



비순환 방향 그래프의 모든 정점을 선후 관계를 지키며 나열하는 위상 정렬을 배웁니다. 주로 단독으로 나오진 않고, 정말 가끔 다른 그래프 알고리즘과 함께 나오곤 해요.

일상 속 위상 정렬





- 이수 교과목 순서?
- → 그 전에 꼭 이수하고 와야 할 교과목만 지킨다면, 듣는 순서는 자유

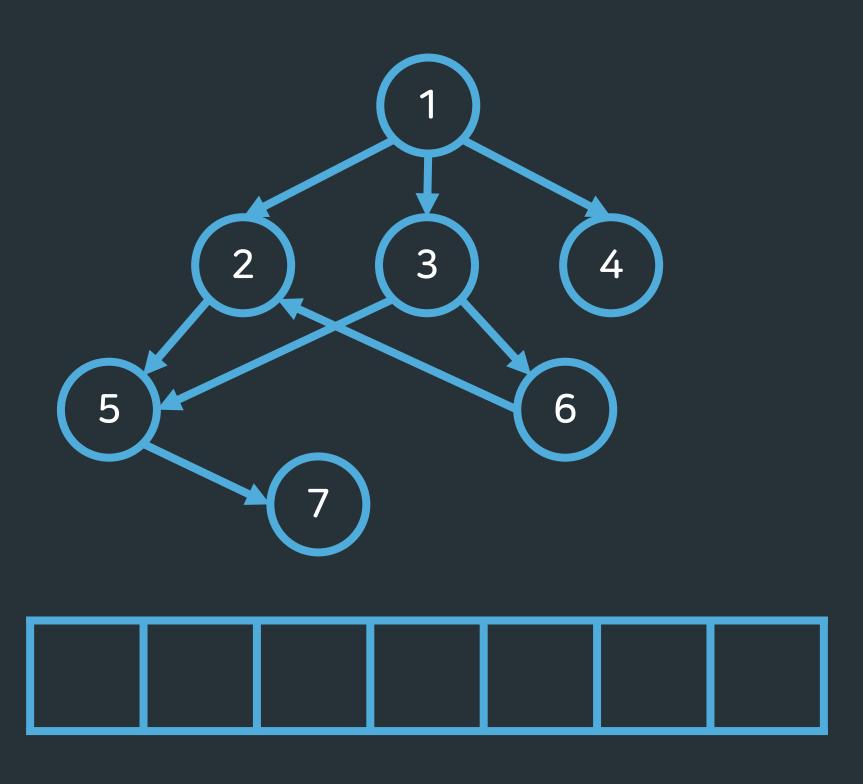
위상 정렬



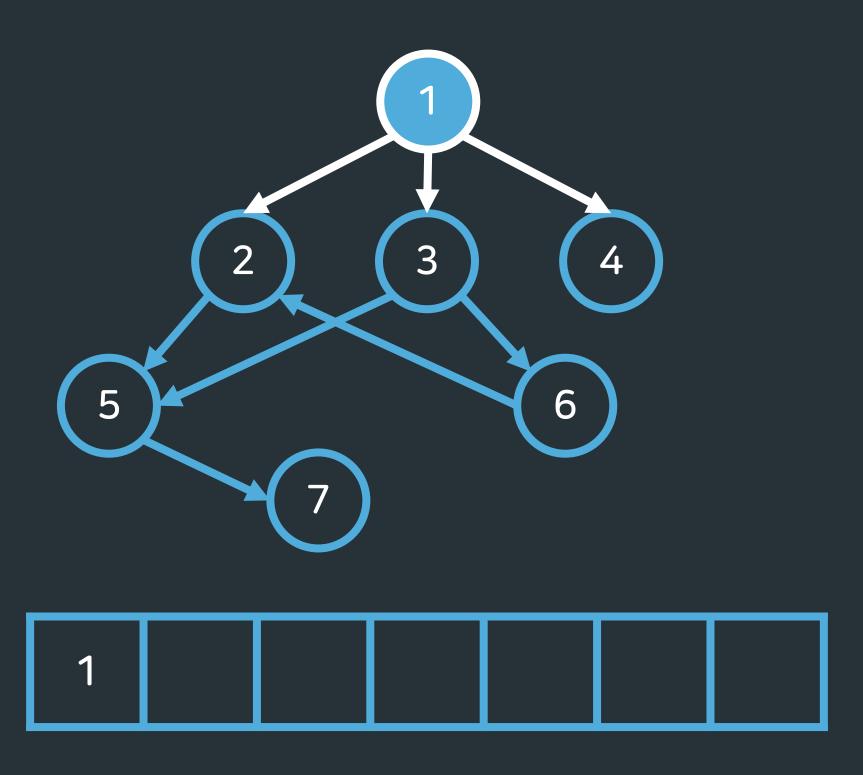
Topological Sort

- 그래프의 선후 관계를 지키며 모든 정점을 일렬로 나열하는 알고리즘
- 순서가 정해져 있는 작업을 차례로 수행해야 할 때, 작업의 순서를 결정함
- 위상 정렬의 결과는 여러가지가 가능
- 사이클이 없는 방향 그래프(DAG)에서 사용
- 일상 생활에서는 보통 스케쥴을 짤 때 많이 쓰임

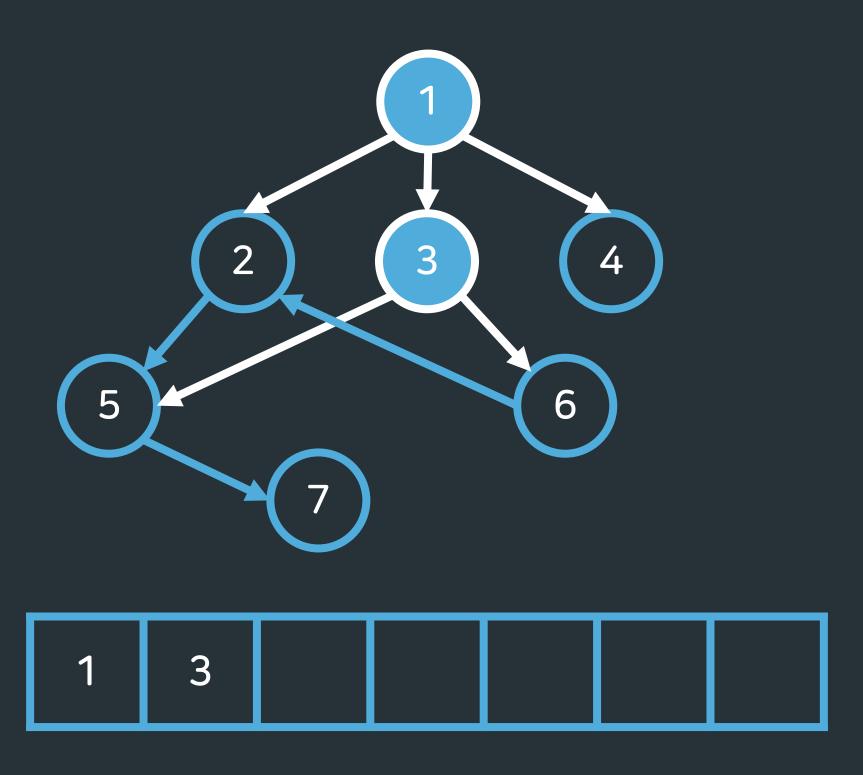




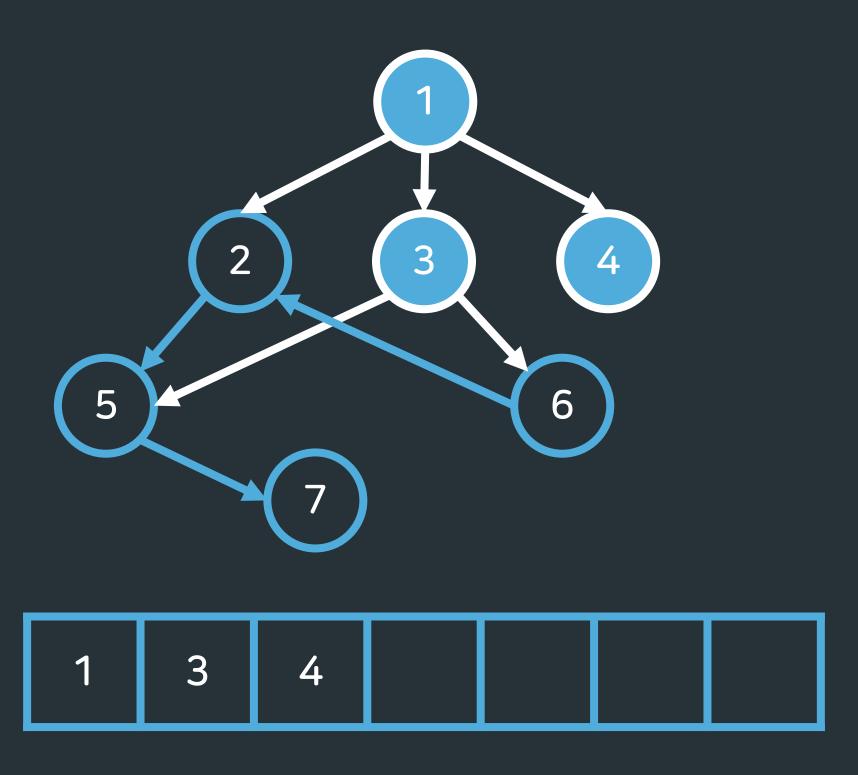




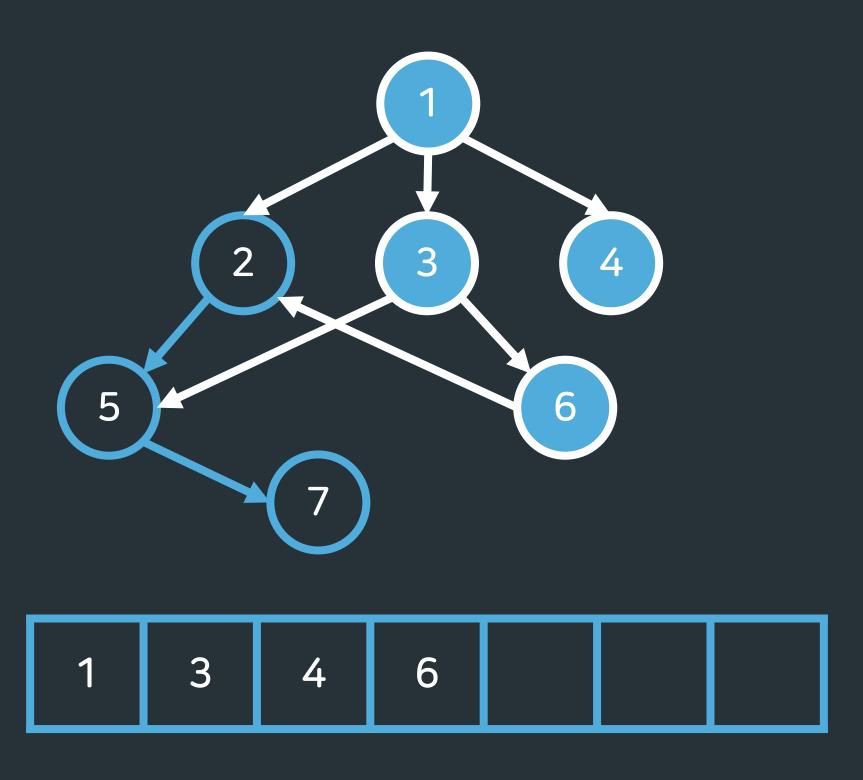




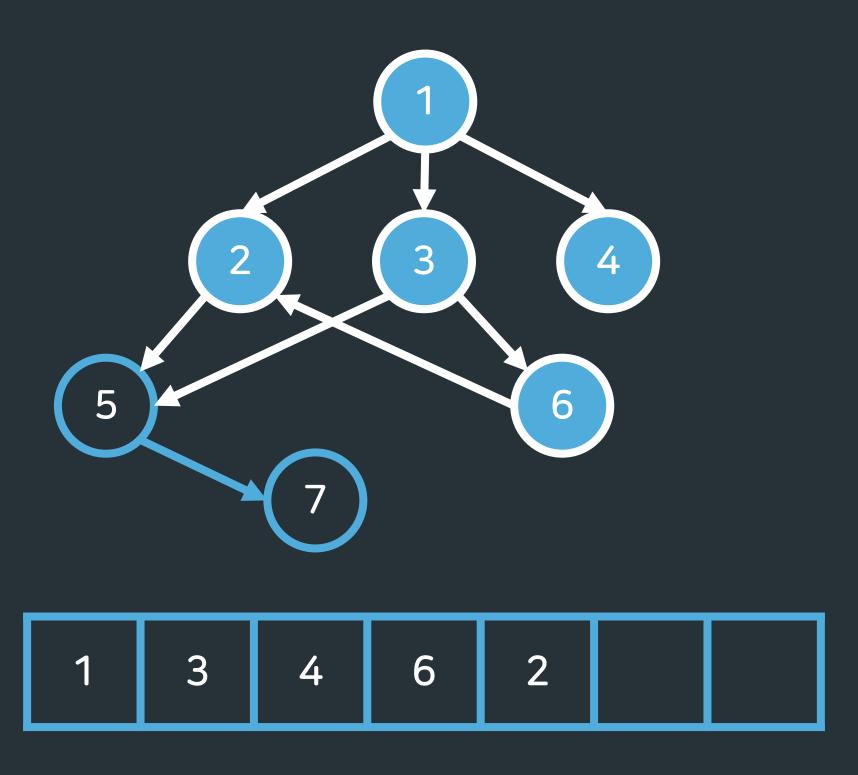




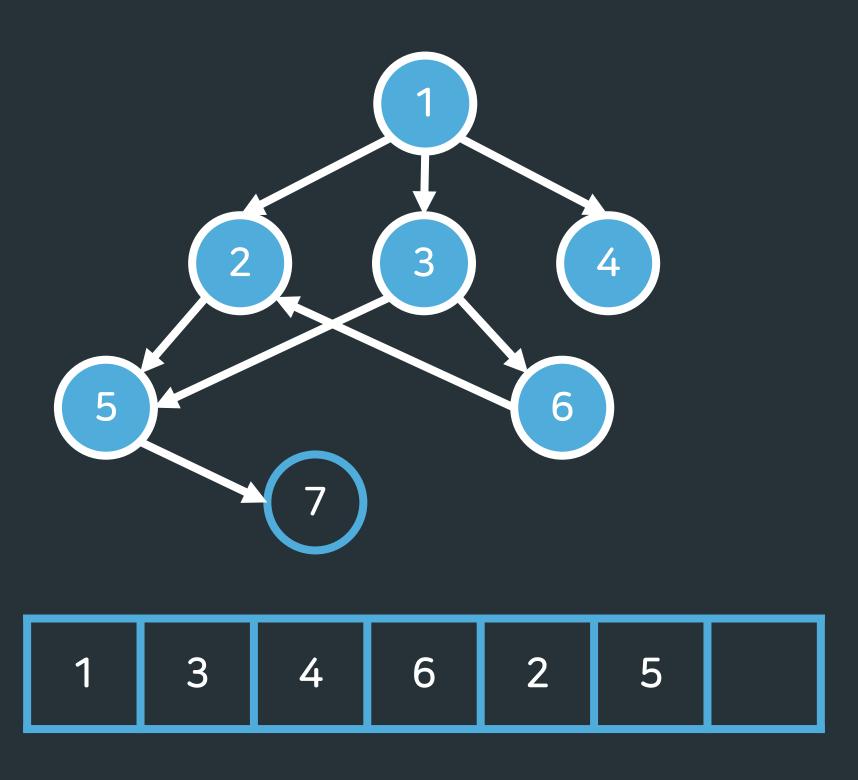




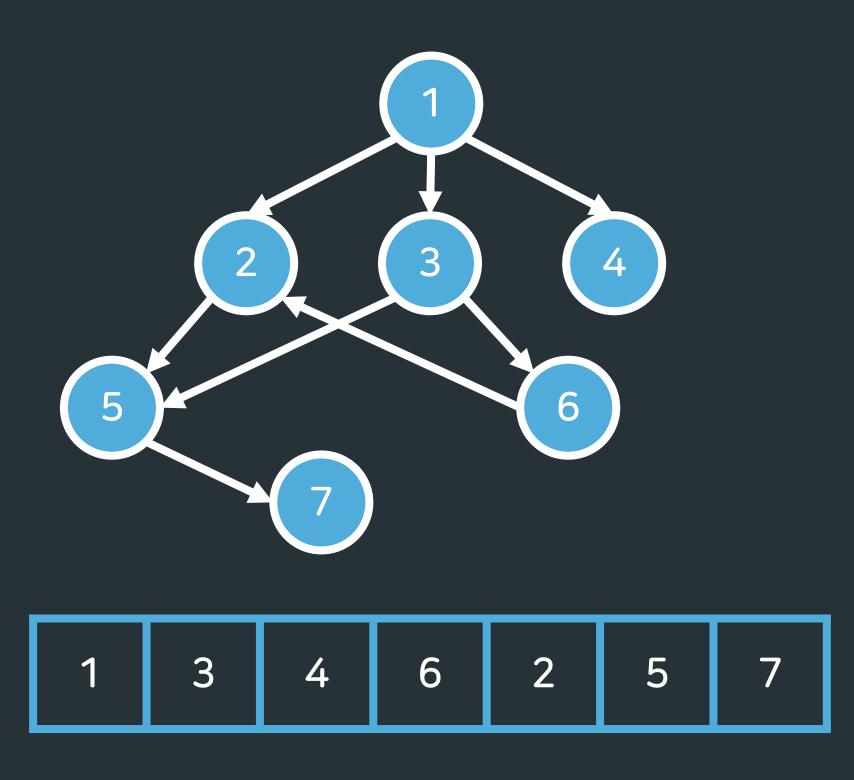








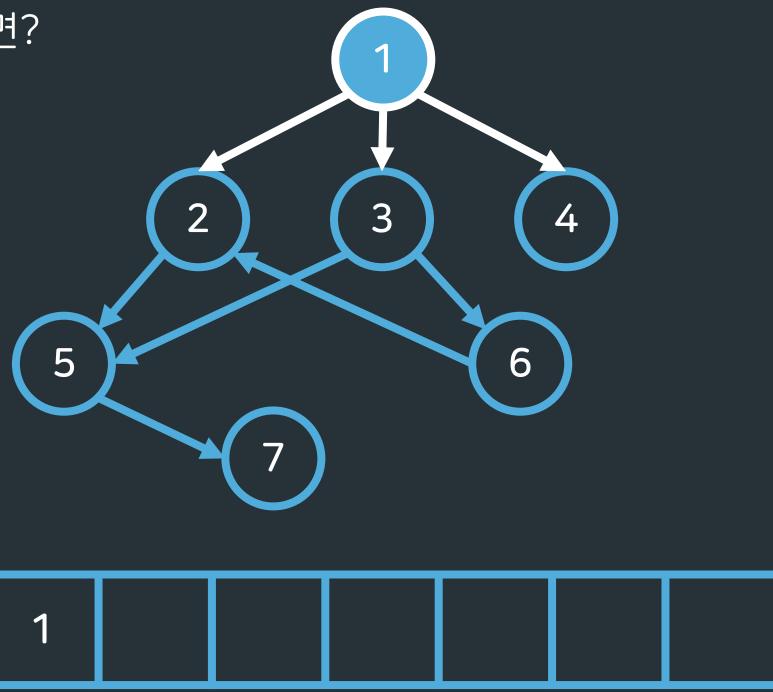




위상 정렬의 결과는 여러가지 가능

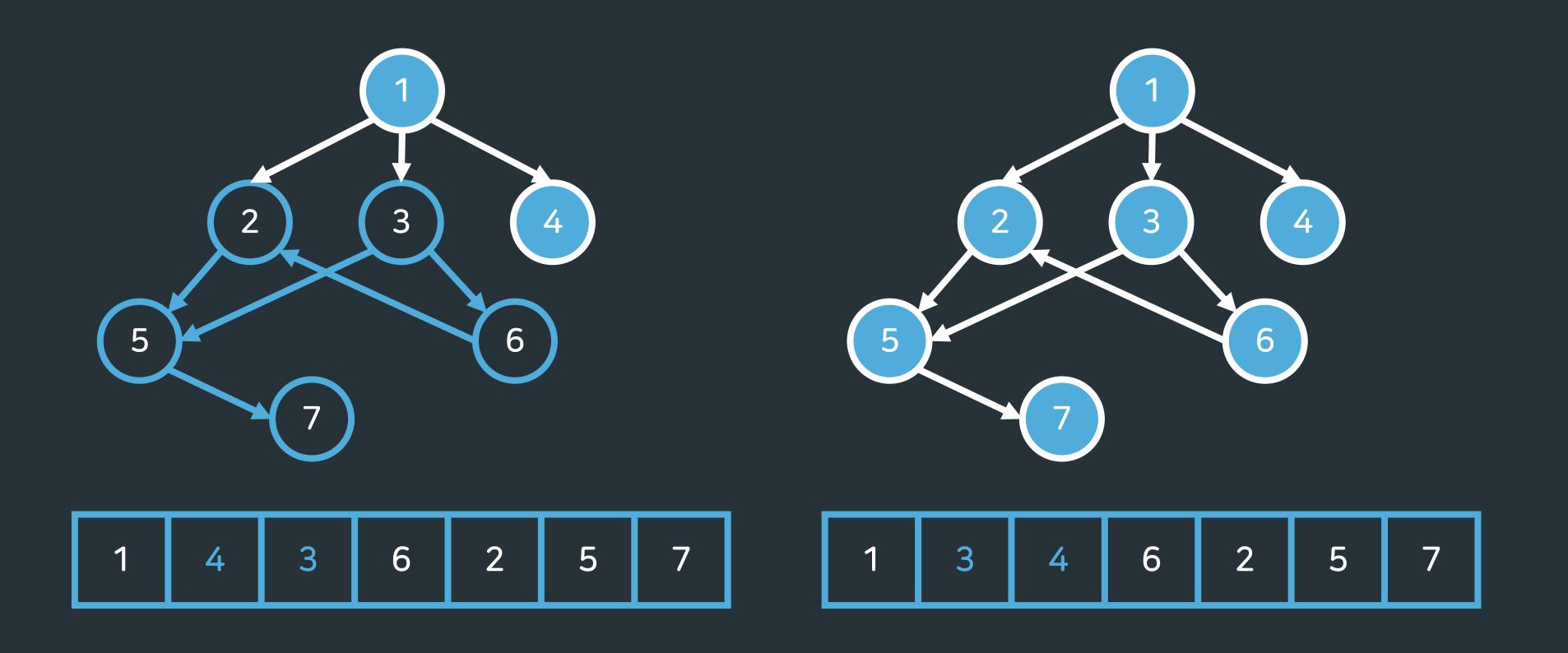


● 만약 4를 먼저 검사한다면?



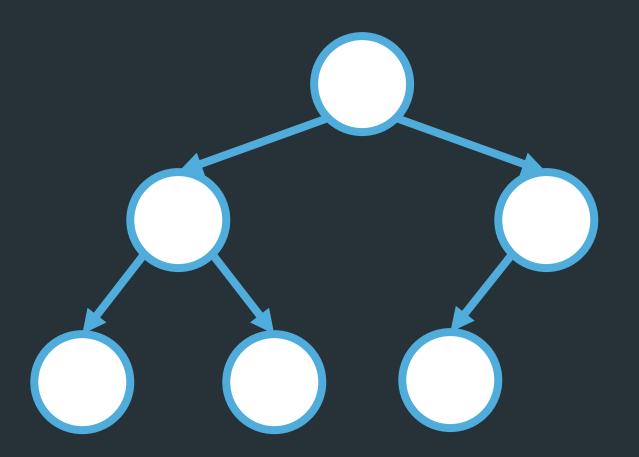
위상 정렬의 결과는 여러가지 가능





그래프 용어 복습



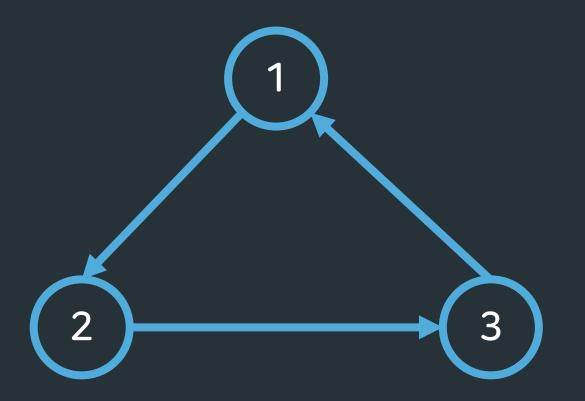


차수

- Indegree(진입차수): 방향 그래프에서 해당 정점으로 들어오는 간선의 수
- Outdegree(진출차수): 방향 그래프에서 해당 정점에서 나가는 간선의 수

만약 사이클이 존재한다면?





- 진입차수가 0인 정점이 존재하지 않음
- 다른 연결된 정점이 있다 해도, 사이클 내의 정점은 진입차수가 0이 절대 될 수 없음



위상 정렬

- 1. 진입차수가 0인 정점을 찾아서 나열함
- 2. 1에서 찾은 정점과 그 정점으로 부터 나오는 간선을 그래프에서 삭제함
- 3. 1-2 과정을 반복
- 4. 그래프가 모두 삭제되면 종료

구현



위상 정렬

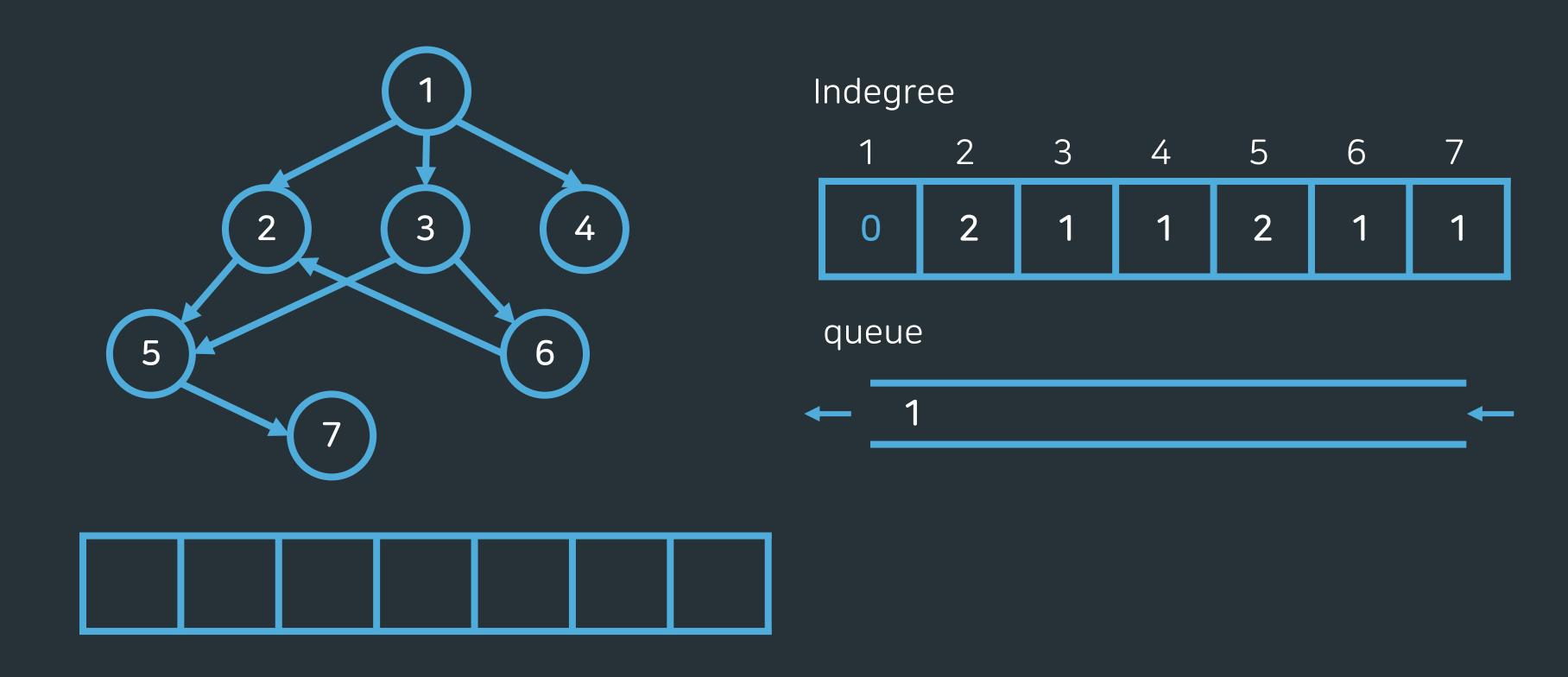
- 1. 진입차수가 0인 정점을 찾아서 컨테이너에 저장
- 2. 1에서 찾은 정점과 연결된 정점의 진입차수를 1씩 감소
- 3. 1-2 과정을 반복
- 4. 모든 정점이 선택되었다면 종료



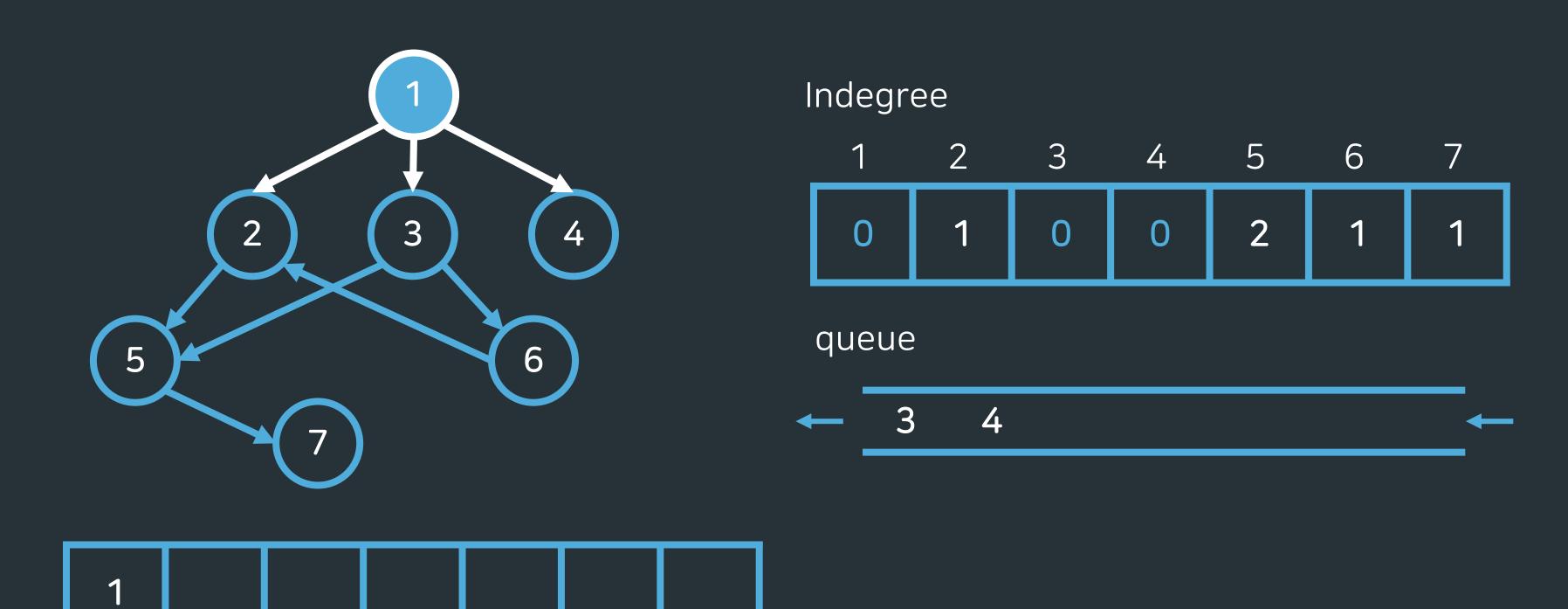
위상 정렬

- 각 정점마다 Indegree를 저장할 배열을 만듦
- 진입차수가 0인 정점이 여러 개일 수 있으므로, 이를 저장해 둘 큐(queue) 필요

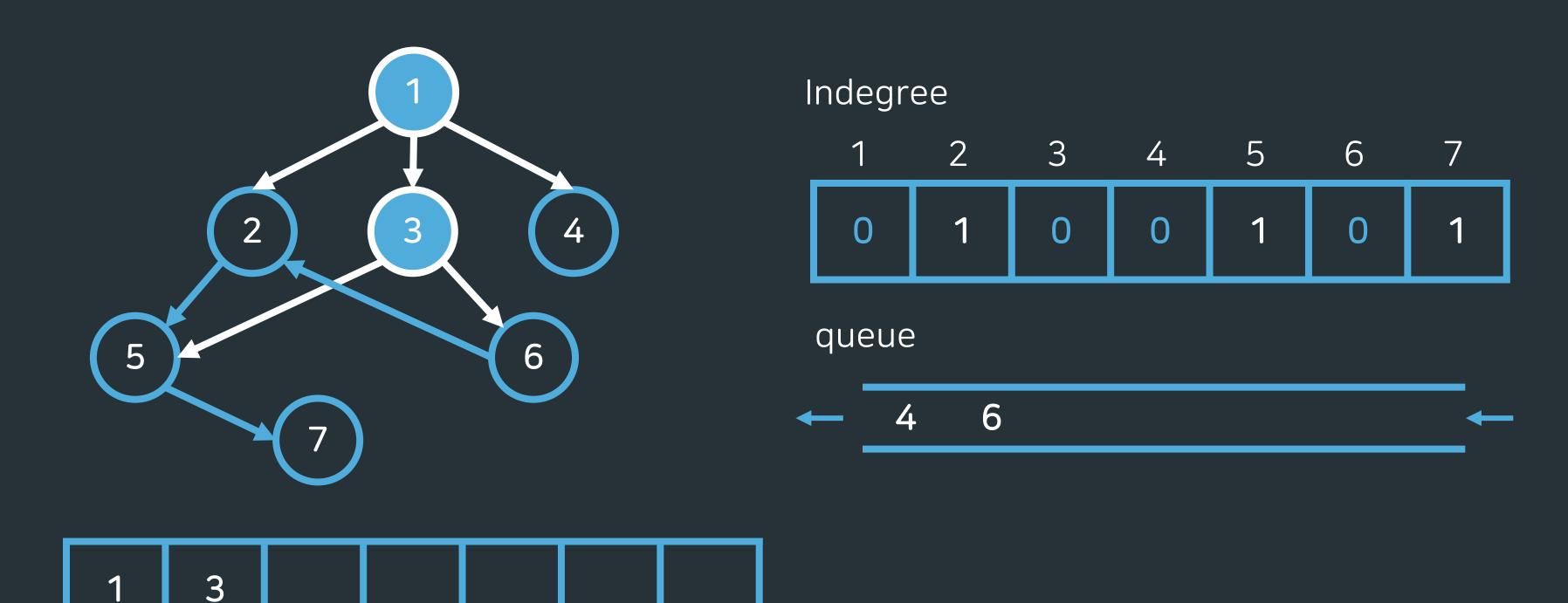




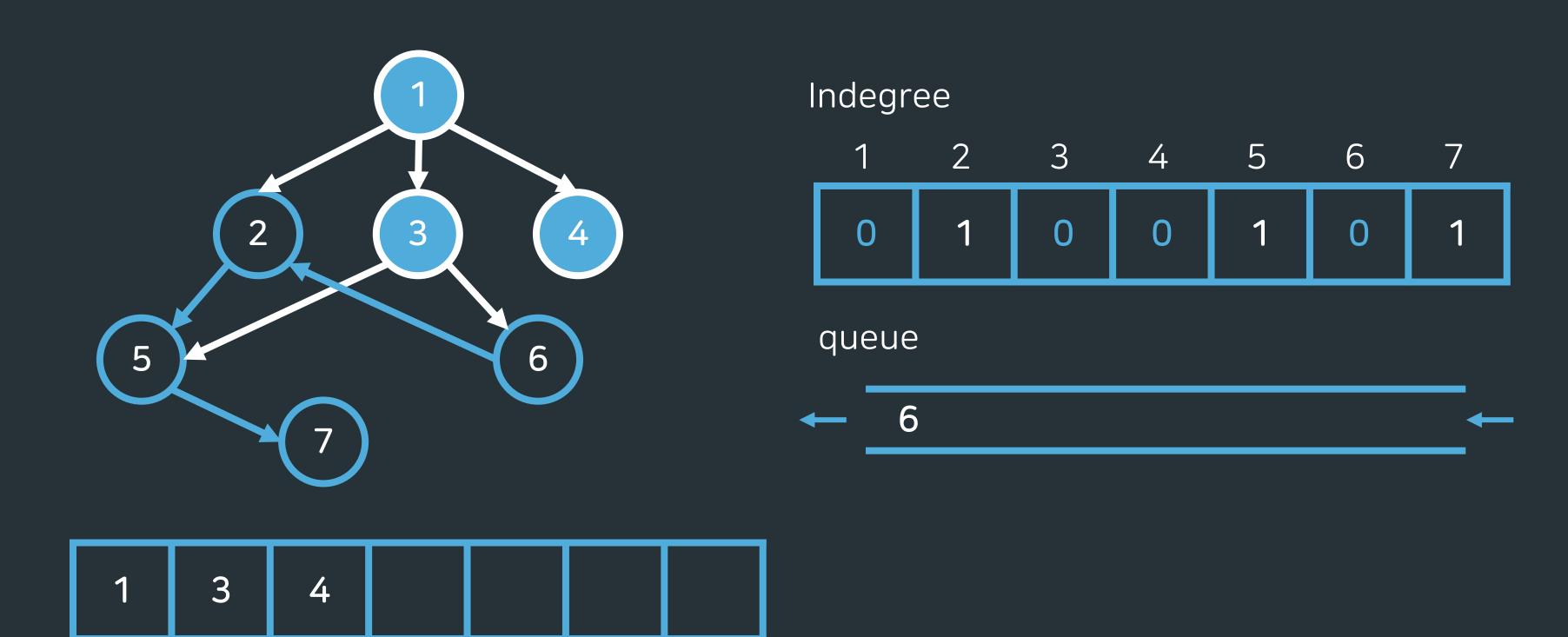




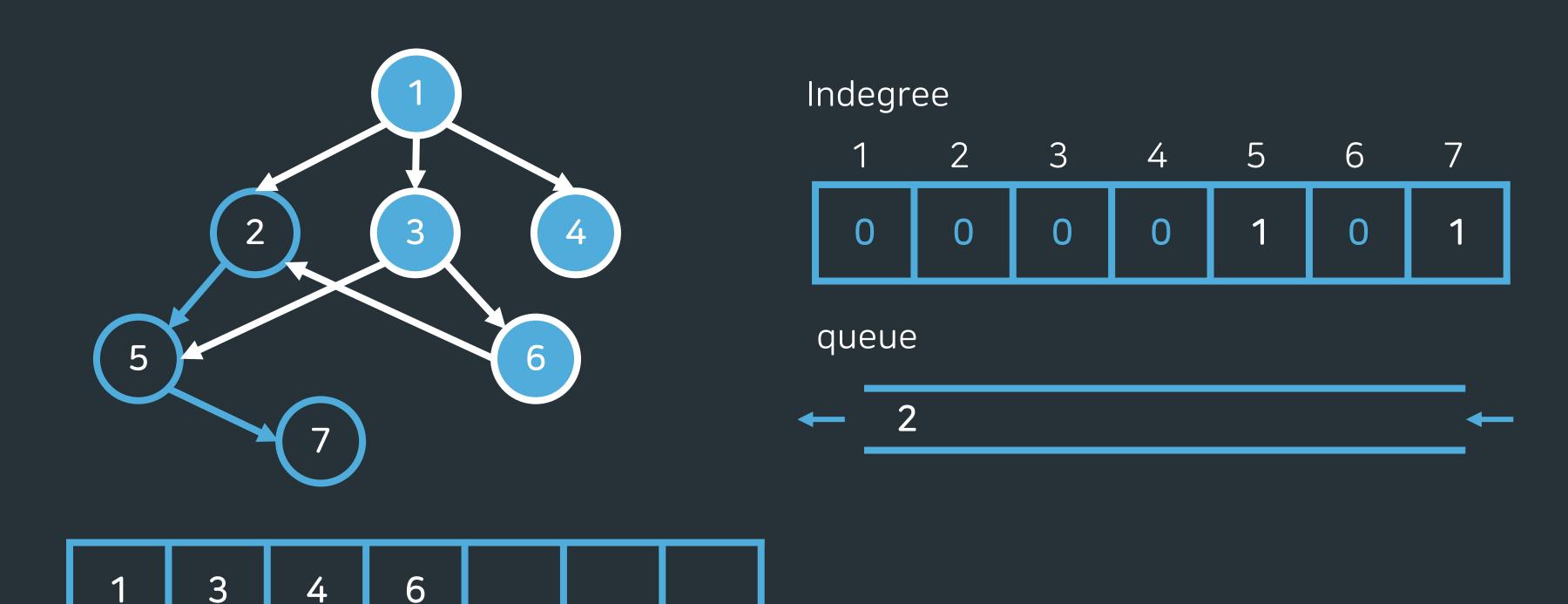




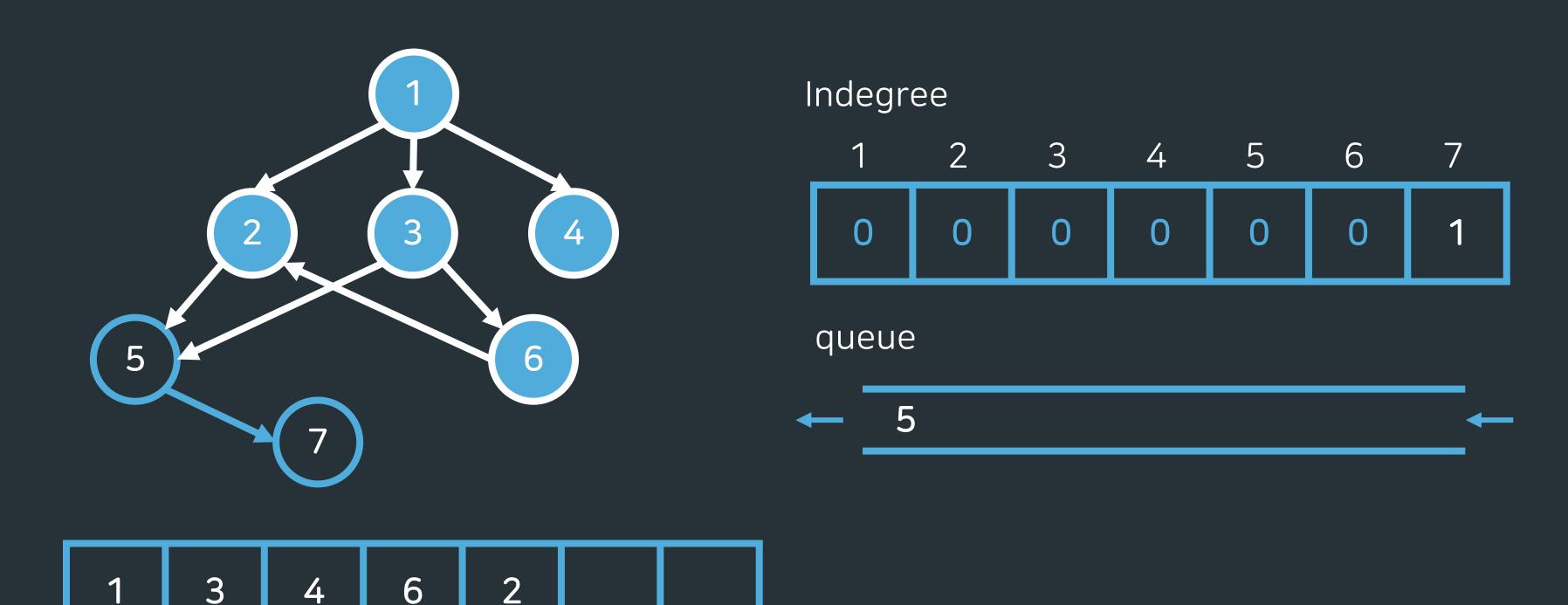




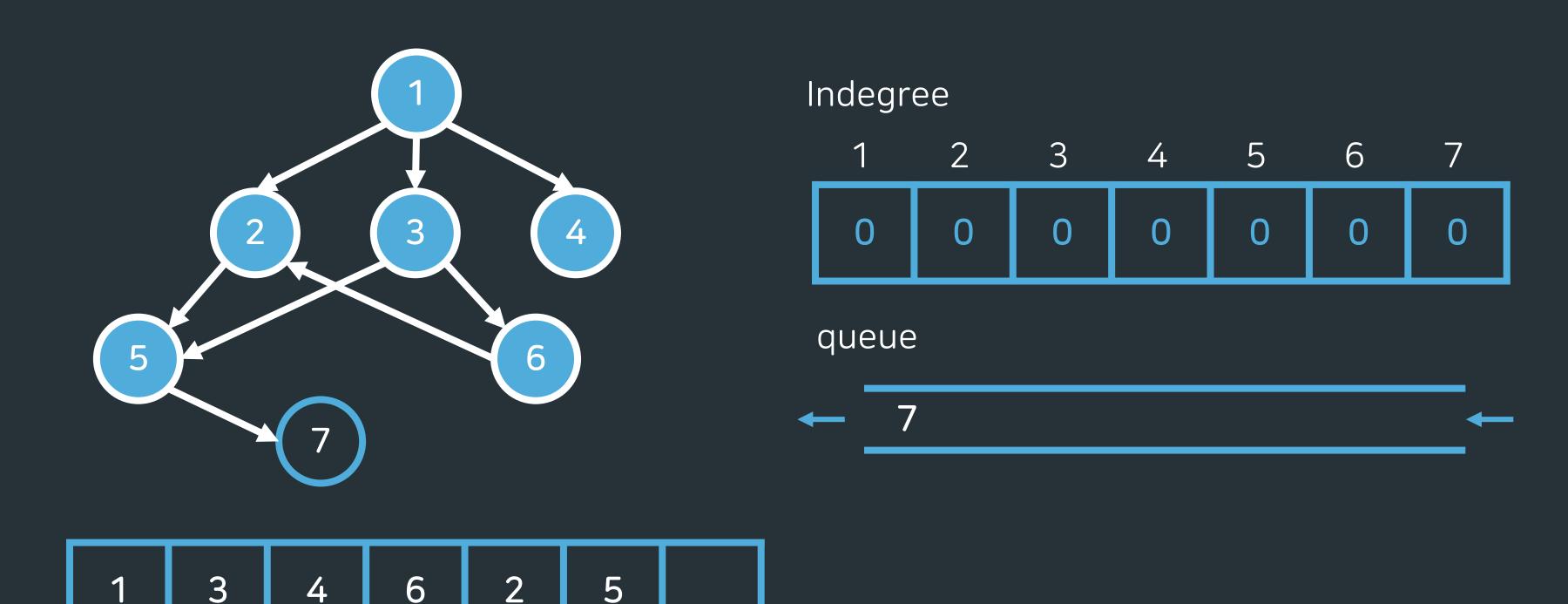




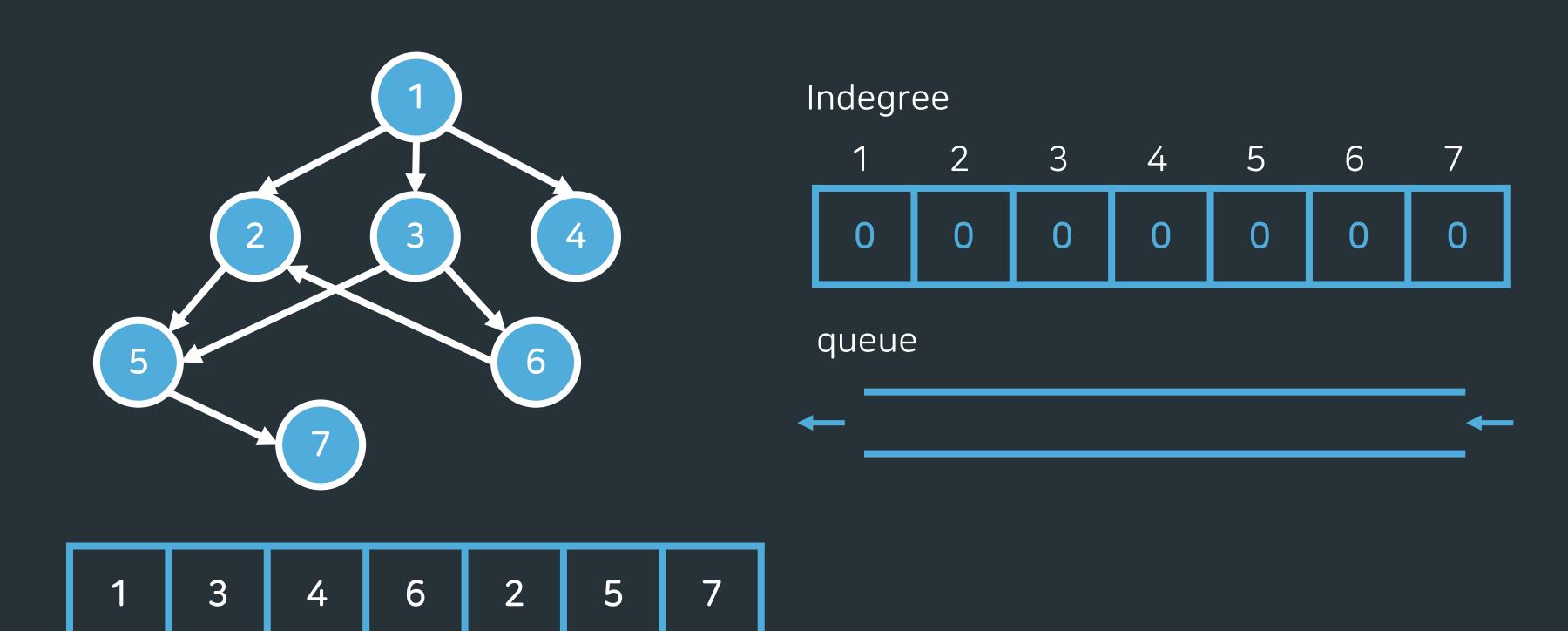












사실 DFS로도 구현할 수 있어요



위상 정렬과 DFS

- DAG에서 DFS를 실행하면서 한 정점의 탐색이 끝났을 때를 저장하면, 이 순서의 역순이 위상 정렬한 결과와 같음
- DFS가 끝났다는 것은 더 이상 깊게 파고들 정점이 없다는 것을 의미하기 때문
- 스택을 이용하여 DFS가 끝나고 리턴 시 현재 정점을 삽입해줌 (DFS를 다시 시작하기 전까지)
- 증명은 수학적 귀류법을 사용해야 하니까 직관적으로 이해해요..❷

사실 DFS로도 구현할 수 있어요



```
void dfs(int node){
  if (visited[node]) //이미 방문한 정점이라면
    return;

visited[node] = true; //방문 체크
  for (int i = 0; i < graph[node].size(); i++) {
    dfs(graph[node][i]);
  }
  finished[node] = true; //끝난 정점 체크
  st.push(node);
}</pre>
```

기본 문제



/<> 2252번 : 줄 세우기 - Gold 3

문제

● 일부 학생들의 키를 비교한 결과가 주어졌을 때, 키 순서대로 줄을 세우자

제한 사항

- 학생의 수 N은 1 <= N <= 32,000
- 비교 관계 수 M은 1 <= M <= 100,000
- 학생의 번호는 1 ~ N



예제 입력 1

3 2

13

23

예제 출력 1

123

예제 입력 2

42

42

3 1

예제 출력 2

4231

응용 문제



/<> 1005번 : ACM Craft - Gold 3

문제

- 매 게임시작 시 건물을 짓는 순서가 주어진다
- 건물은 각각 건설 시간이 존재한다
- 건물을 짓는 순서에 따라 전 건물이 다 지어진 후에 다음 건물을 지을 수 있다
- 건물은 동시에 지을 수 있다
- 특정 건물을 가장 빨리 지을 때까지 걸리는 최소 시간을 알아내자

제한 사항

- 건물의 개수 N은 2 <= N <= 1000
- 건물 순서 규칙 개수 K는 1 <= K <= 100,000
- 건물 건설 시간 Di는 0 <= Di <= 100,000 (Di는 정수)
- 건물 순서 X, Y, 지어야 할 특정 건물 W는 1 <= X, Y, W <= N



예제 입력 1

예제 출력 1

120

예제 입력 1

예제 출력 1

39

* 테스트케이스 여러 개로 같이 주어지는 데 보기 편하게 임의로 나눴습니다.

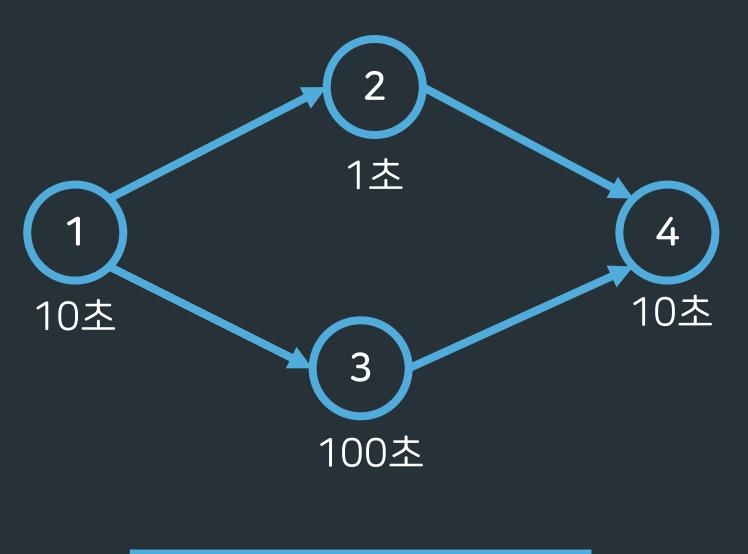
몰래 보세요



Hint

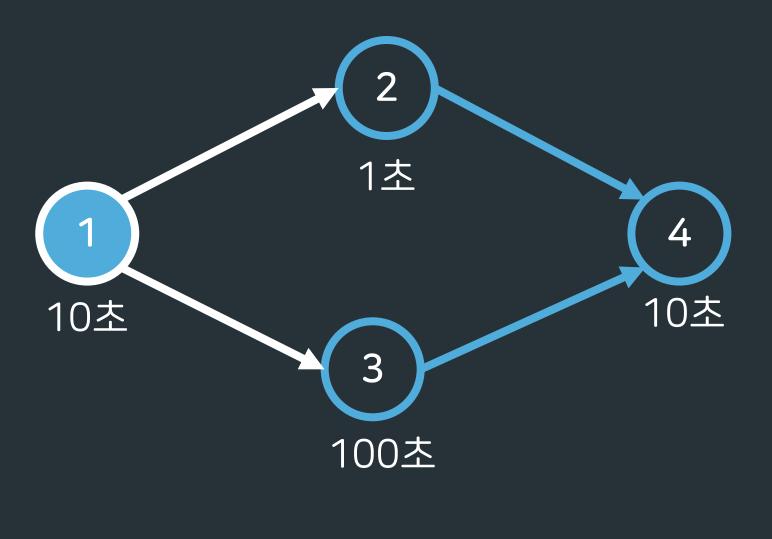
- 1. 선후 관계가 주어지고, 모든 건물의 차례를 알아야 하는 문제네요!
- 2. 건물을 동시에 지을 수도 있으니, 동시에 지을 수 있는 건물은 최대한 동시에 지어야겠네요! 그렇다면 현재 지을 수 있는 건물을 모두 동시에 짓는다 할 때, 드는 건설 시간은 어떻게 될까요?





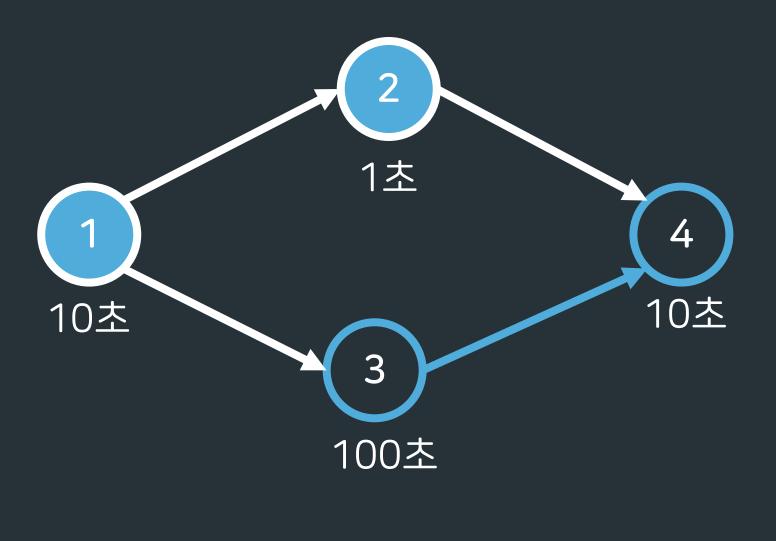






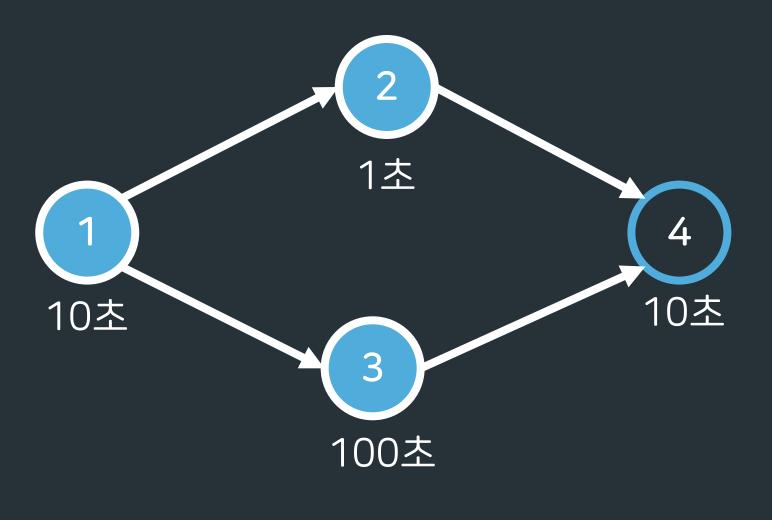




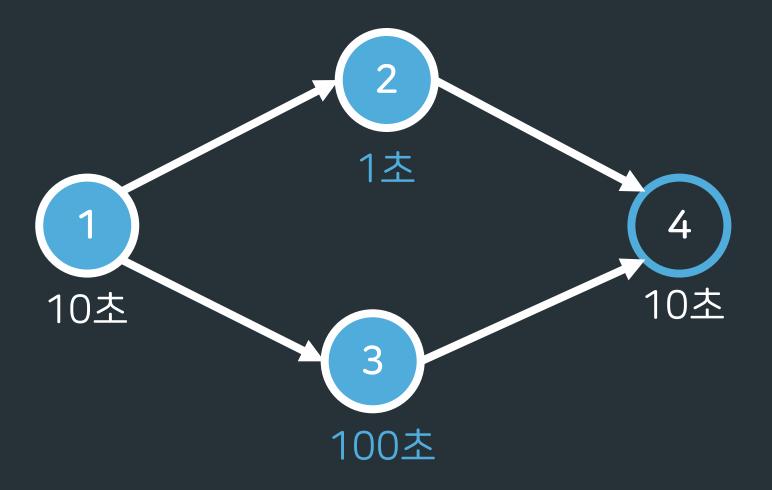








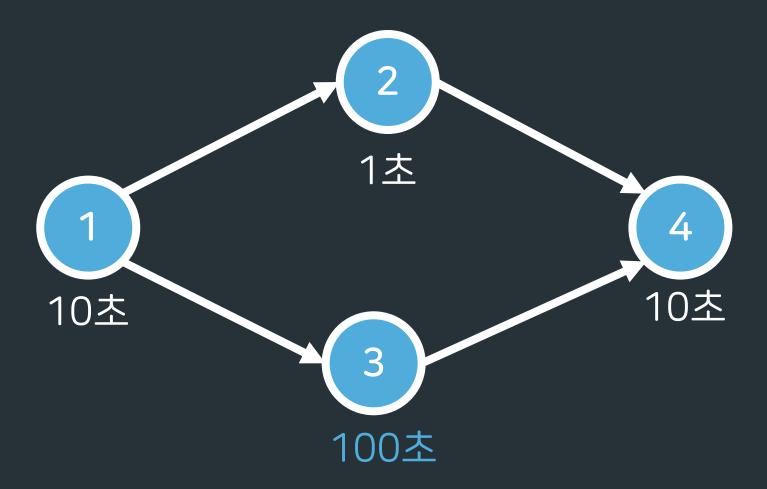






2번과 3번은 동시에 지을 수 있다!

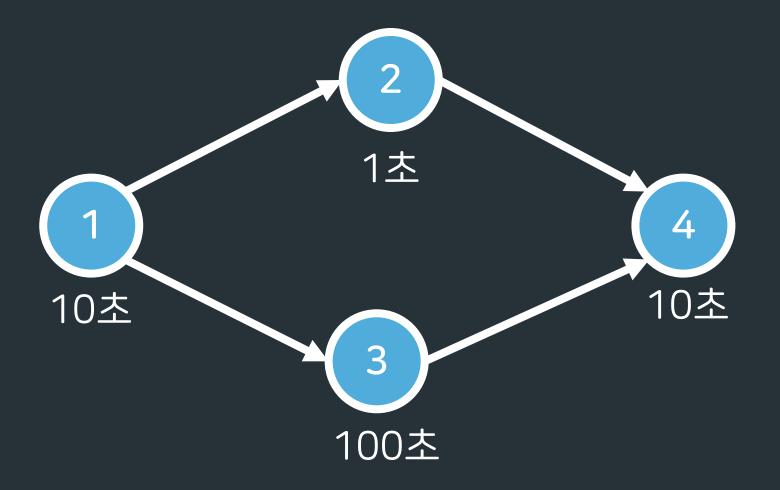






2번과 3번은 동시에 지을 수 있다! -> 건설 시간이 더 큰 걸 따라감







따라서 현재 지으려는 건물의 총 시간은, 이어진 전 정점 중 가장 시간이 큰 걸 선택해서 현재 건설 시간과 더하면 된다!

마무리



정리

- 일상 속에서 일의 순서를 정해야할 때 사용하는 위상 정렬
- 그래프의 선후 관계가 주어졌을 때, 모든 정점을 차례로 나열함
- 선후 관계가 존재하는 정점들만 지키면 되기 때문에, 여러 가지 결과가 나올 수 있음
- 사이클이 존재하면 위상 정렬을 할 수 없음
- 진입차수를 저장한 배열과, 진입차수가 0인 정점을 관리할 큐를 사용하여 구현
- DFS를 활용해서도 구현 가능

이것도 알아보세요

● 오늘은 배열과 큐를 활용한 위상정렬 구현만 다루었습니다. DFS를 활용한 풀이도 직접 디버깅해볼까요!



필수



2021 KAKAO BLIND RECRUITMENT : 카드 짝 맞추기 - Level 3

/<> 1744번 : 수 묶기 - Gold 4

3문제 이상 선택

/<> 2637번 : 장난감 조립 - Gold 2

14907번 : 프로젝트 스케줄링 - Gold 2

/<> 1516번 : 게임 개발 – Gold 3

1766번 : 문제집 - Gold 2

23632번 : 쿠키런 킹덤 - Gold 2

과제 마감일



코드리뷰 0 마감

~ 6월 20일 월요일 낮 12시

코드리뷰 X 마감

~ 6월 20일 월요일 밤 12시 (20일에서 21일로 넘어가는 자정)

추가제출 마감

~ 6월 21일 화요일 밤 12시 (21일에서 22일로 넘어가는 자정)



한 학기동안 정말 수고 많으셨습니다! 🕹 👍 잘 따라와주셔서 감사합니다!!!!!