

## Вопросы по выбору

Предложенные задачи заметно различаются по сложности. Для каждой задачи указан максимальный балл, который можно получить за идеальное решение.

### Задачи на 10 баллов.

1. Вычислить плотность энергии идеального ферми-газа в как функцию температуры в  $d$  измерениях.

*Указание* Под плотностью энергии будем понимать отношение  $E/N$ , где  $N$  это число частиц. В безразмерных единицах вычислять нужно отношение  $E/N\epsilon_F$ , где  $\epsilon_F$  обозначена энергия Ферми. Аналогично, безразмерная температура это отношение  $T/\epsilon_F$ . Результатом решения задачи будет вычисленный график зависимости  $E/N\epsilon_F$  от  $T/\epsilon_F$ . Требуется также сравнить численные результаты с поведением в предельных случаях  $T \ll \epsilon_F$  (вырожденный газ) и  $T \gg \epsilon_F$  (классический газ + вириальная поправка).

Литература: Ландау-Лифшиц 5 том ; Fetter-Valecka, Quantum many-body theory, главы 1-2.

- (a) Для  $d = 3$
- (b) Для  $d = 2$
- (c) Для  $d = 1$

2. Вычислить плотность энергии и теплоемкость идеального Бозе-газа в зависимости от температуры в  $d$  измерениях.

- (a) Для  $d = 3$ . Особое внимание обратить на окрестность температуры бозе-конденсации.
- (b) Для  $d = 2$
- (c) Для  $d = 1$

### Задачи на 9 баллов.

3. Рассмотрим изотермы реального на плоскости  $p$ - $V$ . При температурах ниже критической на изотермах появляется область сосуществования жидкость-газ, и зависимость  $p(V)$  становится немонотонной. Фактически же давление остается постоянным во всей области сосуществования, причем положение горизонтального участка изотермы определяется правилом Максвелла и геометрически находится из равенства площадей участков изотермы. Построить изотермы газа с учетом конструкции Максвелла. *Указание: Первым действием найти критические параметры и переписать уравнение состояния в безразмерных единицах.*

(a) Уравнение состояния ван-дер-Ваальса

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} .$$

(b) Уравнение состояния Бертло

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{TV^2} .$$

(c) I уравнение Дитеричи

$$p = \frac{RT}{V-b} \exp \left( -\frac{a}{RTV} \right) .$$

(d) II уравнение Дитеричи

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^{5/3}} .$$

(e) Уравнение состояния газа в виде вириального разложения до третьего порядка

$$p = \frac{RT}{V} \left( 1 + \frac{B_2}{V} + \frac{B_3}{V^2} \right) .$$

4. Найти уровни энергии и волновые функции частицы в трехмерной прямоугольной яме конечной глубины с угловым моментом  $l$ .