### ANNO ACCADEMICO 2024/2025

# Metodi Numerici

# Teoria

## Altair's Notes



DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Capitolo 1	Introduzione e complementi di algebra lineare	Pagina 5	
1.1	Che cos'è l'analisi numerica? Buona posizione e Condizionamento — 6	5	
Capitolo 2	Test?	Pagina 9	

### Premessa

### Licenza

Questi appunti sono rilasciati sotto licenza Creative Commons Attribuzione 4.0 Internazionale (per maggiori informazioni consultare il link: https://creativecommons.org/version4/).



### Formato utilizzato

Box di "Concetto sbagliato":

Concetto sbagliato 0.1: Testo del concetto sbagliato

Testo contente il concetto giusto.

### Box di "Corollario":

Corollario 0.0.1 Nome del corollario

Testo del corollario. Per corollario si intende una definizione minore, legata a un'altra definizione.

### Box di "Definizione":

Definizione 0.0.1: Nome delle definizione

Testo della definizione.

### Box di "Domanda":

### Domanda 0.1

Testo della domanda. Le domande sono spesso utilizzate per far riflettere sulle definizioni o sui concetti.

### Box di "Esempio":

Esempio 0.0.1 (Nome dell'esempio)

Testo dell'esempio. Gli esempi sono tratti dalle slides del corso.

### Box di "Note":

Note:-

Testo della nota. Le note sono spesso utilizzate per chiarire concetti o per dare informazioni aggiuntive.

### Box di "Osservazioni":

### Osservazioni 0.0.1

Testo delle osservazioni. Le osservazioni sono spesso utilizzate per chiarire concetti o per dare informazioni aggiuntive. A differenza delle note le osservazioni sono più specifiche.

1

# Introduzione e complementi di algebra lineare

### 1.1 Che cos'è l'analisi numerica?

### Definizione 1.1.1: Analisi numerica

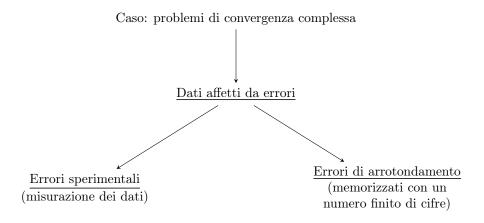
Sviluppare e analizzare algoritmi per risolvere problemi matematici (algebra lineare, teoria dei numeri, ottimizzazione, etc.) usando l'approssimazione numerica.

### Note:-

In questo corso non si è alla ricerca di soluzioni esatte, ma di soluzioni approssimate.

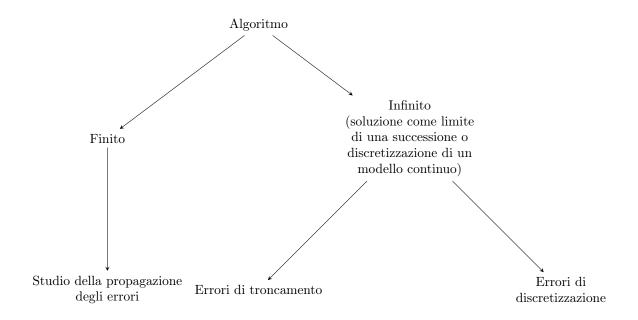
### Definizione 1.1.2: Calcolo scientifico

Esplorare l'applicazione dei metodi numerici a problemi concreti delle scienze fisiche, dell'ingegneria, delle scienze sociali e della vita, etc.



### Note:-

Gli errori sperimentali sono dovuti alla strumentazione e a errori di misurazione. Gli errori di arrotondamento sono dovuti al fatto che i calcolatori utilizzano un numero finito di cifre quindi i numeri reali  $\mathbb R$  vengono approssimati a numeri razionali  $\mathbb Q$ .



### 1.1.1 Buona posizione e Condizionamento

Per prevedere l'esito di un fenomeno o simulare l'andamento di un processo si costruisce un modello matematico.

### Definizione 1.1.3: Modello matematico

Complesso di formule che descrivono il comportamento del fenomeno in esame.

### Note:-

Da un modello/problema matematico si vuole passare a un problema numerico.

### Definizione 1.1.4: Problema numerico

Non tutti i problemi matematici sono effettivamente risolubili. Si introducono semplificazioni o approssimazioni per rendere il problema risolubile numericamente da un calcolatore.

### Note:-

Bisogna notare che si vuole avere a che fare con problemi ben posti $^a$ .

<sup>a</sup>Visti in "Metodologie e Tecnologie Didattiche per l'Informatica" e "Storia dell'Informatica".

### Definizione 1.1.5: Problema ben posto

Ammette  $una\ e\ una\ sola$  soluzione che dipende dalla  $continuità\ dei\ dati$ . Il caso opposto è un problema mal posto.

### Esempio 1.1.1 (Problemi mal posti)

- $\Rightarrow x^2 + 1 = 0, \not\exists$  soluzione in  $\mathbb{R}$ ;
- $\Rightarrow x + y = 1$ ,  $\exists$  infinite soluzioni in  $\mathbb{R}$ .

### Note:-

Un problema e ben posto/mal posto anche in base al tipo di soluzioni che si sta cercando, per esempio il primo esempio ha una soluzione in  $\mathbb{C}$ .

### Definizione 1.1.6: Problema instabile

La soluzione non dipende dalla continuità dei dati. *Piccole perturbazioni* sui dati in ingresso portano a *errori consistenti* sui dati in uscita. Il caso opposto è un problema stabile.

### Note:-

Questo ci porta a parlare di condizionamento di un problema.

### Definizione 1.1.7: Condizionamento del problema

Misura qualitativa di come la soluzione viene influenzata dalla perturbazione dei dati... Siano  $\delta d$  una perturbazione dei dati del problema,  $\delta x$  la corrispondente perturbazione sulla sua soluzione e ||°|| una qualsiasi norma vettoriale.

- K è il numero di condizionamento assoluto, ossia  $||\delta x|| \le K||\delta d||$ ;
- $K^*$  è il numero di condizionamento relativo, ossia  $\frac{||\delta x||}{||x||} \leqslant K^* \frac{||\delta d||}{||d||}$

# Test2