

AMBIS JUARA KSN-K 2021

Akademi Belajar Super Intensif Siap Juara KSN-K 2021



Target: **JUARA KSN-K**
di kabupaten/kota masing-masing

MODUL RINGKAS

INFORMATIKA

Disusun Oleh:

Salman Al Farisi

KSN-K SMA/MA 2021

SEMAKIN DEKAT!

Segera persiapkan dirimu dengan belajar materi dan pembahasan soal-soal sesuai silabus KSN-K terbaru.

Download **GRATISSS!!! MODUL RINGKAS dan SOAL PREDIKSI KSN-K SMA 2021** untuk semua bidang pada *link* bit.ly/PaketJuaraKSN.

Olympia Gold Academy juga menyediakan **REKAMAN VIDEO PELATIHAN KSN-K** yang dapat kamu simak sebagai bahan belajar sebagai **PENJELASAN DARI MODUL RINGKAS INI**. Termasuk soal prediksi juga dibahas disana. Lengkap untuk semua bidang! Materi disampaikan oleh para tutor berprestasi. Profil tutor, judul semua materi, dan cuplikan rekaman video dapat dilihat pada akun INSTAGRAM **@olympiagoldacademy**.

MATEMATIKA: 57 jam, 73 video.

Rekaman lengkap di instagram **@olympiagold_matematika**

MATERI BAHASAN:

✓ Persamaan Aljabar	✓ Segitiga	✓ Sisa Pembagian,
✓ Faktorisasi Aljabar	✓ Lingkaran	✓ Representasi Desimal,
✓ Ekspansi Binomial-Multinomial	✓ Geometri Analitik	✓ Soal-Bahas Aljabar,
✓ Jenis-Jenis Persamaan	✓ Aturan Berhitung	✓ Soal-Bahas Geometri,
✓ Sistem Persamaan	✓ Permutasi dan Kombinasi	✓ Soal-Bahas Trigonometri,
✓ Fungsi dan Polinom	✓ Prinsip Inklusif dan Eksklusif	✓ Soal-Bahas Kombinatorika,
✓ Ketaksamaan	✓ Teknik Berhitung Lanjutan	✓ Soal-Bahas Teori Bilangan,
✓ Trigonometri	✓ Keterbagian	✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021
	✓ Faktorisasi Prima	

FISIKA: 58 jam, 79 video.

Rekaman lengkap di instagram **@olympiagold_fisika**

MATERI BAHASAN:

✓ Diferensial	✓ Penerapan Hukum Newton	✓ Momentum Sudut
✓ Integral	✓ Gaya Fiktif	✓ Osilasi
✓ Kinematika	✓ Gaya Sentripetal	✓ Dinamika Benda Kontinu
✓ Gerak Dua Dimensi	✓ Usaha	✓ Kupas Tuntas OSK 2017
✓ Gerak Parabola	✓ Energi	✓ Kupas Tuntas OSK 2019
✓ Gerak Melingkar	✓ Impuls dan Momentum	✓ Pembahasan Soal Paket A
✓ Hukum Newton	✓ Jenis-Jenis Tumbukan	✓ Pembahasan Soal Paket B
✓ Diagram Benda Bebas	✓ Benda Tegar	✓ Pembahasan Soal Paket C
	✓ Statika	✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021

KIMIA: 60 jam, 83 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_kimia

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| ✓ Struktur Atom dan Sifat Periodik | ✓ Analisis Kualitatif | ✓ Kelarutan |
| ✓ Ikatan Kimia dan Bentuk Molekul | ✓ Sifat Koligatif Larutan | ✓ Elektrokimia |
| ✓ Stoikiometri | ✓ Laju Reaksi | ✓ Kimia Organik |
| ✓ Termokimia | ✓ Keseimbangan Kimia | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |
| | ✓ Asam dan Basa | |

BIOLOGI: 61 jam, 82 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_biologi

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|-------------------|-------------------|-----------------------------------|
| ✓ Kimia Kehidupan | ✓ Komunikasi Sel | ✓ Regulasi Ekspresi Gen |
| ✓ Biokimia | ✓ Mitosis | ✓ Bioteknologi |
| ✓ Biologi Sel | ✓ Meiosis | ✓ Evolusi |
| ✓ Metabolisme | ✓ Hukum Mendel | ✓ Soal-Bahas Sel dan Molekuler |
| ✓ Respirasi | ✓ Basis Hereditas | ✓ Soal-Bahas Genetika dan Evolusi |
| ✓ Fotosintesis | ✓ Materi Genetik | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |
| | ✓ Ekspresi Gen | |

ASTRONOMI: 58 jam, 77 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_astronomi

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| ✓ Pengenalan Astronomi | ✓ Mekanisme Radiasi | ✓ Evolusi Bintang |
| ✓ Matematika untuk Astronomi | ✓ Mekanika Benda Langit | ✓ Matahari |
| ✓ Astronomi Bola | ✓ Spektrum Bintang | ✓ Bintang Variabel |
| ✓ Instrumentasi dan Observasi | ✓ Bintang Ganda | ✓ Medium Antar Bintang |
| ✓ Konsep Fotometrik & Magnitudo | ✓ Massa Bintang | ✓ Galaksi dan Gugus Galaksi |
| | ✓ Struktur Bintang | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |

GEOGRAFI: 53 jam, 73 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_geografi

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------------|---|
| ✓ Fenomena Cuaca | ✓ Strategi Perusahaan Global | ✓ Geografi Budaya |
| ✓ Tipe dan Jenis Iklim Global | ✓ Geografi Perkotaan | ✓ Kependudukan |
| ✓ Oseanografi | ✓ Geologi | ✓ Dinamika Penduduk |
| ✓ Soal-Bahas Meteorologi | ✓ Pariwisata & Identitas Lokal | ✓ Geografi Regional |
| ✓ Geografi Ekonomi & Globalisasi | ✓ Kebencanaan | ✓ Geomorfologi |
| ✓ Geografi Lingkungan | ✓ Geografi Pertanian | ✓ Pengetahuan Umum dan Pengayaan Materi |
| ✓ Geografi Pembangunan | ✓ Geografi Tanah | ✓ Soal-Bahas KSN-K |
| ✓ Kartografi | ✓ Sumber Daya | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |
| | ✓ Flora dan Fauna | |

KEBUMIHAN: 56 jam, 78 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_kebumihan

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|----------------------------|----------------------|------------------------------------|
| ✓ Interior Bumi | ✓ Stratigrafi | ✓ Geomorfologi Fluvial dan Delta |
| ✓ Kristalografi | ✓ Paleontologi | ✓ Gelombang dan Arus |
| ✓ Mineralogi | ✓ Struktur Atmosfer | ✓ Objek Astronomi |
| ✓ Petrologi Batuan Beku | ✓ Neraca Radiasi | ✓ Tata Surya |
| ✓ Petrologi Batuan Sedimen | ✓ Sirkulasi Atmosfer | ✓ Astrometri |
| ✓ Geologi Struktur | ✓ Fenomena Atmosfer | ✓ Mekanika Benda Langit |
| ✓ Geomorfologi | ✓ Meteorologi | ✓ Astrofisika |
| ✓ Geofisika | ✓ Hidrometeor | ✓ Tata Koordinat |
| ✓ Vulkanologi | ✓ Batimetri | ✓ Soal-Bahas Gelombang dan Arus |
| ✓ Hidrogeologi | ✓ Oseanografi | ✓ Soal-Bahas Mekanika Benda Langit |
| | ✓ Sifat Air Laut | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |

EKONOMI: 56 jam, 72 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_ekonomi

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| ✓ <i>General Review</i> | ✓ Pendapatan Nasional | ✓ Jurnal Umum |
| ✓ Mekanisme Pasar | ✓ Inflasi | ✓ Buku Besar |
| ✓ Finansial | ✓ Pengangguran | ✓ Neraca Saldo |
| ✓ Elastisitas | ✓ Pasar Faktor Produksi | ✓ Kertas Kerja |
| ✓ Perilaku Konsumen & Produsen | ✓ Perdagangan Internasional | ✓ Teori Investasi |
| ✓ Konsep Biaya | ✓ Pajak | ✓ <i>Overall Brief Review</i> |
| ✓ Jenis-Jenis Pasar | ✓ Ekonomi Syariah | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |
| | ✓ Pengenalan Akuntansi | |

INFORMATIKA: 51 jam, 66 video.

Rekaman lengkap di instagram @olympiagold_informatika

MATERI BAHASAN:

- | | | |
|---------------------|------------------------------|----------------------------------|
| ✓ Logika Dasar | ✓ Aritmatika | ✓ Soal-Bahas Logika |
| ✓ Logika Matematika | ✓ Kombinatorika | ✓ Soal-Bahas Algoritma |
| ✓ Barisan dan Deret | ✓ Pengantar Pemrograman | ✓ Kupas Tuntas Soal KSN-K |
| ✓ FPB dan KPK | ✓ Algoritma | ✓ Pembahasan Simulasi KSN-K 2021 |
| | ✓ <i>Looping dan Rekursi</i> | |

Simak CUPLIKAN REKAMAN masing-masing bidang. CHECK IT OUT!

MATEMATIKA	: https://www.instagram.com/p/CMjQ96NBMtj/
FISIKA	: https://www.instagram.com/p/CMjQlclBfbl/
KIMIA	: https://www.instagram.com/p/CMjQVn2BkTY/
BIOLOGI	: https://www.instagram.com/p/CMjP1DEBIzZ/
ASTRONOMI	: https://www.instagram.com/p/CMjPH7jhbfN/
GEOGRAFI	: https://www.instagram.com/p/CMjOsLLhrjw/
KEBUMIHAN	: https://www.instagram.com/p/CMjN4HEhNgh/
EKONOMI	: https://www.instagram.com/p/CMjLaWjBj6N/
INFORMATIKA	: https://www.instagram.com/p/CMjJXRUBHNG/

FYI, semua akun INSTAGRAM berisi REKAMAN LENGKAP di-set dalam **MODE TERKUNCI**. Kamu bisa mendapatkan akses untuk menonton rekaman lengkap tersebut dengan membayar biaya *membership* sebesar **IDR 499K/akun/bidang studi**. **CUKUP SEKALI BAYAR, AKSES SEUMUR HIDUP**.

**Segera hubungi admin di nomor
085314573245 (*WA chat only*).**

Ini adalah halaman kosong

Isi modul dimulai pada halaman berikutnya



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

DAFTAR ISI

Perkenalan dengan bidang informatika	1
Lomba-lomba di bidang informatika	1
Bab I. Analitika dan Logika.....	2
Bab II. Teori Bilangan	12
Bab III. Aritmatika dan Kombinatorika.....	21
Bab IV. Algoritma dan Pemrograman	30
Pembahasan Soal	
Pembahasan OSK 2008	41



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Pengantar Seputar Bidang Informatika

Olimpiade bidang informatika adalah cabang olimpiade dimana kompetisi tingkat internasionalnya adalah International Olympiad in Informatics (IOI). IOI adalah ajang kompetisi pemrograman di tingkat Internasional yang sudah berlangsung sejak 1985. Pada awalnya IOI sendiri adalah lomba murni pemrograman semata berdasarkan masalah-masalah yang sederhana. Para peserta dari berbagai negara secara perseorangan berusaha menyelesaikan sejumlah masalah dalam waktu yang singkat dengan membuat program penyelesaian masalah. Peserta yang terpilih akan mewakili Indonesia dan bergabung bersama Tim Olimpiade Komputer Indonesia (TOKI).

Dalam perjalanannya problem-problem yang diberikan mengalami peningkatan tingkat kesulitannya terutama sejak akhir tahun 90-an, hingga pada saat ini pemrograman hanya satu aspek kecil semata di dalam lomba ini. Dengan demikian, aspek utama yang diuji adalah kemampuan menyelesaikan masalahnya sendiri.

Setelah melalui olimpiade informatika, selanjutnya peserta juga dapat mengikuti berbagai macam perlombaan serupa pada jenjang perkuliahan yang bersifat *competitive programming*, seperti ACM-ICPC (pemrograman kompetitif beregu), Google Code Jam, dan berbagai perlombaan nasional seperti Gemastik, Arkavidia ITB, dan Compfest UI. Selain itu ada pula sistem *competitive programming* berbasis ranking seperti TOKI learning center, Codeforces, Hackerrank, dan Topcoder. TOKI juga membuka open contest, dimana semua kalangan dapat mengikuti. Dengan adanya berbagai kompetisi tersebut, diharapkan peserta dapat memperoleh pengalaman yang bisa diterapkan dari KSN.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

I. Analitika dan Logika

I.1 Logika matematika

Dalam ilmu komputer, logika berasal dari Bahasa Yunani yaitu Logos, yang artinya kata, ucapan, atau alasan.

Beberapa istilah yang relevan:

- Premis, atau pernyataan
- Argumen, atau usaha mencari nilai kebenaran dari premis.
- Konklusi, atau kesimpulan.
- Logika matematika, atau logika dengan menggunakan simbol matematis.

Dikenal istilah proposisi sebagai sebuah pernyataan yang bernilai benar atau salah.

- 3 adalah bilangan genap
- Elon Musk adalah CEO Tesla
- $1 + 1 = 2$

Proposisi dapat dihubungkan dengan operator logika. Misalkan p dan q adalah proposisi. Maka operator logika yang dapat dikenakan untuk kedua proposisi tersebut adalah:

1. Konjungsi (conjunction): p dan q , dinotasikan $p \wedge q$,
2. Disjungsi (disjunction): p atau q , dinotasikan $p \vee q$,
3. Ingkaran (negation) dari p : tidak p , dinotasikan $\sim p$.

Proposisi p dan q disebut proposisi atomic - Kombinasi p dengan q menghasilkan proposisi majemuk (compound proposition).

Contoh 4: Diketahui proposisi-proposisi berikut:

p : Hari ini hujan

q : Murid-murid diliburkan dari sekolah

Maka proposisi majemuk:



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah

$\sim p$: Tidak benar hari ini hujan (atau: Hari ini tidak hujan)

Dalam menentukan kebenaran operator logika, dapat digunakan **tabel kebenaran**.

Keterangan:

F = false (salah)

T = true (benar)

- **Negasi:**

P	$\sim P$
T	F
F	T

- **$p \wedge q$ (and)**

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- **$p \vee q$ (or)**

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

- $P \oplus Q$ (xor)

Kondisi dimana seperti or namun hanya dapat memilih salah satu.

Selain itu, terdapat pula hubungan "jika maka" (implikasi) dan "jika dan hanya jika" (biimplikasi).

Bentuk proposisi bersyarat adalah "jika p, maka q", dinotasikan dengan $p \rightarrow q$, dan tabel kebenarannya yaitu

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Proposisi p disebut hipotesis, antesenden, premis, atau kondisi. Proposisi q disebut konklusi (atau konsekuen).

Terdapat tiga varian dari proposisi bersyarat $p \rightarrow q$, yaitu:

1. Konvers (kebalikan) : $q \rightarrow p$
2. Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$
3. Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

Tabel kebenaran dari varian tersebut yaitu

p	q	Implikasi	Konvers	Invers	Kontraposisi
		$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T

Bentuk proposisi biimplikasi adalah “p jika dan hanya jika q”, dinotasikan dengan $p \leftrightarrow q$, dan memiliki tabel kebenaran sebagai berikut:

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Hukum dari aljabar logika,

<p>1. Hukum identitas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$ - $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$ 	<p>2. Hukum <i>null</i>/dominasi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$ - $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$
<p>3. Hukum negasi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee \sim p \Leftrightarrow \mathbf{T}$ - $p \wedge \sim p \Leftrightarrow \mathbf{F}$ 	<p>4. Hukum idempoten:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee p \Leftrightarrow p$ - $p \wedge p \Leftrightarrow p$
<p>5. Hukum involusi (negasi ganda):</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$ 	<p>6. Hukum penyerapan (absorpsi):</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ - $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ - $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ 	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ - $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ - $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ 	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ - $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

I.2 Hukum De Morgan

Hukum De Morgan menjelaskan bahwa dua pernyataan matematis dapat terkait dengan kebalikannya.

Hukum De Morgan dapat dinyatakan dengan



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

$$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$$

Note: silakan baca pembuktian Hukum De Morgan [disini](#).

I.3 Penarikan kesimpulan

Terdapat 3 kaidah penarikan kesimpulan,

1. Modus ponens

Misalkan terdapat 2 premis,

Premis 1: jika p maka q

Premis 2: p

Maka kesimpulan dari kedua premisnya adalah q

2. Modus tollens

Misalkan terdapat 2 premis,

Premis 1: jika p maka q

Premis 2: bukan q

Maka kesimpulan dari kedua premisnya adalah bukan p.

3. Silogisme

Silogisme adalah pola berfikir yang terdiri dari dua pernyataan dan sebuah kesimpulan. Misalkan,

Premis 1: jika p maka q

Premis 2: jika q maka r

Maka kesimpulan dari dua premisnya adalah jika p maka r.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Latihan soal bagian I

1. Tunjukkan bahwa $p \vee \sim(p \vee q)$ dan $p \vee \sim q$ keduanya ekuivalen secara logika! (Hint: bisa menggunakan hukum De Morgan).

2. Pernyataan "Jika dia tidak belajar matematika, maka dia tidak belajar biologi"

p = dia belajar matematika

q = dia belajar biologi

$$\sim p \rightarrow \sim q$$

p = saya tidak makan

$\sim p$ = saya makan

2.1 Perhatikan pernyataan berikut:

Jika hari ini ada tugas, maka saya tidak bisa pergi ke bioskop.

Jika saya tidak bisa pergi ke bioskop, maka saya tidak bisa menonton film terbaru.

Jika hari ini libur, maka saya bisa menonton film terbaru.

Hari ini ada tugas.

Kesimpulan yang tidak sah adalah?

- a. Hari ini tidak libur
- b. Hari ini libur
- c. Saya tidak bisa menonton film terbaru
- d. Saya tidak bisa pergi ke bioskop
- e. Hari ini tidak ada tugas

3. Diberikan pernyataan “Tidak benar bahwa dia belajar Algoritma tetapi tidak belajar Matematika”. Maka:

- Nyatakan pernyataan di atas dalam notasi simbolik (ekspresi logika)
- Berikan pernyataan yang ekuivalen secara logika dengan pernyataan tersebut (Hint: gunakan hukum De Morgan)

3. Buktikan hukum penyerapan: $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$!

4. Not (not (p or not q) or (not p and not q)) or (p or not q) akan bernilai salah jika nilai p dan q adalah?

5. Periksa kesahihan argumen berikut ini

p: Jika 3 lebih kecil dari 4, maka 3 adalah bilangan prima.

q: 3 tidak lebih kecil dari 4.

Kesimpulan: 3 bukanlah bilangan prima

5. Kisah ini mengenai kehidupan masa lalu Pak Dengklek di zaman Paleolitikum. Pada saat itu diketahui beberapa hal:

- Orang yang bisa membunuh hewan pasti pandai mengasah batu.
- Orang yang hidup nomaden (berpindah-pindah) bisa makan sayur-sayuran.
- Setiap orang pasti suka makan sayur atau daging.
- Reaksi orang terhadap suatu jenis makanan hanya suka atau tidak suka.
- Orang yang membunuh hewan suka makan daging.
- Orang yang tidak punya rumah pasti hidupnya nomaden.
- Orang yang tidak suka makan sayur pasti tinggal menetap di hutan untuk berburu.
- Diketahui bahwa Pak Dengklek saat itu tidak punya rumah dan suka makan daging. Terdapat 3 pernyataan sebagai berikut:

Pak Dengklek pandai mengasah batu.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Pak Dengklek suka makan sayur-sayuran.
Pak Dengklek hidup di darat

Pernyataan yang pasti benar adalah:

- a. Tidak ada
- b. 1 dan 2
- c. 2
- d. 1 dan 3
- e. Semua Benar



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

II. Teori Bilangan

II. 1. Bentuk Bilangan

Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan dalam pencacahan dan pengukuran. Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Dalam matematika, konsep bilangan selama bertahun-tahun lamanya telah diperluas untuk meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks.

Sebuah bilangan dapat berupa anggota himpunan sebagai berikut,

- Bilangan natural (N), dimana disebut juga bilangan positif atau bilangan cacah. Anggota himpunan ini yaitu $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- Bilangan bulat (W), dimana adalah himpunan bilangan natural ditambah nol. Anggota himpunan ini yaitu $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- Integer (Z) atau semua bilangan bulat dan nilai positif dan negatif dari bilangan natural. Anggota himpuann ini yaitu $\{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- Bilangan rasional (Q) atau pecahan dimana pembagi dan penyebutnya adalah integer. Contoh dari bilangan ini adalah $1/2$, $2/3$, $-3/4$. Nilai pembagi bisa nol, namun penyebut tidak bisa nol.
- Bilangan real (R), yang merupakan semua bilangan yang dapat dituliskan ke dalam desimal, termasuk pula bilangan irasional. Contohnya adalah 0.5 , 3.2 , 4.94443 , π , $\sqrt{2}$, e , dsb.

Bilangan N , W , Z , dan Q dapat dikategorikan sebagai bilangan diskrit, namun R adalah bilangan kontinu karena tidak dapat dipisahkan secara kuantitas.

Teorema 1. Sifat habis dibagi pada bilangan bulat, yaitu jika diberikan bilangan bulat a dan b , dengan $b > 0$ maka selalu terdapat dengan tunggal bilangan bulat q dan r yang memenuhi

$$a = qb + r, \quad 0 \leq r < b.$$

Contoh 1. Bila $a = 9$ dan $b = 4$ maka diperoleh $9 = 2 \times 4 + 1$, jadi diperoleh $q = 2$ dan $r = 1$.

Bila $a = -9$ dan $b = 4$ maka $-9 = -3 \times 4 + 3$, jadi diperoleh $q = -3$ dan $r = 3$.

Contoh 2. Diberikan $a = 12$ dan $b = 5$. Kita mempunyai beberapa representasi sebagai berikut

$$\begin{aligned} 12 &= 5 \times 2 + 2 \\ &= 5 \times 1 + 7 \\ &= 5 \times 3 + (-3). \end{aligned}$$

Ketiga representasi ini semuanya benar, tetapi hanya yang pertama memenuhi kondisi karena disyaratkan $0 \leq r < b$.

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

Teorema 2. Jika diberikan bilangan bulat a dan b , dengan $b \neq 0$ maka selalu terdapat dengan tunggal bilangan bulat q dan r yang memenuhi

$$a = q'|b| + r, \quad 0 \leq r < |b|.$$

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

II.2 Pembagi atau Faktor Persekutuan Terbesar

Definisi 1. Sebuah bilangan bulat b dikatakan terbagi atau habis dibagi oleh bilangan bulat a tidak sama dengan 0 jika terdapat bilangan bulat c sehingga $b = ac$, ditulis $a \mid b$. Notasi $a \nmid b$ digunakan untuk menyatakan b tidak habis terbagi oleh a .

Teorema 3. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ berlaku pernyataan berikut

1. $a \mid 1$ bila hanya bila $a = \pm 1$
2. Jika $a \mid b$ dan $c \mid d$ maka $ac \mid bd$
3. Jika $a \mid b$ dan $b \mid c$ maka $a \mid c$
4. $a \mid b$ dan $b \mid a$ bila hanya bila $a = \pm b$
5. Bila $a \mid b$ dan $b \neq 0$ maka $|a| \leq |b|$
6. Bila $a \mid b$ dan $a \mid c$ maka $a \mid (bx + cy)$ untuk sebarang bilangan bulat x dan y

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

Definisi 2. Misalkan a dan b dua bilangan bulat di mana minimal salah satunya tidak nol. Faktor persekutuan terbesar (FPB) atau greatest common divisor (gcd) dari a dan b adalah bilangan bulat d yang memenuhi

1. $d \mid a$ dan $d \mid b$
2. Jika $c \mid a$ dan $c \mid b$ maka $c \leq d$.

Pada definisi ini, kondisi 1 menyatakan bahwa d adalah faktor persekutuan dan kondisi 2 menyatakan bahwa d adalah faktor persekutuan terkecil di antara semua faktor persekutuan yang ada. Selanjutnya jika d faktor persekutuan terbesar dari a dan b akan ditulis

$$d = \gcd(a, b).$$

Contoh 3. Faktor positif dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 12, sedangkan faktor dari 30 adalah 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Jadi faktor persekutuaannya adalah 1, 2, 3, 6. Karena itu disimpulkan $\gcd(12, 30) = 6$.

Berdasarkan definisi FPB sesungguhnya kita cukup mengasumsikan bahwa a dan b positif, sebab berlaku

$$\gcd(a, b) = \gcd(a, -b) = \gcd(-a, b) = \gcd(-a, -b).$$

Teorema 4. Jika a dan b dua bilangan bulat yang keduanya tak nol maka terdapat bilangan bulat x dan y sehingga

$$\gcd(a, b) = ax + by.$$

Persamaan ini disebut dengan identitas Bezout.

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

Definisi 3. Dua bilangan a dan b (keduanya tidak nol) dikatakan prima relatif jika $\gcd(a, b) = 1$.

Pasangan bilangan $(3, 5)$, $(5, -9)$ dan $(-27, -35)$ adalah beberapa contoh pasangan bilangan prima relatif.

Teorema 5. Bilangan a dan b prima relatif bila hanya bila terdapat bulat x, y sehingga $ax + by = 1$.

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

akibatnya, Bila $d = \gcd(a, b)$, maka

$$\gcd\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1.$$

Teorema 6. Diketahui $\gcd(a, b) = 1$. Maka berlaku pernyataan berikut,

1. Jika $a \mid c$ dan $b \mid c$ maka $ab \mid c$.
2. Jika $a \mid bc$ maka $a \mid c$.

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

II.3 Kelipatan persekutuan terkecil

Definisi 4. Misalkan a dan b dua bilangan bulat tidak nol. Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) atau least common divisor (lcm) dari a dan b adalah bilangan bulat positif m yang memenuhi

1. $a \mid m$ dan $b \mid m$
2. Bila ada $c > 0$ dengan $a \mid c$ dan $b \mid c$ maka $m \leq c$.

Kondisi 1 menyatakan bahwa m adalah kelipatan bersama atau persekutuan dari a dan b . Kondisi 2 menyatakan bahwa m adalah kelipatan persekutuan terkecil diantara

semua kelipatan persekutuan yang ada. Selanjutnya, m adalah KPK dari a dan b akan ditulis

$$m = \text{lcm}(a, b).$$

Sebagai contoh kelipatan persekutuan dari -12 dan 30 adalah $60, 120, 180, \dots$ sehingga $\text{gcd}(12, 30) = 60$.

Teorema 7. Untuk dua bilangan positif a dan b berlaku

$$\text{lcm}(a, b) = \frac{ab}{\text{gcd}(a, b)}.$$

Akibatnya, untuk setiap pasangan bilangan bulat a dan b berlaku $\text{lcm}(a, b) = ab$ bila hanya bila $\text{gcd}(a, b) = 1$.

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

Teorema 8. Untuk beberapa bilangan a_1, \dots, a_k berlaku

$$\text{gcd}(a_1, a_2, \dots, a_k) = \text{gcd}(\text{gcd}(a_1, a_2), a_3, \dots, a_k).$$

Note: pembuktian lebih lanjut dapat dilihat [disini](#)

II. 4 Operasi Modulus

Modulus atau modulo artinya adalah operasi yang menghasilkan sisa pembagian.

berikut adalah aturan distributif modulus,

1. $(a \pm b) \pmod{n} \equiv (a \pmod{n} \pm b \pmod{n}) \pmod{n}$
2. $(ab) \pmod{n} \equiv (a \pmod{n} \cdot b \pmod{n}) \pmod{n}$
3. $a^b \pmod{n} \equiv ((a \pmod{n})^b) \pmod{n}$, untuk b bilangan bulat non-negatif

Sedangkan, modulus juga memiliki sifat kongruensi,

1. $a \equiv a \pmod{m}$.
2. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ maka $b \equiv a \pmod{m}$.
3. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $b \equiv c \pmod{m}$, maka $a \equiv c \pmod{m}$.
4. Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka $ac \equiv bc \pmod{m}$.
5. Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka $a + c \equiv b + c \pmod{m}$.
6. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$, maka $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.
7. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$, maka $a - c \equiv b - d \pmod{m}$.
8. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $d \mid m, d > 0$, maka $a \equiv b \pmod{d}$.
9. Jika $a \equiv b \pmod{m}$ dan $c \equiv d \pmod{m}$, maka $ac \equiv bd \pmod{m}$.
10. $(am + b)^n \equiv b^n \pmod{m}$, untuk $n \in \mathbb{N}$.
11. Jika $a \equiv b \pmod{m}$, maka $a^n \equiv b^n \pmod{m}$, untuk bilangan asli n .
12. Jika $a \equiv a \pmod{m}$ dan f merupakan fungsi polinomial,

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

dengan koefisien bilangan bulat, maka $f(a) \equiv f(b) \pmod{m}$.

$a \bmod m = a, m > a$

$b \bmod m = a$

II.4.1. Sifat Modulus

Jika a adalah bilangan bulat dan b adalah bilangan asli (bulat positif), maka $a \bmod b$ adalah sebuah bilangan bulat c dimana $0 \leq c \leq b-1$, sehingga $a - c$ adalah kelipatan b . Contohnya, $7 \bmod 3 = 1$, karena $7-1$ adalah kelipatan 3. Perhatikan bahwa $7 \bmod 3 \neq 4$, karena $4 \geq 3$, dan $7 \bmod 3 \neq 2$, karena $7 - 2$ bukan kelipatan 3. Bisa dibayangkan bahwa $a \bmod b$ itu sisa pembagian dari a dibagi b .

Tapi hati-hati untuk nilai a negatif: $-7 \bmod 3 = 2$.

Kumpulan sifat distributif mengenai modulo

Jika a, b adalah bilangan bulat dan n adalah bilangan asli, maka:

1. $(a+b) \bmod n = (a \bmod n + b \bmod n) \bmod n$
2. $(ab) \bmod n = ((a \bmod n) (b \bmod n)) \bmod n$
3. $(a^b) \bmod n = ((a \bmod n)^b) \bmod n$, untuk b bilangan bulat nonnegatif
4. $a \equiv b \pmod{c}$ berarti $a \bmod c = b \bmod c$.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Invers modulo

Jika a adalah bilangan bulat dan n adalah bilangan asli, dan a, n saling relatif prima, maka terdapat sebuah nilai b sehingga $ab \equiv 1 \pmod{n}$. Nilai b disebut invers dari a modulo n .

Euler's totient function (ϕ)

Jika n adalah bilangan asli, maka $\phi(n)$ adalah banyak bilangan asli $\leq n$ yang relatif prima dengan n . Misalnya, $\phi(12) = 4$, karena di antara bilangan-bilangan asli ≤ 12 (yaitu 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12), hanya ada empat buah (1,5,7,11) yang saling relatif prima dengan 12. Perhatikan bahwa $\phi(1) = 1$, bukan 0.

Menghitung $\phi(n)$ dari faktorisasi prima n

Jika p_1, p_2, \dots, p_k adalah seluruh faktor prima dari n , maka $\phi(n) = n * (p_1 - 1)/p_1 * (p_2 - 1)/p_2 * \dots * (p_k - 1)/p_k$. Misalnya, karena faktor-faktor prima dari 12 adalah 2 dan 3, maka:

$$\begin{aligned}\phi(12) &= 12 * (2-1)/2 * (3-1)/3 \\ &= 12 * 1/2 * 2/3 \\ &= 4\end{aligned}$$

Euler's theorem

Jika a adalah bilangan bulat, n adalah bilangan asli, dan a dan n saling relatif prima, maka $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$.

Digunakan bersama dengan $a^{(m+n)} = a^m \times a^n$ untuk bilangan bulat a, m, n apapun, kita dapat menggunakan Euler's theorem untuk menyelesaikan beberapa soal.

Contoh:

Tentukan angka terakhir dari 2013^{2013} .

Solusi

$$\begin{aligned}2013^{2013} \pmod{10} &= (2013 \pmod{10})^{2013} \pmod{10} \\ &= 3^{2013} \pmod{10}\end{aligned}$$



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

$$\begin{aligned} &\text{Perhatikan bahwa } \phi(10) = 4. \text{ Maka, } 2013^{2013} \bmod 10 \\ &= 3^{(2013 \bmod \phi(10))} \bmod 10 \text{ (dari Euler's theorem)} \\ &= 3^{(2013 \bmod 4)} \bmod 10 \\ &= 3^1 \bmod 10 \\ &= 3 \bmod 10 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Chinese Remainder Theorem

Jika a_1, a_2, \dots, a_k adalah bilangan asli yang saling relatif prima, dan b_1, b_2, \dots, b_k adalah bilangan bulat, maka ada bilangan bulat x yang memenuhi:

$$\begin{aligned} x &= b_1 \bmod a_1 \\ x &= b_2 \bmod a_2 \\ &\dots \\ x &= b_k \bmod a_k \end{aligned}$$

Selanjutnya, nilai $x \bmod (a_1 * a_2 * \dots * a_k)$ adalah unik.

Contoh soal :

Tentukan angka terakhir dari 2012^{2012} .

Berdasarkan CRT, kita dapat menentukan nilai dari $x \bmod 10$ diberikan $x \bmod 2$ dan $x \bmod 5$. Untuk $x = 2012^{2012}$, kita dapat:

$$\begin{aligned} &2012^{2012} \bmod 2 \\ &= (2012 \bmod 2)^{2012} \bmod 2 \\ &= 0^{2012} \bmod 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Karena $\phi(5) = 4$, maka:

$$\begin{aligned} &2012^{2012} \bmod 5 \\ &= (2012 \bmod 5)^{(2012 \bmod \phi(5))} \bmod 5 \text{ (} \\ &= 2^0 \bmod 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Maka kita cari sebuah nilai x sehingga $x = 0 \pmod{2}$ dan $x = 1 \pmod{5}$. Didapat bahwa nilainya adalah $x = 6 \pmod{10}$, sehingga $2012^{2012} \bmod 10 = 6$.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Latihan

1. Tentukan hasil bagi dan sisanya jika 1, -2, 61 dan -59 dibagi oleh -7.
2. Tentukan KPK dari 3054 dan 12378
3. Ada berapa bilangan bulat prima atau genap antara 1 sampai 100 (inklusif) yang tidak dapat dibagi 5?
4. Ada berapa bilangan bulat antara 1 sampai dengan 2018 yang tidak habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 5?
5. Jika FPB dari a dan $2008 = 251$. Jika $a < 4036$, maka nilai terbesar untuk a adalah
6. Kita tahu bahwa bilangan prima adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 2 bilangan pembagi positif. Didefinisikan F-Primes adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 5 bilangan pembagi positif. Berapa banyakkah bilangan F-Primes dari 1-1000 (inklusif)?

(bank soal menyusul).

Peluang

Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari sebuah percobaan banyak anggota ruang sampel.

Pada suatu percobaan terdapat n hasil yang mungkin dan masing-masing berkesempatan sama untuk muncul. Jika dari hasil percobaan ini terdapat k hasil yang merupakan kejadian A , maka peluang kejadian A ditulis $P(A)$ ditentukan dengan:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Contoh soal peluang:



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

1. Berapakah peluang munculnya mata dadu genap?
2. Dari 5 siswa, abcde, diambil 3 siswa untuk mewakili sekolah di olimpiade matematika, komputer, dan kimia. Berapa peluang yang terambil adalah adalah permutasi dari a,b,dan c?

Untuk soal dan pembahasan berupa video menarik, dapat dicoba untuk mengakses <https://www.wardayacollege.com/matematika/aritmatika/bilangan/>



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

III. Aritmatika

III.1 Baris dan deret

III.1.1 Baris dan deret aritmatika

Barisan aritmatika adalah baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui penjumlahan atau pengurangan dengan suatu bilangan.

Untuk mengetahui nilai suku ke- n dari suatu barisan aritmatika dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Selisih atau beda antara nilai suku-suku yang berdekatan selalu sama yaitu b . Nilai suku pertama dilambangkan dengan a .

Secara singkat, penjumlahan dari suku-suku pertama sampai suku ke- n barisan aritmatika dapat dihitung dengan cara berikut.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Note: penurunan ada [disini](#)

III.1.2 Baris dan deret geometri

Barisan geometri adalah baris yang nilai setiap sukunya didapatkan dari suku sebelumnya melalui perkalian dengan suatu bilangan. Untuk mengetahui nilai suku ke- n dari suatu barisan geometri dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$U_n = ar^{n-1}$$

Perbandingan atau rasio antara nilai suku-suku yang berdekatan selalu sama yaitu r . Nilai suku pertama dilambangkan dengan a .

Deret geometri adalah penjumlahan suku-suku dari barisan geometri.

Penjumlahan dari suku-suku pertama sampai suku ke- n barisan geometri dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$S_n = a \frac{(1 - r^n)}{(1 - r)}$$

Note: penurunan ada [disini](#)

III.2.3 Deret Fibonacci

Fibonacci adalah barisan yang didefinisikan secara rekursif sebagai berikut.

$$F(n) = \begin{cases} 0, & \text{jika } n = 0; \\ 1, & \text{jika } n = 1; \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{jika tidak.} \end{cases}$$

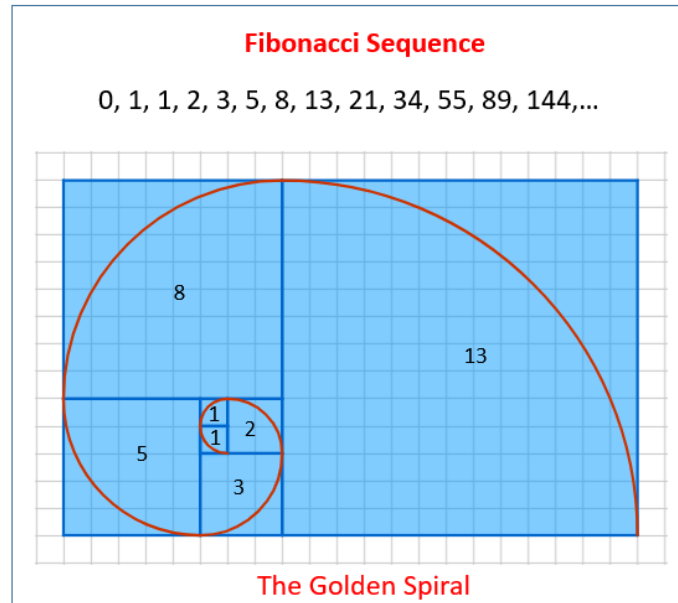
Penjelasan: barisan ini berawal dari 0 dan 1, kemudian angka berikutnya didapat dengan cara menambahkan kedua bilangan yang berurutan sebelumnya. Dengan aturan ini, maka barisan bilangan Fibonacci yang pertama adalah:

0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181,6765,10946

Barisan bilangan Fibonacci dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F_n = \frac{x_1^n - x_2^n}{\sqrt{5}}$$

Perbandingan antara F_{n+1} dengan F_n hampir selalu sama untuk sebarang nilai n dan mulai nilai n tertentu, perbandingan ini nilainya tetap. Perbandingan itu disebut rasio emas yang nilainya mendekati 1,618.



The golden spiral. Gambar: onlinemathlearning.com

Note: penurunan mendalam mengenai baris dan deret Fibonacci tersedia [disini](#)

III.3 Prinsip Inklusi Eksklusi

Penggabungan dua buah himpuann menghasilkan himpunan baru yang elemennya berasal dari himpunan a dan b.

Gabungan dari himpunan a dan b dinyatakan dengan $a \cup b$. Gabungan himpunan berarti gabungan keseluruhan elemen yang ada dalam a dan b.

Misalkan,

$$P = \{1,3,4,5,6,7\}$$

$$Q = \{2,3,4,6,7,8\}$$

Maka

$$P \cup Q = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

Irisan dari himpunan a dan b dinyatakan dengan $a \cap b$. Irisan himpunan berarti subhimpunan yang berisi elemen yang terdapat di kedua keanggotaan himpunan a dan b .

Misalkan,

$$P = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$Q = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

Maka

$$P \cap Q = \{3, 4, 6, 7\}$$

Prinsip inklusi eksklusif juga dapat diterapkan di berbagai aplikasi, seperti misalnya banyaknya bilangan dengan diberikan syarat tertentu.

III.4 Peluang dan Kombinatorika

Teori peluang merupakan bagian penting dalam matematika yang mempelajari ukuran kemungkinan terjadinya suatu peristiwa dengan menganalisisnya secara numerik, sedangkan kombinatorika mempelajari tentang banyaknya cara menyusun sekumpulan objek.

III.4.1. Faktorial

Dalam matematika, Faktorial dari bilangan bulat positif dari n yang dilambangkan dengan $n!$, adalah produk dari semua bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan n :

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times (n - 3) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1.$$

atau

$$n! = \prod_{k=1}^n k$$

Nilai $0!$ adalah 1, menurut konvensi untuk produk kosong.

III.4.2. Kombinasi

Kombinasi adalah menggabungkan beberapa objek dari suatu grup tanpa memperhatikan urutan. Di dalam kombinasi, urutan tidak diperhatikan.

$\{1,2,3\}$ adalah sama dengan $\{2,3,1\}$ dan $\{3,1,2\}$.

Contoh: Seorang anak hanya diperbolehkan mengambil dua buah amplop dari tiga buah amplop yang disediakan yaitu amplop A, amplop B dan amplop C. Tentukan ada berapa banyak kombinasi untuk mengambil dua buah amplop dari tiga buah amplop yang disediakan?

Solusi: Ada 3 kombinasi yaitu; A-B, A-C dan B-C.

Kombinasi dapat dihitung dengan: $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Kombinasi Berulang

Jika urutan tidak diperhatikan dan objek bisa dipilih lebih dari sekali, maka jumlah kombinasi yang ada adalah:

$$C_r^n = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$

Di mana n adalah jumlah objek yang bisa dipilih dan r adalah jumlah yang harus dipilih.

Sebagai contoh jika kamu pergi ke sebuah toko donat. Toko donat itu menyediakan 10 jenis donat berbeda. Kamu ingin membeli tiga donat. Maka kombinasi yang dihasilkan adalah

$(10+3-1)!/3!(10-1)! = 220$ kombinasi.

Kombinasi Tidak Berulang

Ketika urutan tidak diperhatikan akan tetapi setiap objek yang ada hanya bisa dipilih sekali maka jumlah kombinasi yang ada adalah:

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Di mana n adalah jumlah objek yang bisa dipilih dan r adalah jumlah yang harus dipilih.

Sebagai contoh, kamu mempunyai 5 pensil warna dengan warna yang berbeda yaitu; merah, kuning, hijau, biru dan ungu. Kamu ingin membawanya ke sekolah. Tapi kamu hanya boleh membawa dua pensil warna. Ada berapa banyak cara untuk mengkombinasikan pensil warna yang ada?

Dengan menggunakan rumus di atas maka ada

$$5!/(5-2)!(2)! = 10 \text{ kombinasi.}$$

III.4.3. Permutasi

permutasi adalah menggabungkan beberapa objek dari suatu grup dengan memperhatikan urutan. Di dalam permutasi, urutan diperhatikan.

$\{1,2,3\}$ tidak sama dengan $\{2,3,1\}$ dan $\{3,1,2\}$

Contoh: Ada sebuah kotak berisi 3 bola masing-masing berwarna merah, hijau dan biru. Jika seorang anak ditugaskan untuk mengambil 2 bola secara acak dan urutan pengambilan diperhatikan, ada berapa permutasi yang terjadi?

Solusi: Ada 6 permutasi yaitu; M-H, M-B, H-M, H-B, B-M dan B-H.

Salah satu aplikasi kombinasi dan permutasi adalah digunakan untuk mencari probabilitas suatu kejadian.

Permutasi Berulang

Jika urutan diperhatikan dan suatu objek dapat dipilih lebih dari sekali maka jumlah permutasinya adalah:



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitu Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

$$P = n^k$$

di mana n adalah banyaknya objek yang dapat dipilih dan r adalah jumlah yang harus dipilih.

Sebagai contoh, jika kamu memiliki huruf A, B, C, dan D dan kamu ingin mencari tahu ada berapa cara untuk menyusunnya dalam suatu grup yang berisi tiga angka maka kamu akan menemukan bahwa ada 43 atau 64 cara untuk menyusunnya. Beberapa cara untuk menyusunnya adalah: AAA, BBB, CCC, DDD, ABB, CBB, DBB, dst.

Permutasi Tidak Berulang

Jika urutan diperhatikan dan setiap objek yang tersedia hanya bisa dipilih atau dipakai sekali maka jumlah permutasi yang ada adalah:

$$P_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$$

di mana n adalah jumlah objek yang dapat kamu pilih, k adalah jumlah yang harus dipilih dan $!$ adalah simbol faktorial.

Sebagai contoh, ada sebuah pemungutan suara dalam suatu organisasi. Kandidat yang bisa dipilih ada lima orang. Yang mendapat suara terbanyak akan diangkat menjadi ketua organisasi tersebut. Yang mendapat suara kedua terbanyak akan diangkat menjadi wakil ketua. Dan yang mendapat suara ketiga terbanyak akan menjadi sekretaris. Ada berapa banyak hasil pemungutan suara yang mungkin terjadi?

$$5!/(5-3)! = 60.$$

Peluang

Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari sebuah percobaan banyak anggota ruang sampel.

Pada suatu percobaan terdapat n hasil yang mungkin dan masing-masing berkesempatan sama untuk muncul. Jika dari hasil percobaan ini terdapat k hasil

yang merupakan kejadian A, maka peluang kejadian A ditulis $P(A)$ ditentukan dengan:

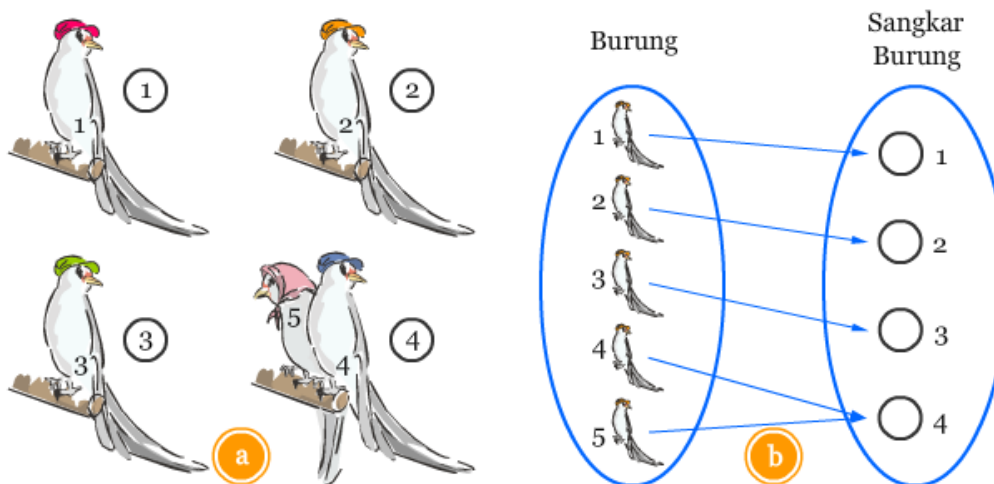
$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Contoh soal peluang:

1. Berapakah peluang munculnya mata dadu genap?
2. Dari 5 siswa, abcde, diambil 3 siswa untuk mewakili sekolah di olimpiade matematika, komputer, dan kimia. Berapa peluang yang terambil adalah permutasi dari a,b,dan c?

Pigeonhole Principle

Prinsip sangkar burung (*pigeonhole principle*) menyatakan bahwa jika n burung terbang menuju m sangkar dan $n > m$, maka paling sedikit ada satu sangkar yang memuat dua atau lebih burung. Prinsip ini dapat diilustrasikan oleh gambar di bawah ini untuk $n = 5$ dan $m = 4$.



Gambar: Pigeonhole principle. Sumber: yos3prens.wordpress.com

Latihan



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

1. Diberikan suatu bilangan bulat m yang memenuhi $1009 < m < 2018$. Diberikan pula himpunan $S = \{1, 2, 3, \dots, m\}$. Berapakah nilai m terkecil agar selalu terdapat paling sedikit satu pasang anggota himpunan S yang jumlahnya adalah 2018?
2. Diketahui terdapat 7 pasangan suami istri. Delapan orang dipilih secara acak. Tentukan banyaknya cara agar dari delapan orang yang dipilih merupakan 4 pasangan suami istri.
3. Berapa banyak langkah yang perlu dilakukan untuk memecah sebuah chocolate bar yang berukuran 20×21 menjadi potongan 1×1 ? Satu langkah yang dimaksud adalah memotong secara horizontal atau vertikal tepat sekali, dan tidak boleh memotong lebih dari satu potong coklat sekaligus dengan ditumpuk.
4. Dua orang sahabat, Pak Dengklek dan Pak Ganesh memiliki sejumlah kucing kesayangan yang tak terhingga jumlahnya dengan harga 465 satuan per ekornya. Sedangkan pak Dengklek memiliki milyaran ekor bebek yang setiap bebeknya bernilai 300 satuan. Keduanya melakukan transaksi dengan cara bertukar hewan. Sebagai contoh, jika pak Dengklek berhutang ke pak Ganesh sebesar 135 satuan, maka ia dapat membayar hutangnya dengan memberi pak Ganesh 2 ekor bebek dan mendapatkan sebuah kucing sebagai kembalian. Berapakah pecahan transaksi terkecil yang dapat diselesaikan dengan menggunakan cara pertukaran tersebut ?
5. Ada 3 kotak diberi label yang salah. Kotak A seharusnya berisi 2 bola biru, kotak B seharusnya berisi 2 bola merah, kotak C seharusnya berisi 1 bola merah dan 1 bola biru. Dalam satu langkah, Anda diperbolehkan untuk mengambil 1 bola dari salah satu kotak, dan melihatnya tanpa melihat bola lainnya lalu mengembalikannya lagi. Berapa minimum langkah yang diperlukan agar Anda dapat menentukan label yang benar dari tiap kotak?

(bank soal menyusul)

Untuk video dan soal menarik dapat dicoba untuk mengakses <https://www.wardayacollege.com/matematika/peluang/>



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

IV. Algoritma

IV.1. Pseudopascal

Variabel: pendeklarasian suatu variabel dalam pemrograman biasanya dapat berupa deklarasi nilai maupun tipe variabel. Dalam pseudopascal, biasanya dimulai dengan deklarasi `var`

```
var data: array[1..10] of integer = (8, 12, 16, 20, 12, 14, 16, 20, 20, 22);
```

Pada contoh ini terdapat variabel `data` yang berisi array dengan 10 elemen, dimana masing-masing elemen memiliki tipe integer.

Selain itu, contoh lainnya misalnya

```
a, b: integer
```

yang berarti `a` dan `b` memiliki tipe data integer.

```
x := 80;
```

`x` memiliki nilai 80.

Type	Minimum	Maximum	Format
Integer	-2147483648	2147483647	signed 32-bit
Cardinal/unsigned integer	0	4294967295	unsigned 32-bit
Shortint	-128	127	signed 8-bit
Smallint	-32768	32767	signed 16-bit
Longint	-2147483648	2147483647	signed 32-bit
Int64	-2^{63}	$2^{63} - 1$	signed 64-bit
Byte	0	255	unsigned 8-bit
string	0	65535	unsigned 16-bit
Longstring	0	4294967295	unsigned 32-bit
Int64	-2^{63}	$2^{63} - 1$	signed 64-bit



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Blok program

Dalam pseudopascal, blok program umumnya dimulai dengan **begin** dan diakhiri dengan **end**.

Contohnya yaitu

```
begin
    j := 1;
    kancil := 0;
    while(j <= i) do
        begin
            if i mod j = 0 then inc(kancil);
            inc(j);
        end;
        if kancil = 2 then inc(panda);
    end;
```

maka program utama yang akan dieksekusi adalah bagian tersebut

Fungsi

Fungsi adalah bagian dalam program yang dibuat terpisah dari program utama untuk struktur yang lebih baik, meningkatkan keterbacaan, modularitas, dan dimana umumnya pemrograman berorientasi objek akan digunakan dalam pekerjaan. Fungsi ini dapat dipanggil di program utama dengan mengalirkan variabel yang diminta.

Contoh fungsi yaitu

```
function itik(a, b: integer):integer;
begin
    if b = 0 then itik := a
    else itik := itik(b,a mod b);
end;
```

IV.2. Kondisional

Penggunaan logika dalam program pseudopascal ini dinyatakan dalam operator kondisional dan perulangan (looping).

Operator kondisional dapat berupa if (jika) then (maka) , else if (selain itu jika) then (maka), dan else (selain itu).

Contohnya,

```
if x > 10 then bebek:= 0  
  
else if x > 20 then bebek := 3  
  
else bebek := 2;
```

Maksud dari kondisional ini adalah jika x lebih dari 10 maka nilai variabel bebek adalah 0. Jika nilai x lebih dari 20, maka variabel bebek bernilai 3. Jika kedua syarat tersebut tidak terpenuhi, maka variabel bebek bernilai 2.

Hal ini berbeda dengan if saja, misalnya

```
if x > 10 then bebek:= 0  
  
if x > 20 then bebek := 3  
  
if x <= 10 then bebek := 2;
```

Karena pada bentuk ini variabel x akan dicek untuk masing-masing kondisi dan tidak dilempar ke kondisi selain itu.

Kita misalkan nilai $x = 30$, maka pada skenario pertama hanya akan menyimpan nilai 3, namun pada skenario kedua maka akan menyimpan nilai 0 sebelum menyimpan 3.

IV.3. Perulangan (looping)



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Terdapat dua jenis perulangan, yaitu **for** dan **while**.

Pada operasi **for**, maka perulangan akan terus berjalan selama kondisi yang diberikan di awal terpenuhi, misalnya

```
for i := 2 to 100 do
  begin
    print(i);
  end;
```

Dimana akan mencetak nilai variabel **i** dari 2 sampai 100.

Persoalan yang sama juga dapat diselesaikan dengan operasi **while**,

```
i := 2

while i <= 100 do
  begin
    print(i);
    inc(i);
  end;
```

i++ menggambarkan operasi mengupdate nilai **i** dengan **i+1**.

IV. 4. Bahasa C++

Variabel: pendeklarasian suatu variabel dalam pemrograman biasanya dapat berupa deklarasi nilai maupun tipe variabel. Dalam **c++**, biasanya dimulai dengan deklarasi langsung.

contoh:

```
int A;
int B;
```

```
float C = 2.3;
```




Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

salah satu perbedaan pada c++ adalah deklarasi variabel bersifat sensitif terhadap huruf kapital dan huruf kecil, sehingga

```
int A;  
dan  
int a;
```

akan dianggap sebagai 2 variabel berbeda.

Dikenal pula 2 jenis tipe data, yaitu primitif/utama dan turunan.

Tipe data primitif yaitu:

- Boolean (bool)
- Integer (int)
- Real (string)
- Karakter (char)
- String/kalimat (string).

Tipe data turunan yaitu tipe data yang dibentuk dari gabungan beberapa tipe data primitif.

Misal tipe data siswa dibentuk dari

```
>> Nomor_Induk: string  
>> Nama: string  
>> Umur: integer  
>> Kota: string
```

Contoh deklarasinya yaitu

```
typedef struct {  
    string NIM;  
    string Nama;  
    int Umur;  
    string Kota;  
} DataSiswa;
```

Jenis operasi pada c++ bergantung pada tipe datanya.



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

- int : * / + - % < > <= >= == !=
- bool : && || !=
- float : * / + - < > <= >= !=
- char : == !=

Pembacaan input dan output

Nilai atau harga: suatu besaran bertipe yang telah dikenal

- Pengisian nilai:

- Pemberian Pemberian nilai langsung langsung atau disebut disebut sebagai sebagai assignment assignment

- Contoh: A = 10;

- Dibaca dari piranti masukan

- Contoh: cin >> A;

- Keluaran

- Contoh: cout << A;

Ekspresi

- Ekspresi Aritmatika

A + B

x + 2 * y

P - 2 * Q + R/S

- Ekspresi Ekspresi Relasional Relasional (pembandingan pembandingan)

A < B

X == Y

Total >= nilai

- Ekspresi Logika

A && B (dan)

C || B (atau)



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Contoh program yang mengandung unsur-unsur diatas yaitu program untuk menghitung luas lingkaran sebagai berikut.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    float JariJari;
    float Luas;

    cin >> JariJari;
    Luas = 3.1415 * JariJari * JariJari;
    cout << Luas << endl;
    return 0;
}
```

Dimana program akan mengambil masukan berupa nilai jari-jari lingkaran, dan mengeluarkan keluaran berupa luas lingkaran pada variabel Luas.

Fungsi adalah bagian dalam program yang dibuat terpisah dari program utama untuk struktur yang lebih baik, meningkatkan keterbacaan, modularitas, dan dimana umumnya pemrograman berorientasi objek akan digunakan dalam pekerjaan. Fungsi ini dapat dipanggil di program utama dengan mengalirkan variabel yang diminta.

Contoh fungsi dalam c++ yaitu

```
int itik(int a, b){
    if (b = 0) {
        itik = a
        return itik;
    };

    else {
        itik = itik(b,a mod b);
        return itik;
    }
}
```

```
}  
};
```

dimana fungsi ini mengeluarkan variabel itik dalam tipe data integer.

Kondisional

Penggunaan logika dalam program c++ dinyatakan dalam operator kondisional dan perulangan (looping), seperti halnya dalam pascal.

Operator kondisional dapat berupa if (jika), else if (selain itu jika) then (maka), dan else (selain itu). Perbedaannya adalah statement then digantikan dengan kurung kurawal.

Contohnya,

```
if (x > 10) {  
    bebek:= 0  
};  
  
else if (x > 20) {  
    bebek := 3  
};  
  
else  
{  
    bebek := 2;  
}
```

Maksud dari kondisional ini adalah jika x lebih dari 10 maka nilai variabel bebek adalah 0. Jika nilai x lebih dari 20, maka variabel bebek bernilai 3. Jika kedua syarat tersebut tidak terpenuhi, maka variabel bebek bernilai 2.

Hal ini berbeda dengan if saja, misalnya

```
if (x > 10) {  
    bebek:= 0  
}
```



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

```
if (x > 20) {  
    bebek := 3  
}
```

```
if (x <= 10) {  
    bebek := 2;  
};
```

Karena pada bentuk ini variabel x akan dicek untuk masing-masing kondisi dan tidak dilempar ke kondisi selain itu.

Kita misalkan nilai $x = 30$, maka pada skenario pertama hanya akan menyimpan nilai 3, namun pada skenario kedua maka akan menyimpan nilai 0 sebelum menyimpan 3.

Perulangan (looping)

Terdapat dua jenis perulangan, yaitu **for** dan **while**.

Pada operasi **for**, maka perulangan akan terus berjalan selama kondisi yang diberikan di awal terpenuhi, misalnya untuk i dari 2 sampai 100, dengan increment 1,

```
for (i = 1; i <= 100; i++){  
    cout << i;  
};
```

Dimana akan mencetak nilai variabel i dari 2 sampai 100.

Persoalan yang sama juga dapat diselesaikan dengan operasi **while**, dimana relatif sama dengan pascal.

```
i := 2
```

```
while (i <= 100) {
```



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

```
cout << i;  
i++;  
};
```

`i++` menggambarkan operasi mengupdate nilai `i` dengan `i+1`.

IV. 5. Pengurutan (sorting)

Sorting adalah sesuatu proses aplikasi dimana yang awalnya acak -acakkan lalu diurutkan dalam sebuah sekumpulan objek menurut urutan atau susunan sesuai dengan kebutuhan agar ketata rapi.

Sorting

Pengertian Sorting

Sorting adalah sesuatu proses aplikasi dimana yang awalnya acak -acakkan lalu diurutkan dalam sebuah sekumpulan objek menurut urutan atau susunan sesuai dengan kebutuhan agar ketata rapi. Tujuan dari penggunaan sorting adalah memudahkan seseorang dalam pencarian, menyusun data yang awalnya acak –acakkan menjadi keurut, dan menyelesaikan masalah yang kompleks seperti schedulling, pengolahan basis data dan lain – lain

Penyusunan sorting ada 2 yaitu secara ascending dan descending. Ascending adalah pengurutan dari kecil ke yang lebih besar sedangkan descending adalah pengurutan dari besar ke yang lebih kecil. Contohnya diberikan angka acak yaitu : 10 , 34 , 67, 2 , 8 , 54 , 114, 88 lalu di sorting secara ascending jadi hasilnya menjadi 2, 8, 10, 34, 54, 67, 88, 114 .

IV.4.1. Bubble Sort

Adalah pengurutan yang dilakukan dengan membandingkan apakah data sebelum dengan sesudahnya mana yang lebih besar atau kecil lalu ditukarkan secara terus menerus sampai data tersebut kesusun menurut perintah yang dilakukan apakah secara ascending atau descending.

Proses pengurutan menggunakan Bubble Sort

- Pertama membandingkan data ke i dengan data ke $(i+1)$. Jika tidak sesuai dengan ketentuan urutan apakah ascending atau descending maka tukar.
- Terus bandingkan data sampai ke data yang terakhir .
- Proses akan berhenti bila membandingkan data sampai data yang terakhir.

Contoh:

data = [2,1,4,3]

diurutkan dengan cara:

step 1: [1,2,4,3] (ditukar data[1] dan data [2])

step 2: [1,2,4,3] (tidak ditukar data[2] dan data[3])

step 3: [1,2,3,4] (ditukar antara data[3] dan data[4])

IV.4.2 Selection Sort

Adalah pengurutan yang dilakukan dengan cara mencari nilai maksimum atau minimum yang dimulai dari data posisi 0 hingga ke posisi N-1. Ada 2 cara pengurutan di dalam selection sort yaitu seleksi maksimum dan minimum .Seleksi maksimum adalah memilih elemen maksimum sebagai pengurutan sedangkan seleksi minimum adalah memilih elemen minimum sebagai pengurutan.

- Mencari data terkecil dalam interval $j=0$ sampai $j=N-1$.
- Jika pada posisi posditemukan data yang terkecil, tukarkan data diposisi pos dengan data di posisi i dan ulangi sampai data sudah keurut.

Contoh:

data = [2,1,4,3]

Step 1: min = data[1]

Step 2: cek data[2] apakah lebih kecil dari min, dan terbukti.

sehingga tukar menjadi data = [1,2,4,3]. min diupdate menjadi min = 1

Step 3: cek data[3] apakah lebih kecil dari min, dan tidak terbukti. cek dengan yang sebelumnya, dan tidak terbukti juga. biarkan

Step 4: cek data[4] apakah lebih kecil dari min, dan tidak terbukti. namun, ketika dicek dengan sebelumnya lebih kecil, sehingga ditukar. Hasil akhir, data = [1,2,4,3]

IV. 4. 3 Insertion Sort

Adalah pengurutan yang dilakukan dengan cara menyisipkan elemen pada posisi yang sudah ditentukan atau tepat .

Macam – macam insertion sort

Langsung

Ilustrasi dari langkah-langkah pengurutan dengan algoritma penyisipan langsung dapat dilihat pada tabel berikut

	Data	Data	Data	Data	Data	Data	Data	Data	Data	Data
Iterasi	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
Awal	12	35	9	11	3	17	23	15	31	20
i=1	12	35	9	11	3	17	23	15	31	20
i=2	12	35	9	11	3	17	23	15	31	20
i=3	9	12	35	11	3	17	23	15	31	20
i=4	9	11	12	35	3	17	23	15	31	20
i=5	3	9	11	12	35	17	23	15	31	20
i=6	3	9	11	12	17	35	23	15	31	20
i=7	3	9	11	12	17	23	35	15	31	20
i=8	3	9	11	12	15	17	23	35	31	20
i=9	3	9	11	12	15	17	23	31	35	20
Akhir	3	9	11	12	15	17	20	23	31	35

Dengan Biner

Adalah pengurutan yang lebih cepat dengan cara data yang dibagi 2 dari bagian data posisi 0 sampai dengan $i - 1$. Apabila data pada posisi ke i berada pada jangkauan



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

kiri maka proses perbandingan dilakukan hanya pada bagian kiri dan menggeser posisi sampai i.

IV.4.4 Radix Sort

Radix Sort merupakan salah satu algoritma Non-Comparasion Sort (pengurutan tanpa perbandingan). Proses yang dilakukan dalam metode ini adalah mengklasifikasikan/menyelesaikan data sesuai dengan kategori tertentu yang tertentu, dan tiap kategori dilakukan pengklasifikasian lagi, dan seterusnya sesuai kebutuhan, kemudian subkategori-kategori atau bagian-bagian dari kategori tersebut digabungkan kembali.

IV.4.5 Shell Sort

Perbaikan terhadap pengurutan sisip. Pertama-tama adalah menentukan jarak mula-mula dari data yang akan dibandingkan, yaitu $N / 2$. Data pertama dibandingkan dengan data dengan jarak $N / 2$. Apabila data pertama lebih besar dari data ke $N / 2$ tersebut maka kedua data tersebut ditukar. Kemudian data kedua dibandingkan dengan jarak yang sama yaitu $N / 2$. Demikian seterusnya sampai seluruh data dibandingkan sehingga semua data ke-j selalu lebih kecil daripada data ke- $(j + N / 2)$.

Pada proses berikutnya, digunakan jarak $(N / 2) / 2$ atau $N / 4$. Data pertama dibandingkan dengan data dengan jarak $N / 4$. Apabila data pertama lebih besar dari data ke $N / 4$ tersebut maka kedua data tersebut ditukar. Kemudian data kedua dibandingkan dengan jarak yang sama yaitu $N / 4$. Demikianlah seterusnya hingga seluruh data dibandingkan sehingga semua data ke-j lebih kecil daripada data ke- $(j + N / 4)$.

Pada proses berikutnya, digunakan jarak $(N / 4) / 2$ atau $N / 8$. Demikian seterusnya sampai jarak yang digunakan adalah 1.

Latihan

1. Apakah keluaran program dibawah?

```
var i, ans, x: integer;  
begin  
  ans := 0;
```



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

```
x := 80;
for i := 1 to x do
begin
  if i mod 3 = 0 then inc(ans);
end;
writeln(ans);
end.
```

Jawab:

Step 1: for i dari 1 sampai x dapat diganti dengan for i dari 1 sampai 80, lalu menjalankan program utama,

Step 2: Jika dalam i (dari 1 sampai 80) terdapat bilangan yang habis dibagi 3, maka ans bertambah 1.

Step 3: Mencari jumlah bilangan dari 1-80 yang habis dibagi 3, sehingga terdapat 26 bilangan.

2. Apakah keluaran program dibawah?

```
var merpati: integer;
begin
  merpati := 2018;
  if merpati mod 100 > 20 then
    merpati := merpati + 1
  else
    merpati := merpati + 2;
  writeln(merpati + merpati);
end.
```

Jawab:

Step 1: nilai awal merpati adalah 2018.

Step 2: Cek kondisi if-else, maka dia masuk ke kondisi else karena $2018 \bmod 100 = 18$, dimana kurang dari 20.

Step 3: Pada kondisi else maka nilai merpati diupdate menjadi $\text{merpati} = \text{merpati} + 2$, sehingga nilainya jadi 2020.

Step 4: keluarannya yaitu $2020 + 2020 = 4040$



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

3. Pak Dengklek sering perlu untuk menemukan sebuah nama bebek dari daftar nama bebeknya. Ia menemukan dengan membaca satu per satu dari kiri ke kanan, dan jika ia menemukan nama tersebut dan bukan yang pertama, maka ia akan menukar dengan nama di kirinya. Misalnya daftar nama bebek pak Dengklek adalah:

Kwik, Kwek, Kwak, Kwok, Kwuk, Kweik, Kwaok

Dan diminta untuk menemukan Kwak, ia membandingkan Kwak dengan Kwik, Kwek dengan Kwak kemudian mengubah list menjadi

Kwik, Kwak, Kwek, Kwok, Kwuk, Kweik, Kwaok

Jika ia diminta menemukan Kwaok, dia membandingkan Kwaok ke setiap nama dalam daftar, dan mengubah list menjadi:

Kwik, Kwak, Kwek, Kwok, Kwuk, Kwaok, Kweik

Pada dua kali pencarian tersebut, Pak Dengklek melakukan $3 + 7 = 10$ perbandingan.

kwak pertama maka

* kwik, kwek, (ketiga ketemu)

* kwek & kwak

-> kwik, kwak, kwek, kwok, kwuk, kweik, kwaok

*kwik & kwak

-> kwak, kwik, kwek, kwok, kwuk, kweik, kwaok

kwaok pertama maka

* kwik, kwak, kwek, kwok, kwuk, kweik, (ketujuh ketemu)

* kweik & kwaok

-> kwik, kwak, kwek, kwok, kwuk, kwaok, kweik

* kwuk & kwaok

-> kwik, kwak, kwek, kwok, kwaok, kwuk, kweik

* kwok & kwaok

-> kwik, kwak, kwek, kwaok, kwok, kwuk, kweik

* kwek & kwaok



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

-> kwik, kwak, kwaok, kwek, kwok, kwuk, kweik

* kwak & kwaok

-> kwik, kwaok, kwak, kwek, kwok, kwuk, kweik

* kwik & kwaok

-> kwaok, kwik, kwak, kwek, kwok, kwuk, kweik

Jika Pak Dengklek mulai dengan daftar berisi 10 nama yang berbeda, dan diminta untuk menemukan setiap nama persis 1 kali, berapa banyaknya perbandingan maksimal yang harus dilakukannya?

Jawab:

Anggap daftar nama sebagai array berisi 10 elemen.

1. Untuk menemukan nama yang pertama, maka akan langsung terurut karena tidak perlu dibandingkan dengan lainnya, sehingga perlu 1 langkah

2. Untuk menemukan nama yang kedua, maka perlu dicari urutan elemen sampai ditemukan pada posisi kedua, dan dibandingkan dengan elemen pada posisi sebelumnya (pertama), sehingga perlu 2 langkah

3. Untuk menemukan nama yang ketiga, maka perlu dicari urutan elemen sampai ditemukan pada posisi ketiga, dan dibandingkan dengan elemen pada posisi ke dua, lalu dibandingkan lagi dengan elemen pada posisi pertama, sehingga perlu 3 langkah

....

10. perlu 10 langkah.

Total langkah = $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55$

4. Apakah keluaran program dibawah?

```
var arr: array[1..7] of integer = (3, 5, 2, 1, 1, 7, 2);
cnt: array[1..10] of integer;
i, j: integer;
begin
  for i := 1 to 7 do
    inc(cnt[arr[i]]);
  for i := 1 to 10 do
    for j := 1 to cnt[i] do
      write(i);
    end.
end.
```



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

Jawab :

for pertama

isi nilai cnt dengan informasi tersebut, diperoleh

$i = 1, arr[1] = 3, cnt[3] = cnt[3] + 1 = 1$

$i = 2, arr[2] = 5, cnt[5] = cnt[5] + 1 = 1$

dst sampai $i = 7$

for kedua

$cnt[1] = 2$

$i = 1, j = 1$

$i = 1, j = 2$

keluaran sementara 11

$cnt[2] = 2$

$i = 2, j = 1$

$i = 2, j = 2$

keluaran sementara 1122

$cnt[3] = 1$

$i = 3, j = 1$

keluaran sementara 11223

$cnt[4]$

keluaran sementara 11223

dst

akhirnya diperoleh 1122357

5. Berapakah nilai akhir n, jika nilai n pada awalnya adalah 62792912?

var

n, temp : longint;

begin

readln(n);

while n >= 10 do

temp := 1;

while n > 0 do

begin

temp := temp * (n mod 10);

n := n div 10;

end;

n := temp;



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

end.

6. Apa keluaran dari program berikut jika kita masukkan 5,1,5,3?

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int N,X;
int main(){
    cin>>N;
    int A[N+1];
    for(int i=1;i<=N-2;i++){
        cin>>X;
        A[X]=X;
    }
    for(int i=1;i<=N;i++){
        if(A[i]!=i){
            cout<<i<<endl;
        }
    }
}
```

7. Apa keluaran program berikut jika kita masukkan 1 lalu 551?



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

```
#include<iostream>
using namespace std;
int n,a[10001],ret;
int reverse(int x){
    ret=0;
    while(x>0){
        ret=(ret*10)+(x%10);
        x=x/10;
    }
    return ret;
}
int main(){
    cin>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++){
        cin>>a[i];
    }
    for(int i=1;i<=n;i++){
        cout<<reverse(a[i])<<endl;
    }
    return 0;
}
```

8. Apa keluaran dari program berikut jika kita masukkan 50 < 100?



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

```
#include<iostream>

using namespace std;

int a,b;
string h;

int main(){
    cin>>a>>h>>b;
    if(h=="+")cout<<a+b<<endl;
    else if(h=="-")cout<<a-b<<endl;
    else if(h=="*")cout<<a*b<<endl;
    else if(h==">"){if(a>b)cout<<"benar"<<endl;else cout<<"salah"<<endl;}
    else if(h=="<"){if(a<b)cout<<"benar"<<endl;else cout<<"salah"<<endl;}
    else if(h=="="){if(a==b)cout<<"benar"<<endl;else cout<<"salah"<<endl;}
}
```

Daftar Pustaka

1. Tim Pustaka Cerdas, 2019. *Siap jadi juara OSN komputer*. Yogyakarta: Pustaka Baru Press.
2. Fahrurrozi, Achmad. *Logika Proposisi*. Universitas Gunadarma. Diakses di http://achmad_fahrurrozi.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/67675/CAPTURE+5+-+Logika+Proposisi.pdf
3. Kharti, Irene Swastiwi Viandari. 2018. *Belajar Menarik Kesimpulan dengan Logika Matematika / Matematika Kelas 11*. Ruang Guru. Diakses di <https://blog.ruangguru.com/belajar-menarik-kesimpulan-dengan-logika-matematika>
4. Octavia, Bella. 2020. *Barisan dan Deret Aritmatika: Rumus, Contoh Soal dan Pembahasan Lengkap*. Zenius. Diakses di <https://www.zenius.net/blog/23365/materi-soal-barisan-deret-aritmatika>
5. Octavia, Bella. 2020. *Barisan dan Deret Geometri: Rumus, Contoh Soal, dan Pembahasan Lengkap*. Zenius. Diakses di <https://www.zenius.net/blog/23355/contoh-soal-barisan-dan-deret-geometri>



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

6. Sukardi, 2020. *Materi, Soal, dan Pembahasan – Kongruensi Modulo*.

Mathcyber1997.com. Diakses di <https://mathcyber1997.com/materi-soal-dan-pembahasan-kongruensi-modulo/>

7. *Bilangan Fibonacci*. Wikipedia. Diakses di

https://id.wikipedia.org/wiki/Bilangan_Fibonacci

8. *Derivation – Sum of Arithmetic Series*. Hanlonmath.com. Diakses di

http://www.hanlonmath.com/pdfFiles/resource_1109.pdf

9. Hernadi, Julian. *Pengantar Teori Bilangan*. Diakses di

https://dosen.ikipsiliwangi.ac.id/wp-content/uploads/sites/6/2018/03/teori_bilangan_bab1.pdf

10. Neill, Alex. 2016. *Types of numbers*. Assesment Resource Banks. Diakses di

<https://arbs.nzcer.org.nz/types-numbers>

11. *Bilangan*. Wikipedia. Diakses di <https://id.wikipedia.org/wiki/Bilangan>

12. TOKI. *Kisi-Kisi dan Materi Uji Olimpiade Sains BIDANG*

INFORMATIKA/KOMPUTER. Diakses di <https://toki.id/download/kisi-kisi-dan-materi-uji-olimpiade-sains-bidang-informatika-komputer/>

13. *Sorting (Pengurutan)*. Catatan Algoritma. Diakses di

<https://catatanalgo.wordpress.com/2016/10/02/algoritma-sorting-pengurutan/>

14. Truth Tables, Tautologies, and Logical Equivalences. Diakses di

<https://sites.millersville.edu/bikenaga/math-proof/truth-tables/truth-tables.html#:~:text=A%20truth%20table%20shows%20how,for%20the%20five%20logical%20connectives.>

15. Lajanto, Dan. 2013.

KONSEP DAN TEOREMA MENGENAI MODULO. Diakses di

https://www.danlajanto.com/2013/12/konsep-dan-teorema-mengenai-modulo_5330.html#:~:text=Konsep%201%3A%20Operasi%20modulo%20dalam,bahwa%207%20mod%203%20!%3D



Olympia Gold Academy

YOUR OLYMPIAD ACADEMY

Jl. Cisitua Lama No. 25A/160B, Bandung

WhatsApp: 085314573245, Instagram: @olympiagoldacademy

16. Dwi Kristanto, Yosep. *Prinsip Sangkar Burung (Pigeonhole Principle)*.

Diakses di <https://yos3prens.wordpress.com/2013/10/12/prinsip-sangkar-burung-pigeonhole-principle/>

17. Munir, Rinaldi. Struktur Dasar Prosedural CPP. Diakses di

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/PTI/2013-2014/KU1072_StrukturDasarProsedural_CPP_090913.pdf