

# 1 Was ist Analysis?

**Mathematik** Streng logisches Herleiten neuer Aussagen (aus möglichst wenigen Grundannahmen, sogenannten Axiomen).

**Analysis** Aus dem altgriechischen „Auflösen“. Analysis hat ihre Grundlage in der „Infinitesimalrechnung“ von Leibnitz und Newton.

**Zentrale Begriffe** Grenzwerte von Folgen und Reihen, Funktionen, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Integrierbarkeit, Differential- und Integralrechnung, Differentialgleichungen (Newton, Maxwell, Schrödinger), unendlich dimensionale Räume.

*Beispiele.*

(a) Summe über den Kehrwert von Zweierpotenzen.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots \\ \implies 2S &= 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} + \cdots \\ \implies 2S &= 1 + S \\ \implies S &= 1 \end{aligned}$$

$S$  entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass bei wiederholtem Werfen einer Münze irgendwann Kopf vorkommt.

(b) Vorsicht!

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + 4 + \cdots \\ \implies 2S &= 2 + 4 + 8 + \cdots = S - 1 \\ \implies S &= -1 \end{aligned}$$

Natürlich Quatsch! Formales Rechnen kann gefährlich sein!

## Fragestellungen in dieser Vorlesung

- Was sind mathematische Aussagen?
- Wie macht man Beweise, wie findet man sie? (learning by doing)
- logische Zusammenhänge
- Was sind Zahlen?