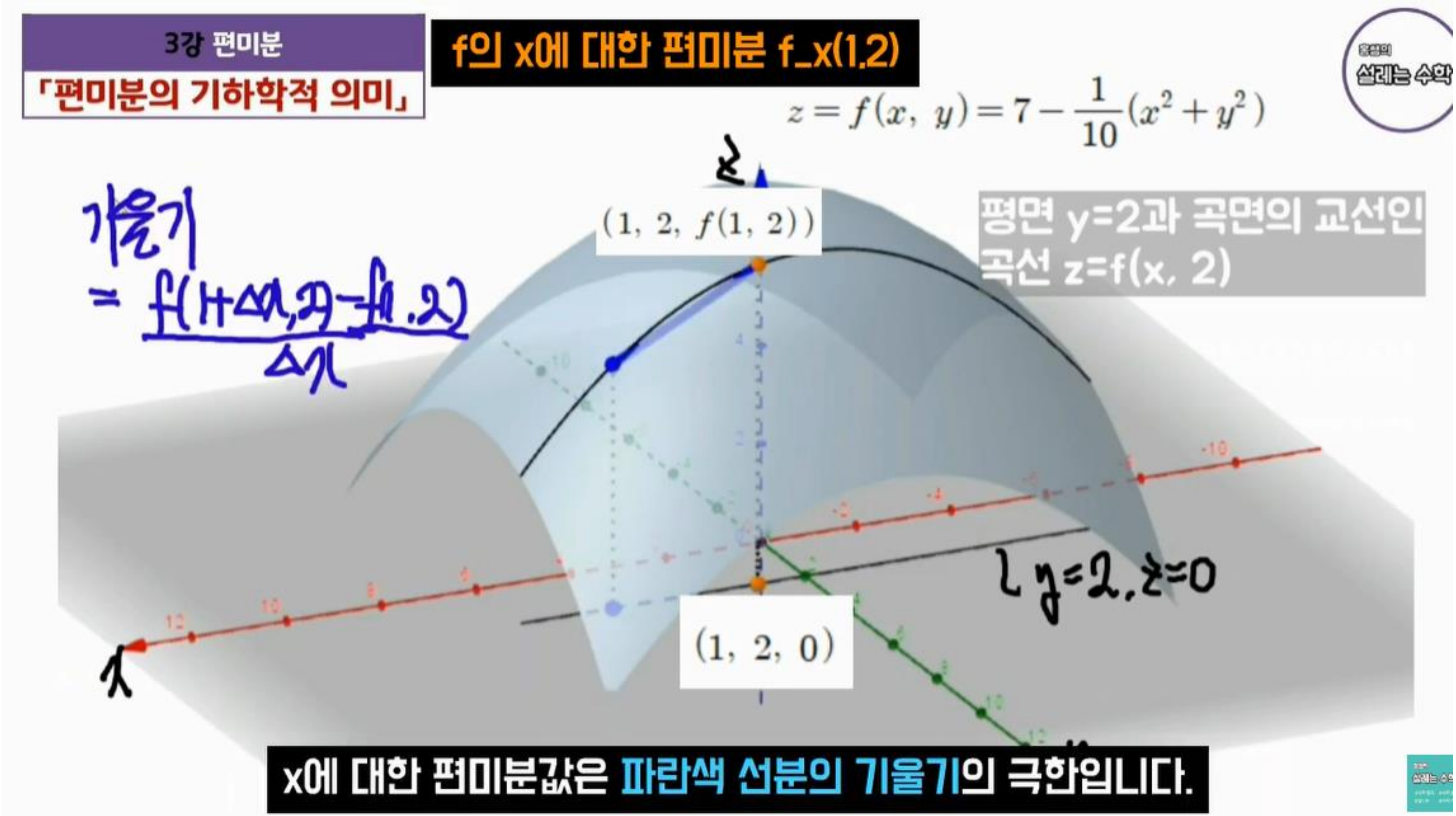
② 편미분 값을 계산할 때에는 편도함수를 구한 뒤, 해당 좌표를 대입하여 구하면 된다.

$f_x(a,b)$: 곡선 $z=f(x,b)$의 $(a,b,f(a,b))$에서 접선의 기울기

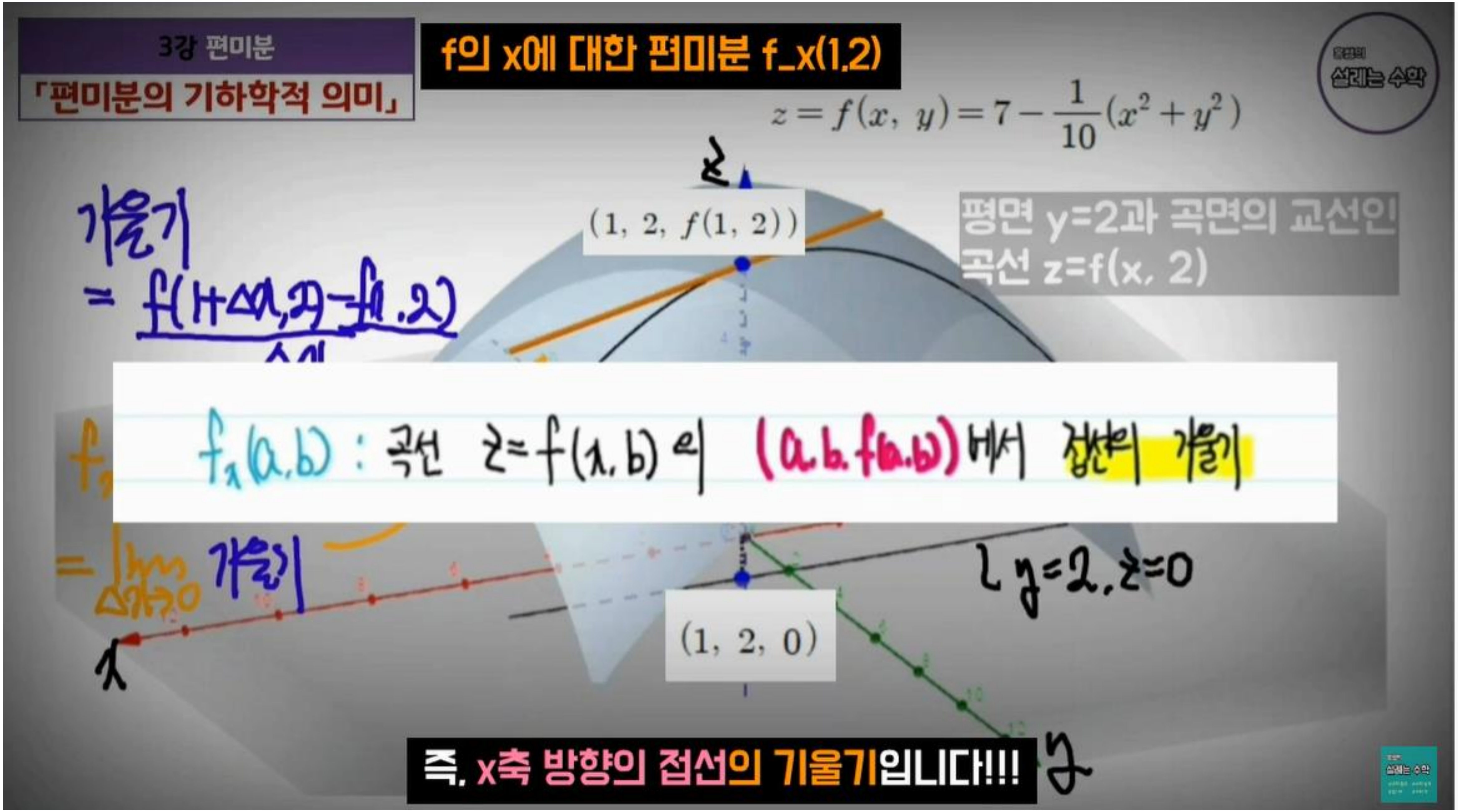
y=f(x)의 미분이 접선의 기울기였듯이, 편미분값도 곡면의 접선의 기울기가 됩니다.



3강 편미분
「편미분의 기하학적 의미」
f의 x에 대한 편미분 f_x(1,2)
$z=f(x,\ y)=7-\frac{1}{10}(x^2+y^2)$
z
(1, 2, f(1, 2))
평면 y=2과 곡면의 교선인
곡선 z=f(x, 2)
(1+Δx, 2, f(1+Δx))
l y=2, z=0
x
(1+Δx, 2, 0)
(1, 2, 0)
이 때 함수값에 해당하는 점은 평면 y=2로 잘랐을 때 생기는 곡선 위에서 움직입니다.



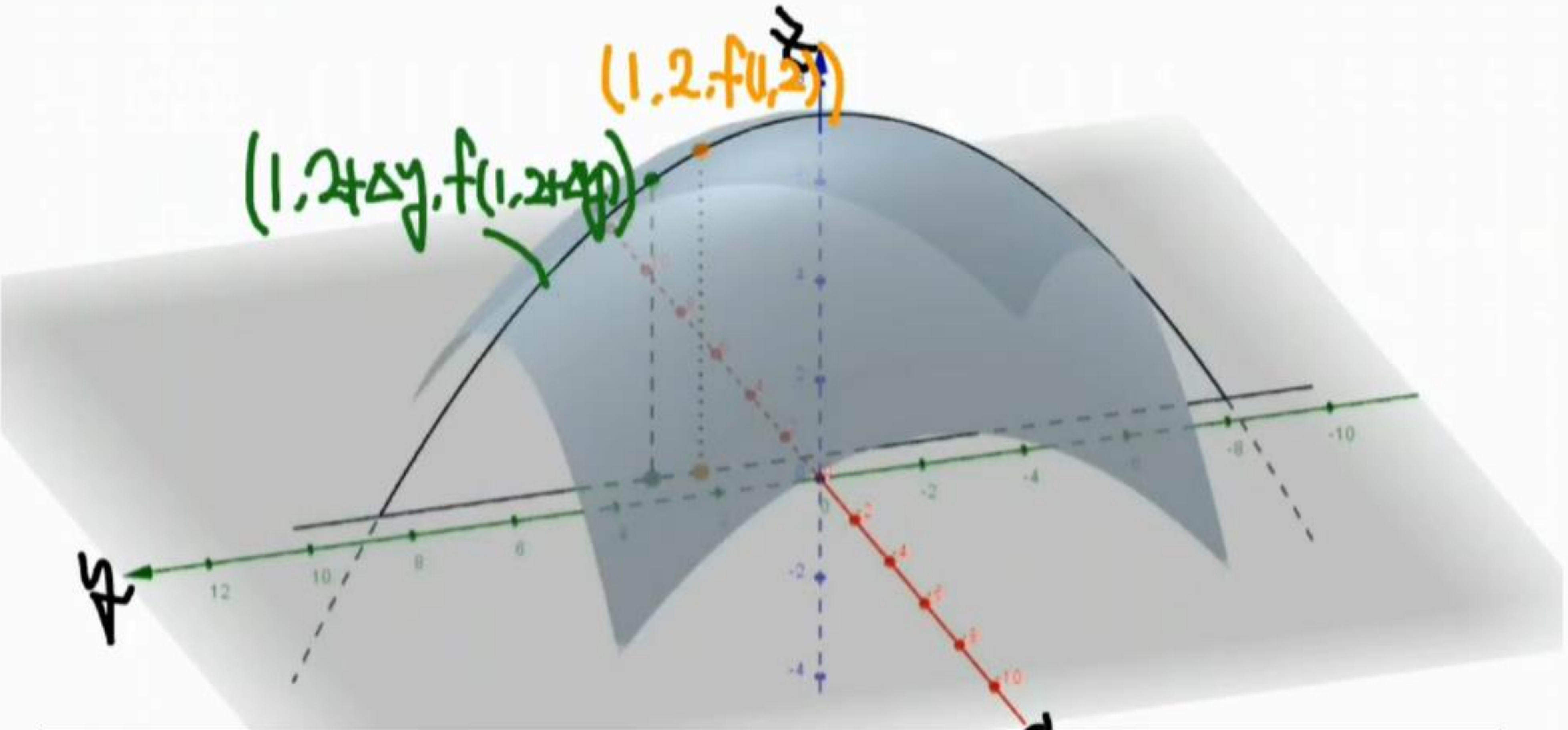
3강 편미분
「편미분의 기하학적 의미」
f의 x에 대한 편미분 f_x(1,2)
설레는 수학
$z = f(x,\ y) = 7 - \frac{1}{10}(x^2 + y^2)$
기울기
$= \frac{f(1+\Delta x, 2) - f(1,2)}{\Delta x}$
z
$(1,\ 2,\ f(1,\ 2))$
평면 y=2과 곡면의 교선인
곡선 z=f(x, 2)
l $y=2,\ z=0$
$(1,\ 2,\ 0)$
x
x에 대한 편미분값은 파란색 선분의 기울기의 극한입니다.


3강 편미분
「편미분의 기하학적 의미」
f의 x에 대한 편미분 f_x(1,2)
$z = f(x, y) = 7 - \frac{1}{10}(x^2 + y^2)$
설레는 수학
평면 y=2과 곡면의 교선인
곡선 z=f(x, 2)
$(1, 2, f(1, 2))$
기울기
$= \frac{f(1+\Delta x, 2) - f(1, 2)}{\Delta x}$
$f_x(a, b)$: 곡선 $z = f(x, b)$ 의 $(a, b, f(a, b))$ 에서 접선의 기울기
$= \lim_{\Delta x \to 0}$ 기울기
$y=2,\ z=0$
$(1, 2, 0)$
x
y
z
즉, x축 방향의 접선의 기울기입니다!!!

3강 편미분

「편미분의 기하학적 의미」

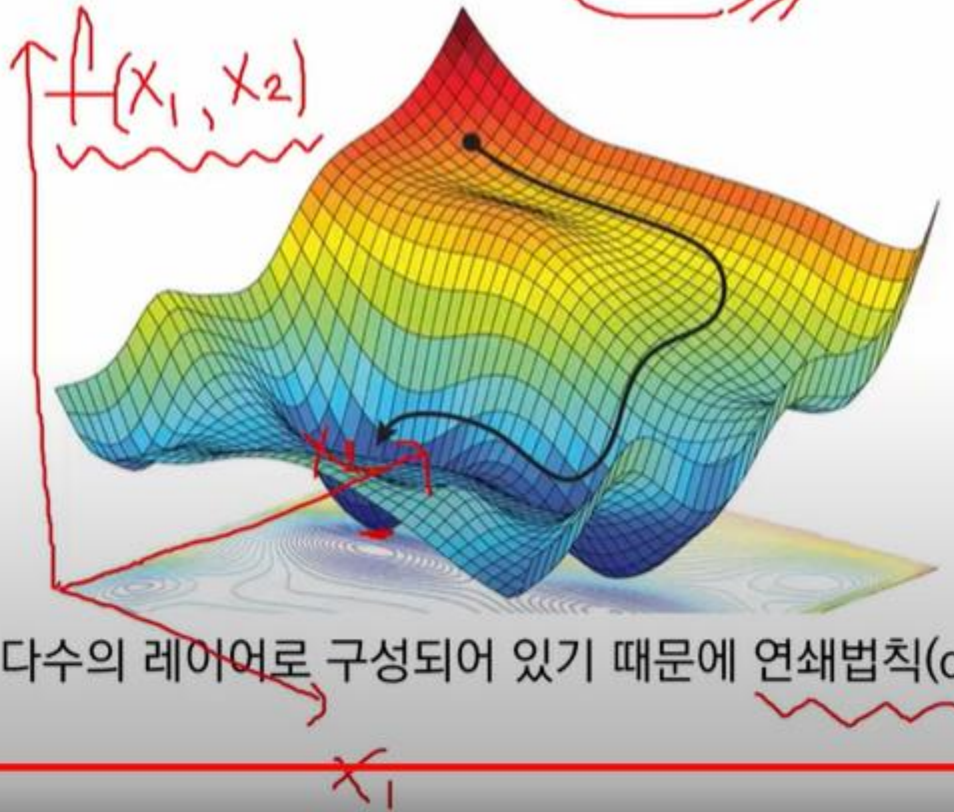
평면 x=1과 곡면의 교선인
곡선 z=f(1, y)

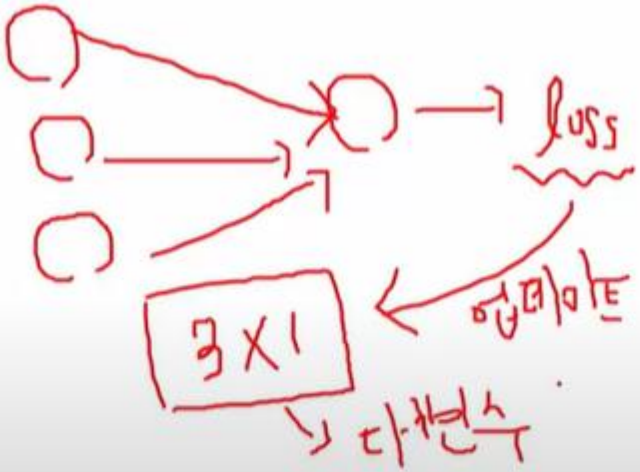


초록색 선분의 기울기의 극한이 f_y(1,2)이므로 접선의 기울기가 됩니다.

편미분 (Partial derivative)

- 실제로 머신러닝 모델은 입력(input)이나 가중치(weight) 값들이 다변수 벡터 형태입니다.
  - 따라서 머신러닝 모델에서 학습(training) 과정은 편미분을 통해 이루어집니다.





- 또한 머신러닝 모델은 다수의 레이어로 구성되어 있기 때문에 연쇄법칙(chain-rule)을 이용합니다.

미분과 편미분(Ordinary Derivative & Partial Derivative) | 인공지능 및 컴퓨터 비전을 위한 수학 핵심 개념노트

머신러닝과 마찬가지로 학습 시에 최적의 매개변수를 찾아야 한다.
최적의 매개변수란 손실 함수가 최솟값이 될 때의 매개변수 값이다.

- 기울기가 가리키는 곳에 함수의 최솟값이 있는지, 옳은 방향인지 보장할 수 없다. 하지만 그 방향으로 가야 함수의 값을 줄일 수 있다.

↓

4.4 기울기