

Fairness et discrimination en assurance

Julie Huyghe

Altaïr - Université Libre de Bruxelles

14 mars 2025

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Introduction - Définition de l'assurance

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



1. Mathématicienne - Actuaire
2. Doctorante à l'ULB sous la supervision de Julien Trufin
3. Enseignante Mathématiques EPFC
4. Connections avec Altaïr

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau
individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de
concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

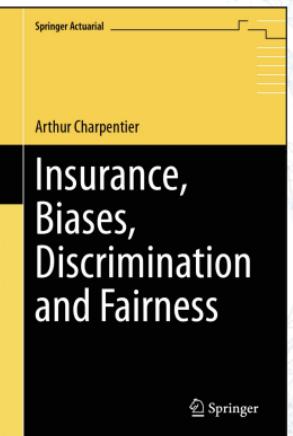
Conclusion

Bibliographie

Sources et auteurs influents

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



1. Arthur Charpentier - UQAM Montréal
2. Fei Huang - Professor UNSW Sydney
3. Mario V. Wüthrich - Professor ETH Zurich
4. Andreas Tsanakas - Professor Bayes Business School London
5. Mathias Lindholm - Stockholm University

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau
individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de
concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Discrimination

1. (Larousse) Action de séparer, de distinguer deux ou plusieurs êtres ou choses à partir de certains critères ou caractères distinctifs
2. (Larousse) Fait de distinguer et de traiter différemment (le plus souvent plus mal) quelqu'un ou un groupe par rapport au reste de la collectivité ou par rapport à une autre personne.
3. Discrimination is "the act of treating different groups differently," Frees and Huang (2021)

Ex : Racisme - Sexisme

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Traiter la discrimination en assurance

Dimension légale

Aucune définition uni-versellement acceptée.

Dimension économique

Corrélation risque -
variables sensibles

Dimension philosophique

- ▷ Directe (biais implicites)
- ▷ Indirecte
- ▷ Est-il mal de discriminer ?

Mal défini - Insoluble



Equité

1. (Larousse) Qualité consistant à attribuer à chacun ce qui lui est dû par référence aux principes de la justice naturelle ; impartialité. Caractère de ce qui est fait avec justice et impartialité : L'équité d'un partage.
 2. Pour Leibniz ou Kant, une personne est censée mériter le bonheur en vertu d'être moralement bonne.
-
1. Un étudiant qui écrit un meilleur travail mérite-t'il une meilleure note ?
 2. Qu'est-ce qu'un algorithme éthique ? Un algorithme raciste ?

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

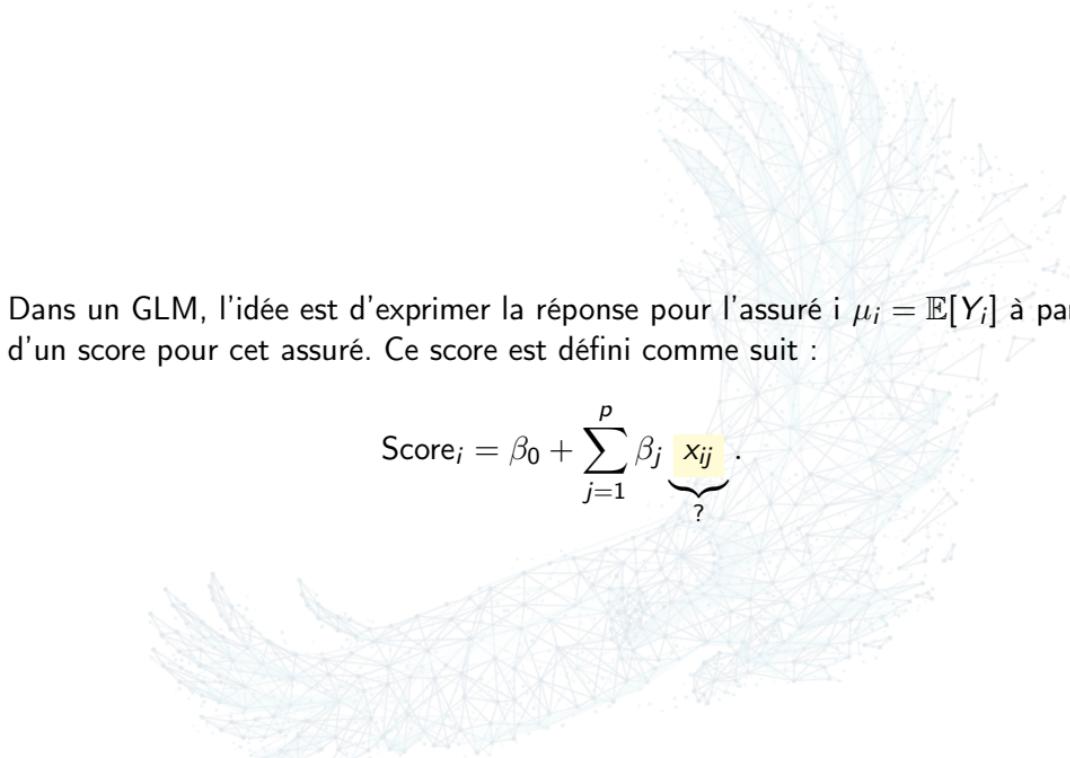
Bibliographie

Définition : En tarification d'assurance, soit Y la variable réponse et (\mathbf{X}, \mathbf{D}) un ensemble de variables caractéristiques. Alors la prime pure est définie comme

Prime pure

$$\mu(\mathbf{X}, \mathbf{D}) = \mathbb{E}[Y | \mathbf{X}, \mathbf{D}]$$

1. Notion introduite par les économistes pour une question d'accuracy (performance) et non d'équité. Il s'agit du meilleur prédicteur au sens de la norme L^2 .
2. Il n'y a pas de loi de prix unique, une tarification n'est valable que dans un portefeuille.
3. Cette tarification discrimine pas définition étant donné qu'il prend \mathbf{D} comme entrée.



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau
individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de
concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

GLM - Théorie - Codage en variables binaires

Dummy coding

Une variable catégorielle à k niveaux partitionne le portefeuille en k classes. Elle sera donc codée à l'aide de $k - 1$ variables binaires. Le cas où toutes ces variables binaires sont nulles correspondra à la catégorie dite de référence.

Zone	x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}	Coefficient
A	0	0	0	0	/
B	1	0	0	0	β_1
C	0	1	0	0	β_2
D	0	0	1	0	β_3
E	0	0	0	1	β_4

- ▶ L'intercept β_0 tient compte de l'effet du niveau de référence, pris comme la zone A.
- ▶ L'intercept β_0 rend compte de l'effet du niveau de référence, pris comme la zone A. Par conséquent, β_1 quantifie la différence entre les zones B et A, β_2 quantifie la différence entre les zones C et A...
- ▶ On est pas limité à faire des comparaisons par rapport au niveau de référence : les différences entre les zones B et C sont quantifiées par $\beta_1 - \beta_2$.

Remarque : il faut que la catégorie de référence soit suffisamment peuplée !

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

L'idée est que l'on se donne la possibilité d'avoir que la moyenne n'est plus juste égale au score mais à une fonction du score. Soit une fonction de lien g . On peut alors écrire

$$g(\mu_i) = \text{Score}_i.$$

ce qui implique

$$\mathbb{E}[Y_i|X] = \mu_i \approx g^{-1}(\text{Score}_i) = g^{-1}\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij}\right).$$

Choix de la fonction de lien g ?

- ▶ Fonction de lien canonique associée à chaque distribution : ce choix de fonction permet d'avoir des belles propriétés mais n'est pas celui qui permet une interprétation intuitive !
- ▶ Fonction log qui permet une structure multiplicative très facile à interpréter.

Modèle de régression

Si on choisit la fonction de lien log, on obtient la structure multiplicative suivante :

$$\mathbb{E}[Y_i|X] = \mu_i \approx \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij}\right) = \exp(\beta_0) \prod_{j=1}^p \exp(\beta_j x_{ij}).$$

Intelligence artificielle

Machine learning

- ▷ vs Modèle de régression
- ▷ Black Box

Big Data

- ▷ Discrimination par proxy

y	urban	age	race
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.



y	urban	age	zip	lastname	model	credit
.
.
.
.

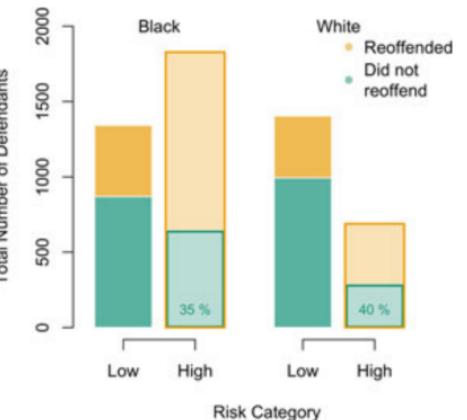
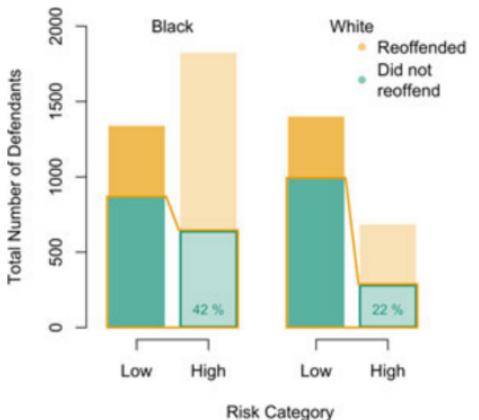
Optimisation

$$\pi^*(\mathbf{X}) = \operatorname{argmin}_{\pi(\mathbf{X})} \mathbb{E}(L(Y, \pi(\mathbf{X})))$$

Etude Compas

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Introduction

- Mon profil
- Auteurs influents sur le sujet
- Discrimination
- Équité (Fairness)
- Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

- Probabilité au niveau individuel ?
- Auto-calibration
- Courbe de Lorenz et courbe de concentration
- Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

- Parité Démographique
- Égalité des Chances
- Calibration
- Théorème d'impossibilité et contre-exemple

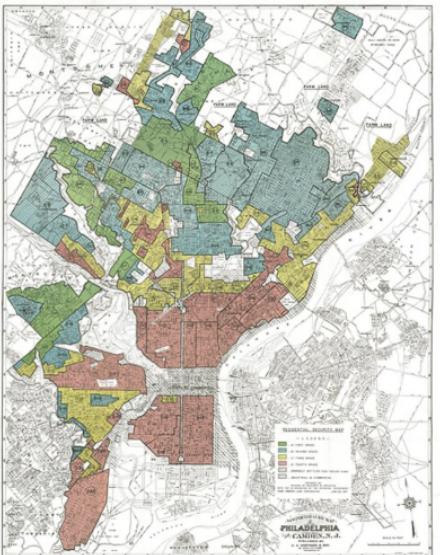
Conclusion

Bibliographie

Red Lining

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Une carte **HOLC** de Philadelphie de 1937, indiquant les quartiers à faibles revenus¹. Les ménages et entreprises situées dans les zones rouges ne pouvaient pas obtenir de prêts bancaires.

1. Seuls six quartiers à majorité afro-américaine dans l'ensemble des États-Unis n'étaient pas évalués comme « Type D ».
2. Entre 1945 et 1959, les Afro-Américains ont reçu moins de 2 % de tous les prêts immobiliers assurés par le gouvernement fédéral.

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Résultats pour Auderghem · Choisir une zone ::



9

°C | °F Précipitations : 40%
Humidité : 85%
Vent : 14 km/h

Température | Précipitations | Vent



dim.	lun.	mar.	mer.	jeu.	ven.	sam.	dim.

13 ° 10 ° 11 ° 7 ° 9 ° 4 ° 9 ° 4 ° 7 ° 3 ° 7 ° 2 ° 9 ° 2 ° 8 ° 4 °

[Données météo](#) · [Commentaires](#)

A la fin de l'année, si je collecte tous les jours où j'avais prédis 40%, il faut que j'ai observé de la pluie pour 40% de ces jours.



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Introduction[Mon profil](#)[Auteurs influents sur le sujet](#)[Discrimination](#)[Equité \(Fairness\)](#)[Actuarial "Fairness" ?](#)**Performance vs
Calibration**[Probabilité au niveau individuel ?](#)**Auto-calibration**[Courbe de Lorenz et courbe de concentration](#)[Test pour l'auto-calibration](#)**Group Fairness**[Parité Démographique](#)[Égalité des Chances](#)[Calibration](#)[Théorème d'impossibilité et contre-exemple](#)**Conclusion****Bibliographie**

Auto-calibration

« Parmi les patients ayant un risque estimé de 20 %, on s'attend à ce que 20 sur 100 développent ou aient l'événement ».

- ▶ Si 40 patients sur 100 dans ce groupe sont diagnostiqués avec la maladie, cela signifie que le risque a été sous-estimé.
- ▶ Si seulement 10 patients sur 100 sont atteints, alors le risque a été surestimé.

Calibration

Un prédicteur $\hat{m}(\mathbf{X})$ de Y est **auto-calibré** si

$$E[Y \mid \hat{Y} = \hat{y}] = \hat{y}, \quad \forall \hat{y}$$

Parmi toutes les personnes pour lesquelles je prédis une probabilité de décès de 20%, à la fin de l'année si je metis je collecta toutes les personnes pour lesquelles j'ai fait cette prévision j'aimerais bien observer 20 % de 1. Le modèle renvoie donc une probabilité qui a du sens.

Les modèles de Machine Learning ne satisfont souvent pas cette propriété qui est **FONDAMENTALE** en actuariat.

Introduction

Mon profil
Auteurs influents sur le sujet
Discrimination
Equité (Fairness)
Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration
Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances
Calibration
Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Auto-calibration, une propriété d'équilibre

1. Équilibre global ("well balanced globally")

- ▶ L'estimation du modèle doit respecter l'équilibre global :

$$\mathbb{E}[\hat{Y}] = \mathbb{E}[Y]$$

- ▶ Interprétation :

- ▶ **Primes collectées** = Montants des primes perçues
- ▶ **Pertes payées** = Coût des sinistres réglés

2. Équilibre local ("well balanced locally", Calibration)

- ▶ À un niveau plus fin, le modèle doit être calibré pour respecter :

$$\mathbb{E}[\hat{Y} \mid \hat{Y} = \hat{y}] = \mathbb{E}[Y \mid \hat{Y} = \hat{y}] = \hat{y}, \quad \forall \hat{y}$$

- ▶ Interprétation : la prédiction doit refléter fidèlement la probabilité observée.

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

On peut associer à un estimateur \hat{m} de l'espérance conditionnelle deux courbes qui seront importantes ici :

Definition : courbe de concentration

la **courbe de concentration** de $\mu(\mathbf{X})$ par rapport à $\hat{m}(\mathbf{X})$ définie par

$$\alpha \mapsto CC[\mu(\mathbf{X}), \hat{m}(\mathbf{X}); \alpha] = \frac{\mathbb{E} [\mu(\mathbf{X}) I[\hat{m}(\mathbf{X}) \leq F_{\hat{m}}^{-1}(\alpha)]]}{\mathbb{E}[\mu(\mathbf{X})]}, \quad \alpha \in (0, 1),$$

où $F_{\hat{m}}^{-1}$ est la fonction quantile associée à $\hat{m}(\mathbf{X})$

Definition : courbe de Lorenz

La **courbe de Lorenz** associée à $\hat{m}(\mathbf{X})$ définie par

$$\begin{aligned} \alpha \mapsto LC[\hat{m}(\mathbf{X}); \alpha] &= CC[\hat{m}(\mathbf{X}), \hat{m}(\mathbf{X}); \alpha] \\ &= \frac{\mathbb{E} [\hat{m}(\mathbf{X}) I[\hat{m}(\mathbf{X}) \leq F_{\hat{m}}^{-1}(\alpha)]]}{\mathbb{E}[\hat{m}(\mathbf{X})]}, \quad \alpha \in (0, 1). \end{aligned}$$

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de
concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

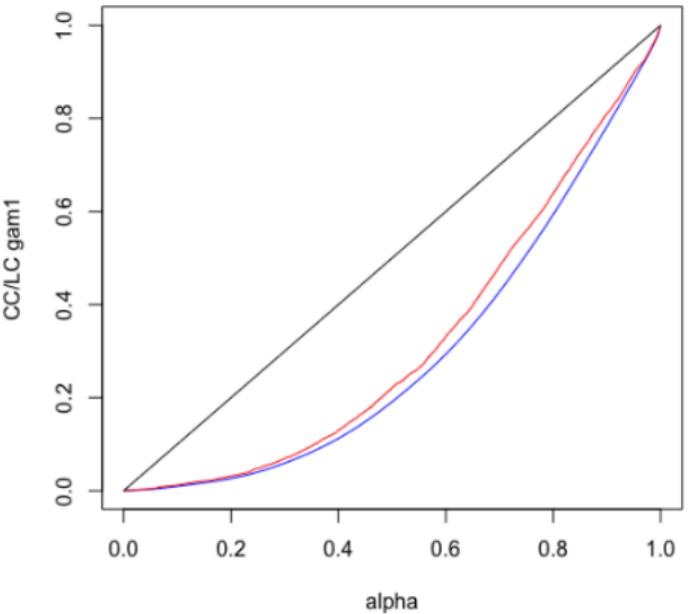
Conclusion

Bibliographie

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Une définition équivalente de l'auto-calibration



Proposition

Nous avons

$$\text{CC}[\mu(\mathbf{X}), \pi(\mathbf{X}); \alpha] = \text{LC}[\pi(\mathbf{X}); \alpha] \text{ pour tout niveau de probabilité } \alpha$$

si, et seulement si $\pi_{\text{unbiased}}(\mathbf{X}) = \frac{\text{E}[Y]}{\text{E}[\pi(\mathbf{X})]} \pi(\mathbf{X})$ est auto-calibré.

L'égalité des courbes de concentration et de lorenz est équivalent à l'auto-calibration pour les estimateurs non biaisés.

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Procédure de test pour l'auto-calibration

Nous pouvons donc proposer une procédure de test pour l'auto-calibration à partir de n copies i.i.d. $(Y_1, \mathbf{X}_1), \dots, (Y_n, \mathbf{X}_n)$ de (Y, \mathbf{X}) .

Test pour l'auto-calibration

Nous voulons tester l'hypothèse nulle :

$$\mathcal{H}_0 : CC[\mu(\mathbf{X}), \hat{m}(\mathbf{X}); \alpha] = LC[\hat{m}(\mathbf{X}); \alpha] \quad \forall \alpha \in (0, 1)$$

contre l'hypothèse alternative :

$$\mathcal{H}_1 : CC[\mu(\mathbf{X}), \hat{m}(\mathbf{X}); \alpha_0] \neq LC[\hat{m}(\mathbf{X}); \alpha_0] \quad \text{pour un certain } \alpha_0 \in (0, 1)$$

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de concentrationTest pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Procédure de test pour l'auto-calibration

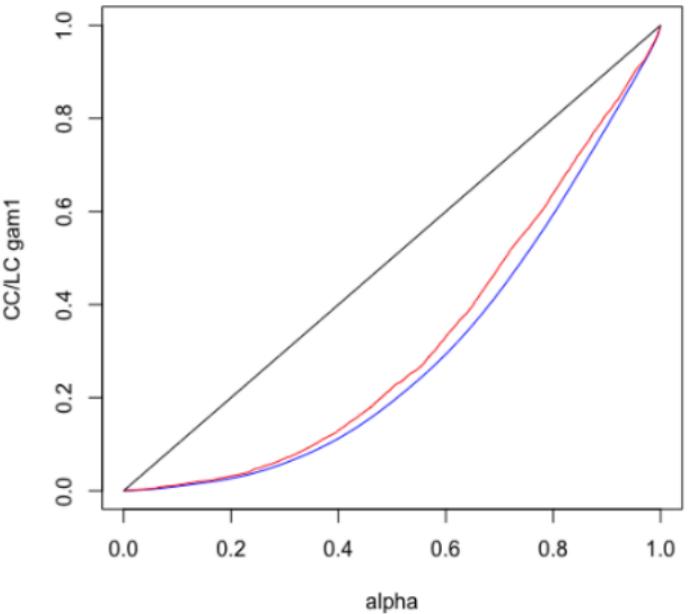
Notre test va donc être naturellement basé sur les versions empiriques de CC et de LC définie comme :

$$\widehat{CC}[\mu(\mathbf{X}), \widehat{m}(\mathbf{X}); \alpha] = \frac{1}{n\bar{Y}} \sum_{i=1}^n Y_i I [\widehat{m}(\mathbf{X}_i) \leq F_{\widehat{m}}^{-1}(\alpha)], \quad \alpha \in (0, 1),$$

et

$$\widehat{LC}[\widehat{m}(\mathbf{X}); \alpha] = \frac{1}{n\bar{m}} \sum_{i=1}^n \widehat{m}(\mathbf{X}_i) I [\widehat{m}(\mathbf{X}_i) \leq F_{\widehat{m}}^{-1}(\alpha)], \quad \alpha \in (0, 1).$$

Procédure de test pour l'auto-calibration



Procédure de test pour l'auto-calibration

Plus précisément, l'hypothèse nulle est rejetée pour de grandes valeurs de la statistique de test suivante :

$$\mathcal{T} = \sup_{\alpha \in (0,1)} |T_n(\alpha)|,$$

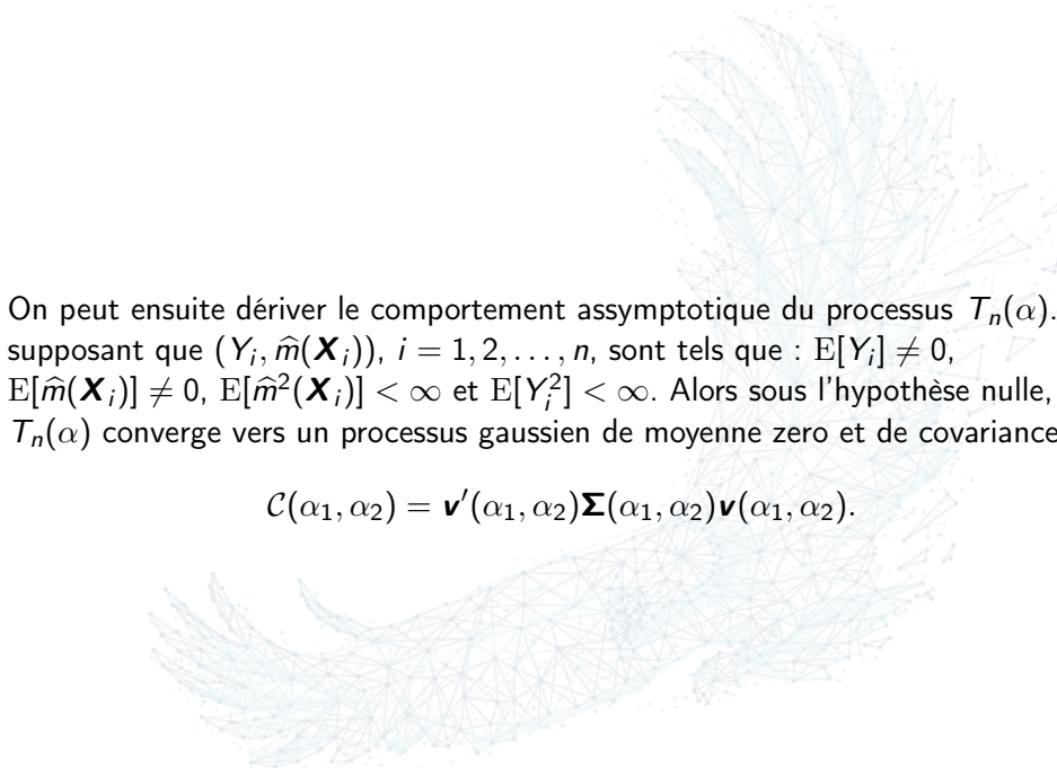
où

$$\begin{aligned} T_n(\alpha) &= \sqrt{n} \left(\widehat{\text{CC}}[\mu(\mathbf{X}), \widehat{m}(\mathbf{X}); \alpha] - \widehat{\text{LC}}[\widehat{m}(\mathbf{X}); \alpha] \right) \\ &= n^{-1/2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i}{\bar{Y}} - \frac{\widehat{m}(\mathbf{X}_i)}{\bar{m}} \right) I[\widehat{m}(\mathbf{X}_i) \leq F_{\widehat{m}}^{-1}(\alpha)] \end{aligned}$$

Comportement assymptotique du processus

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



On peut ensuite dériver le comportement assymptotique du processus $T_n(\alpha)$. En supposant que $(Y_i, \hat{m}(\mathbf{X}_i))$, $i = 1, 2, \dots, n$, sont tels que : $E[Y_i] \neq 0$, $E[\hat{m}(\mathbf{X}_i)] \neq 0$, $E[\hat{m}^2(\mathbf{X}_i)] < \infty$ et $E[Y_i^2] < \infty$. Alors sous l'hypothèse nulle, $T_n(\alpha)$ converge vers un processus gaussien de moyenne zero et de covariance

$$\mathcal{C}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{v}'(\alpha_1, \alpha_2) \boldsymbol{\Sigma}(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{v}(\alpha_1, \alpha_2).$$

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Procédure de test

- La procédure de test rejette donc l'hypothèse nulle si $T > c_\beta$ où β est un niveau de confiance fixé tel que $P[\sup_{\alpha \in (0,1)} |T_n(\alpha)| > c_\beta] = \beta$ sous l'hypothèse nulle.
- On ne peut pas calculer c_β car la distribution de $(Y_i, \hat{m}(\mathbf{X}_i))$ reste inconnue. Nous utilisons néanmoins ce résultat pour fournir une procédure de bootstrap.

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Équité par Ignorance ("Fairness through Unawareness")

L'approche la plus simple de l'équité est l'**équité par ignorance**, qui consiste à ignorer l'information protégée S .

La fonction de régression **directement discriminante** est définie par :

$$\mu(\mathbf{x}, s) = \mathbb{E}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}, S = s]$$

et la fonction de régression **indirectement discriminante** est définie par :

$$\mu(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[Y | \mathbf{X} = \mathbf{x}]$$

Effet sur la discrimination : - Ce prix ne discrimine pas directement, car il ne dépend pas de S . - Cependant, il peut discriminer indirectement car \mathbf{X} permet d'inférer S .

Lien avec la propriété de l'espérance conditionnelle :

$$\mu(\mathbf{X}) = \int \mu(\mathbf{X}, s) d\mathbb{P}(S = s | \mathbf{X})$$

Parité Démographique (Demographic Parity)

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Une prédition respecte la **parité démographique** si la distribution des scores est identique entre les groupes sensibles.

$$\mathbb{E}[\hat{Y} | S = A] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[\hat{Y} | S = B]$$

Exemple d'interprétation : En prédition, en moyenne, il faut avoir les mêmes probabilités de décès dans chaque groupe défini d'une variable sensible.



Introduction

Mon profil
Auteurs influents sur le sujet
Discrimination
Equité (Fairness)
Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?
Auto-calibration
Courbe de Lorenz et courbe de concentration
Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances
Calibration
Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Égalité des Chances (Equalized Odds)

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Uniquement dans les cas binaire :

Un modèle satisfait l'égalité des chances si la prédiction est indépendante du groupe sensible, à condition de fixer l'issue réelle Y .

$$\mathbb{E}[\hat{Y} | Y = y, S = A] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[\hat{Y} | Y = y, S = B], \quad \forall y$$

Exemple d'interprétation : Le taux de faux positifs qui doit être le même dans A et B.

« Je prends toutes les personnes qui sont effectivement décédées. Est-ce que la prédiction (en proba) de décès était la même pour les hommes et les femmes ? »

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs
Calibration

Probabilité au niveau
individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de
concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



On permute le \hat{Y} et le Y :

Un modèle est bien calibré si la probabilité prédictive correspond à la proportion réelle d'événements dans chaque groupe.

$$\mathbb{E}[Y | \hat{Y} = u, S = A] \stackrel{?}{=} \mathbb{E}[Y | \hat{Y} = u, S = B], \quad \forall u$$

Interprétations :

- ▶ La probabilité de réalisation d'un événement doit être la même pour tous les groupes.
- ▶ Exemples : Évaluation du risque en assurance, admission universitaire.

Introduction

Mon profil
Auteurs influents sur le sujet
Discrimination
Équité (Fairness)
Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?
Auto-calibration
Courbe de Lorenz et courbe de concentration
Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances
Calibration
Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Theoreme d'impossibilité

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



Sauf si des propriétés très spécifiques sont supposées sur \mathbb{P} , il n'existe aucune fonction de prédiction $\mu(\cdot)$ pouvant satisfaire simultanément deux critères d'équité.



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Contre-exemple

Supposons que nous ayons des covariables tridimensionnelles $(X, D) = (X_1, X_2, D)$ suivant une distribution multinormale.

$$(X_1, X_2, D)^\top \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \rho_1 \\ 0 & 1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.9 & 1 \end{pmatrix} \right).$$

Ainsi, les covariables non protégées X_1 et X_2 sont indépendantes, mais elles sont toutes deux dépendantes de la covariable protégée D .

Introduction[Mon profil](#)[Auteurs influents sur le sujet](#)[Discrimination](#)[Equité \(Fairness\)](#)[Actuarial "Fairness" ?](#)**Performance vs
Calibration**[Probabilité au niveau individuel ?](#)[Auto-calibration](#)[Courbe de Lorenz et courbe de concentration](#)[Test pour l'auto-calibration](#)**Group Fairness**[Parité Démographique](#)[Égalité des Chances](#)[Calibration](#)[Théorème d'impossibilité et contre-exemple](#)**Conclusion****Bibliographie**

Contre-exemple

La variable réponse Y suit la loi normale conditionnelle suivante :

$$Y | (\mathbf{X}, S) \sim \mathcal{N}(X_1, 1 + X_2^2)$$

Cela signifie que Y ne dépend pas directement de l'information protégée D , mais uniquement des variables non protégées \mathbf{X} . Ainsi, \mathbf{X} est suffisant pour décrire la distribution de Y , et D n'apporte aucune information supplémentaire.

Dans ce cas, les prix **best-estimate** et **unawareness** sont identiques :

$$\mu(\mathbf{X}, S) = \mu(\mathbf{X}) = X_1$$

Il n'y a donc **aucune discrimination indirecte**, car la connaissance de D ne modifie pas l'estimation de Y . Quel que soit le lien entre D et \mathbf{X} , qu'il soit causal ou purement statistique, cela justifie l'absence de discrimination indirecte.

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et
courbe de concentration

Test pour
l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème
d'impossibilité et
contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Violation de la première définition

Problème : Le prix non discriminatoire peut violer l'axiome d'indépendance si les informations protégées et non protégées sont corrélées.

Conséquences :

- ▶ Deux compagnies ayant des corrélations différentes entre X_1 et D peuvent être soumises à des règles de tarification différentes.
- ▶ Distorsions du marché : certaines compagnies ne peuvent pas utiliser certaines covariables, alors que d'autres le peuvent.
- ▶ L'unique prix autorisé sous cet axiome serait $\mu = \mathbb{E}[Y]$, ce qui est peu pertinent en assurance.

Violation de la deuxième et de la troisième définitions

Problème : Le prix non discriminatoire viole l'axiome d'égalité des chances ainsi que celui de la calibration en raison à nouveau de la dépendance entre les informations protégées et non protégées.

Conséquences :

- ▶ La violation des axiomes entraîne des distorsions similaires à celles observées avec l'axiome d'indépendance.
- ▶ Les paramètres de dépendance (ρ_1, ρ_2) impactent la capacité des compagnies à appliquer des tarifs équitables.

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

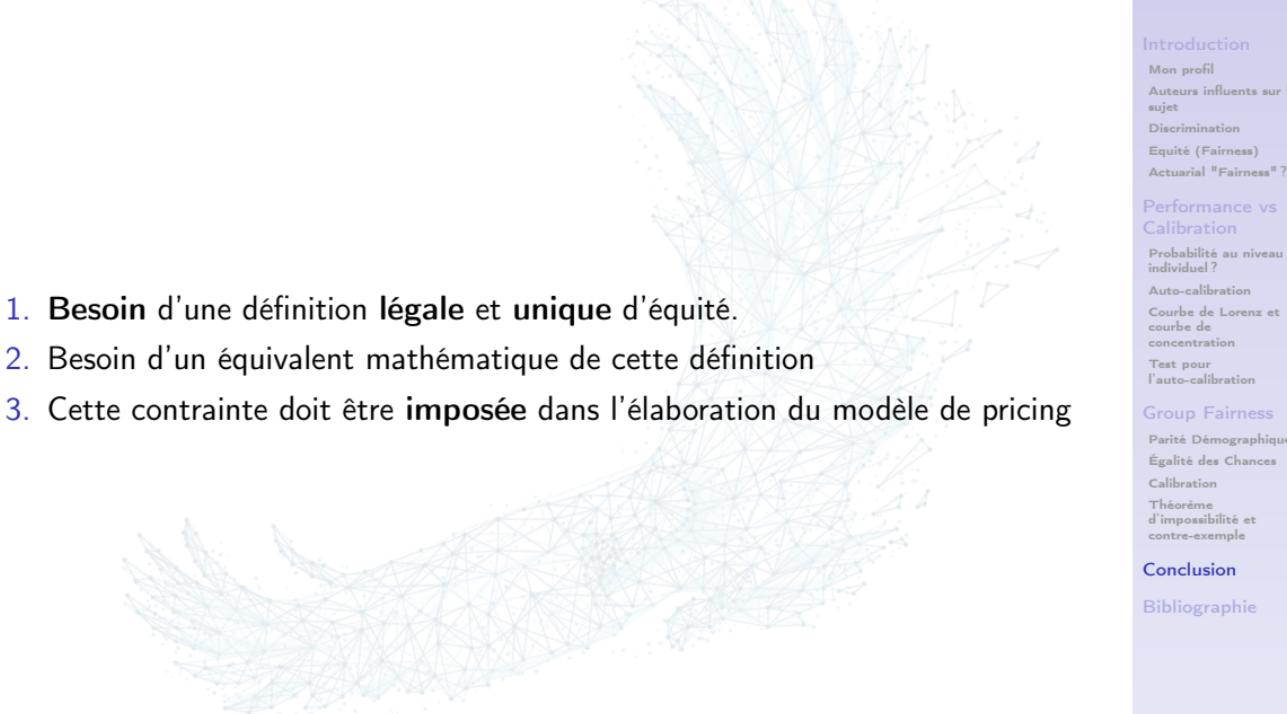
Conclusion

Bibliographie

Conclusions

Fairness et
discrimination en
assurance

Julie Huyghe



1. Besoin d'une définition légale et unique d'équité.
2. Besoin d'un équivalent mathématique de cette définition
3. Cette contrainte doit être imposée dans l'élaboration du modèle de pricing

Introduction

Mon profil
Auteurs influents sur le sujet
Discrimination
Équité (Fairness)
Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?
Auto-calibration
Courbe de Lorenz et courbe de concentration
Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique
Égalité des Chances
Calibration
Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Sommaire

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie



Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Equité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie

Bibliographie

1. Arthur Charpentier (December 1, 2024). Actuarial ethics and the future of the profession, in the European Actuary. *Freakonomics*. Retrieved February 22, 2025 from <https://doi.org/10.58079/12sx9> **and references therein**
2. Lindholm, M., Richman, R., Tsanakas, A., & Wüthrich, M. V. (2022). A discussion of discrimination and fairness in insurance pricing **and references therein**
3. Charpentier, A. (2024). Insurance, biases, discrimination and fairness. Berlin : Springer. **and references therein**
4. Xi Xin & Fei Huang Antidiscrimination Insurance Pricing : Regulations, Fairness Criteria, and Models **and references therein**
5. Denuit, M., Huyghe, J., Trufin, J., & Verdebout, T. (2024). Testing for auto-calibration with Lorenz and concentration curves. *Insurance : Mathematics and Economics*. **and references therein**

Introduction

Mon profil

Auteurs influents sur le sujet

Discrimination

Équité (Fairness)

Actuarial "Fairness" ?

Performance vs Calibration

Probabilité au niveau individuel ?

Auto-calibration

Courbe de Lorenz et courbe de concentration

Test pour l'auto-calibration

Group Fairness

Parité Démographique

Égalité des Chances

Calibration

Théorème d'impossibilité et contre-exemple

Conclusion

Bibliographie