



Divide and Conquer: Quicksort

Tim Olimpiade Komputer Indonesia

Pengenalan

- Selain *merge sort*, ada algoritma pengurutan yang bekerja dalam $O(N \log N)$, salah satunya **quicksort**.
- *Quicksort* menggunakan prinsip *divide and conquer* dalam pengurutan.



Konsep

- Misalkan kita hendak mengurutkan *array* bilangan secara menaik.
- Pilih salah satu elemen, misalnya 5.



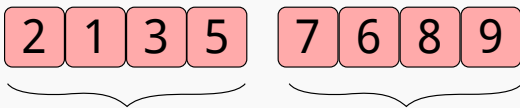
Konsep (lanj.)

- Tempatkan seluruh elemen yang ≤ 5 di bagian kiri *array*, dan yang > 5 di bagian kanan.
- Urutan elemennya setelah pemindahan tidak penting.



Konsep (lanj.)

- Lakukan *quicksort* serupa untuk bagian kiri dan kanan secara rekursif.
- Suatu ketika, seluruh *array* menjadi terurut.



Konsep (lanj.)

Jika dikaitkan dengan *divide and conquer*:

- *divide*: partisi *array* menjadi dua seperti yang dijelaskan sebelumnya.
- *conquer*: ketika *array* tinggal satu elemen, berarti sudah terurut.
- *combine*: tempelkan hasil *quicksort* bagian kiri dan kanan.



Partisi

- Bagian utama dari *quicksort* adalah proses partisi (bagian *divide*).
- Sebelum melakukan partisi, pilih suatu elemen yang akan dijadikan *pivot* (= pijakan).
- Nantinya, akan dilakukan partisi supaya seluruh elemen yang $\leq pivot$ berada di bagian kiri, dan yang $> pivot$ di bagian kanan.
- Untuk saat ini, kita akan menggunakan elemen di tengah *array pivot*.



Partisi (lanj.)

- Kini sudah ditentukan nilai *pivot*, bagaimana cara mempartisi *array*?
- Kita dapat menggunakan sebuah perulangan $O(N)$ untuk menampung hasil partisi di suatu *array* sementara, lalu menempatkan kembali hasil partisi ke *array* sebenarnya.
- Namun cara ini agak merepotkan, kita perlu membuat *array* sementara dan memindahkan isi *array*.



Partisi Hoare

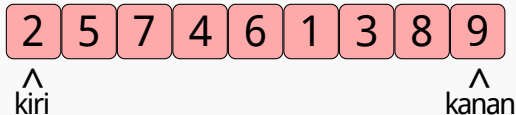
- Ada beberapa algoritma untuk melakukan partisi secara *in place*, yaitu tanpa *array* sementara.
- Kita akan menggunakan salah satunya, yaitu algoritma partisi **Hoare**.



Partisi Hoare (lanj.)

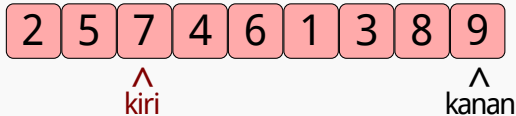
Misalkan $pivot = 5$.

Mulai dengan dua variabel penunjuk, *kiri* dan *kanan* di ujung-ujung *array*.



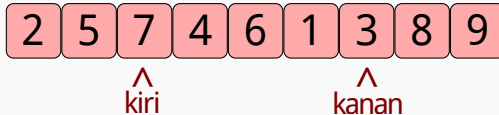
Partisi Hoare (lanj.)

Gerakkan variabel *kiri* ke arah kanan, sampai elemen yang ditunjuk tidak $< pivot$



Partisi Hoare (lanj.)

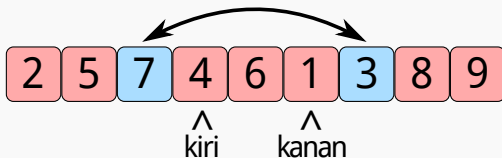
Gerakkan variabel *kanan* ke arah kiri, sampai elemen yang ditunjuk tidak $>$ *pivot*



Partisi Hoare (lanj.)

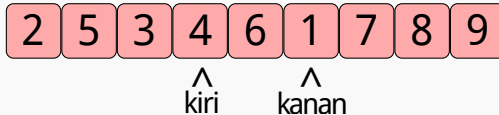
Tukar elemen yang ditunjuk *kiri* dan *kanan*, lalu gerakkan:

- *kiri* ke kanan satu langkah
- *kanan* ke kiri satu langkah



Partisi Hoare (lanj.)

Karena $kiri \leq kanan$, artinya partisi belum selesai.
Kita akan mengulangi hal yang serupa.



Partisi Hoare (lanj.)

Gerakkan variabel *kiri*.



Partisi Hoare (lanj.)

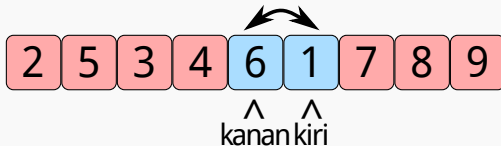
Gerakkan variabel *kanan*.

Kebetulan, elemen yang ditunjuk sudah tidak $>$ *pivot*.



Partisi Hoare (lanj.)

Tukar dan gerakkan variabel *kiri* dan *kanan* satu langkah.



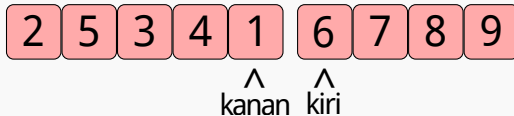
Partisi Hoare (lanj.)

Kini sudah tidak $kiri \leq kanan$, artinya partisi selesai.



Partisi Hoare (lanj.)

Perhatikan bahwa seluruh elemen yang $\leq pivot$ berada di kiri, dan sisanya di kanan.



Implementasi Partisi Hoare

```
PARTITION(arr[], left, right, pivot)  
1  pLeft = left  
2  pRight = right  
3  while pLeft ≤ pRight  
4      while arr[pLeft] < pivot  
5          pLeft = pLeft + 1  
6      while arr[pRight] > pivot  
7          pRight = pRight - 1  
8      if pLeft ≤ pRight  
9          swap(arr[pLeft], arr[pRight])  
10         pLeft = pLeft + 1  
11         pRight = pRight - 1
```



Analisis Algoritma Partisi Hoare

- Terdapat dua variabel penunjuk, yang setiap langkahnya selalu bergerak ke satu arah tanpa pernah mundur.
- Algoritma berhenti ketika variabel *kiri* dan *kanan* bertemu.
- Artinya, setiap elemen *array* dikunjungi tepat satu kali.
- Kompleksitasnya adalah $O(N)$.



Integrasi ke Quicksort

Setelah kita mengimplementasikan algoritma partisi, mengintegrasikan ke *quicksort* cukup mudah.

```
QUICKSORT(arr[], left, right)
```

```
1  if left  $\geq$  right
2      // Tidak ada elemen yang perlu diurutkan
3  else
4      pivot = arr[(left + right) div 2]

5      // ... sisipkan isi algoritma Hoare di sini ...
6      // Sampai saat ini, dipastikan pRight < pLeft

7      QUICKSORT(left, pRight)
8      QUICKSORT(pLeft, right)
```



Analisis Algoritma Quicksort

- Pada setiap kedalaman rekursi, *array* hasil partisi belum tentu memiliki ukuran yang sama.
- Hasil partisi bergantung pada nilai pivot yang kita pilih.
- Kita anggap dulu hasil partisi selalu membelah *array* menjadi dua *subarray* sama besar.



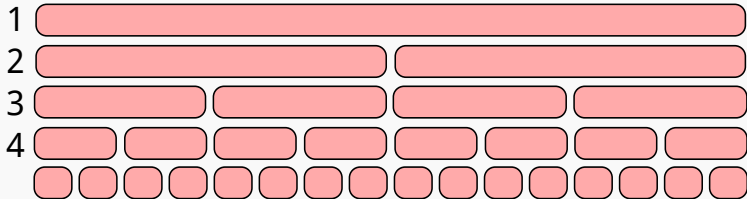
Analisis Algoritma Quicksort (lanj.)

- Ternyata analisisnya mirip seperti *merge sort*.
- Kompleksitasnya adalah $O(N \log N)$



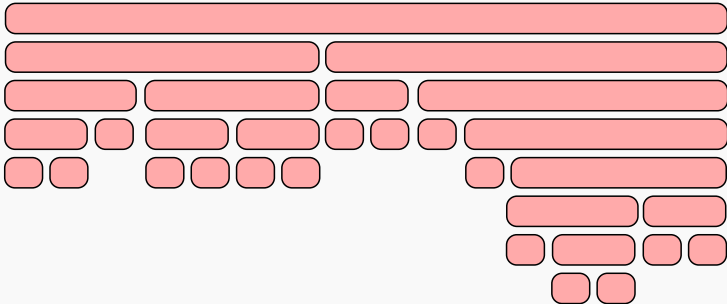
Analisis Algoritma Quicksort: Kasus Terbaik

- Pembelahan menjadi dua *subarray* sama besar menjamin kedalaman rekursif **sedangal mungkin**.
- Sehingga untuk kasus terbaik, jalannya algoritma menjadi seperti *merge sort* dan bekerja dalam $O(N \log N)$.



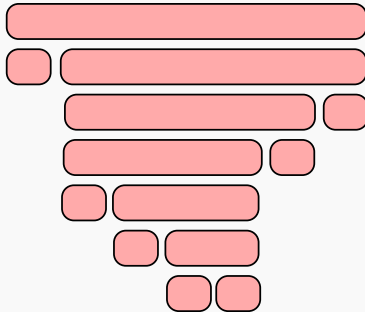
Analisis Algoritma Quicksort: Kasus Rata-Rata

- Pada kebanyakan kasus, ukuran hasil partisi berbeda.
- Secara rata-rata kompleksitasnya masih dapat dianggap $O(N \log N)$.



Analisis Algoritma Quicksort: Kasus Terburuk

- Kasus paling buruk: ukuran hasil partisi sangat timpang.
- Akibatnya, kedalaman rekursif mendekati N .
- Kompleksitasnya menjadi $O(N^2)$.



Analisis Algoritma Quicksort (lanj.)

- Tidak perlu khawatir, peluang terjadinya kasus terburuk sangat-sangat-amat-lah kecil.
- Artinya, pada sebagian besar kasus, *quicksort* akan berjalan dengan sangat cepat.



Pemilihan Pivot

Terdapat beberapa strategi pemilihan *pivot* untuk mencegah hasil partisi yang terlalu timpang:

- Pilih salah satu elemen secara acak, ketimbang selalu memilih elemen di tengah.
- Pilih median dari elemen paling depan, tengah, dan paling belakang.



Stable Sort

- *Quicksort* memiliki sifat **tidak stable**.
- Artinya jika dua elemen a_1 dan a_2 memenuhi:
 - memiliki yang nilai sama, dan
 - sebelum diurutkan a_1 terletak sebelum a_2 ,maka setelah diurutkan **tidak** dijamin a_1 tetap terletak sebelum a_2 .



Penutup

- Terdapat jiwa *divide and conquer* pada algoritma *quicksort*.
- Kita telah mempelajari algoritma pengurutan yang efisien lainnya.

