

# Analysis I Übung (WS 18/19)

Pavel Zwerschke, Daniel Augustin

26. November 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aussagenlogik (19.10.18)</b>	<b>2</b>
1.1	Tautologie . . . . .	3

# 1 Aussagenlogik (19.10.18)

**Definition 1.0.1.** Eine Aussage ist die gedankliche Widerspiegelung eines Sachverhalts in Form eines Satzes in einer natürlichen oder künstlichen Sprache.

Jede Aussage ist entweder wahr oder falsch.

*Beispiel.* Aussagen:

1. Wenn es regnet, dann ist die Straße nass.
2. Vögel können fliegen

**Aussagen verknüpfen:**

$$\begin{aligned}\neg A \\ A \wedge B \\ A \vee B \\ A \rightarrow B \\ A \Leftrightarrow B\end{aligned}$$

**Wahrheitstafel:** Seien A und B Variablen die entweder wahr oder falsch sind.

A	$\neg A$
true	false
false	true

Tabelle 1: Negation

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	w	w	w	w
w	f	f	w	f	f
f	w	f	w	w	f
f	f	f	f	w	w

Tabelle 2: Konjunktion, Disjunktion, Implikation, Äquivalenz

**Ausdrücken der Aussagenlogik:**

1. Konstanten und Variablen sind Ausdrücke

2. Sind A und B Variablen, so sind auch (siehe Wahrheitstabelle) Ausdrücke

**Definition 1.0.2.** Zwei Aussagenlogische Ausdrücke heißen logisch äquivalent oder wertgleich ( $A = B$ ), wenn sie die gleichen Wahrheitswerte besitzen.

*Beispiel.*

$$\begin{aligned} (A \wedge B) \vee C &= (A \vee C) \wedge (B \vee C) \\ \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee C &= (B \wedge (A \vee C)) \vee (C \wedge (A \vee C)) \\ \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee C &= (B \wedge A) \vee ((B \wedge C) \vee C) \\ \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee C &= (A \wedge B) \vee C \end{aligned}$$

*Beispiel.*

$$\begin{aligned} \neg(A \wedge B) &= (\neg A \vee \neg B) \\ (\neg A \vee \neg B) &= (\neg A \vee \neg B) \end{aligned}$$

Somit sind  $\neg(A \wedge B)$  und  $(\neg A \vee \neg B)$  logisch äquivalent und es gilt:

$$\neg(A \wedge B) = (\neg A \vee \neg B)$$

## 1.1 Tautologie

**Definition 1.1.1.** Ein Aussagenlogischer Ausdruck heißt allgemeingültig oder Tautologie, wenn die Wahrheitsfunktion identisch true ist.

*Beispiel.* Kontraposition:

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$$

$$\begin{aligned} &((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)) \wedge ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)) \\ &((\neg A \vee B) \rightarrow (B \vee \neg A)) \wedge ((B \vee \neg A) \rightarrow (\neg A \vee B)) \\ &(\neg(\neg A \vee B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge (\neg(B \vee \neg A) \vee (\neg A \vee B)) \\ &((A \wedge \neg B) \vee (\neg A \vee B)) \wedge ((A \wedge \neg B) \vee (\neg A \vee B)) \\ &((A \vee (\neg A \vee B)) \wedge (\neg B \vee (\neg A \vee B))) \wedge ((A \vee (\neg A \vee B)) \wedge (\neg B \vee (\neg A \vee B))) \\ &\quad \text{true} \wedge \text{true} \\ &\quad \text{true} \end{aligned}$$