



**ALC INDONESIA**  
active learning club

**PELATIHAN ONLINE OSN 2016**

**KOMPUTER – PAKET 11**

Proud To Be A Part Of Your Success

---



**Science Training Center Of Indonesia**

**JoinUsNow!!**

**[www.alcindonesia.com](http://www.alcindonesia.com)**

CV. ALC Bandung. Jl. Mekar Hegar 18, Bandung  
Branch Office : Jl. Slamet Riyadi 357, Kartasura, Solo

**[www.alcindonesia.com](http://www.alcindonesia.com)**

085222445811/08112288822

 **@alcindonesia**



## DAFTAR ISI

### VISI ALC INDONESIA DI OSN 2016 : ALC FOR INDONESIA

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| Mega Proyek “PortalOSN.com” ..... | 2 |
|-----------------------------------|---|

### PELATIHAN ONLINE OSN 2016

|  |    |
|--|----|
| FAQ (Frequently Asked Questions) .....   | 3  |
| Timeline Pelatihan Online OSN 2016 ..... | 4  |
| Materi Paket 11.....                     | 5  |
| Soal Paket 11.....                       | 9  |
| Jawaban Paket 10.....                    | 15 |

### INSIGHTS

|   |    |
|---|----|
| Kisah Perjalanan Mendapatkan Medali ..... | 30 |
|---|----|



**VISI ALC INDONESIA DI OSN 2016 :**

**“ALC FOR INDONESIA”**

Alhamdulillah, segala puja dan puji hanya milik Allah, pencipta alam semesta. Tahun 2012 adalah awal dimana ALC Indonesia memulai perjuangan untuk menjadi bagian dari proyek pencerdasan anak-anak bangsa.

Diawali dari sebuah komunitas sains di Kota Bandung bernama SCIENCITY, akhirnya saat ini ALC Indonesia telah berkembang menjadi lembaga pelatihan olimpiade sains yang dikenal di seluruh Indonesia.

Ribuan siswa dari ratusan sekolah di Indonesia dan juga beberapa Dinas Pendidikan telah menjadi mitra ALC Indonesia. Suatu perkembangan yang bagi kami sangat pesat dan tidak kami duga.

Oleh karena itu, sebagai bentuk rasa syukur, kami bertekad pada OSN 2016 ini untuk mendedikasikan upaya kami dalam membantu lebih banyak siswa, bahkan seluruh siswa calon peserta OSN 2016 di Seluruh Nusantara!

Kami sadar materi OSN selama ini tidak mudah diakses apalagi dengan biaya yang umumnya sangat mahal. Sementara di sisi lain, banyak sekali bibit-bibit siswa cerdas yang berasal dari daerah dan memiliki potensi besar untuk sukses di Olimpiade Sains Nasional maupun tingkat Internasional. Maka atas kondisi tersebut, segenap Tim ALC Indonesia dan SCIENCITY membulatkan tekad untuk membantu seluruh siswa OSN di tanah air!

Pada OSN 2016 ini, ALC Indonesia telah mencanangkan program “ALC For Indonesia” dengan proyek utama website pembelajaran OSN yang lengkap, berkualitas, dan GRATIS untuk semua pecinta sains di tanah air. Website ini kami beri nama [www.portalosn.com](http://www.portalosn.com).

Di website ini kami akan menyediakan FREE COURSE yang berisi materi pembelajaran olimpiade sains untuk 9 bidang olimpiade SMA, baik dari level *basic* hingga *expert*. Selain itu juga akan ada kumpulan video pembahasan soal-soal OSN bersama dengan tutor-tutor ALC Indonesia (medalis nasional dan internasional). Tidak kurang kami lengkapi juga website tersebut dengan informasi event-event sains di Indonesia beserta forum diskusi yang memudahkan setiap orang untuk saling berkenalan dan berkomunikasi.

Untuk saat ini ALC Indonesia bersama seluruh tim sedang mempersiapkan pembuatan segala materi yg berkualitas untuk dishare di website tersebut. Mudah-mudahan website ini dapat segera kami luncurkan sehingga segera bisa memberi manfaat. Target kami website ini dapat diluncurkan pada bulan September 2015.

Mohon doa semoga sedikit yang kami lakukan ini dapat berjalan lancar, bermanfaat bagi banyak orang dan mendapatkan keridhoan dari Allah SWT.

Akhir kata kami ucapkan banyak terimakasih atas kepercayaan sahabat semua untuk bermitra dengan ALC Indonesia, nantikan informasi launching [www.portalosn.com](http://www.portalosn.com) di website [www.alcindonesia.com](http://www.alcindonesia.com) atau Fanspage FB “Pelatihan OSN ALC Indonesia”





### **FAQ (Frequently Asked Question)**

**Q:** Apa Pelatihan Online ALC Indonesia (PO ALC)?

**A:** Merupakan pelatihan Pra Olimpiade Sains yang diselenggarakan ALC Indonesia secara jarak jauh melalui media online dengan jangkauan seluruh Indonesia

**Q:** Bagaimana cara kerjanya?

**A:** ALC Indonesia akan memberikan paket pelatihan online secara rutin setiap minggu di website Pelatihan Online ALC Indonesia. Setiap paket berisi materi singkat, kumpulan soal, dan kunci pembahasan paket sebelumnya. Peserta wajib mengerjakan soal setiap paket dan mengisi jawabannya ke website [www.po-alc.herokuapp.com](http://www.po-alc.herokuapp.com) sebelum waktu deadline yang ditentukan. Nilai peserta akan kami rekap secara nasional dan diumumkan ranking nya kepada peserta.

**Q:** Kapan paket pelatihan mulai bisa saya lihat?

**A:** Paket akan bisa mulai dilihat setiap **Sabtu** pagi, **Pukul 09.00 WIB** setiap minggunya.

**Q:** Setelah menerima paket apa yang harus saya lakukan?

**A:** Mempelajari materi, mengerjakan soal-soal, mengisi jawaban ke website pelatihan online ALC Indonesia [www.po-alc.herokuapp.com](http://www.po-alc.herokuapp.com)

**Q:** Kapan deadline pengisian jawaban di website pelatihan online ALC?

**A:** Jawaban paling lambat disubmit ke website PO ALC setiap hari Kamis 23.59 WIB. Setelah waktu tersebut pengisian jawaban tidak akan bisa lagi dilakukan.

**Q:** Siapa saja peserta yang Pelatihan Online ALC Indonesia?

**A:** Siswa SMP, siswa SMA dan atas juga guru mata pelajaran Olimpiade Sains

**Q:** Siapakah penyusun materi Pelatihan Online ALC Indonesia?

**A:** Mereka adalah orang-orang yang kompeten di bidangnya, yaitu Tutor ALC Indonesia peraih medali tingkat Nasional dan Internasional yang masih aktif sebagai mahasiswa di ITB, Unpad, UI, dan UGM, ITS dan lain-lain dengan pengawasan kualitas standar olimpiade nasional.

**Q:** Apa benefit yang didapatkan?

**A:** Konten yang lengkap disajikan dalam 15 paket selama  $\pm 4$  bulan, persiapan OSK & OSP yang lebih matang, jaminan kualitas tim penyusun (medalis), mengukur diri dari ranking nasional, serta motivasi dan sharing perjalanan para medalis Nasional dan Internasional.

**Q:** Bagaimana bila ada kendala teknis (keterlambatan pengiriman, kesalahan pengiriman, perubahan alamat email, atau migrasi sistem pelatihan online ke website pembelajaran online ALC) saat Pelatihan Online ALC Indonesia?

**A:** Silahkan Hubungi **Mr. Ramon 0852-7154-7177**

**Q:** Jika teman saya ingin ikut serta, bagaimana cara mendaftar program ini ataupun program ALC lainnya?

**A:** Daftarkan data : Nama, Asal Sekolah, Bidang, dan Alamat Email teman kalian via sms ke nomor : **0852-2327-3373 (Mr. Aan)**.

Informasi lainnya silahkan kunjungi website ALC Indonesia di [www.alcindonesia.com](http://www.alcindonesia.com) atau Facebook Fanspage "Pelatihan OSN ALC Indonesia"





TIMELINE PELATIHAN ONLINE GELOMBANG 1

**PELATIHAN ONLINE (PO) OSN 2016 ALC INDONESIA**

**Timeling Peserta Gelombang 1**

| Open Time Akses Materi dan Soal<br>PO di Web PO-ALC |       |         |           | Close Time (Deadline) Input<br>Jawaban Peserta di Web PO-ALC |         |           | Waktu Pengumuman Ranking<br>Setiap Paket di Web dan FP ALC |         |           |
|---|-------|---------|-----------|--|---------|-----------|--|---------|-----------|
| Agustus   |       |         |           | Agustus  |         |           | Agustus  |         |           |
| Paket   | Hari  | Tanggal | Jam       | Hari   | Tanggal | Jam       | Hari   | Tanggal | Jam       |
| 1   | Sabtu | 8       | 09.00 WIB | Kamis  | 13      | 23.59 WIB | Minggu   | 16      | 20.00 WIB |
| 2   | Sabtu | 15      | 09.00 WIB | Kamis  | 20      | 23.59 WIB | Minggu   | 23      | 20.00 WIB |
| 3   | Sabtu | 22      | 09.00 WIB | Kamis  | 27      | 23.59 WIB | Minggu   | 30      | 20.00 WIB |
| 4   | Sabtu | 29      | 09.00 WIB | Kamis  | 3 Sept. | 23.59 WIB | Minggu   | 6 Sept. | 20.00 WIB |
| September   |       |         |           | September  |         |           | September  |         |           |
| 5   | Sabtu | 5       | 09.00 WIB | Kamis  | 10      | 23.59 WIB | Minggu   | 13      | 20.00 WIB |
| 6   | Sabtu | 12      | 09.00 WIB | Kamis  | 17      | 23.59 WIB | Minggu   | 20      | 20.00 WIB |
| 7   | Sabtu | 19      | 09.00 WIB | Kamis  | 24      | 23.59 WIB | Minggu   | 27      | 20.00 WIB |
| 8   | Sabtu | 26      | 09.00 WIB | Kamis  | 1 Okt   | 23.59 WIB | Minggu   | 4 Okt   | 20.00 WIB |
| Oktober   |       |         |           | Oktober  |         |           | Oktober  |         |           |
| 9   | Sabtu | 3       | 09.00 WIB | Kamis  | 8       | 23.59 WIB | Minggu   | 11      | 20.00 WIB |
| 10  | Sabtu | 10      | 09.00 WIB | Kamis  | 15      | 23.59 WIB | Minggu   | 18      | 20.00 WIB |
| 11  | Sabtu | 17      | 09.00 WIB | Kamis  | 22      | 23.59 WIB | Minggu   | 25      | 20.00 WIB |
| 12  | Sabtu | 24      | 09.00 WIB | Kamis  | 29      | 23.59 WIB | Minggu   | 1 Nov.  | 20.00 WIB |
| 13  | Sabtu | 31      | 09.00 WIB | Kamis  | 5 Des.  | 23.59 WIB | Minggu   | 8 Nov.  | 20.00 WIB |
| November  |       |         |           | November   |         |           | November   |         |           |
| 14  | Sabtu | 7       | 09.00 WIB | Kamis  | 12      | 23.59 WIB | Minggu   | 15 Nov. | 20.00 WIB |
| 15  | Sabtu | 14      | 09.00 WIB | Kamis  | 19      | 23.59 WIB | Minggu   | 22 Nov. | 20.00 WIB |

**JoinUsNow!!**

CV. ALC Bandung. Jl. Mekar Hegar 18, Bandung  
Branch Office : Jl. Slamet Riyadi 357, Kartasura, Solo  
[www.alcindonesia.com](http://www.alcindonesia.com)

Sms Center KHUSUS Pelatihan Online : 0852.7154.7177

 @alcindonesia



# Prinsip Greedy

Persoalan optimasi (optimization problem) adalah persoalan yang menuntut pencarian solusi optimum. Solusi optimum (terbaik) adalah solusi yang bernilai minimum atau maksimum dari sekumpulan alternatif solusi yang mungkin. Contoh dari persoalan optimisasi adalah :

- Mencari jalur terpendek dari rumah ke pasar
- Memilih aktivitas untuk jadwal kegiatan yang paling produktif
- Mencari langkah minimal untuk mengurutkan barisan bilangan
- Mencari nilai maksimal dari ...
- Mencari nilai minimal dari ...

Algoritma greedy merupakan metode yang paling populer untuk memecahkan persoalan optimasi. Pada setiap langkah, kita membuat pilihan optimum lokal (pilihan terbaik saat ini) dengan harapan bahwa langkah sisanya mengarah ke solusi optimum global (solusi yang terbaik secara keseluruhan). Algoritma Greedy selalu memilih pilihan terbaik dari setiap langkah tanpa mempertimbangkan pilihan lain. Dengan kata lain, prinsip greedy adalah take what you can get now.

Agar greedy dapat digunakan, sebuah persoalan harus memiliki dua hal :

1. Optimal Sub-structures  
Solusi optimal pada sebuah persoalan mengandung solusi optimal pada sub-problems.
2. Greedy Property  
Jika kita memilih pilihan yang optimal pada suatu langkah, dan menyelesaikan sisanya kemudian, kita masih menemukan solusi optimal. (Kita tidak perlu mempertimbangkan kembali pilihan sebelumnya)

Perlu dicatat bahwa tidak semua persoalan optimasi bisa diselesaikan dengan algoritma greedy. Namun apabila dapat digunakan, penyelesaiannya akan sangat mudah. Akan dipaparkan beberapa teori yang berkaitan dengan algoritma greedy, beserta contoh-contoh persoalan greedy klasik.



### Rearrangement Inequality

Rearrangement inequality adalah pertidaksamaan yang sering dipakai dalam membuat permutasi yang optimal. Misalkan

$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  dan  $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$  maka

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i \leq \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_{\sigma(i)} \leq \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_{n-i+1}$$

Dimana  $\sigma(i)$  adalah bilangan ke- $i$  dari permutasi acak terhadap bilangan bilangan  $b$ .

Penggunaannya akan dijelaskan pada contoh berikut :

Misalkan dalam satu set A terdapat  $n$  bilangan  $A_1, A_2, \dots, A_n$

Misalkan juga di set B terdapat  $n$  bilangan lain  $B_1, B_2, \dots, B_n$

Kita ingin memasangkan setiap bilangan dari set A dengan tepat satu bilangan di set B, mengalikan dua pasangan bilangan tersebut dan menjumlahkan hasil-hasilnya. Berdasarkan Rearrangement Inequality diperoleh :

- Untuk mendapatkan total yang maksimal, pasangkan bilangan terbesar di A, dengan bilangan terbesar di B. Lalu, kedua terbesar di A, dengan kedua terbesar di B, begitu seterusnya hingga bilangan terkecil di A dipasangkan dengan bilangan terkecil di B.
- Untuk mendapatkan total yang minimal, pasangkan bilangan terbesar di A, dengan bilangan terkecil di B. Lalu, kedua terbesar di A, dengan kedua terkecil di B, begitu seterusnya hingga bilangan terkecil di A dipasangkan dengan bilangan terbesar di B.

Misalkan set A adalah  $\{9, 6, 2, 5, 1\}$

Lalu, set B adalah  $\{8, 3, 4, 0, 7\}$

- Untuk mendapatkan hasil penjumlahan dari perkalian tiap pasangan yang maksimal, urutkan kedua secara sama (sama-sama naik / sama-sama turun) :

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 6 | 5 | 2 | 1 |
| 8 | 7 | 4 | 3 | 0 |

Hasilnya adalah :  $9 \times 8 + 6 \times 7 + 5 \times 4 + 2 \times 3 + 1 \times 0 = 72 + 42 + 20 + 6 + 0 = 140$

Ini merupakan pemasangan yang menghasilkan total maksimal

- Untuk mendapatkan hasil penjumlahan dari perkalian tiap pasangan yang minimal, urutkan kedua secara sama (sama-sama naik / sama-sama turun) :

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 6 | 5 | 2 | 1 |
| 0 | 3 | 4 | 7 | 8 |

Hasilnya adalah :  $9 \times 0 + 6 \times 3 + 5 \times 4 + 2 \times 7 + 1 \times 8 = 0 + 18 + 20 + 14 + 8 = 60$

Ini merupakan pemasangan yang menghasilkan total minimal

Untuk meyakinkan, cobalah pemasangan yang berbeda dari kedua pemasangan di atas.



### Coin Change (untuk beberapa set nominal tertentu)

Di suatu negara Dengklesia terdapat mata uang gordi yang terdiri dari koin-koin 100.000 gordi, 50.000 gordi, 20.000 gordi, 10.000 gordi, 5.000 gordi, 2.000 gordi, 1.000 gordi, 500 gordi, 200 gordi, dan 100 gordi. Pak Dengklek kini sedang berdagang di negara tersebut. Pak Dengklek yang dikenal pelit selalu menginginkan kembalian yang diberikan kepada pembeli menggunakan sesedikit mungkin koin. Misalnya ketika Pak Dengklek ingin memberikan uang kembalian sebesar 600 gordi, ia lebih memilih kombinasi {1 koin 100 gordi, 1 koin 500 gordi} yaitu sejumlah 2 koin daripada kombinasi {3 pecahan 200 gordi}, yaitu sejumlah 3 koin.

Jika pada suatu hari pak Dengklek harus memberikan kembalian sebesar 362.800 gordi, berapakah banyaknya koin minimal yang harus ia keluarkan?

Jawab :

Persoalan di atas disebut sebagai coin change. Untuk beberapa pecahan tertentu, kita dapat menggunakan prinsip greedy untuk menyelesaikan persoalan tersebut. Strategi greedy yang digunakan adalah dengan selalu memilih koin bernilai terbesar yang mungkin pada setiap langkah. Untuk persoalan ini, dengan selalu mengambil koin terbesar, kita yakin akan menggunakan koin yang paling sedikit. Yaitu :

Langkah 1) Sisa kembalian 362.900. Gunakan 3 buah pecahan 100.000

Langkah 2) Sisa kembalian 62.900. Gunakan 1 buah pecahan 50.000

Langkah 3) Sisa kembalian 12.900. Gunakan 1 buah pecahan 10.000

Langkah 4) Sisa kembalian 2.900. Gunakan 1 buah pecahan 2.000

Langkah 5) Sisa kembalian 900. Gunakan 1 buah pecahan 500

Langkah 6) Sisa kembalian 400. Gunakan 2 buah pecahan 200

Langkah selesai.

Dengan cara tersebut, kita hanya menggunakan 9 buah koin. Ini merupakan solusi minimal.

Tidak semua jenis pecahan koin dapat diselesaikan dengan prinsip greedy, salah satu contohnya adalah jika hanya terdapat pecahan koin 1.200 gordi, 800 gordi, 400 gordi, dan 100 gordi. Jika kita ingin memberikan kembalian sebesar 1.200, maka dengan prinsip greedy, kita akan menggunakan kombinasi {1 koin 1.000, 2 koin 100} yaitu 3 buah koin.

Padahal solusi minimalnya adalah dengan kombinasi {1 koin 800, 1 koin 400}, yaitu hanya 2 buah koin.





### Fractional Knapsack

Kini Pak Dengklek sedang bepergian ke negeri penyihir. Ia memiliki 5 ramuan berbeda dengan harga yang berbeda. Karena saat itu ia sedang tidak memiliki uang, ia ingin menjual ramuan-ramuannya ke pasar penyihir. Ramuan yang ia miliki adalah:

- Ramuan A, sebanyak 5 liter, senilai 5000 gordi
- Ramuan B, sebanyak 6 liter, senilai 9000 gordi
- Ramuan C, sebanyak 3 liter, senilai 6000 gordi
- Ramuan D, sebanyak 4 liter, senilai 7000 gordi
- Ramuan E, sebanyak 1 liter, senilai 3000 gordi

Untuk setiap ramuan, ia dapat membawa sebagian saja dari yang ia miliki. Namun sayangnya tas Pak Dengklek hanya menampung ramuan sebanyak 6 liter. Berapakah hasil penjualan maksimal yang dapat ia peroleh?

Jawab :

Persoalan di atas disebut sebagai fractional knapsack. Karena Pak Dengklek dapat membawa sebagian dari suatu ramuan, maka kita dapat menggunakan prinsip greedy pada persoalan ini. Strategi greedy yang digunakan adalah dengan mengambil ramuan yang memiliki harga/liter nya terbesar sebanyak mungkin (ambil yang termahal). Dengan cara tersebut dapat dipastikan hasil penjualan yang didapatkan akan menjadi maksimal.

| Ramuan | Banyak | Nilai | Harga/Liter |
|--------|--------|-------|-------------|
| A      | 5      | 5000  | 1000        |
| B      | 6      | 9000  | 1500        |
| C      | 3      | 6000  | 2000        |
| D      | 4      | 7000  | 1750        |
| E      | 1      | 3000  | 3000        |

Dengan melihat tabel di atas, ramuan termahal terurut ke termurah adalah : E, C, D, B, A

Maka langkah yang dilakukan adalah

Langkah 1) Sisa daya tampung 6 liter. Ambil ramuan E sebanyak 1 liter → 3000

Langkah 2) Sisa daya tampung 5 liter. Ambil ramuan C sebanyak 3 liter → 6000

Langkah 3) Sisa daya tampung 2 liter. Ambil ramuan D sebanyak 2 liter → 3500

Sehingga hasil penjualan maksimal yang dapat ia peroleh adalah 12500 gordi



## Soal Latihan Prinsip Greedy

1. Andi memiliki 10 bilangan, yaitu 12, 5, 3, 19, 8, 10, 9, 1, 2, 11. Dia bermaksud memilih 3 bilangan sedemikian sehingga jumlahnya maksimal. Berapakah jumlah bilangan-bilangan yang dia ambil?  
A. 39  
B. 40  
C. 41  
D. 42  
E. 43
2. Andi memiliki 5 bilangan, yaitu 11, 13, 17, 19, dan 23. Dia bermaksud memilih satu bilangan lalu mengurangi bilangan tersebut dengan 5. Dia kemudian mengalikan kelima bilangan termasuk bilangan yang telah dikurangkan tadi. Apabila dia ingin agar hasil perkaliannya maksimal, manakah bilangan yang dipilih Andi?  
A. 11  
B. 13  
C. 17  
D. 19  
E. 23
3. Pak Dengklek kini berniat untuk berdagang. Satu buah baju di pasar harganya tidak tentu dan berkisar antara 21.000 sampai 33.000. Dia bisa menjual baju tersebut dengan harga antara 35.000 sampai 40.000. Jika ia berniat menjual kembali 3 baju, berapakah keuntungan (laba) maksimal yang bisa diperoleh?  
A. 57.000  
B. 90.000  
C. 60.000  
D. 52.000  
E. Tidak ada jawaban yang benar

Perhatikan gambar di bawah ini

PT. TOKI, sebuah perusahaan manufaktur prosesor komputer, membuat 2 macam prosesor untuk dijual. Masing-masing prosesor dibuat melalui 2 tahap dengan menggunakan mesin tahap 1 dan mesin tahap 2. Detil adalah seperti berikut :

|   | Silikon | Besi  | Profit (rb) | Waktu produksi |         |
|---|---------|-------|-------------|----------------|---------|
|   |         |       |             | Mesin 1        | Mesin 2 |
| A | 50 gr   | 70 gr | Rp 13       | 5              | 2       |
| B | 40 gr   | 30 gr | Rp 8        | 4              | 3       |

\*Memproduksi 1 prosesor A membutuhkan 50gr Silikon, 70gr Besi, dan 7 jam.

\*Prosesor yang bisa mendapatkan profit hanyalah yang sudah jadi secara keseluruhan.



4. Jika tidak ada batas waktu untuk memproduksi barang tapi hanya memiliki 4670gr Silikon dan 5950gr Besi, maka profit (keuntungan) maksimum yang bisa didapat dengan membuat hanya produk A adalah sebesar Rp ....
- A. 1105
  - B. 1100
  - C. 1209
  - D. 1210
  - E. 1220
5. Jika Mesin 1 memiliki batas waktu 49 jam sebelum akhirnya rusak, maka profit maksimum yang bisa didapat adalah sebesar Rp ...
- A. 121
  - B. 122
  - C. 123
  - D. 124
  - E. 125
6. Pak Dengklek, Sang Bos, menginginkan keuntungan setidaknya Rp3,393,000 dan meminimalkan penggunaan silikon. Banyak silikon minimum yang dibutuhkan untuk memenuhi keinginan Pak Dengklek tersebut adalah ... gram
- A. 13050
  - B. 13000
  - C. 13100
  - D. 14000
  - E. 14050
- Ciko memiliki 10 buah bola, dimana setiap bola memiliki nomor {5, -1, 4, 3, -6, 7, 9, 14, 2, -8} Ia ingin mencari pasangan dua buah bola dimana selisih dari nomor di kedua bola tersebut adalah yang paling maksimal diantara semua kemungkinan pasangan bola yang lain. Berapakah selisih dari dua bola yang dicari tersebut?
- A. 22
  - B. 24
  - C. 28
  - D. 16
  - E. 19
7. Ani sedang berada di supermarket. Di sana dia mengetahui bahwa harga kemeja adalah Rp30.000,- dan harga rok adalah Rp20.000,-. Karena itu merupakan harga promo, pihak supermarket hanya memperbolehkan pembelian paling banyak 20 item per orang. Ani ingin mencoba berdagang. Saat ini, Ani memiliki uang sebanyak Rp500.000,-. Bila dia ingin menjual kembali kemeja dengan harga Rp35.000,- dan rok dengan harga Rp23.000,-, berapakah keuntungan maksimum yang dapat dia peroleh?
- A. Rp60.000,-
  - B. Rp75.000,-
  - C. Rp80.000,-



- D. Rp100.000,-  
E. Rp83.000,-
8. Sebuah kandang ayam memiliki kapasitas untuk menampung maksimum 10 ekor ayam. Jika sebuah peternakan memiliki 21 kandang ayam dan 100 ekor ayam. Sebuah kandang ayam disebut padat-penduduk jika berisi lebih dari 3 ayam. Ada minimal berapa kandang ayamkah yang terpaksa harus menjadi padat-penduduk agar setiap ayam kebagian kandang?
- A. 5  
B. 7  
C. 8  
D. 6  
E. 10
9. Terdapat 100 titik, dinomori 1 sampai 100. Seekor kelinci bernama Listi berada di titik 1. Listi dapat berpindah lokasi dengan meloncat. Apabila Listi meloncat sejauh  $X$ , maka apabila ia sebelumnya berada di titik  $Y$ , ia akan sampai di titik  $Y+X$ . Tentu saja Listi tidak dapat melakukan loncatan tersebut apabila  $Y+X$  lebih besar dari 100. Sebuah cara bagi Listi untuk berpindah dari titik  $X$  ke titik  $Y$  didefinisikan sebagai urutan panjang loncatan yang ia lakukan. Dengan kata lain, dua cara dianggap berbeda apabila:
- a) Jumlah loncatan di kedua cara berbeda, atau  
b) Ada indeks  $i$  di mana loncatan ke- $i$  di cara pertama berbeda dengan loncatan ke- $i$  di cara kedua.
- Apabila Listi hanya dapat melakukan loncatan yang panjangnya adalah angka pangkat dua yaitu 1, 2, 4, 8, 16, 32, dan 64, berikan salah satu cara untuk mencapai titik 100 yang menggunakan jumlah loncatan sesedikit mungkin
- A. 2  
B. 3  
C. 4  
D. 5  
E. 6
10. Dua orang dewa, Dewa Warisan dan Dewa Sembilanbelas memiliki 5 orang anak. Semua anak Dewa Risan berjenis kelamin laki-laki, sedangkan semua anak dari Dewa Sembilanbelas berjenis kelamin perempuan. Rencananya, mereka akan saling menjodohkan kelima anak mereka. Setiap anak mempunyai nilai. Nilai dari anak-anak Dewa Warisan adalah  $\{2, -3, 5, 9, -6\}$ . Sedangkan nilai dari anak-anak Dewa Sembilanbelas adalah  $\{7, 0, -4, 8, -1\}$ . Dari sebuah pernikahan anak mereka, mereka akan mendapatkan tambahan kebahagiaan yang direpresentasikan dalam bentuk bilangan. Didefinisikan, jika mereka menikahkan anak bernilai  $A$  dengan anak bernilai  $B$ , mereka akan mendapatkan kebahagiaan sebesar  $A \times B$ . Berapa total kebahagiaan maksimal yang bisa mereka peroleh?
- A. 134  
B. 143  
C. 108





- D. 104
- E. 165

Alkisah, ada suatu batu yang memiliki kekuatan magis luar biasa. Penyihir-penyihir zaman dahulu yang menemukan batu ini, memutuskan bahwa tidak seorangpun boleh memilikinya. Maka setiap penyihir memberlakukan mantra agar batu tersebut tak bisa disentuh siapapun. Setiap penyihir masing masing memiliki kekuatan. Penyihir ke- $i$  memiliki kekuatan sebesar  $\text{power}[i]$ . Anda ingin memiliki batu magis ini, dengan memberi sogokan kepada penyihir-penyihir sehingga mereka mencabut mantranya. Anda mengetahui, bahwa dengan menyogok penyihir ke- $i$ , ia akan mencabut mantranya dan juga mantra dari maksimum  $\text{power}[i]$  orang penyihir lain. Hitunglah jumlah minimal penyihir yang harus Anda sogok untuk mencabut semua mantra dari batu magis ini.

11. Jika banyaknya penyihir ada 6, dan kekuatan dari penyihir-penyihir tersebut adalah :  
3, 5, 1, 2, 1, 3  
Berapakah minimal penyihir yang harus disogok?
- A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D. 3
  - E. Tidak ada jawaban yang benar
12. Jika banyaknya penyihir ada 15, dan kekuatan dari penyihir-penyihir tersebut adalah :  
2, 3, 4, 1, 3, 2, 1, 5, 2, 7, 2, 1, 3, 6, 1  
Berapakah minimal penyihir yang harus disogok?
- A. 2
  - B. 3
  - C. 4
  - D. 5
  - E. Tidak ada jawaban yang benar
13. Nita menganggap bilangan 2015 adalah bilangan yang mulia. Sehingga ia selalu ingin memiliki bilangan 2015. Sayangnya ia hanya memiliki bilangan 1234. Ia dapat menambahkan bilangan yang ia miliki dengan bilangan berbentuk  $2^k$  seperti 1, 2, 4, 8, 16, 32, dll. Berapa kali minimal ia harus menambahkan bilangan yang ia miliki agar mendapatkan bilangan 2015?
- A. 5
  - B. 6
  - C. 7
  - D. 8
  - E. 9



Pak Dengklek diminta mencari mencari bilangan terkecil dan bilangan terbesar yang memiliki banyak digit  $n$ , dan jumlah digit-digitnya adalah  $k$ .

14. Jika  $n=2$ , dan  $k=15$ , berapakah penjumlahan dari kedua bilangan tersebut?

- A. 164
- B. 165
- C. 166
- D. 167
- E. Tidak ada pilihan jawaban yang benar

15. Jika  $n=7$  dan  $k=42$ , berapakah penjumlahan dari kedua bilangan tersebut?

- A. 11059595
- B. 11059599
- C. 11059959
- D. 11059555
- E. Tidak ada pilihan jawaban yang benar

Pak Dengklek kini diminta mengubah suatu bilangan menjadi sebuah bilangan lain. Dia bisa mengubah bilangan dengan memencet tombol merah atau putih. Jika ia memencet tombol merah, bilangannya berkurang satu. Jika ia memencet tombol putih, bilangannya akan menjadi dua kali lipat.

16. Jika bilangan mula-mula adalah 5, dan ingin diubah menjadi 12, berapakah minimal penekanan tombol yang dilakukan?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 7

17. Jika bilangan mula-mula adalah 5, dan ingin diubah menjadi 100, berapakah minimal penekanan tombol yang dilakukan?

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10
- E. 11

18. Jika bilangan mula-mula adalah 5, dan ingin diubah menjadi 1000, berapakah minimal penekanan tombol yang dilakukan?

- A. 9
- B. 10



- C. 11
- D. 12
- E. 13

Seorang ksatria bermaksud untuk menyelamatkan putri dengan melawan  $n$  naga penyihir jahat. Mula-mula, ksatria memiliki kekuatan sebesar  $s$ . Ke- $n$  naga tersebut memiliki kekuatan sebesar  $x_i$ . Seorang ksatria dapat menyelamatkan sang putri jika berhasil mengalahkan semua naga. Untuk mengalahkan seekor naga, ksatria tersebut harus memiliki kekuatan (saat itu) yang lebih dari kekuatan naga. Jika seekor naga telah dikalahkan, ia akan mendapatkan kekuatan sebesar  $y_i$ .

19. Jika  $s=4$ ,  $n=3$  dan  $(x_i, y_i) = \{(3, 5), (100, 8), (6, 92)\}$ . Apakah ksatria dapat menyelamatkan putri?
- A. Ya
  - B. Tidak
20. Jika  $s=2$ ,  $n=12$  dan  $(x_i, y_i) = \{(6, 2), (140, 98), (1, 1), (15, 6), (2, 1), (115, 10), (4, 2), (3, 1), (9, 1), (27, 100), (8, 12), (5, 1)\}$ . Apakah ksatria dapat menyelamatkan putri?
- A. Ya
  - B. Tidak



## Kunci Jawaban Paket 10

|    |          |    |          |
|----|----------|----|----------|
| 1  | <b>B</b> | 11 | <b>A</b> |
| 2  | <b>D</b> | 12 | <b>D</b> |
| 3  | <b>C</b> | 13 | <b>D</b> |
| 4  | <b>A</b> | 14 | <b>D</b> |
| 5  | <b>C</b> | 15 | <b>E</b> |
| 6  | <b>A</b> | 16 | <b>E</b> |
| 7  | <b>A</b> | 17 | <b>B</b> |
| 8  | <b>D</b> | 18 | <b>A</b> |
| 9  | <b>A</b> | 19 | <b>A</b> |
| 10 | <b>B</b> | 20 | <b>E</b> |





## Pembahasan Soal Aritmatika Modulo

1. Pada suatu hari seekor anjing Hachiko menunggu Andi di stasiun kereta api mulai jam 1 siang. Setelah 83 jam berlalu akhirnya ia kecewa dan pergi pulang. Pada jam berapakah Hachiko pergi pulang?  
A. Jam 12 siang  
B. Jam 12 malam  
C. Jam 11 siang  
D. Jam 11 malam  
E. Jam 10 siang

Persoalan jam ini dapat kita pandang sebagai bentuk modulo.

Hachiko pergi pulang pada (Pukul 13 + 83jam) mod 24 = 96 mod 24 = pukul 0

Atau jam 12 malam

Jawaban : **B**

2. Berapakah sisa pembagian dari 999...9 (2015 digit) jika dibagi 7 ?  
A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4  
E. 5

$$999...9 \pmod{7} \equiv 10^{2015} - 1 \pmod{7} \equiv 3^{2015} - 1 \pmod{7}$$

Perhatikan bahwa

$$3^1 \pmod{7} = 3 \pmod{7} = 3$$

$$3^2 \pmod{7} = 9 \pmod{7} = 2$$

$$3^3 \pmod{7} = 27 \pmod{7} = 6$$

$$3^4 \pmod{7} = 81 \pmod{7} = 4$$

$$3^5 \pmod{7} = 243 \pmod{7} = 5$$

$$3^6 \pmod{7} = 729 \pmod{7} = 1$$

$$3^7 \pmod{7} = 2187 \pmod{7} = 3$$

$$3^8 \pmod{7} = 6561 \pmod{7} = 2$$

...

Karena pola selalu berulang setiap 6 suku, maka diperoleh

$$2015 \pmod{6} = 5, \text{ sehingga}$$

$$(3^{2015} - 1) \pmod{7} = (5 - 1) \pmod{7} = 4$$

Jawaban : **D**

3. Berapakah  $7^{450} \pmod{100}$  ? (Catatan:  $n \pmod{m}$  adalah sisa pembagian  $n$  oleh  $m$ , misalnya  $41 \pmod{7} = 6$  karena  $41 - (7 \times 5) = 6$ ).  
A. 1



- B. 51
- C. 49
- D. 43
- E. 7

Perhatikan bahwa  $7^4 = 2401 \equiv 1 \pmod{100}$

Sehingga

$$\begin{aligned} &7^{450} \pmod{100} \\ &\equiv 7^{448} \cdot 7^2 \pmod{100} \\ &\equiv 7^{4 \cdot 112} \cdot 7^2 \pmod{100} \\ &\equiv (7^4)^{112} \cdot 7^2 \pmod{100} \\ &\equiv (1)^{112} \cdot 7^2 \pmod{100} \\ &\equiv 7^2 \pmod{100} \\ &\equiv 49 \pmod{100} \end{aligned}$$

Jawaban : **C**

4. Jika  $4!$  berarti  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ . Tuliskanlah kedua digit terakhir dari  $1! + 2! + 3! + \dots + 9999!$
- A. 13
  - B. 23
  - C. 14
  - D. 24
  - E. 25

Perhatikan bahwa untuk  $x \geq 10$ ,  $x!$  habis dibagi 100. Sehingga kita cukup menghitung

$$(1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + 7! + 8! + 9!) \pmod{100} = 13$$

Jawaban : **A**

5. Berapakah bilangan  $x$  terkecil yang memenuhi syarat berikut :
- Jika  $x$  dibagi 2 akan bersisa 1
  - Jika  $x$  dibagi 3 akan bersisa 2
  - Jika  $x$  dibagi 4 akan bersisa 3
  - Jika  $x$  dibagi 5 akan bersisa 4
  - Jika  $x$  dibagi 6 akan bersisa 5
- A. 119
  - B. 78
  - C. 59
  - D. 34
  - E. 15

$$\begin{array}{ll} x \pmod{2} = 1 & \rightarrow (x+1) \pmod{2} = 0 \\ x \pmod{3} = 2 & \rightarrow (x+1) \pmod{3} = 0 \\ x \pmod{4} = 3 & \rightarrow (x+1) \pmod{4} = 0 \\ x \pmod{5} = 4 & \rightarrow (x+1) \pmod{5} = 0 \end{array}$$



$$x \bmod 6 = 5 \quad \rightarrow (x+1) \bmod 6 = 0$$

Dapat disimpulkan  $(x+1)$  habis dibagi oleh 2, 3, 4, 5, 6 sekaligus.

$(x+1)$  terkecil adalah  $KPK(2, 3, 4, 5, 6) = 60$

Sehingga  $x$  terkecil adalah 59

Jawaban : **C**

6. Dalam sebuah perumahan terdapat banyak sekali tikungan. Andi memasuki perumahan itu dengan berjalan ke arah barat. Dari arah dia masuk, Andi mencatat tikungan di perumahan itu yang ia lalui mengikuti pola belok kanan, belok kiri, belok kiri, belok kanan, belok kanan, belok kanan, belok kiri, belok kiri, belok kiri, belok kiri, dst. Pada belokan ke 2015, Andi berjalan ke arah mata angin mana?
- A. Utara
  - B. Selatan
  - C. Barat
  - D. Timur
  - E. Tidak ada jawaban yang benar

Dari pola terlihat bahwa Andi berbelok 1x ke kanan, 2x ke kiri, 3x ke kanan, 4x ke kiri, 5x ke kanan, 6x ke kiri dst...

Anggap bahwa kita mengubah arah ke dalam bilangan modulo 4, dimana barat=0, utara=1, timur=2, selatan=3. Dengan cara seperti itu, diperoleh bahwa dengan berbelok ke kanan, sama dengan menambahkan 1 dalam modulo 4, dan berbelok ke kiri sama dengan mengurangi 1 dalam modulo 4.

Kita akan mencari hasil dari :

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots$$

Dimana total dari bilangan-bilangan yang dipakai (banyaknya belokan) = 2015.

Diketahui bahwa  $1 + 2 + 3 + \dots + 62 = 1953$ , sedangkan  $1 + 2 + 3 + \dots + 63 = 2016$

Maka pola terakhir adalah pada 62, sedangkan sisa belokan adalah  $2015 - 1953 = 62$

Sehingga dapat disimpulkan penggambaran belokan yang dilakukan adalah :

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 61 - 62 + 62 = 31. \text{ Sedangkan } 31 \bmod 4 = 1$$

Dapat disimpulkan bahwa setelah belokan ke 2015, Andi berjalan ke arah utara

Jawaban : **A**

Sebuah tumpukan kartu tersusun dari kartu-kartu yang bernomor 1 hingga 31 (kartu pada tumpukan paling atas bernilai 1 dan kartu paling bawah bernilai 31). Kartu-kartu tersebut ingin diacak dengan cara sebagai berikut. Ambil  $N$  kartu terbawah lalu taruh  $N$  kartu tersebut pada tumpukan teratas (tanpa mengubah urutan).

7. Apabila  $N=5$  dan langkah tersebut dilakukan sebanyak 45 kali kartu apa yang terdapat pada tumpukan teratas?
- A. 24
  - B. 25
  - C. 26
  - D. 27



E. 28

Kita dapat memandang tumpukan kartu berbentuk melingkar dimana setelah kartu 1 adalah kartu 13 (walaupun 13 ada di bawah). Dengan cara tersebut pengambilan N kartu terbawah dan disimpan di atas sama saja dengan melangkah maju dari kartu 1 sebanyak N kali,  $1 \rightarrow 31 \rightarrow 30 \rightarrow \dots \rightarrow 31-N+1$

Kita dapat memodelkan masalah ini ke dalam bentuk modulo

Untuk  $N=5$  dan langkah tersebut dilakukan 45 kali, maka kartu paling atas setelahnya adalah :

$$1 - 45 \cdot 5 \pmod{31}$$

$$\equiv -224 \pmod{31}$$

$$\equiv -224 \pmod{31} \quad (224 \text{ dibagi } 31 \text{ bersisa } 7)$$

$$\equiv -7 \pmod{31}$$

$$\equiv 24 \pmod{31}$$

Jawaban : **A**

8. Apabila  $N=3$  berapa kali anda harus melakukan langkah tersebut agar kartu yang bernilai 2 terdapat pada tumpukan teratas?

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10
- E. 11

Akan dicari x sedemikian sehingga :

$$1 - 3x \equiv 2 \pmod{31}$$

$$-3x \equiv 1 \pmod{31}$$

$$-3x \equiv -30 \pmod{31}$$

$$x \equiv 10 \pmod{31}$$

Jawaban : **D**

9. Di desa SukaMaju terdapat sebuah kepercayaan bahwa angka 13 merupakan angka sial dan hari Jumat merupakan hari yang dianggap mistis. Jika kedua hal tersebut bertemu (hari Jumat tanggal 13) maka warga diharuskan mengadakan sebuah ritual adat untuk menghindari hal buruk yang dipercaya akan terjadi jika ritual tersebut tidak diadakan. Jika desa tersebut menggunakan sistim penanggalan sesuai dengan kalender masehi, berapakah jumlah minimal ritual adat yang harus dilakukan dalam 1 tahun ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. Tidak selalu ada





Jika 13 Januari adalah hari Senin, maka kita dapat mengetahui bahwa 13 Februari adalah hari  $\text{Senin} + (31 \bmod 7) = \text{Senin} + 3 = \text{Kamis}$ .

Dengan prinsip tersebut kita bentuk tabel berikut:

Misalkan suatu hari disimbolkan dengan suatu bilangan antara 0-6

N merupakan banyaknya hari pada suatu bulan

$N \bmod 7$  merupakan hasil modulo 7 dari N

Next13 merupakan jumlahan  $(N \bmod 7)$  untuk suatu bulan dan bulan-bulan sebelumnya, dimodulo 7. Dengan mengasumsikan tanggal **13 Januari adalah hari 0**, kita dapat menemukan bahwa tanggal 13 bulan-keX adalah hari Next13(bulan-ke(X-1)). Misalnya pada penanggalan non-kabisat, tanggal 13 Agustus adalah hari 2, karena Next13(Juli) adalah 2.

(dengan kata lain, jika 13 Januari adalah hari Senin, maka 13 Agustus adalah hari Rabu)

#### Non-Kabisat

| Bulan       | Jan | Feb | Mar | Apr | Mei | Jun |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N (Hari)    | 31  | 28  | 31  | 30  | 31  | 30  |
| $N \bmod 7$ | 3   | 0   | 3   | 2   | 3   | 2   |
| Next13      | 3   | 3   | 6   | 1   | 4   | 6   |

| Bulan       | Jul | Agu | Sep | Okt | Nov | Des |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N (Hari)    | 31  | 31  | 30  | 31  | 30  | 31  |
| $N \bmod 7$ | 3   | 3   | 2   | 3   | 2   | 3   |
| Next13      | 2   | 5   | 0   | 3   | 5   | 1   |

#### Kabisat

| Bulan       | Jan | Feb | Mar | Apr | Mei | Jun |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N (Hari)    | 31  | 29  | 31  | 30  | 31  | 30  |
| $N \bmod 7$ | 3   | 1   | 3   | 2   | 3   | 2   |
| Next13      | 3   | 4   | 0   | 2   | 5   | 0   |

| Bulan       | Jul | Agu | Sep | Okt | Nov | Des |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N (Hari)    | 31  | 31  | 30  | 31  | 30  | 31  |
| $N \bmod 7$ | 3   | 3   | 2   | 3   | 2   | 3   |
| Next13      | 3   | 6   | 1   | 4   | 6   | 2   |

Perhatikan bahwa pada penanggalan kabisat maupun non kabisat, pada Next13, setiap angka antara 0-6 muncul minimal sekali. Sehingga minimal banyaknya bulan dengan tanggal 13 jatuh pada hari jumat adalah 1 kali.

Jawaban : **A**

Tiga orang sahabat, Ari, Budi, dan Cici terdampar di sebuah pantai bersama seekor kucing. Mereka berusaha mengumpulkan makanan, dan yang berhasil mereka temukan hanyalah ikan-ikan kecil, namun dengan jumlah cukup banyak.



Karena kelelahan, mereka memutuskan untuk beristirahat dan membangun tenda. Mereka berencana untuk memasak ikan keesokan harinya bersama-sama. Malamnya, ketika semua sedang tertidur, Ari bangun dari tidurnya. Karena ia kuatir pada keesokan harinya teman-temannya akan curang pada saat membagi ikan untuk sarapan, Ari mencoba mengamankan bagiannya. Ia membagi ikan-ikan tersebut ke dalam 3 bagian sama rata. Ternyata tersisa satu ekor ikan. Ari mengambil salah satu dari 3 bagian, dan memberikan sisa satu ekor ikan tadi ke kucingnya, dan kemudian tidur lagi. Tidak disangka, ternyata kedua temannya yang lain mempunyai pikiran untuk melakukan hal yang sama seperti Ari: bangun, membagi ikan (yang tersisa) ke dalam tiga bagian, dan mengambil bagiannya. Pada setiap pembagian, selalu tersisa satu ekor ikan yang kemudian diberikan kepada si kucing. Keesokan paginya, mereka semua terbangun, dan tanpa saling memberitahu apa yang mereka lakukan pada malam harinya, mereka membagi ikan-ikan tersebut untuk bertiga. Sama seperti sebelumnya, pembagian dengan 3 menyisakan satu ekor ikan, yang diberikan kepada si kucing.

10. Berapakah jumlah minimum ikan yang terkumpul mula-mula?

- A. 78
- B. 79
- C. 160
- D. 165
- E. 215

Misalkan :

Banyak ikan mula-mula = X  
Banyak ikan yang diambil Ari = A  
Banyak ikan yang diambil Budi = B  
Banyak ikan yang diambil Cici = C  
Banyak ikan yang dibagikan di akhir = D

Diperoleh persamaan

$$X = 3A + 1 \quad \dots \text{pers (1)}$$

$$2A = 3B + 1 \quad \dots \text{pers (2)}$$

$$2B = 3C + 1 \quad \dots \text{pers (3)}$$

$$2C = 3D + 1 \quad \dots \text{pers (4)}$$

Untuk mencari X yang memenuhi, kita cari dulu nilai X yang memenuhi keempat persamaan tersebut, dengan mencari X dalam bentuk D.

Substitusikan pers (4) ke pers (3)

$$2B = 3C + 1$$

$$2B = 3\left(\frac{3D+1}{2}\right) + 1 = \frac{9D+5}{2}$$

$$B = \frac{9D+5}{4}$$

Substitusikan ke pers (2)

$$2A = 3B + 1$$



$$2A = 3\left(\frac{9D+5}{4}\right) + 1 = \frac{27D+19}{4}$$

$$A = \frac{27D+19}{8}$$

Substitusikan ke pers (1)

$$X = 3A + 1$$

$$X = 3\left(\frac{27D+19}{8}\right) + 1 = \frac{81D+65}{8}$$

Karena X pasti bilangan bulat, maka  $81D + 65$  harus habis dibagi 8. Sehingga  
 $81D + 65 \equiv 0 \pmod{8}$

$$D + 1 \equiv 0 \pmod{8}$$

$$D \equiv 7 \pmod{8}$$

D minimal adalah = 7, sehingga  $X = \frac{81D+65}{8} = 79$

Jawaban : B



## Pembahasan Soal Algoritma Modulo

```
total := 0;
for a := 1 to 30 do
  for b := 1 to 20 do
    if (b mod a) = (a mod b) then
      total := total + 1;
```

11. Berapakah nilai total di akhir program?

- A. 20
- B. 30
- C. 25
- D. 15
- E. 0

Perhatikan bahwa :

- Jika  $x < y$ , maka  $(x \bmod y) = x$
- $0 \leq (x \bmod y) < y$

Bagi persoalan menjadi 3 kasus :

- Jika  $a < b$ , maka  $(a \bmod b) = a$ . Sehingga haruslah  $(b \bmod a) = a$ , tetapi hal ini tidak mungkin sebab  $0 \leq (b \bmod a) < a$
- Jika  $a > b$ , maka  $(b \bmod a) = b$ . Sehingga haruslah  $(a \bmod b) = b$ , tetapi hal ini tidak mungkin sebab  $0 \leq (a \bmod b) < b$
- Jika  $a = b$ , maka  $(a \bmod b) = (b \bmod a) = 0$

Banyaknya loop sehingga  $a = b$ , ada 20 buah.

Jawaban : **A**

```
total := 0;
for a := 1 to 100 do
  if (a mod x) = (a mod y) then
    total := total + 1;
```

12. Jika  $x=2$ , dan  $y=3$ , maka berapakah nilai total di akhir program?

- A. 30
- B. 31
- C. 32
- D. 33
- E. 34





Nilai  $(a \bmod 2)$  berada diantara 0, 1

Nilai  $(a \bmod 3)$  berada diantara 0, 1, 2

Agar persamaan terpenuhi, maka hanya ada dua kemungkinan kasus

- Jika  $(a \bmod 2) = (a \bmod 3) = 0$   
Maka  $a$  habis dibagi 2 sekaligus 3.  $a$  habis dibagi 6  
a pada looping yang memenuhi adalah 6, 12, 18, ..., 96  
Banyaknya  $a$  yang memenuhi ada 16
- Jika  $(a \bmod 2) = (a \bmod 3) = 1$   
Maka  $(a-1)$  habis dibagi 2 sekaligus 3.  $(a-1)$  habis dibagi 6  
a pada looping yang memenuhi adalah 1, 7, 13, ..., 97  
Banyaknya  $a$  yang memenuhi ada 17

Sehingga banyaknya  $a$  yang memenuhi ada  $16+17 = 33$

Jawaban : **D**

13. Jika  $x=6$ , dan  $y=10$ , maka berapakah nilai total di akhir program?

- A. 20
- B. 21
- C. 22
- D. 23
- E. 24

Nilai  $(a \bmod 6)$  berada diantara 0, 1, 2, 3, 4, 5

Nilai  $(a \bmod 10)$  berada diantara 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Agar persamaan terpenuhi, maka hanya ada enam kemungkinan kasus

- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 0$   
Maka  $a$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $a$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 30, 60, 90  
Banyaknya  $a$  yang memenuhi ada 3
- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 1$   
Maka  $(a-1)$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $(a-1)$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 1, 31, 61, 91  
Banyaknya  $a$  yang memenuhi ada 4
- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 2$   
Maka  $(a-2)$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $(a-2)$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 2, 32, 62, 92  
Banyaknya  $a$  yang memenuhi ada 4
- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 3$   
Maka  $(a-3)$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $(a-3)$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 3, 33, 63, 93



Banyaknya a yang memenuhi ada 4

- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 4$   
Maka  $(a-4)$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $(a-4)$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 4, 34, 64, 94  
Banyaknya a yang memenuhi ada 4
- Jika  $(a \bmod 6) = (a \bmod 10) = 5$   
Maka  $(a-5)$  habis dibagi 6 sekaligus 10.  $(a-5)$  habis dibagi 30  
a pada looping yang memenuhi adalah 5, 35, 65, 95  
Banyaknya a yang memenuhi ada 4

Sehingga banyaknya a yang memenuhi ada  $3+4+4+4+4+4 = 23$

Jawaban : **D**

```
total := 0;
for i := 1 to 50 do
  if (i mod 7) = (i div 7) then
    total := total + 1;
```

14. Berapakah nilai total di akhir program?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 7

Perhatikan bahwa  $i = 7 \cdot (i \div 7) + (i \bmod 7)$

Hanya ada 7 kemungkinan nilai  $i \bmod 7$ , yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Bagi ke dalam 7 kasus

- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 0$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 0 = 0$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 1$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 1 = 8$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 2$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 2 = 16$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 3$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 3 = 24$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 4$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 4 = 32$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 5$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 5 = 40$
- Jika  $(i \bmod 7) = (i \div 7) = 6$ , maka dapat disimpulkan bahwa  $i = 8 \cdot 6 = 48$

Karena loop i mulai dari 1 hingga 50, maka yang memenuhi ada 6 kemungkinan.

Jawaban : **D**

15. Jika baris keempat pada program diganti dengan perintah

```
total := total + i;
```

berapakah nilai total di akhir program?

- A. 138
- B. 146



- C. 154
- D. 160
- E. 168

Berdasarkan pembahasan di atas, total  $i$  yang memenuhi adalah  
 $= 8 + 16 + 24 + 32 + 40 + 48 = 168$   
Jawaban : **E**

16. Diberikan potongan pseudocode berikut

```
var
    count : longint;

function apaitu(a: integer; b: integer): integer;
begin
    count := count + 1;
    if (a > b) then apaitu := apaitu(b, a)
    else if (a = 0) then apaitu := b
    else apaitu := apaitu (b mod a, a);
end;
```

Jika fungsi tsb dipanggil dengan “writeln(apaitu(1001, 1331));” berapakah yang dicetak?

- A. 2
- B. 7
- C. 13
- D. 3
- E. 11

$\text{apaitu}(1001, 1331) =$   
 $\text{apaitu}(1331 \bmod 1001, 1001) = \text{apaitu}(330, 1001) =$   
 $\text{apaitu}(1001 \bmod 330, 330) = \text{apaitu}(11, 330) =$   
 $\text{apaitu}(330 \bmod 11, 11) = \text{apaitu}(0, 11) =$   
 $11$

Fungsi di atas merupakan algoritma euclid untuk mencari FPB dari 2 buah bilangan.

$\text{FPB}(1001, 1331) = 11$

Jawaban : **E**



Diberikan potongan pseudocode berikut

```
var
  T:array[1..13] of integer = (32, 6, 12, 64, 68, 100, 214,
                               120, 30, 80, 24, 22, 88);
function q(c,d:integer):integer;
var
  e:integer;
begin
  if (d=0) then q:=c else
  begin
    e:=c mod d;
    q:=q(d,e);
  end;
end;

function p(a,b:integer):integer;
var
  i:integer;
begin
  p:=T[a];
  for i:=a to b do
  begin
    p:=q(p,T[i]);
  end;
end;

begin
writeln(p(1,13));
end.
```

17. Berapakah output dari program di atas?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Perhatikan bahwa fungsi q merupakan algoritma euclid untuk mencari nilai FPB dari 2 parameter c dan d.

Fungsi p akan mengiterasi index array T dari a hingga b, dan melakukan operasi pencarian FPB satu persatu. Sama dengan mencari FPB dari semua bilangan di array dari index a hingga b

Karena p dipanggil dengan parameter 1 dan 13, maka keluaran fungsi p =

$\text{FPB}(T[1], T[2], \dots, T[13]) = 2$

Jawaban : **B**



Perhatikan program berikut ini:

```
if (b*(a div b) + (a mod b)) mod 8 = 5 then
  writeln('HAHA')
else
  writeln('HIHI');
```

18. Manakah dari pasangan (a, b) di bawah yang menghasilkan output HAHA ?

- A. (234165, 134)
- B. (234164, 133)
- C. (234163, 132)
- D. (234162, 131)
- E. (234161, 130)

Perhatikan bahwa ekspresi " $b \cdot (a \text{ div } b) + (a \text{ mod } b)$ " sama dengan a. Sehingga kita cukup mencari nilai a yang bersisa lima ketika dibagi 8. Cukup perhatikan 3 digit terakhir.

Jawaban : **A**

19. Manakah dari pasangan (a, b) di bawah yang menghasilkan output HIHI ?

- A. (647420, 134)
- B. (647429, 133)
- C. (647437, 132)
- D. (647445, 131)
- E. (647453, 130)

Dari pembahasan di atas, kita cukup mencari bilangan yang tidak bersisa lima ketika dibagi 8. Cukup perhatikan 3 digit terakhir.

Jawaban : **A**

Diberikan potongan pseudocode berikut

```
A := 0;
for i := C to D do
  A := (A+i) mod 5;
writeln (A);
```

20. Jika output yang muncul di layar adalah 3 dan nilai variabel C dan D hanya boleh berada di antara 0..255, ada berapa banyak kemungkinan pasangan nilai C dan D yang menghasilkan output tersebut?

- A. 2
- B. 5
- C. 1326
- D. 2652
- E. 5253





- Jika  $C \bmod 5 = 0$ , maka haruslah  $D \bmod 5 = 2$   
Untuk  $C=0$ , terdapat 51 kemungkinan D  
Untuk  $C=5$ , terdapat 50 kemungkinan D  
...  
Untuk  $C=255$ , terdapat 0 kemungkinan D  
Total :  $51 + 50 + 49 + \dots + 0 = 1326$
- Jika  $C \bmod 5 = 1$ , maka haruslah  $D \bmod 5 = 2$   
Untuk  $C=1$ , terdapat 51 kemungkinan D  
Untuk  $C=6$ , terdapat 50 kemungkinan D  
...  
Untuk  $C=251$ , terdapat 1 kemungkinan D  
Total :  $51 + 50 + 49 + \dots + 1 = 1326$
- Jika  $C \bmod 5 = 2$ , maka tidak ada D yang memenuhi
- Jika  $C \bmod 5 = 3$ , maka haruslah  $D \bmod 5 = 1$  atau 3  
Untuk  $C=3$ , terdapat 101 kemungkinan D  
Untuk  $C=8$ , terdapat 99 kemungkinan D  
...  
Untuk  $C=253$ , terdapat 1 kemungkinan D  
Total :  $101 + 99 + 97 + \dots + 1 = 2601$
- Jika  $C \bmod 5 = 4$ , maka tidak ada D yang memenuhi

Total kemungkinan ada :  $1326 + 1326 + 2601 = 5253$

Jawaban : **E**



## Kisahku seputar OSN 2012

Oleh : Muhammad Rizki Hasan

Saya baru mengenal OSN sudah dari sejak SMP, ketika pertama kalinya guru favorit dari SMA ternama dipindahkan ke sekolah saya. Awalnya saya tidak yakin untuk mengikuti pelatihan olimpiade dengan beliau karena saya paham banyak yang lebih pintar dari saya yang hanya berasal dari desa. Ketika masih menduduki kelas satu smp saya disuruh oleh guru matematika untuk mengikuti OSK. Alhasil ternyata saya peringkat pertama. Nah, dari sini saya mulai yakin akan kemampuan saya dan yakin bahwa musuh terberat itu adalah diri sendiri.

Saya semakin giat belajar dengan guru yang luar biasa itu, sampai pada akhirnya saya dipindahkan ke bidang fisika karena menurut beliau passion saya ada di fisika. Kelas dua smp saya mengikuti olimpiade lagi yakni bidang fisika dan Alhamdulillah saya lolos ke tingkat nasional tapi pulang tanpa medali. Hal ini tidak membuat saya putus asa, malah menjadikan saya lebih termotivasi untuk berusaha lebih giat lagi kedepannya.

Ketika di sma, dengan dasar-dasar fisika yang telah didapat dari smp saya mulai mengembangkannya untuk persiapan olimpiade tingkat sma. Dengan usaha dan juga do'a, Alhamdulillah kelas satu sma saya lolos mengikuti olimpiade tingkat nasional mewakili Riau dan mendapatkan medali perak pada osn tersebut. Dengan mengikuti berbagai pelatihan dari nasional akhirnya pada 2014 saya terpilih untuk menjadi perwakilan Indonesia pada lomba fisika tingkat internasional bersama empat teman saya. Pada lomba kali ini saya berharap sekali ingin memberikan medali buat Indonesia, tapi saya mendapatkan Honorable Mention (HM). Namun saya tidak berkecil hati, karena yakin bahwasanya untuk mendapatkan sesuatu itu kita butuh usaha yang maksimal terlebih dahulu, masalah hasil baru setelah itu.

**‘Lawan terbesar bukanlah orang lain, melainkan diri sendiri’**

