

(1) レーザ変位計によるはりのたわみ測定

1 実験目的

精密情報機器や機械要素等の設計において重要となるはりたわみについて，レーザ式変位センサを用いて，両端支持ばりのたわみを計測することによって理解する．

2 はりたわみの理論

両端支持ばりのたわみに関する模式図を図 1 に示す．

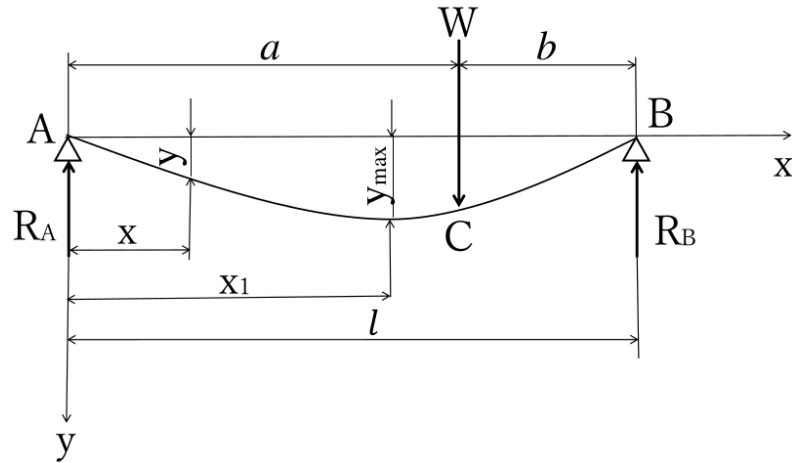


図 1 両端支持ばりの模式図

スパン l の両端支持ばり AB が，左支点 A から a ，右支点 B から b の距離にある点 C に，集中荷重 W を受ける場合の最大たわみ y_{max} は，

$$y_{max} = \frac{Wb(l^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI} \quad (1)$$

である．ただし，最大たわみを生ずる位置 x_1 は次のようになる．

$$x_1 = \sqrt{\frac{a(a+2b)}{3}} = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}} \quad (2)$$

また，荷重点 C ($x = a$) のたわみ y_c および中央のたわみ $(y)_{x=l/2}$ は，それぞれ

$$y_c = \frac{Wa^2b^2}{3EI} \quad (3)$$

$$(y)_{x=l/2} = \frac{Wb(3l^2 - 4b^2)}{48EI} \quad (4)$$

である．なお集中荷重 W がスパンの中央に位置する場合は，

$$a = b = \frac{l}{2} \quad (5)$$

であるから，

$$x_1 = \frac{l}{2} \quad (6)$$

となり，最大たわみ y_{max} が求まる．

$$y_{max} = \frac{Wl^3}{48EI} \quad (7)$$

3 実験装置

1. はり構造の力学実験装置（青色のアングルで組まれた装置）
はり
支点
おもり（ $0.500kg$:4 個， $0.200kg$:3 個， $0.100kg$:1 個，合計 $2.700kg$ ）
おもり支持金具（ $0.224kg$ ）
2. CMOS レーザアブリセンサ
アンプユニット IL-1000
センサヘッド IL-065
電源ユニット KZ-U3
3. マイクロメータ（最小目盛: $0.001mm$ ，測定範囲 $0-25mm$ ）
4. マイクロメータ（最小目盛: $0.001mm$ ，測定範囲 $25-50mm$ ）

4 実験準備

1. CMOS レーザアブリセンサの電源ユニット KZ-U3 の電源コードをテーブルトップに接続して，電源投入後 30 分以上放置する．センサヘッド IL-065[基準距離: $65mm$ ，測定距離: $55-105mm$] からレーザ光（赤色半導体レーザ，可視光，波長 $665nm$ ）が照射される．なお，レーザ光は直接入らないように注意すること．
2. アンプユニット IL-1000 測定値表示部には，センサヘッドとはり間の距離が小数点以下 3 桁まで表示される（単位 mm ）．表示が安定しない場合は，センサヘッドのフィルタガラスが汚れている可能性があるため，柔らかい布で拭きとる．

5 実験方法

1. はりの断面の幅 b' ，高さ h を左右支点近傍と中央の 3 箇所について，マイクロメータを使って小数点以下 3 桁まで測定する．
断面二次モーメント I は，次式で求められる．

$$I = \frac{b'h^3}{12} \quad (8)$$

2. スパンの長さ l は， $l = 800[mm]$ である．
3. まずは，左支点 A から集中荷重 W の作用点 C までの距離を $a = 500[mm]$ とする．
4. 左支点 A から最大たわみ y_{max} を生ずる位置までの距離 $x_1[mm]$ を式 (2) から求める．
5. 左支点 A から x_1 の位置にセンサヘッド支持台中心を移動させ，はりに対して下側からレーザ光を照射する．センサの動作確認 LED ではりとの距離を調整し，測定面に対してセンサの投光面が平行になるように設定して固定する．緑 LED が点灯しているときは，はりがセンサの測定範囲に位置しており，測定が可能である．
6. 集中荷重 W の作用点 C におもり支持金具を取りつける．
7. アンプユニット IL-1000 の ZERO SHIFT スイッチを押して，表示を " 0.000 " にする．
はりにおもり支持金具の重さ ($0.224kg$) の荷重がかかったところが基準になることに，注意すべきである．

8. はりに荷重を載せていくと，荷重の増加とともにはりセンサー間の距離が減少する．荷重を $0[kg]$ から順に $0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.7[kg]$ と増加させていき，それぞれの荷重に対応する最大たわみ y_{max} を記録する．
9. 荷重を $2.7[kg]$ から順に $2.6, 2.4, 2.2, 2.0, 1.5, 1.0, 0.5, 0[kg]$ と減少させていき，それぞれの荷重に対応する最大たわみ y_{max} を記録する．
10. つぎに， $a = 600[mm], 700[mm]$ のそれぞれの場合について，4 から 9 までを繰り返す．

6 実験結果の整理

- ・ はりのスパン： $l = 800[mm]$
- ・ 鋼の縦弾性係数（標準値）：

$$E = 2.06 \times 10^5 [MPa] \quad (9)$$

1. はり断面の幅 b' と高さ h を表 1 に記録する．
2. $a = 500[mm]$ のとき，最大たわみ y_{max} を生ずる位置 x_1 は $428.2[mm]$ である．荷重を増加させたときの最大たわみ $(y_{max})_i$ と，減少させたときの最大たわみ $(y_{max})_d$ を，表 2 に記録する．最大たわみの理論値 y_{max} は，式 (1) から計算する．また，誤差率 $\delta[\%]$ は，

$$\delta = \frac{\left(\frac{(y_{max})_i + (y_{max})_d}{2} - y_{max} \right)}{y_{max}} \times 100[\%] \quad (10)$$

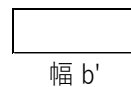
から計算する．

3. $a = 600[mm]$ のとき，最大たわみ y_{max} を生ずる位置 x_1 は $447.2[mm]$ である．2 と同様にして，表 3 に最大たわみ y_{max} の値を記録する．
4. $a = 700[mm]$ のとき，最大たわみ y_{max} を生ずる位置 x_1 は $458.3[mm]$ である．2 と同様にして，表 4 に最大たわみ y_{max} の値を記録する．

実験結果の整理

表1 はりの断面形状(mm)

	b'	h
1	31.81	4.948
2	31.808	4.905
3	31.818	4.923
平均値	31.812	4.925



高さ h

幅 b'

$$I = 316.7 \text{ mm}^4$$

表2 両端支持ばりの最大たわみ(a=500mm)

1)	a = 500				x ₁ = 428.2				
W [kg]	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.2	2.4	2.6	2.7
W [N]	0	4.903	9.807	14.710	19.613	21.575	23.536	25.497	26.478
(y _{max}) _i [mm]	0	0.740	1.482	2.222	2.968	3.268	3.562	3.856	4.008
(y _{max}) _b [mm]	0.004	0.742	1.482	2.226	2.968	3.266	3.562	3.854	–
[(y _{max}) _i +(y _{max}) _b]/2 [mm]	0.002	0.741	1.482	2.224	2.968	3.267	3.562	3.855	4.008
y _{max} [mm]	0	0.737	1.475	2.212	2.950	3.245	3.540	3.835	3.982
δ [%]	–	0.49	0.49	0.54	0.63	0.70	0.64	0.54	0.66

表3 両端支持ばりの最大たわみ(a=600mm)

2)	a = 600				x ₁ = 447.2				
W [kg]	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.2	2.4	2.6	2.7
W [N]	0	4.903	9.807	14.710	19.613	21.575	23.536	25.497	26.478
(y _{max}) _i [mm]	0	0.568	1.128	1.700	2.268	2.498	2.726	2.952	3.070
(y _{max}) _b [mm]	0.006	0.570	1.132	1.702	2.270	2.500	2.726	2.952	–
[(y _{max}) _i +(y _{max}) _b]/2 [mm]	0.003	0.569	1.13	1.701	2.269	2.499	2.726	2.952	3.070
y _{max} [mm]	0	0.560	1.120	1.680	2.240	2.464	2.689	2.913	3.025
δ [%]	–	1.59	0.87	1.23	1.28	1.40	1.39	1.35	1.50

表4 両端支持ばりの最大たわみ($a=700\text{mm}$)

3)	$a = 700$			$x_1 = 458.3$					
W [kg]	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.2	2.4	2.6	2.7
W [N]	0	4.903	9.807	14.710	19.613	21.575	23.536	25.497	26.478
$(y_{\max})_i$ [mm]	0	0.308	0.622	0.930	1.236	1.358	1.482	1.602	1.662
$(y_{\max})_b$ [mm]	0.004	0.316	0.628	0.936	1.238	1.358	1.482	1.602	–
$[(y_{\max})_i + (y_{\max})_b]/2$ [mm]	0.002	0.312	0.625	0.933	1.237	1.358	1.482	1.602	1.662
y_{\max} [mm]	0	0.301	0.603	0.904	1.205	1.326	1.446	1.567	1.627
δ [%]	–	3.55	3.71	3.21	2.63	2.43	2.47	2.24	2.14