

알튜비튜 백트래킹

오늘은 코딩테스트에 많이 나오는 알고리즘 중 하나인 백트래킹에 대해 배웁니다.
전번에 배운 완전탐색(브루트포스)에서 조금 더 발전해서, 더 이상 가망 없는 후보를 제외하고 탐색하는 알고리즘이죠.

백트래킹

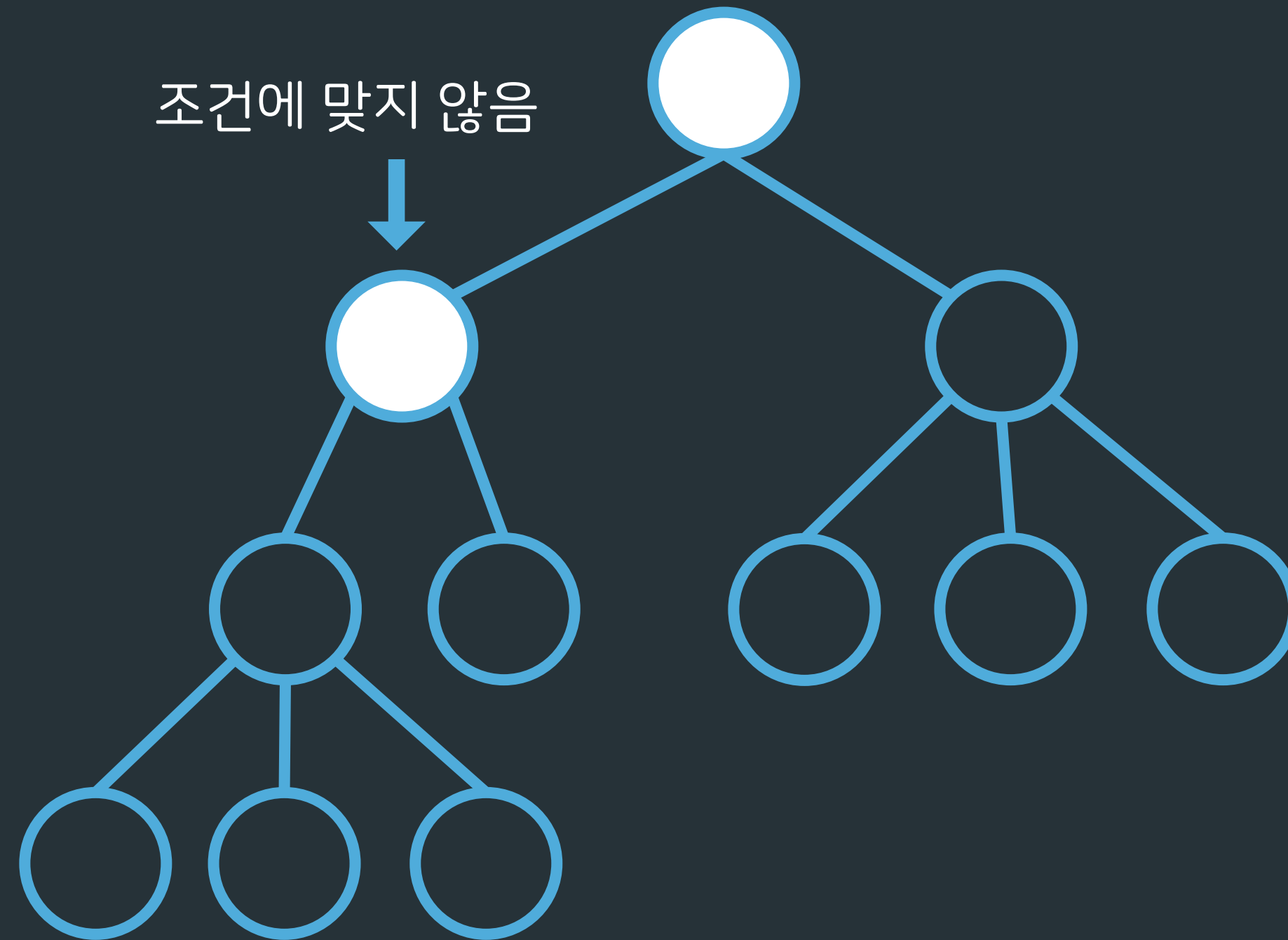
- 완전탐색처럼 모든 경우를 탐색하나, 중간 과정에서 조건에 맞지 않는 케이스를 가지치기하여
탐색 시간을 줄이는 기법
- 모든 경우의 수를 탐색하지 않기 때문에 완전탐색보다 시간적으로 효율적임
- 탐색 중 조건에 맞지 않는 경우 이전 과정으로 돌아가야 하기 때문에, 재귀를 사용하는
경우 많음
- 조건을 어떻게 설정하고, 틀렸을 시 어떤 시점으로 돌아가야 할지 설계를 잘 하는 것이
중요

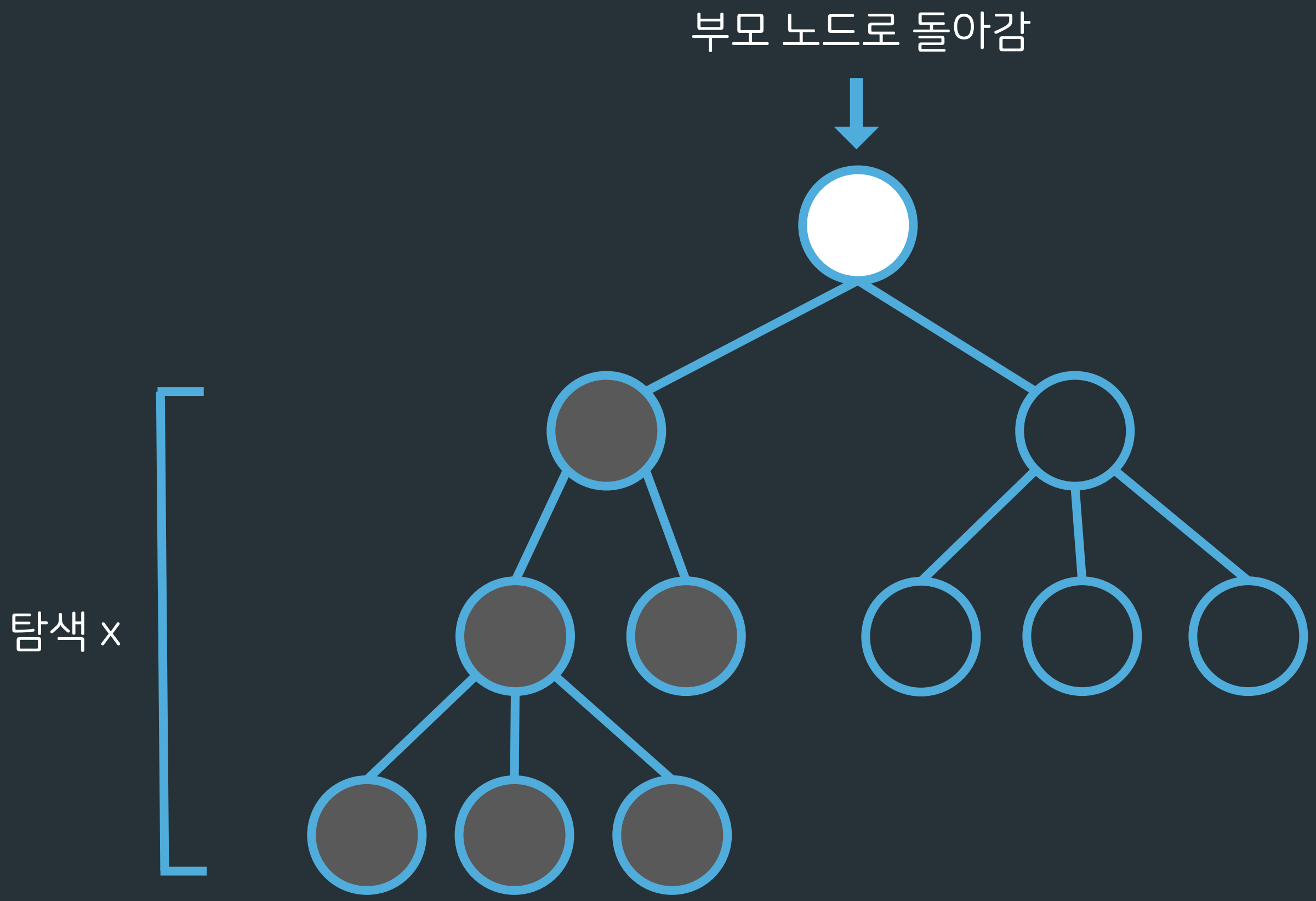
과정

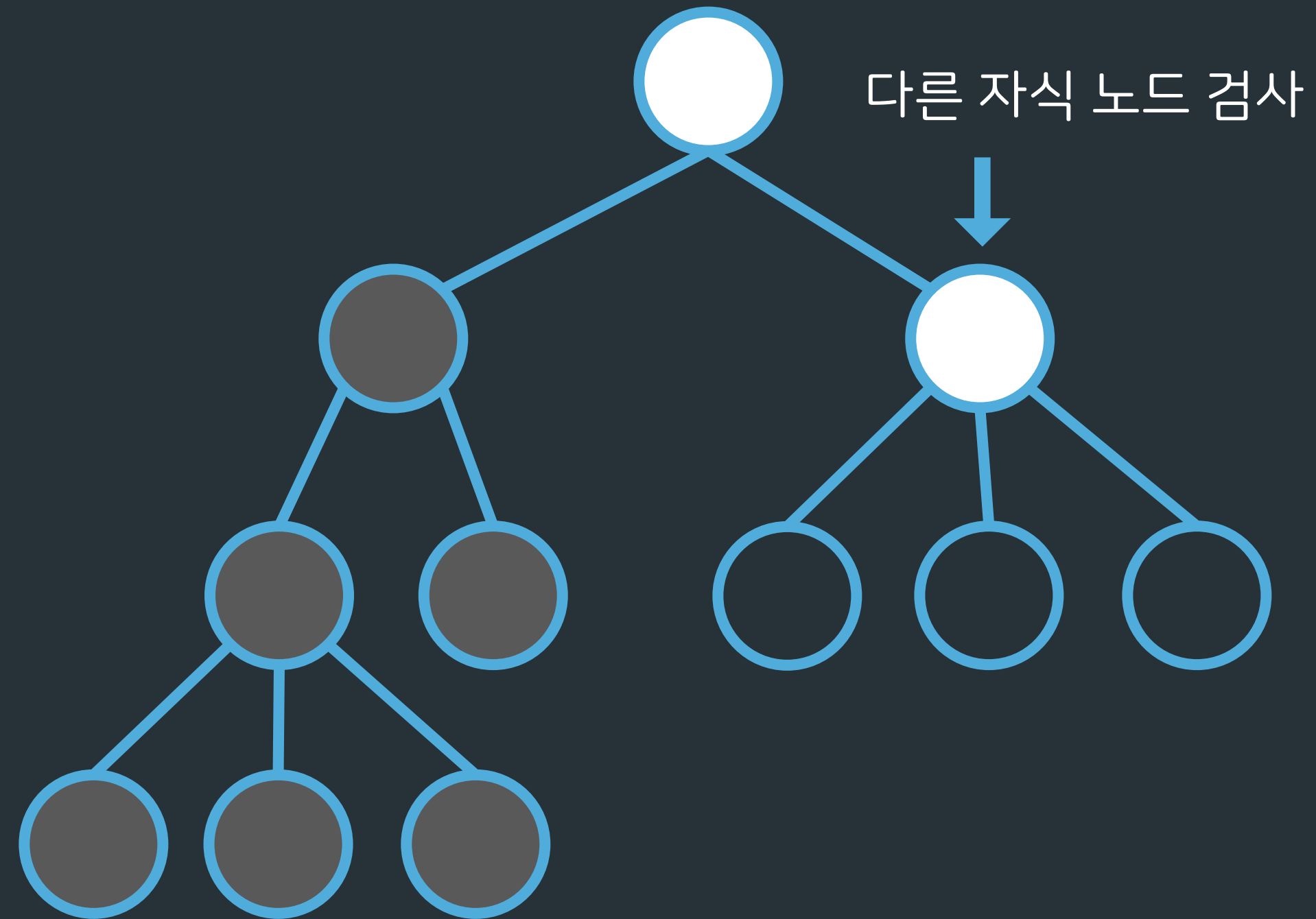
- 어떤 노드의 유망성(promising)을 점검
 - 조건에 맞는지 안맞는지
 - 답이 될 수 있는지 없는지
- 유망하지 않다면(non-promising) 배제함 (가지치기)

가치치기

- 지금의 경로가 해가 될 것 같지 않으면(non-promising) 그 전으로 되돌아 가는 것(back)
- 즉, 불필요한 부분을 쳐내는 것
- 되돌아간 후 다시 다른 경로 검사
- 가치치기를 얼마나 잘하느냐에 따라 효율성이 결정됨







"즉, 답이 될 만한지(promising) 판단하고, 그렇지 않다면
탐색하지 않고 다시 전으로 넘어가서(back) 탐색을 계속 하
는 것 "

재귀함수란?

```
void f(int mine){  
    f(mine + 1);  
}
```

← 문제점은?

- 자기 자신을 호출하는 함수

재귀함수란?

```
void f(int mine){  
    if (mine == 5) ← 기저 조건  
        return;  
    f(mine + 1);  
    cout << mine << '\n';  
}
```

- 자기 자신을 호출하는 함수
- 가장 중요한 점은 기저 조건(탈출 조건)을 잘 세우는 것!

어떨 때 백트래킹을 적용하지?

백트래킹

- N 의 크기가 작을 때 (주로 재귀함수로 구현하기 때문)
→ 보통 20 이하
- 그 전 과정으로 돌아가면서 하는 탐색이 필요한 경우

/<> 15649번 : N과 M(1) – Silver 3

문제

- 자연수 n , m 이 주어짐
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제

제한 사항

- 입력 범위는 $1 \leq m \leq n \leq 8$

예제 입력

4 2

예제 출력

1 2
1 3
1 4
2 1
2 3
2 4
3 1
3 2
3 4
4 1
4 2
4 3

/<> 15649번 : N과 M(1) – Silver 3

문제

- 자연수 n , m 이 주어짐
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제

제한 사항

- 입력 범위는 $1 \leq m \leq n \leq 8$

접근

- 제약 조건을 살펴보자
→ 중복 x , 수열 길이가 m
- 재귀함수를 설계해보자
→ 각 수를 넣을 때, 이미 수열 내에 있으면
 넘어감 (체크해줄 무언가가 필요)
→ 기저조건은 길이가 m 일 때!

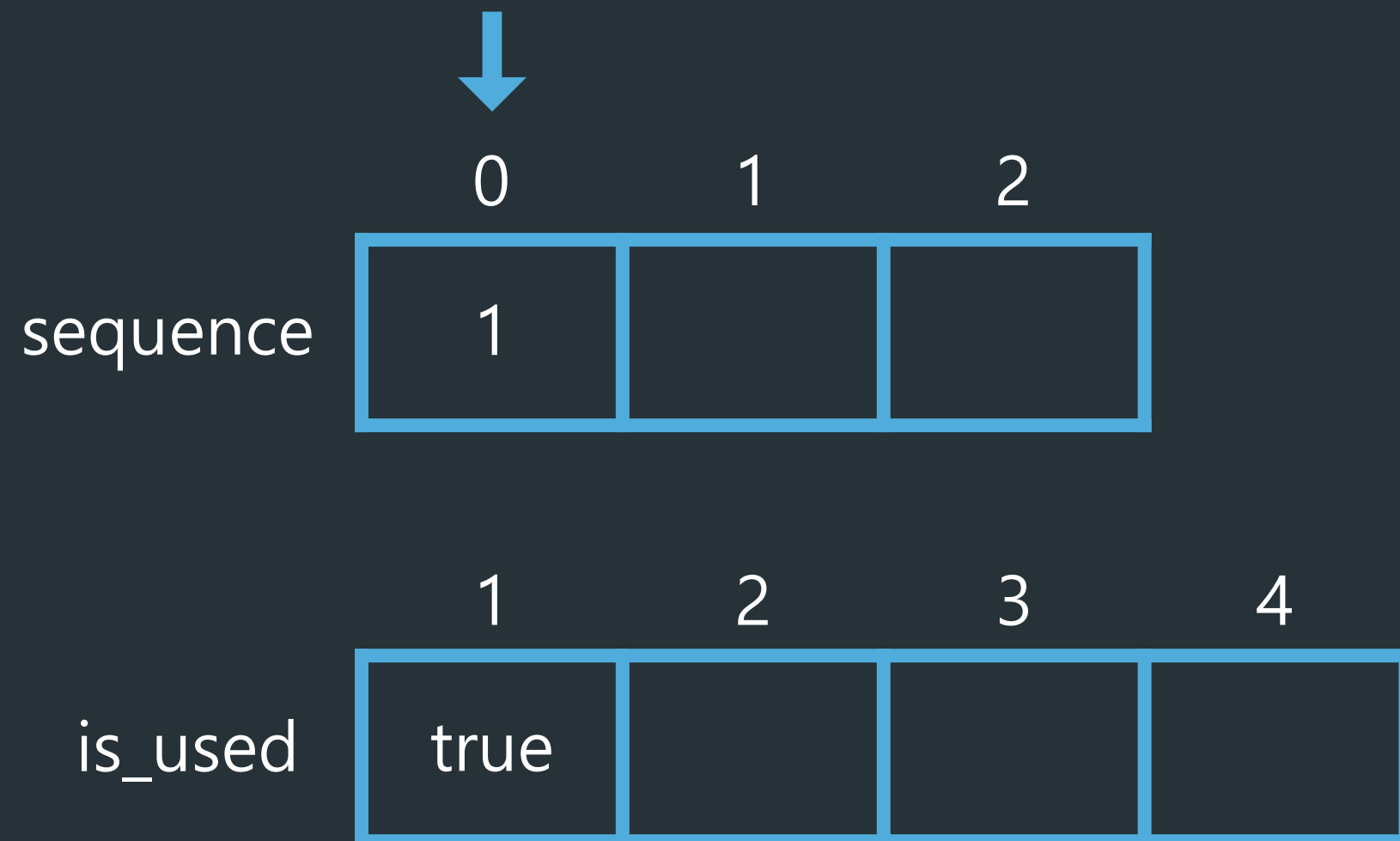
체크해줄 무언가?

접근

- 해당 수가 현재 수열에서 **사용이 되었는지 안되었는지 체크**하는 배열을 만들자!
- 즉, **수를 인덱스로** 가지는 체크배열
- 가지치기의 **판단 기준**이 됨

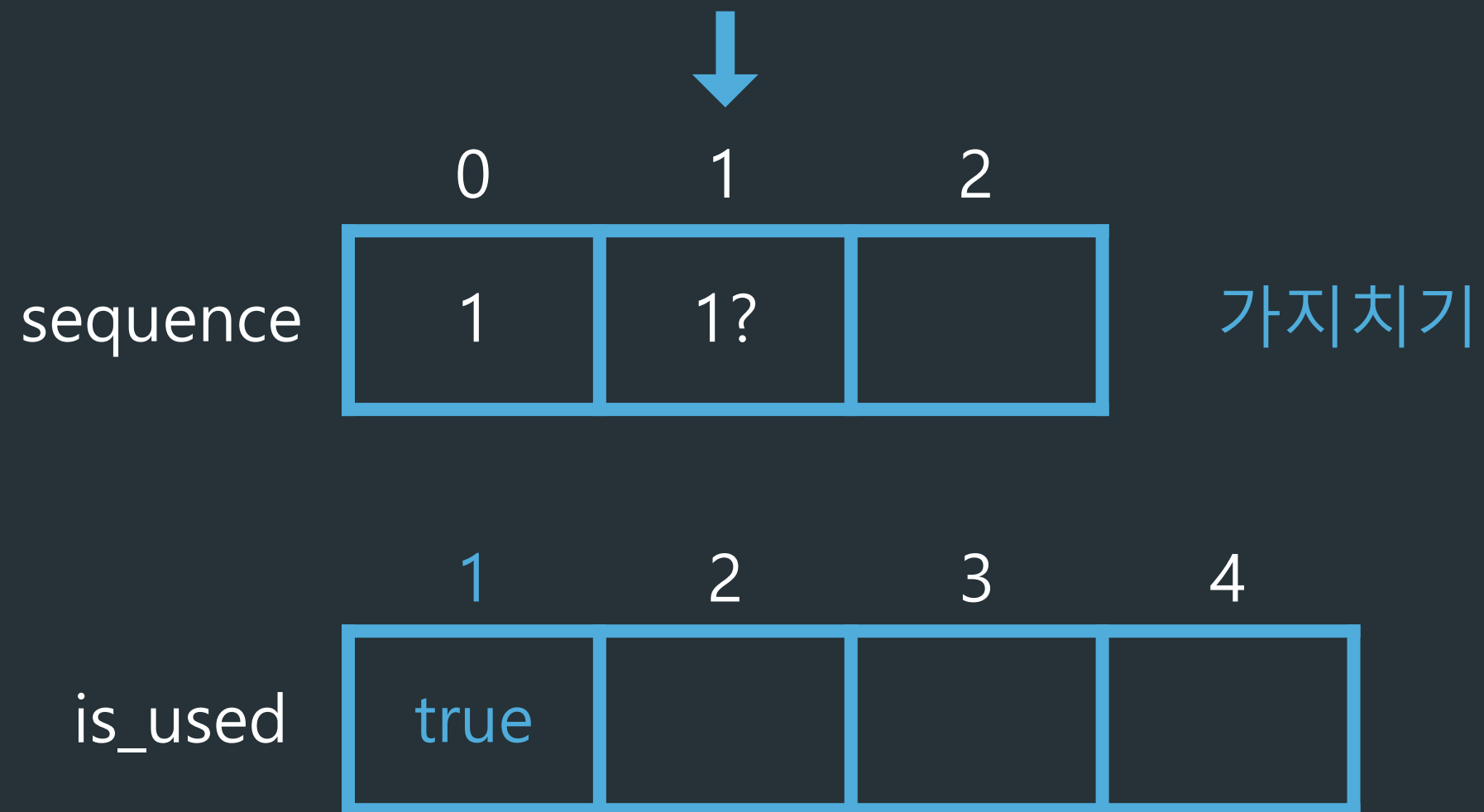
N과 M(1)

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



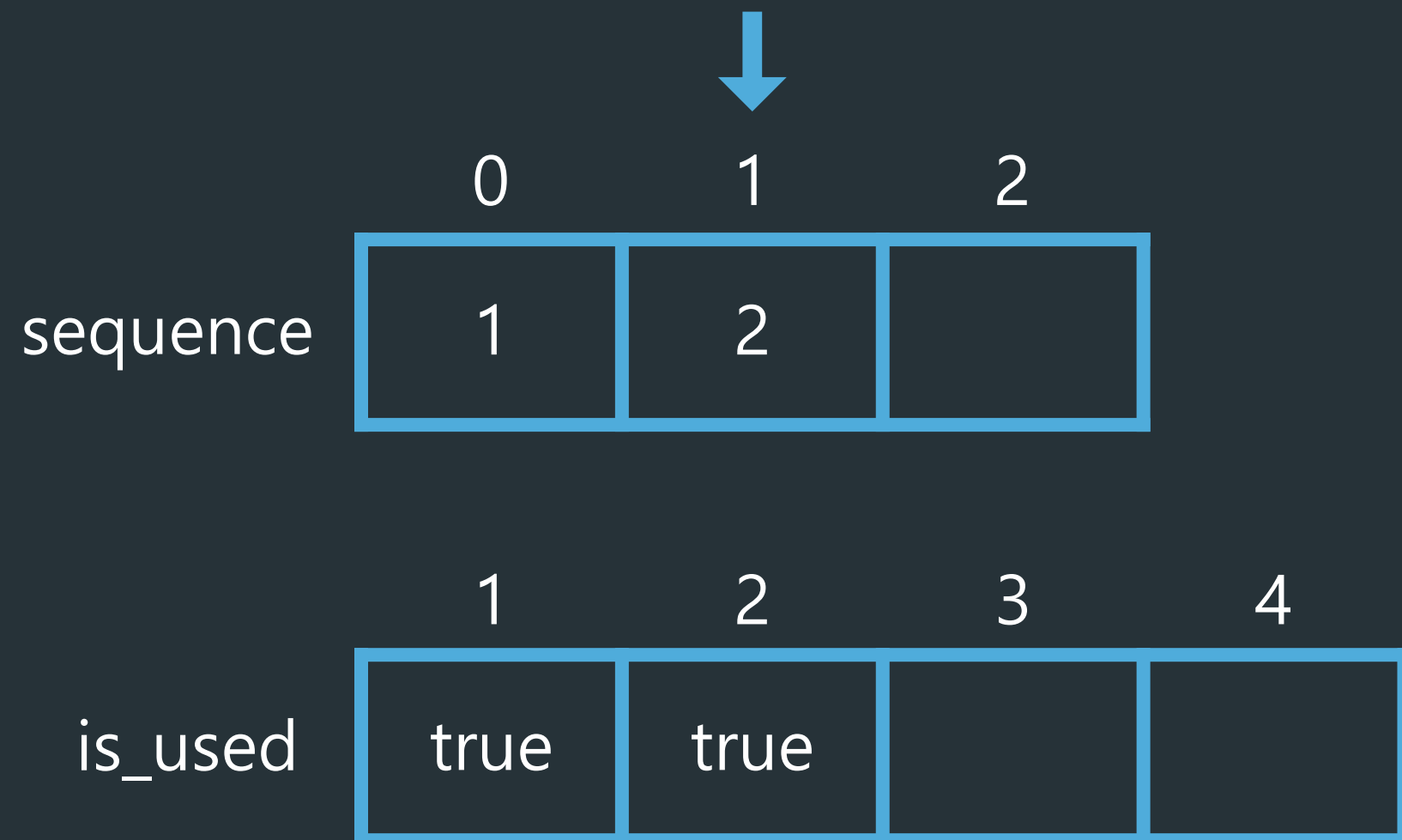
N과 M(1)

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



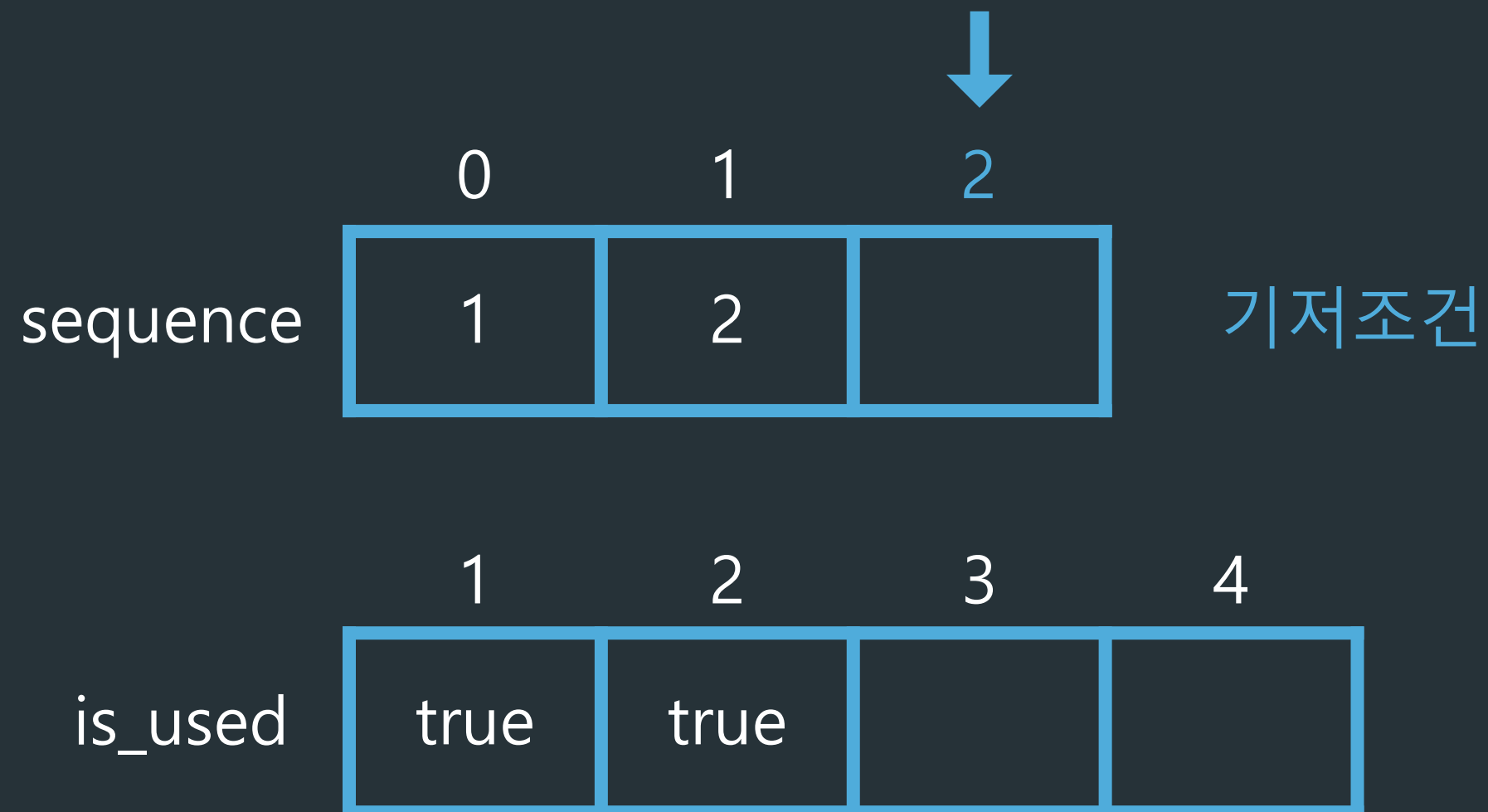
N과 M(1)

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



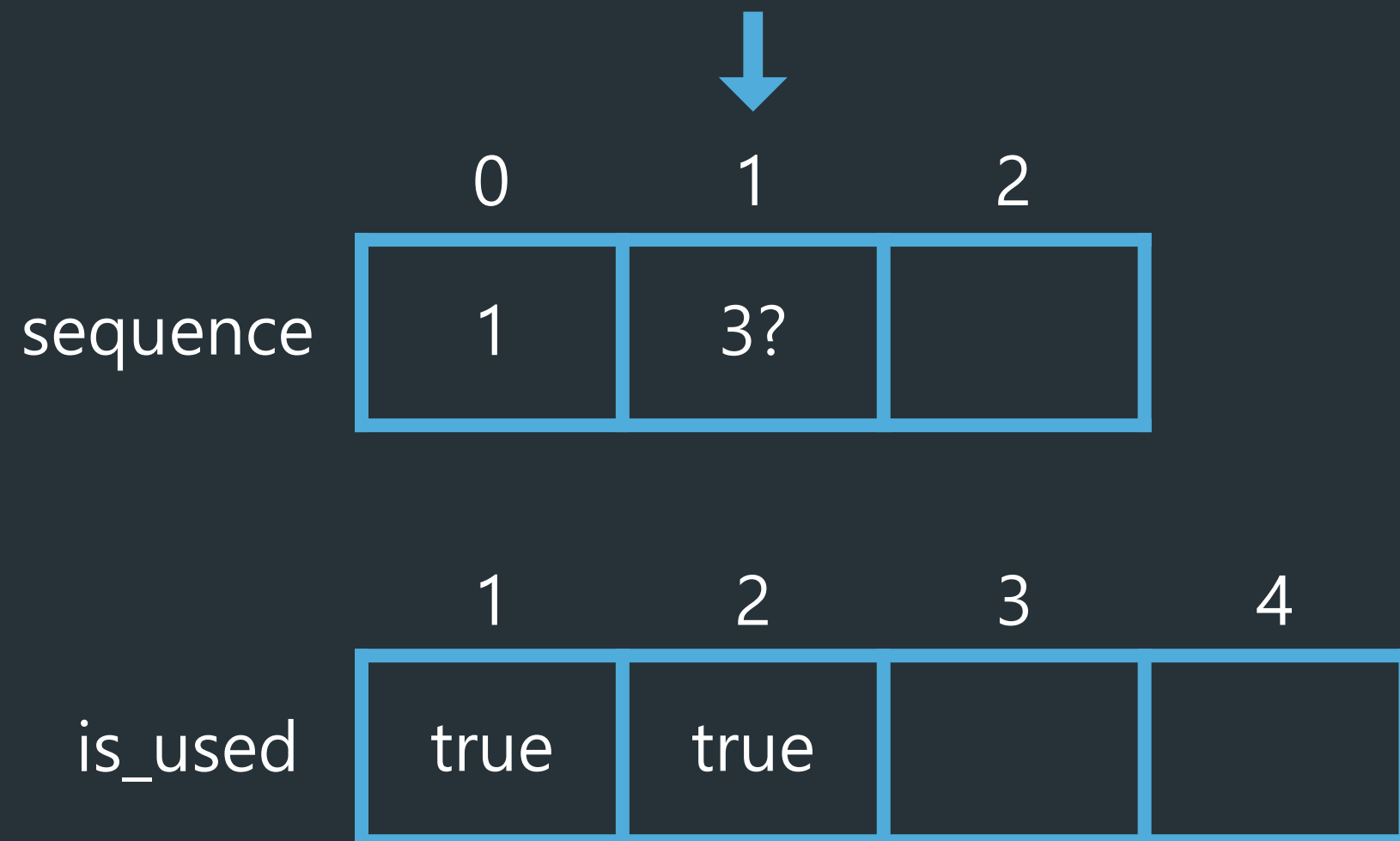
N과 M(1)

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



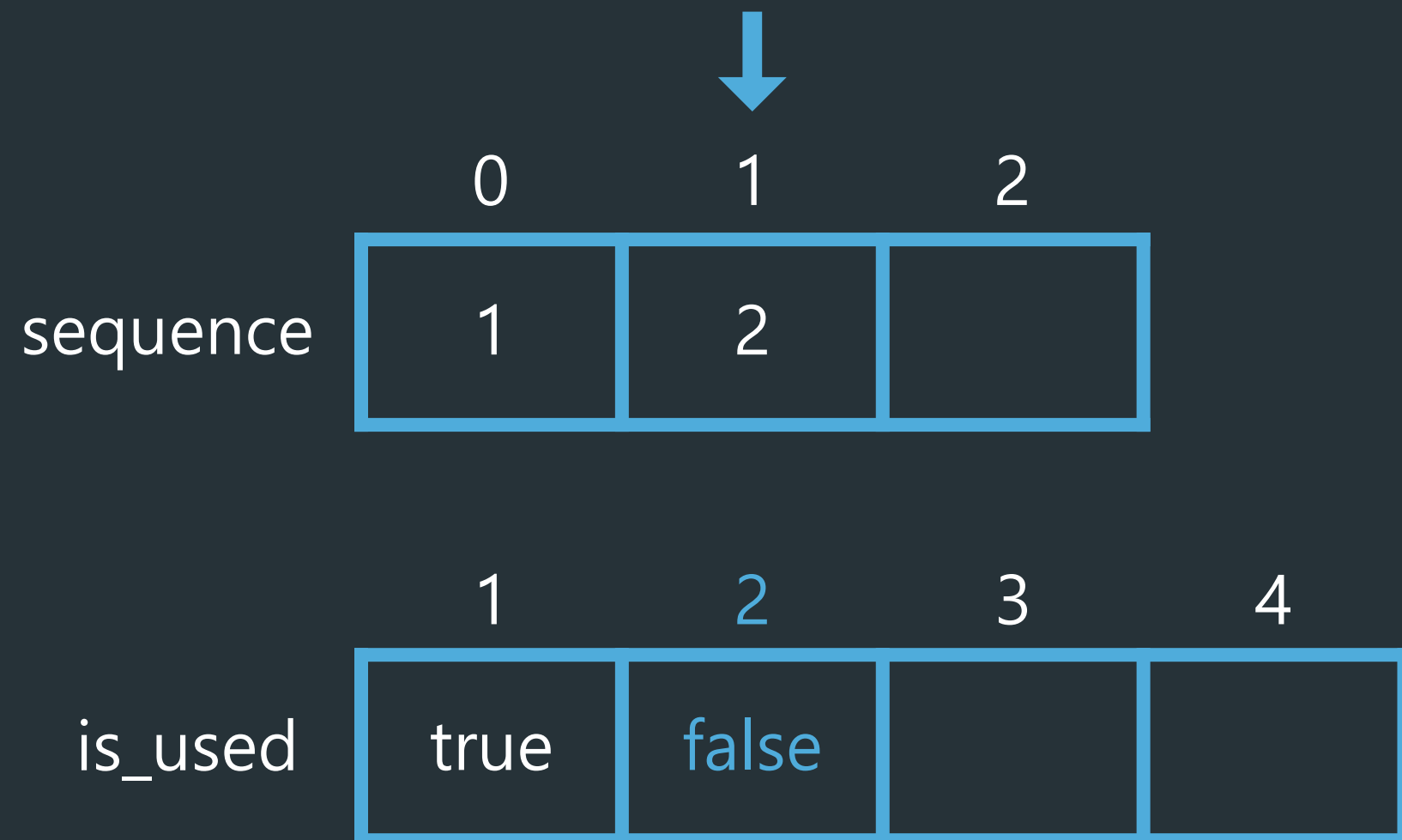
N과 M(1)

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



N과 M(1)

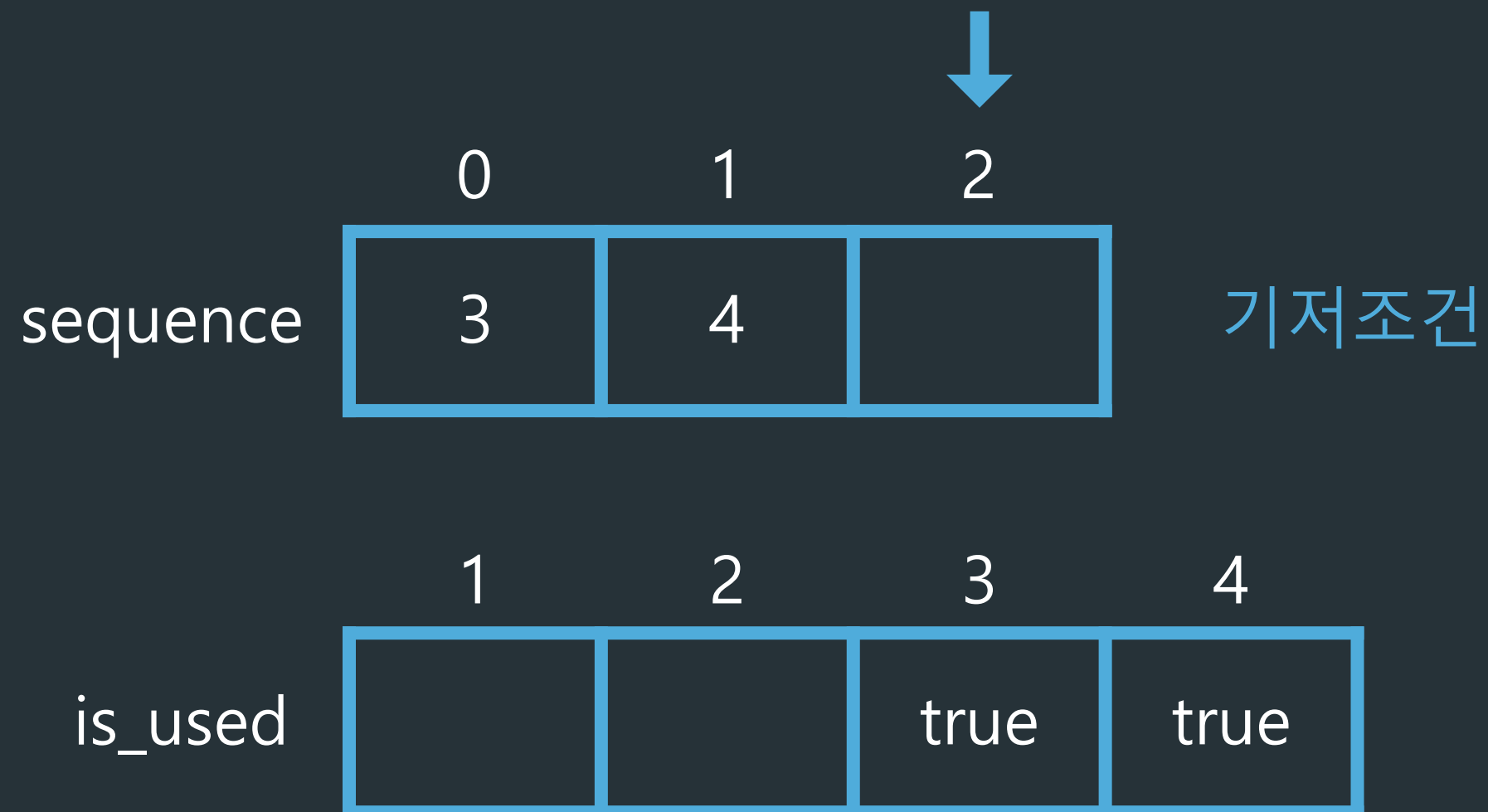
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



바로 탐색 이어서하지 않고, 꼭 원래 상태로 돌려놓아야 함
그래야 나중에 해당 요소 재탐색 가능

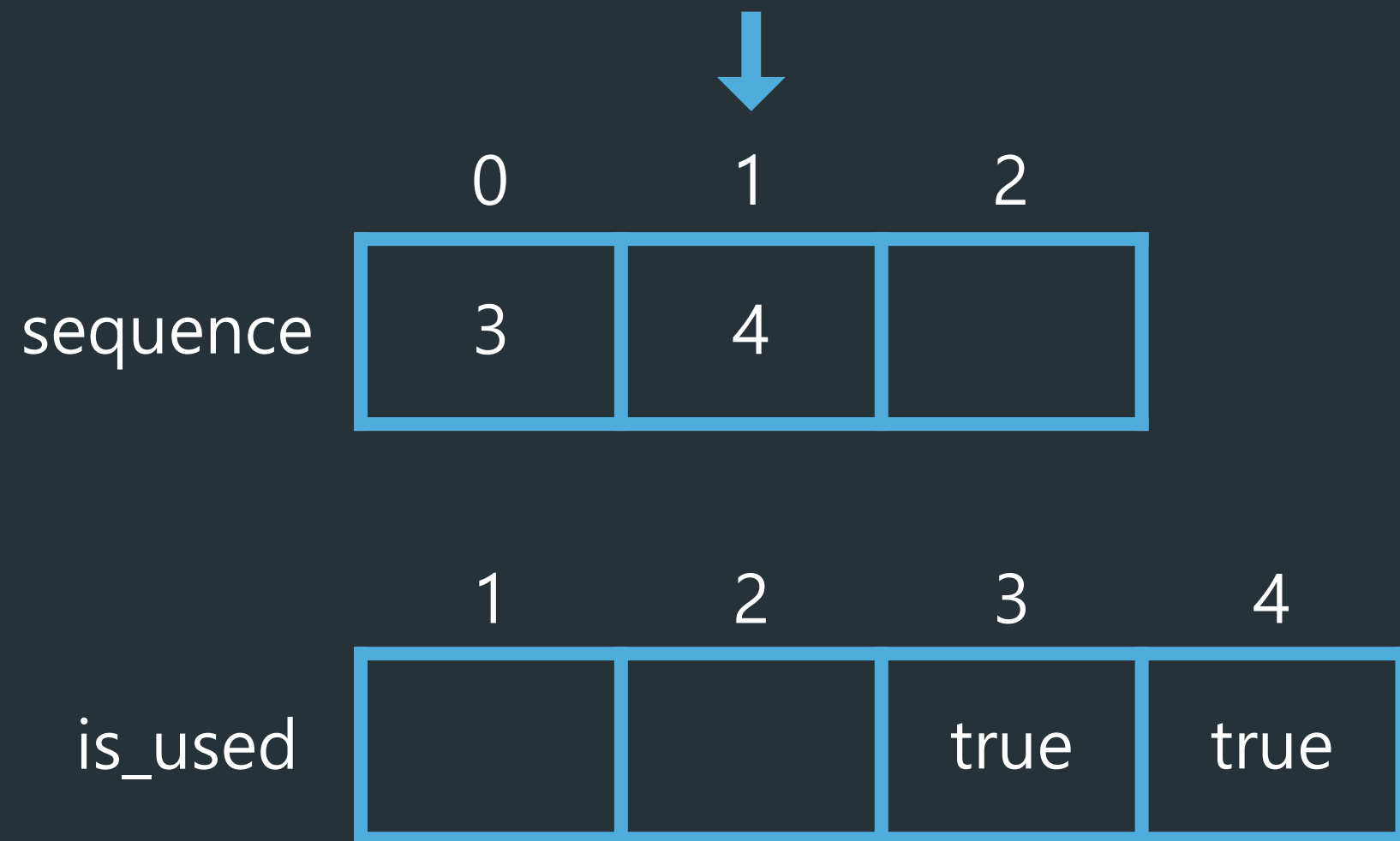
만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

- 1부터 n 까지의 자연수 중 **중복없이** m 개를 고른 **수열**을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

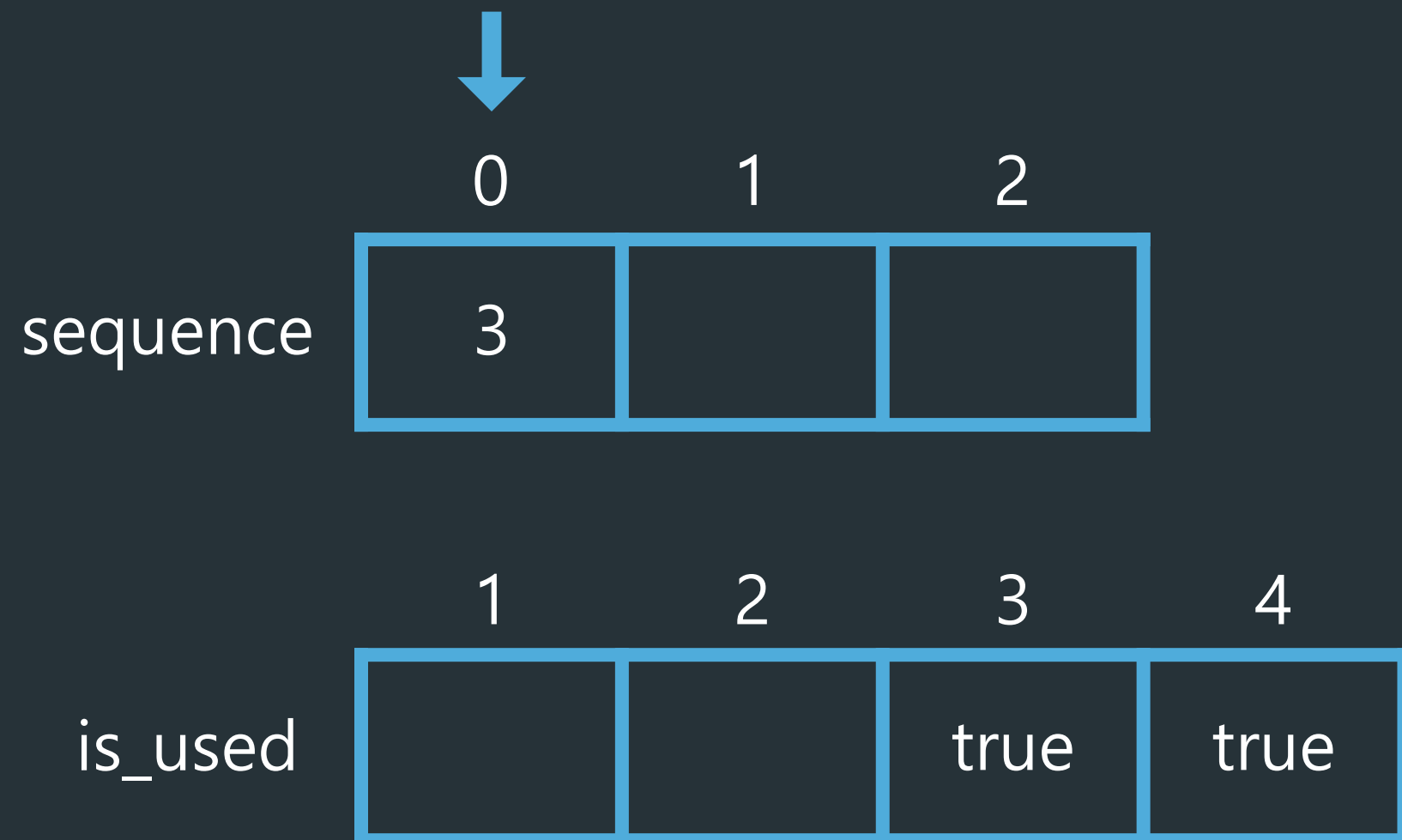
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



돌아왔을 때, 만약 원래 상태로 되돌려 놓지 않는다면 ?

만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

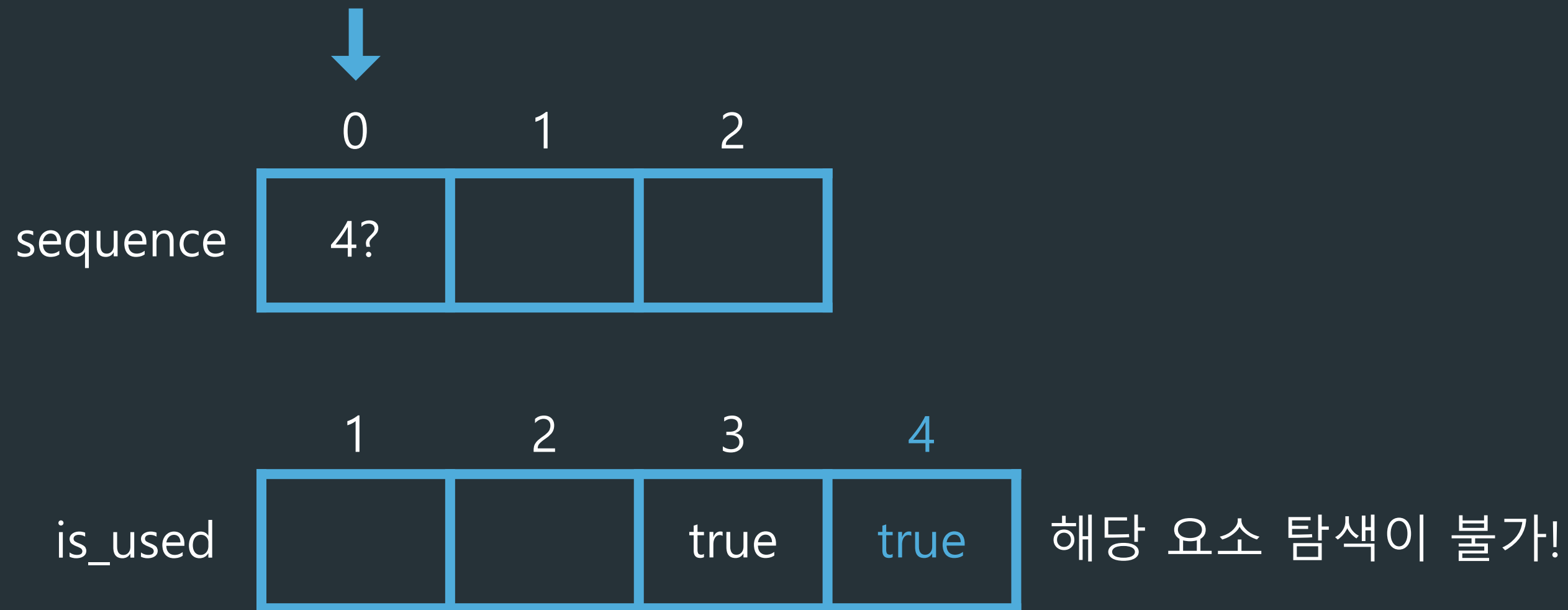
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



다음 수를 검사할 때..

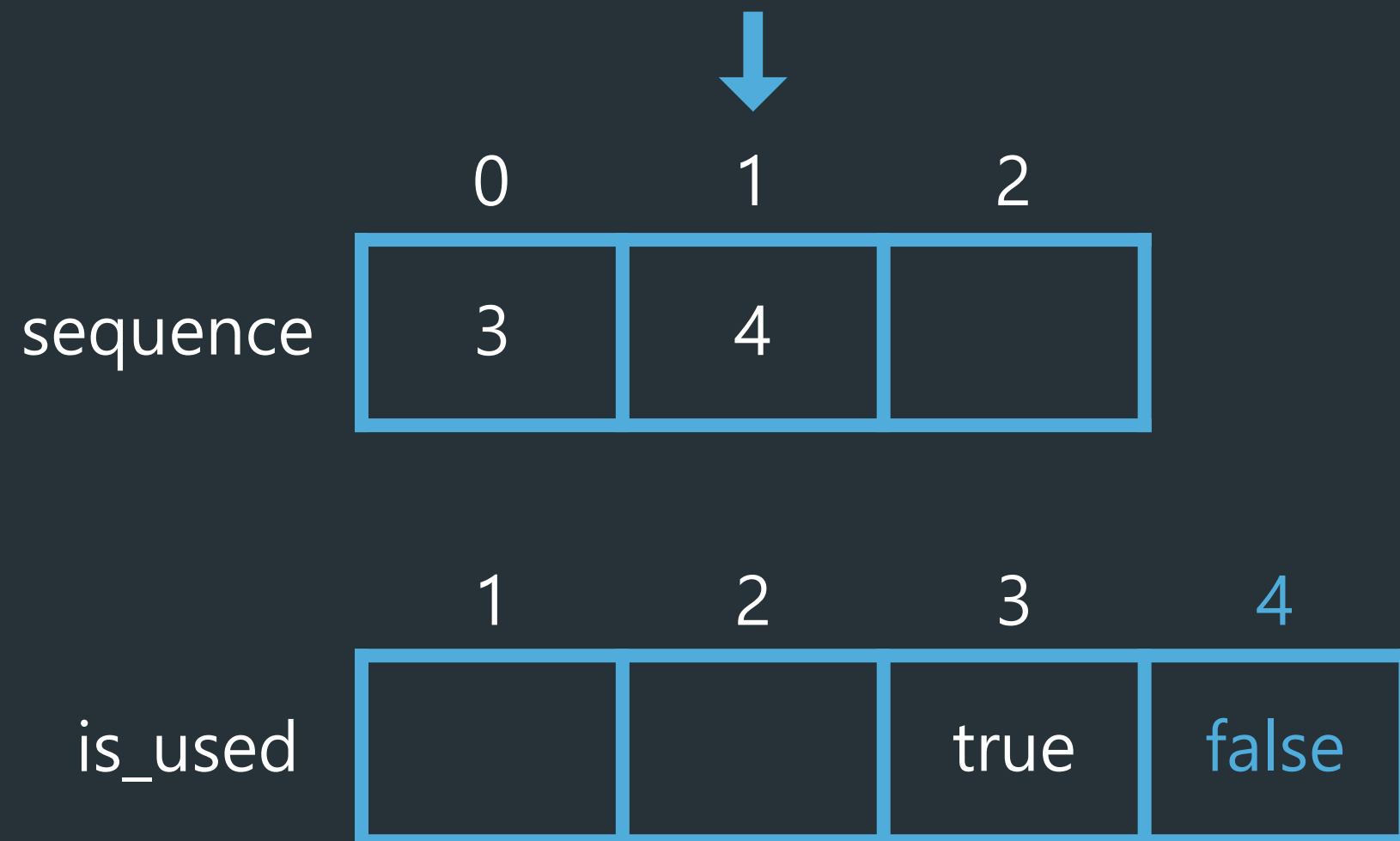
만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

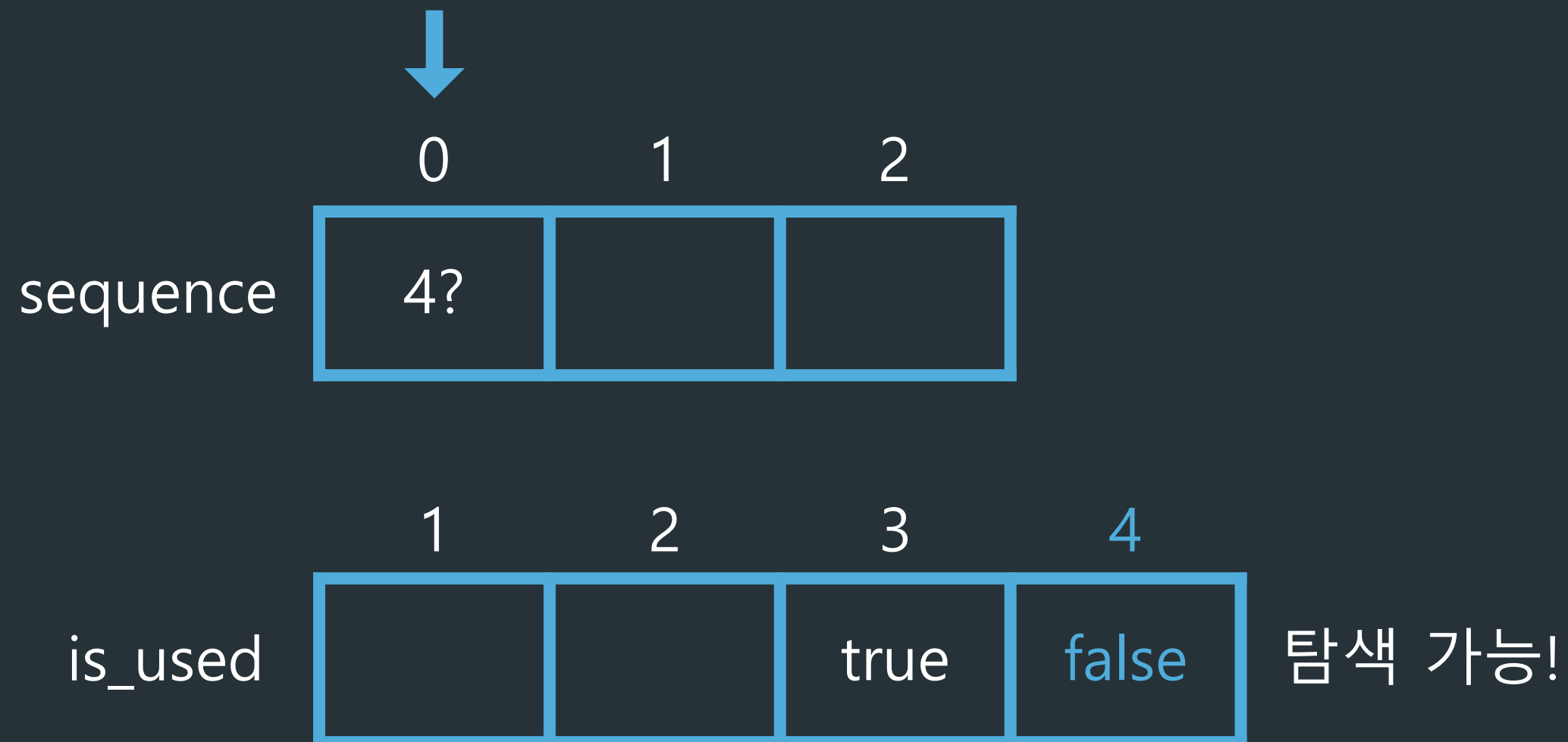
- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



따라서 탐색을 하기 전,
꼭 원래 상태로 돌려놓는 것이 중요

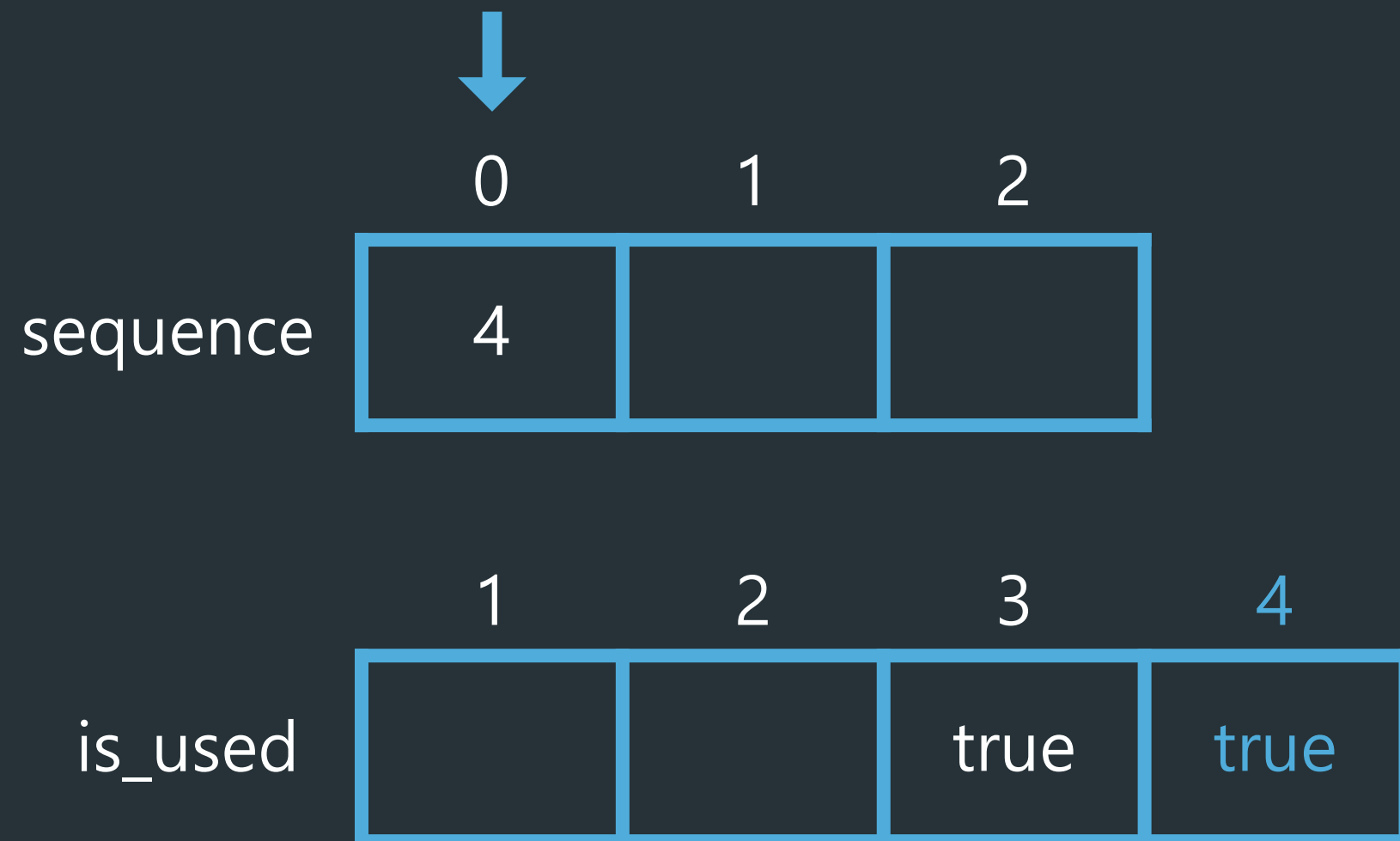
만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



만약 원래대로 돌려놓지 않는다면...

- 1부터 n 까지의 자연수 중 중복없이 m 개를 고른 수열을 모두 구하는 문제
- $n = 4, m = 2$



/<> 2529번 : 부등호 – Silver 1

문제

- 부등호 기호 '<', '>'가 k개 나열된 순서열 A가 주어짐
(ex: A \Rightarrow < < < > < < > < >)
- 부등호 기호 사이에 서로 다른 한 자릿수 숫자(0~9)를 넣어 모든 부등호 관계를 만족시키려고 함
(ex: 3 < 4 < 5 < 6 > 1 < 2 < 8 > 7 < 9 > 0)
- 부등호 기호를 제거한 뒤, 숫자를 모두 붙여 하나의 수를 만듦
(ex: 3456128790)
- 부등호 순서를 만족하는 (k+1)자리의 정수 중에서 최댓값과 최솟값을 찾아야 함
- 단, 선택된 숫자는 모두 달라야 함

예제 입력

```
2
< >
```

```
9
> < < < > > > <
<
```

예제 출력

```
897
021
```

```
9567843012
1023765489
```

접근

- 제약 조건을 살펴보자
 - k 개의 부등호 기호 사이에 서로 다른 한 자릿수 숫자를 넣음 → $k+1$ 개 숫자 필요
 - 단, 선택된 숫자는 모두 달라야 함 → 중복 X

→ 중복을 허용하지 않는 $k+1$ 길이의 수열 뽑기

접근

- 부등호 관계를 만족시켜야 함
 - $<$: 이전 숫자보다 큰 숫자를 뽑아야 함
 - $>$: 이전 숫자보다 작은 숫자를 뽑아야 함
- 수열을 다 뽑았으면 **최댓값 & 최솟값 갱신**

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



0 > 1 < 2

choose

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | |
|---|--|--|

첫번째 자리에 1이 들어가 있는 상황

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

check

| | | | | | | | | | |
|--|------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | TRUE | | | | | | | | |
|--|------|--|--|--|--|--|--|--|--|

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



choose

| 0 | > | 1 | < | 2 |
|---|---|----|---|---|
| 1 | | 0? | | |

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | TRUE | | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



choose

| 0 | > | 1 | < | 2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 0 | | |

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| TRUE | TRUE | | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



| | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|----|-----------|
| | 0 | > | 1 | < | 2 | |
| choose | 1 | | 0 | | 1? | 이미 선택한 숫자 |

| | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| check | TRUE | TRUE | | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



choose

| 0 | > | 1 | < | 2 |
|---|---|---|---|----|
| 1 | | 0 | | 2? |

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| TRUE | TRUE | | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



choose

| 0 | > | 1 | < | 2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 0 | | 2 |

조건 만족!! → 최대/최소 갱신 ... 109까지

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|
| TRUE | TRUE | TRUE | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



choose

| 0 | > | 1 | < | 2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | ? | | |

1보다 작은 수는 더 이상 없음

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| TRUE | | | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



0 > 1 < 2

choose

| | | |
|---|--|--|
| 2 | | |
|---|--|--|

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|------|---|---|---|---|---|---|---|
| | | TRUE | | | | | | | |

● > < 를 만족시키는 수열 뽑기



0 > 1 < 2

choose

| | | |
|---|----|--|
| 2 | 0? | |
|---|----|--|

이후 반복

check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|------|---|---|---|---|---|---|---|
| | | TRUE | | | | | | | |

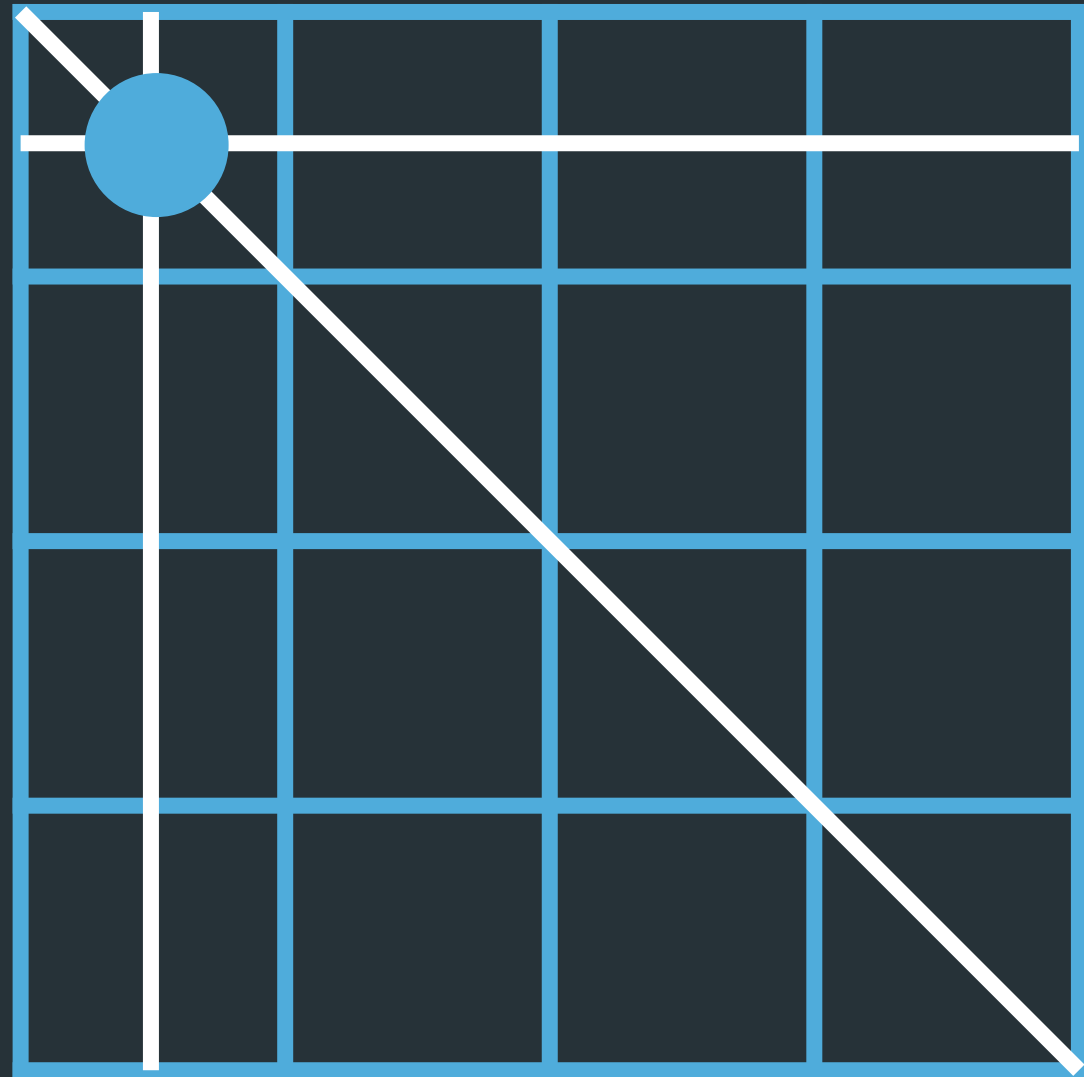
/<> 9663번 : N-Queen – Gold 4

문제

- $N \times N$ 인 체스판 위에 퀸 N 개를 서로 공격할 수 없게 놓는 경우의 수 구하는 문제

제한 사항

- 입력 범위는 $1 \leq N < 15$



- 퀸이 놓이면, 가로, 세로, 대각선에 위치한 곳엔 다른 퀸을 둘 수 없다.

제한 사항

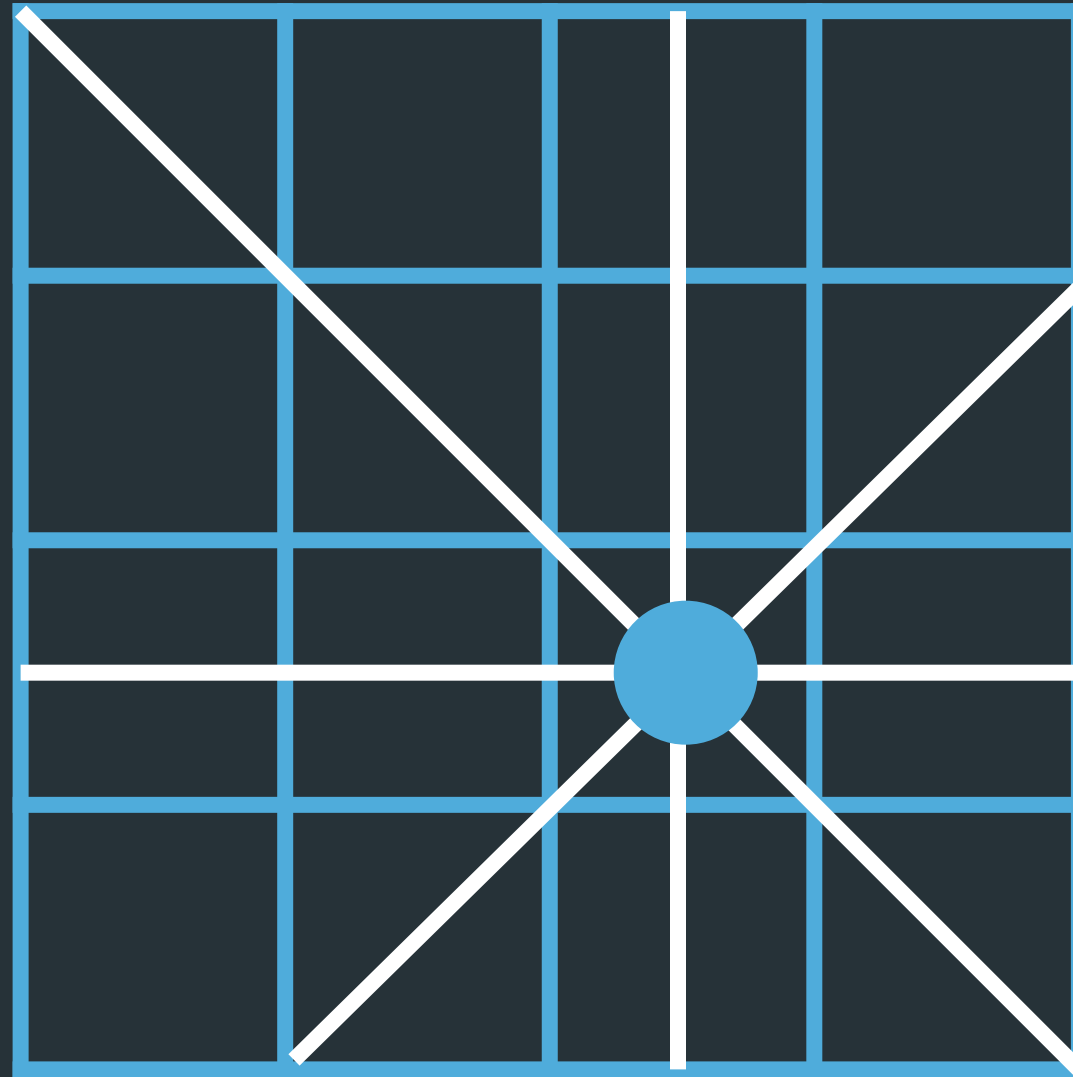
- 입력 범위는 $1 \leq N < 15$

접근

- 완전탐색?
→ $C(255, 15) > 10^{30}$, 절대 불가능!
- 가지치기를 할 수 있을까?
→ 우선 세로의 중복을 피하려면 각 열마다 1개
→ 가로의 중복을 피하려면 각 행마다 1개
→ 즉, 가로와 세로에는 각각 1개만 들어감!

Hint

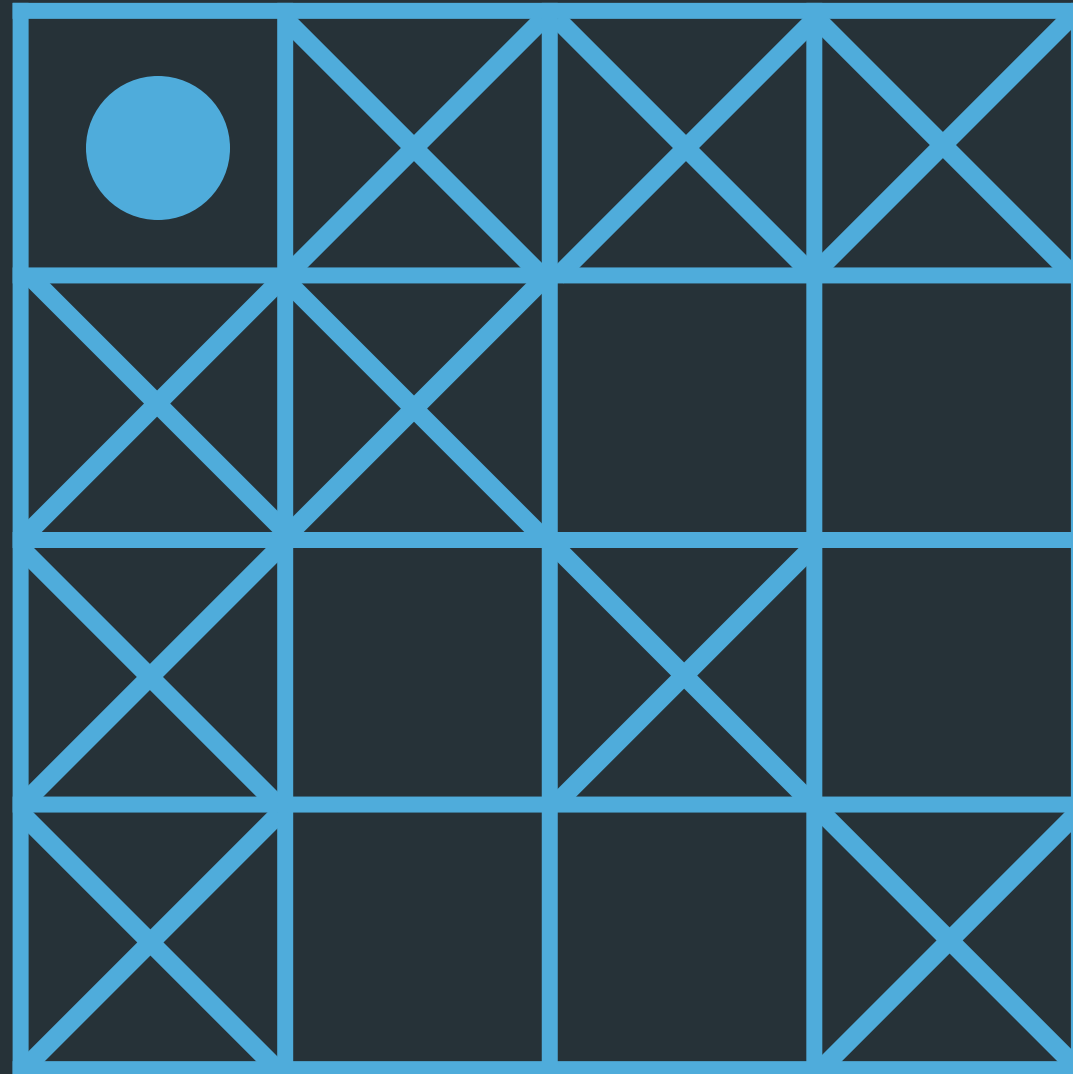
1. N과 M문제에서 가지치기를 위해 무엇을 사용했었죠?
2. 그런데 가지치기할 곳이 1 군데는 아닌 것 같아요. 대각선도 방향이 하나가 아니죠.



- 퀸이 놓이면, 가로, 세로, 대각선에 위치한 곳엔 다른 퀸을 둘 수 없다.
- 가로와 세로엔 각각 1개 배치 → 각 가로(행)에 대해, 퀸이 놓일 세로(열) 위치 결정

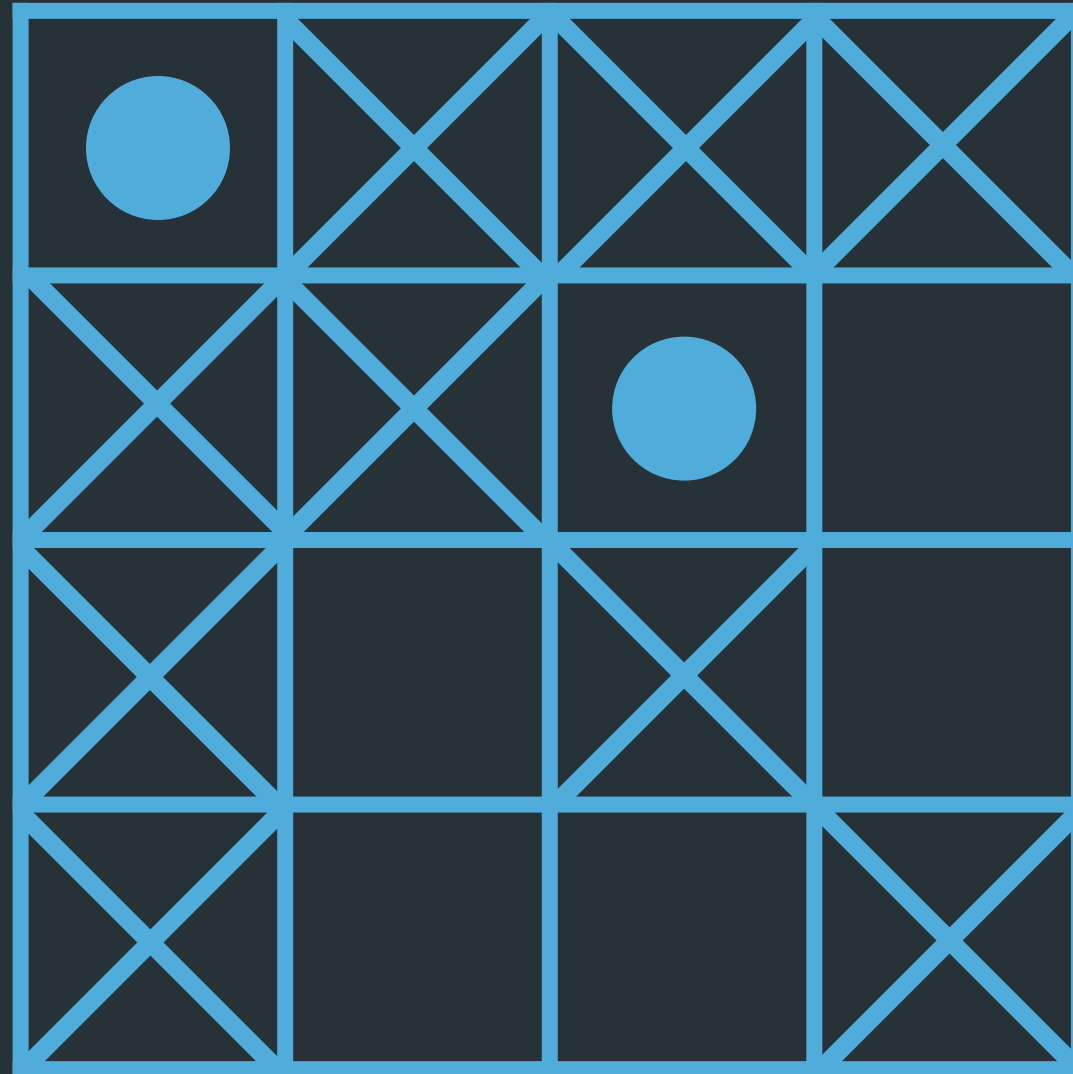
N-Queen

● N = 4



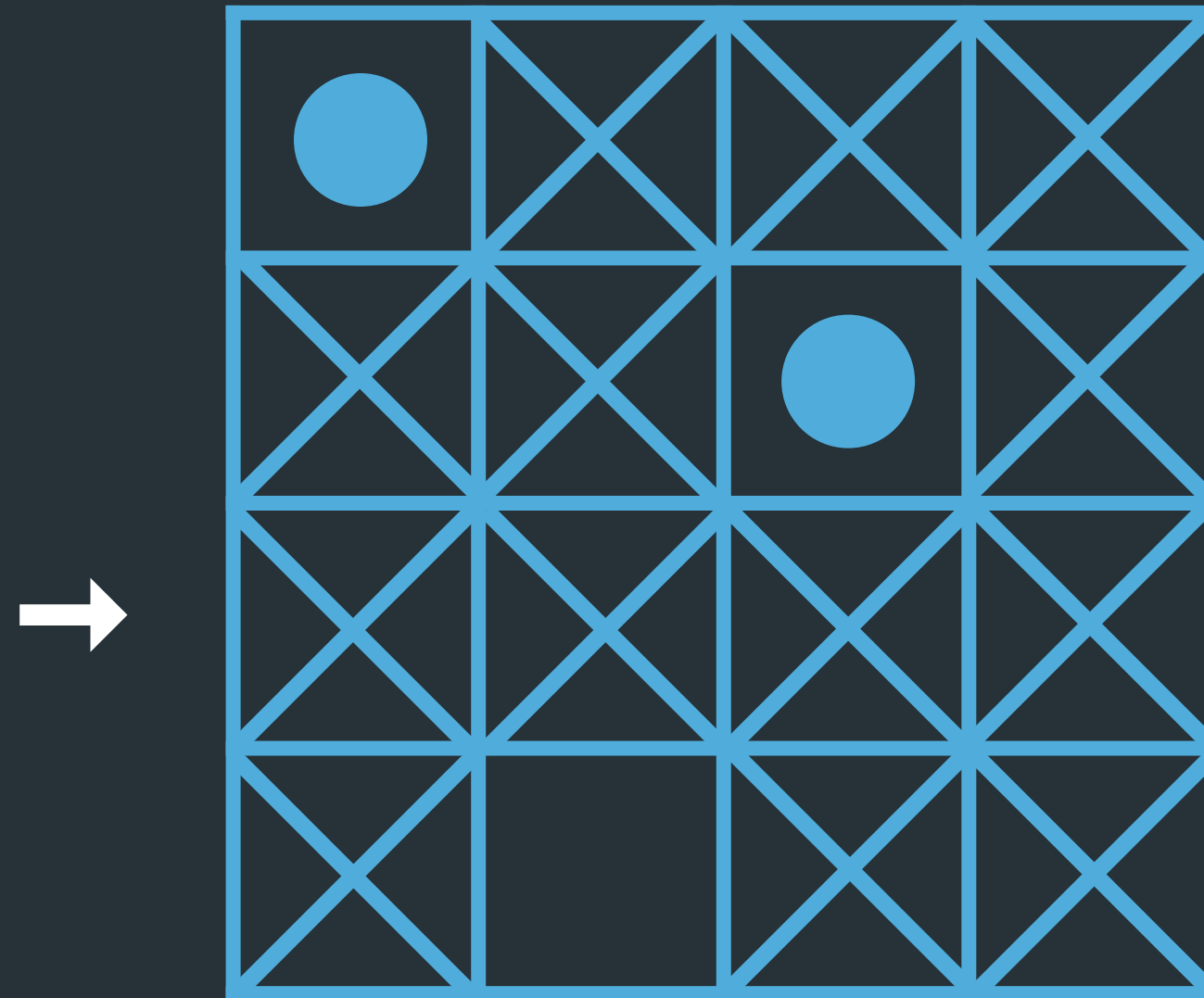
N-Queen

● N = 4



N-Queen

● N = 4



● 더 이상 탐색 불가!
→ 다시 전으로 돌아감

- 배치 가능 여부를 확인하는 방법?
 1. 이미 놓은 모든 퀸들에 대해 공격할 수 있는지 확인하는 방법
→ 확인할 때 반복문을 돌기 때문에 비효율적
 2. 퀸을 놓을 수 없는 자리를 2차원 배열로 기록하여 $O(1)$ 로 접근하는 방법
→ 체크를 할 때 반복문을 돌기 때문에 비효율적
- 한 번에 체크할 수 있는 배열이 필요
→ 각 열을 인덱스로!

N-Queen

- $N = 4$
- 행: i , 열: j

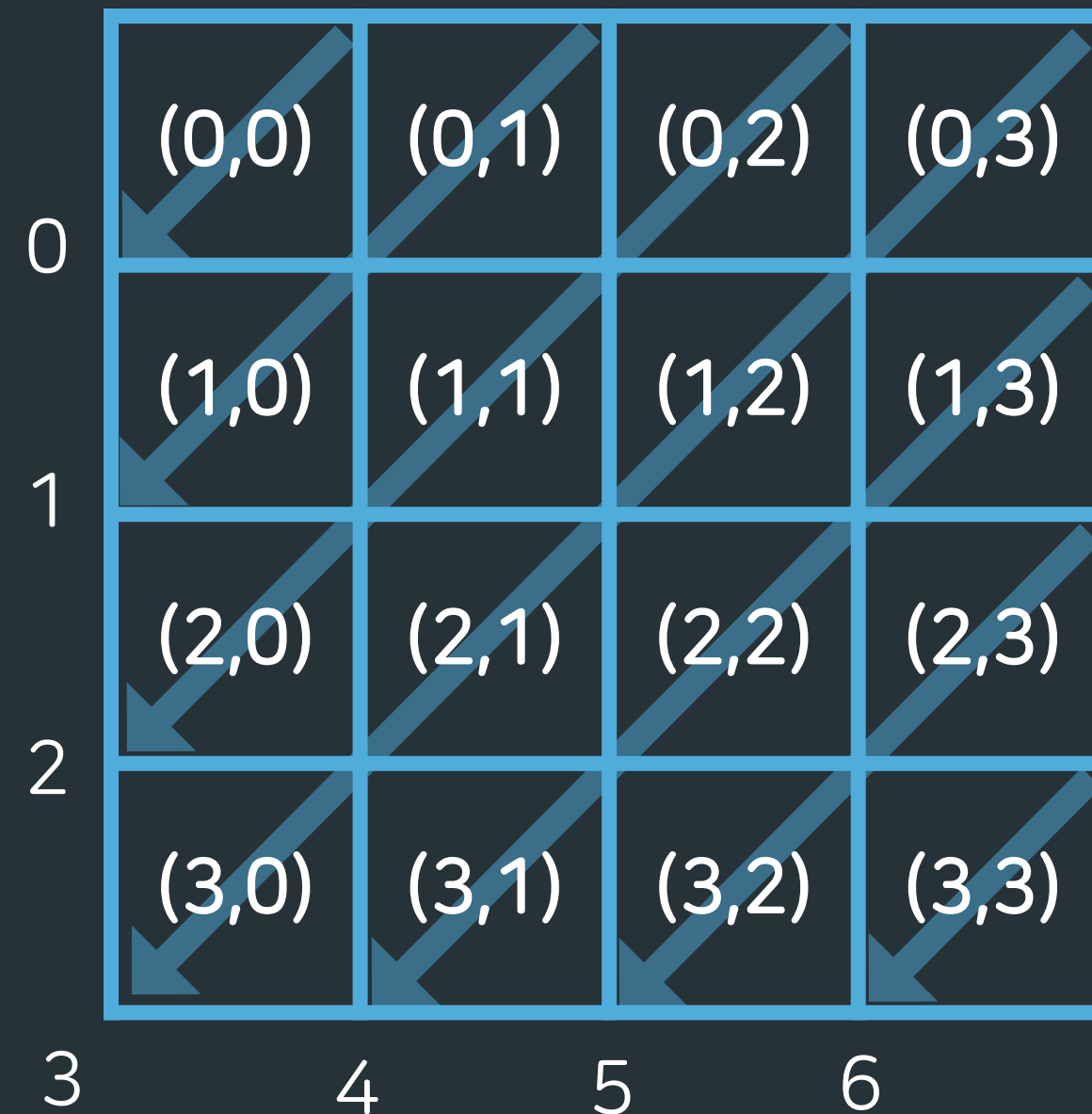
Check[j]

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (0,0) | (0,1) | (0,2) | (0,3) |
| (1,0) | (1,1) | (1,2) | (1,3) |
| (2,0) | (2,1) | (2,2) | (2,3) |
| (3,0) | (3,1) | (3,2) | (3,3) |

- 세로 배치 가능 여부를 체크배열로 구현!
- 그렇다면 대각선은?

N-Queen

- $N = 4$
- 행: i , 열: j

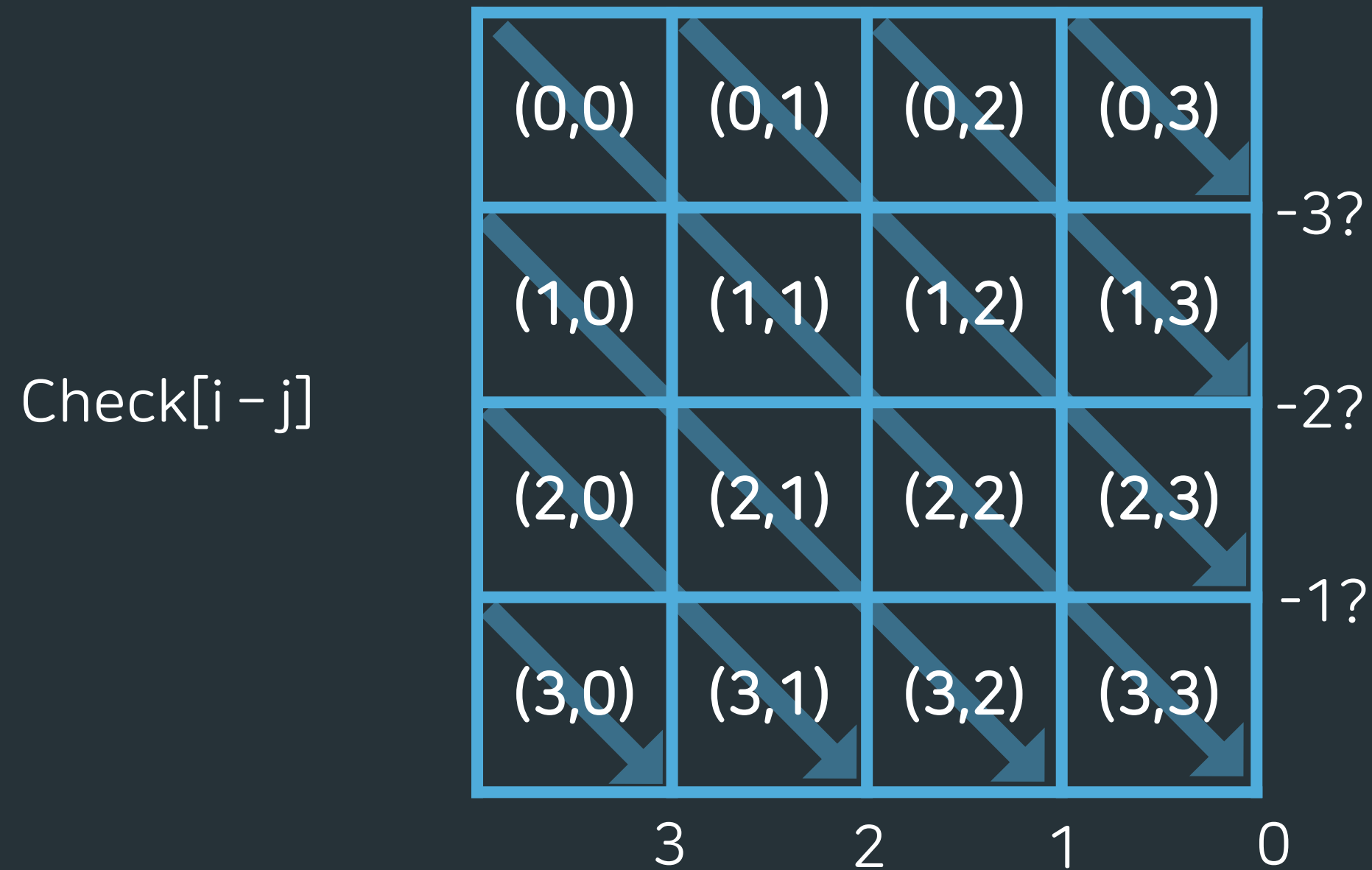


Check[i + j]

→ 좌하향 대각선, 우하향 대각선의 배치 가능 여부를 체크배열로 구현!

N-Queen

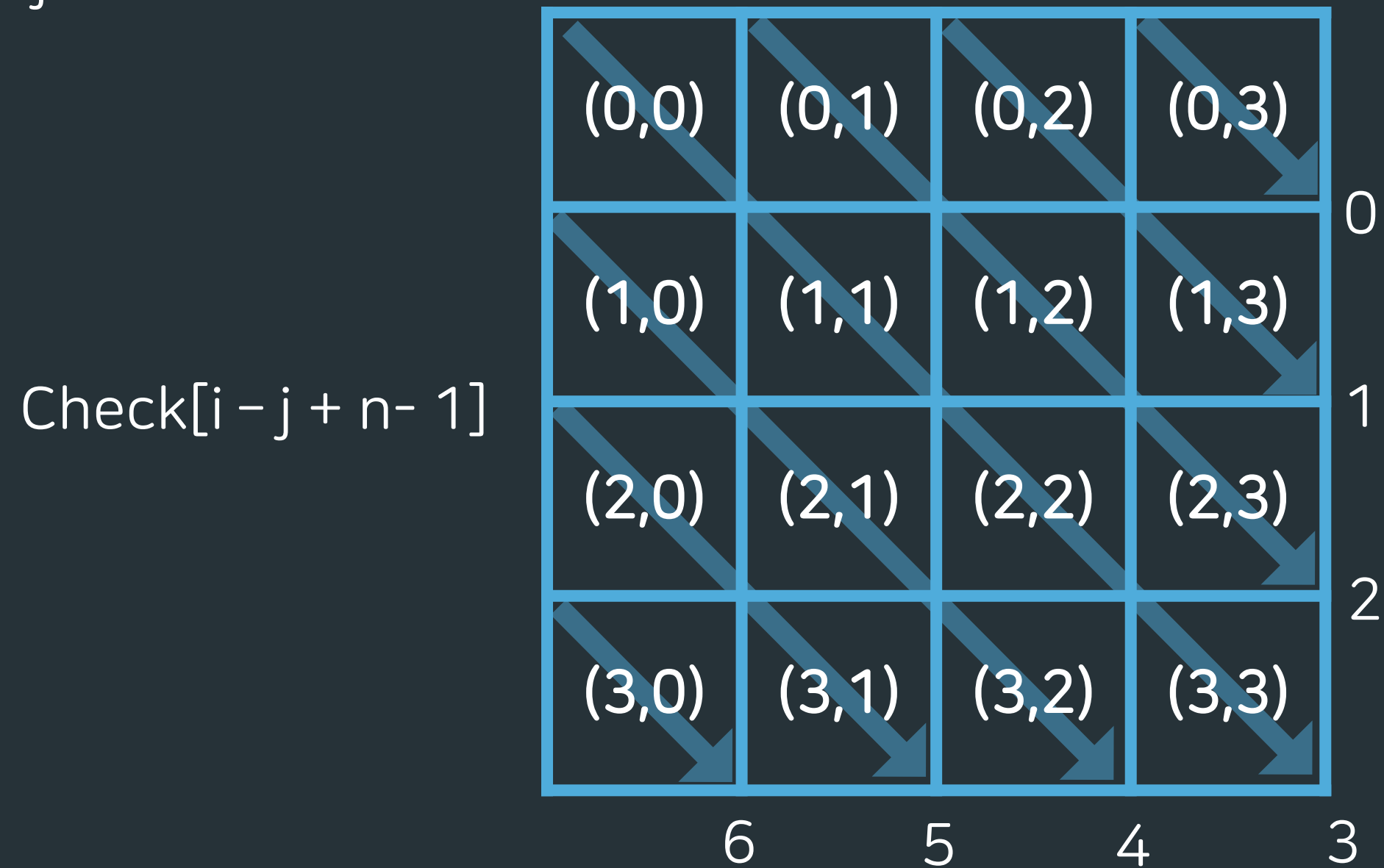
- $N = 4$
- 행: i , 열: j



→ 좌하향 대각선, 우하향 대각선의 배치 가능 여부를 체크배열로 구현!

N-Queen

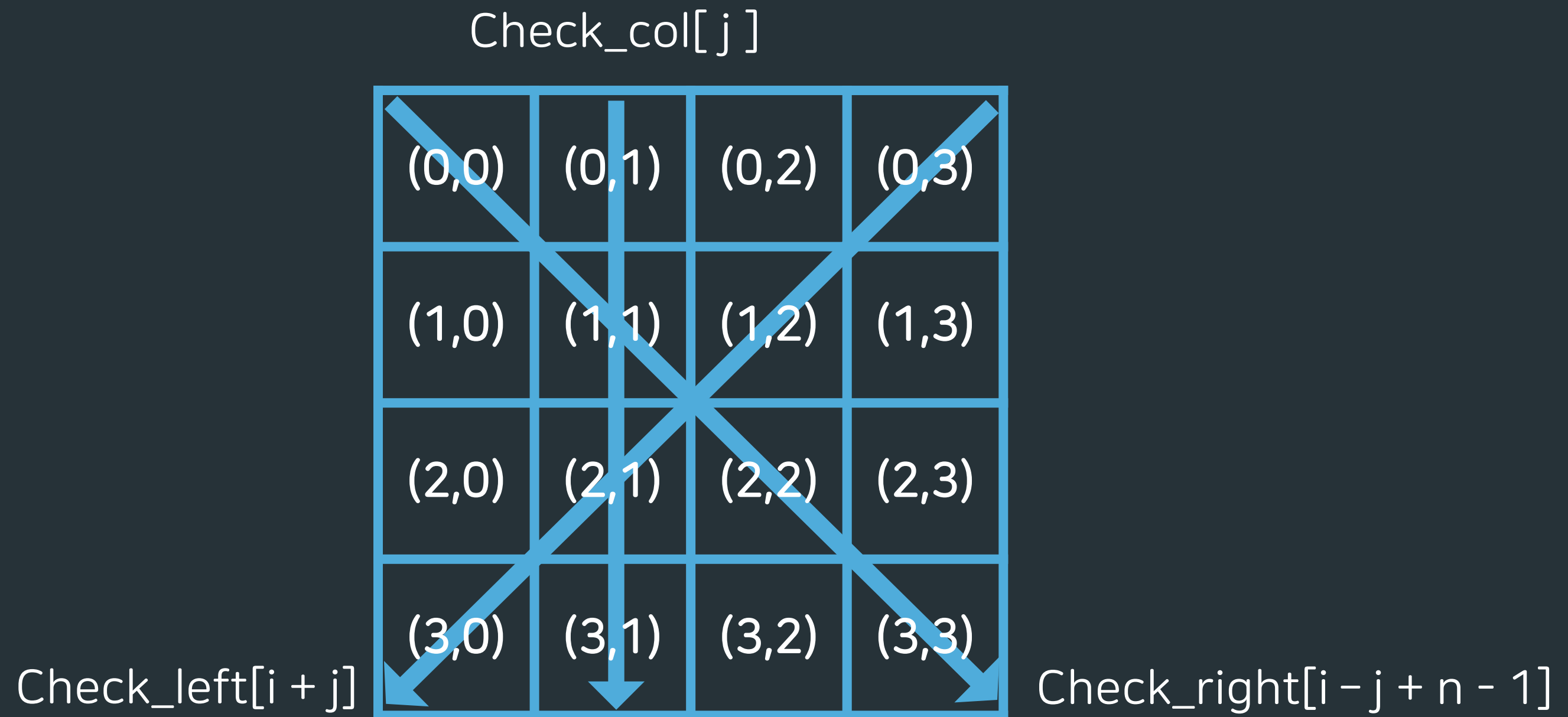
- $N = 4$
- 행: i , 열: j



→ 좌하향 대각선, 우하향 대각선의 배치 가능 여부를 체크배열로 구현!

N-Queen

- $N = 4$
- 행: i , 열: j



→ 세로, 좌하향 대각선, 우하향 대각선의 배치 가능 여부를 체크배열로 구현!

N-Queen

- $N = 4$
- 행: i , 열: j
- (ex) $(1, 1)$ 에 퀸을 놓는다면

Check_col[1] = true

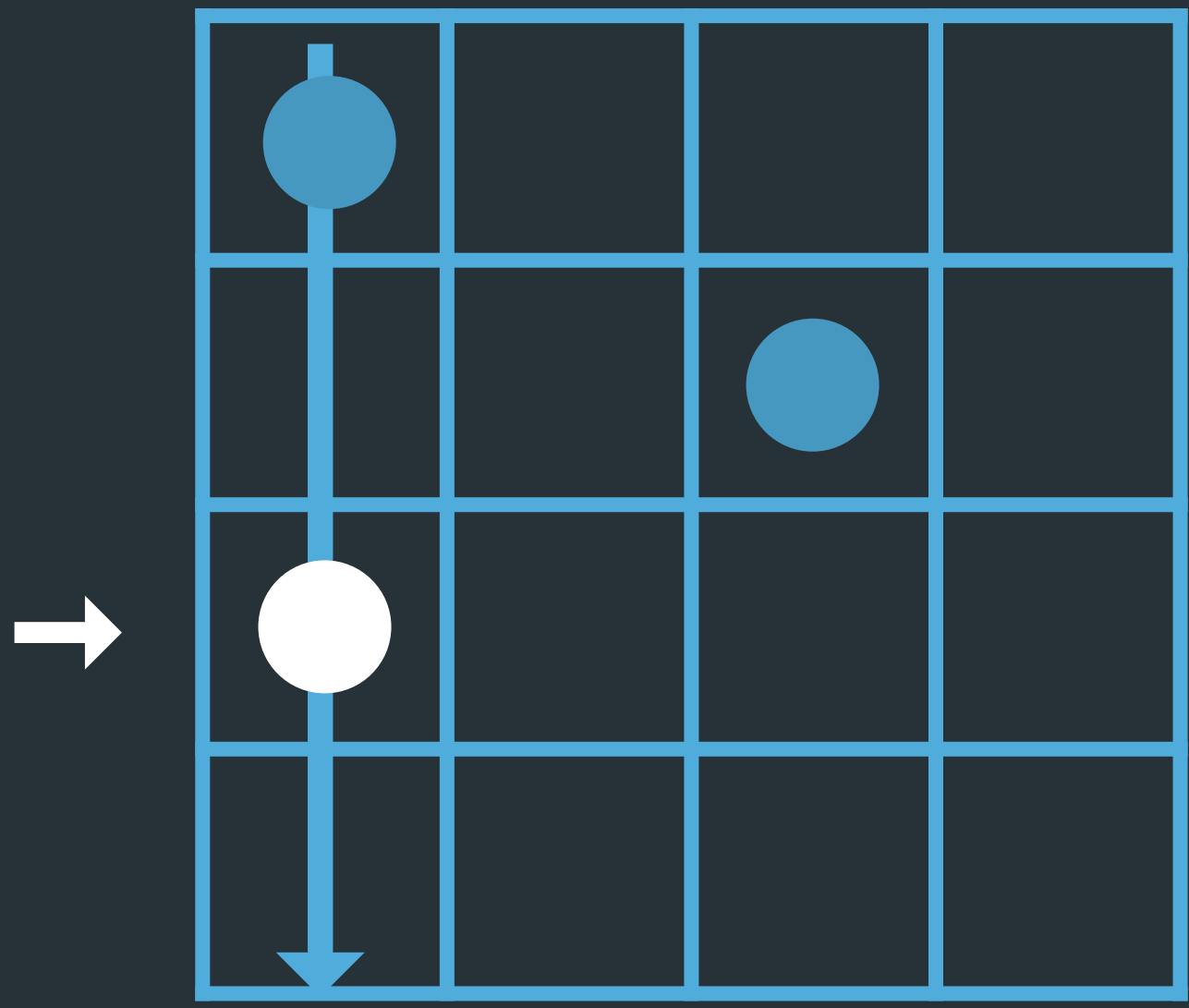
Check_left[2] = true

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (0,0) | (0,1) | (0,2) | (0,3) |
| (1,0) | (1,1) | (1,2) | (1,3) |
| (2,0) | (2,1) | (2,2) | (2,3) |
| (3,0) | (3,1) | (3,2) | (3,3) |

Check_right[3] = true

N-Queen

● N = 4



Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|------|---|
| TRUE | | TRUE | |

Check_left

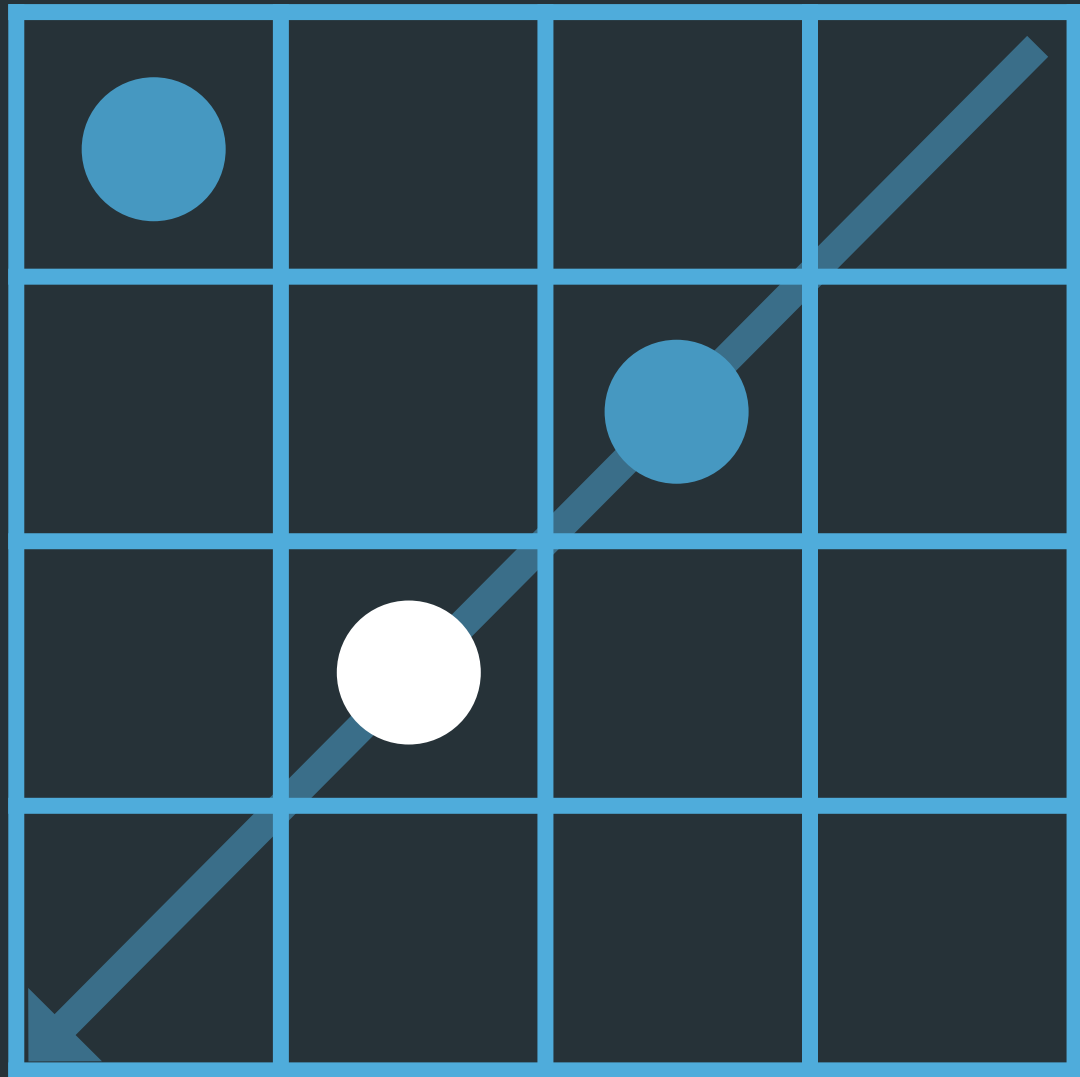
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | T | | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | T | T | | | |

N-Queen

● N = 4



Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|------|---|
| TRUE | | TRUE | |

Check_left

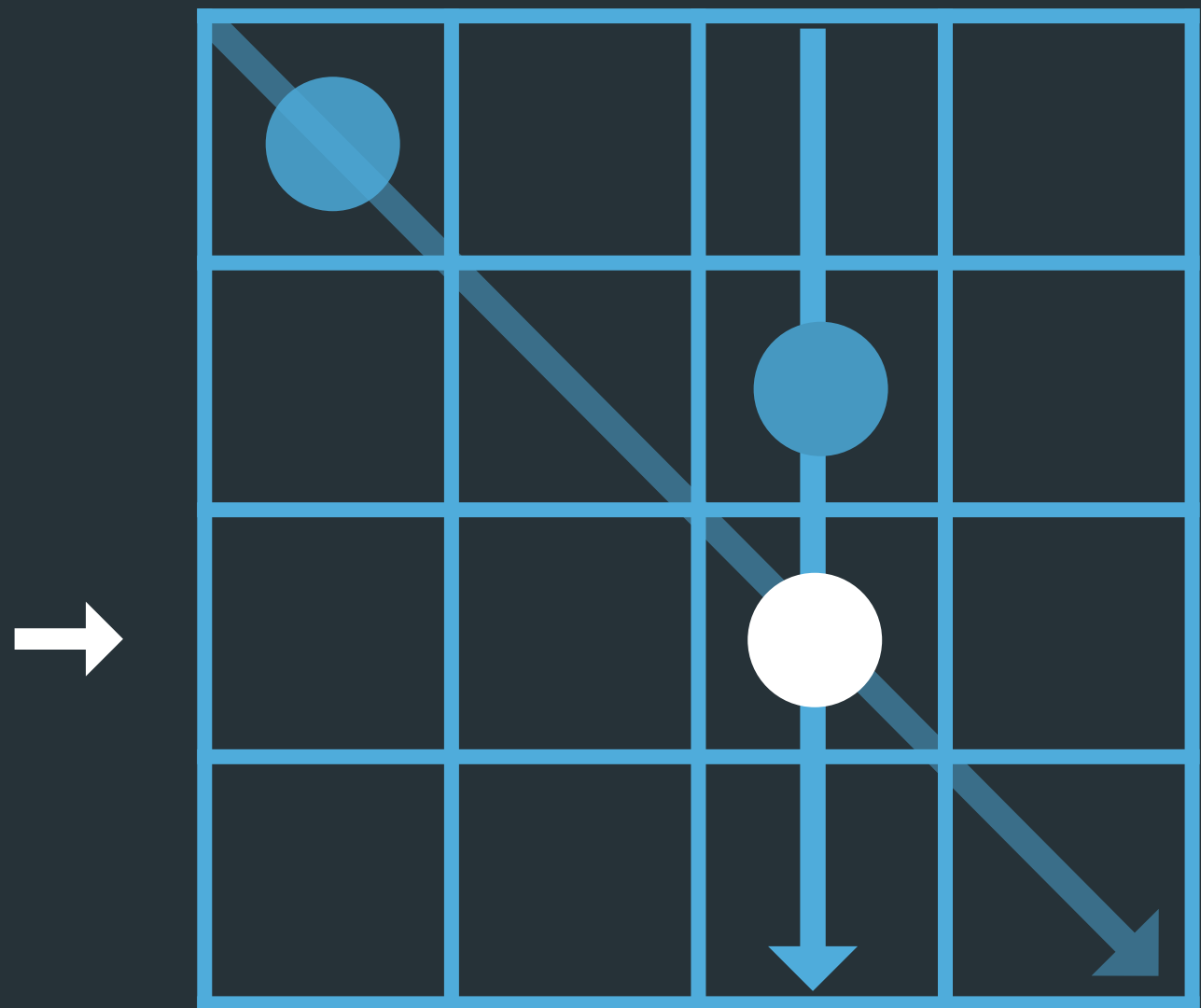
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | T | | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | T | T | | | |

N-Queen

● N = 4



Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|------|---|
| TRUE | | TRUE | |

Check_left

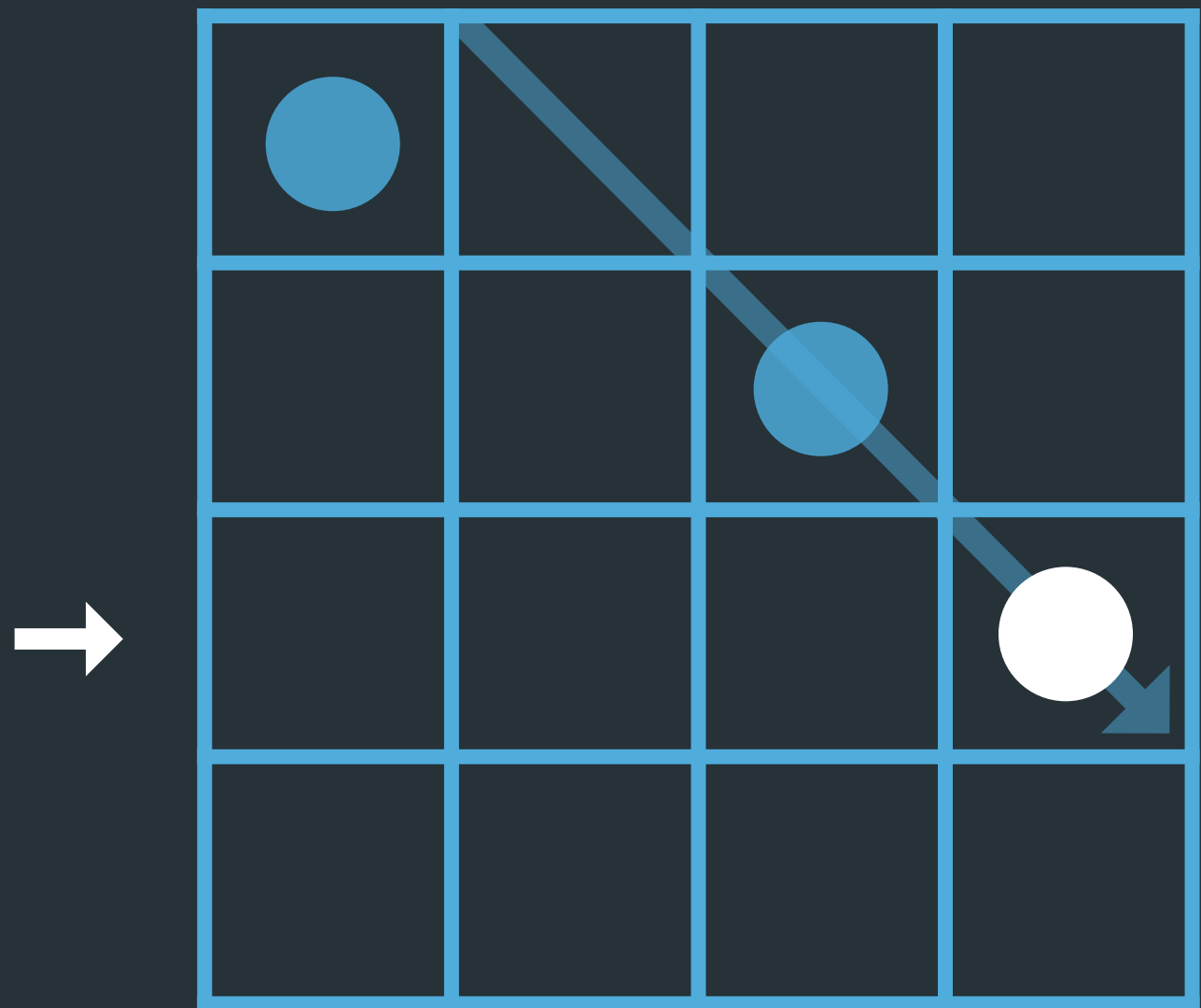
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | T | | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | T | T | | | |

N-Queen

● N = 4



Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|------|---|
| TRUE | | TRUE | |

Check_left

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | T | | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | T | T | | | |

N-Queen

● N = 4



| | | | |
|---|--|--|---|
| ● | | | |
| | | | ○ |
| | | | |
| | | | |

Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|---|---|
| TRUE | | | |

Check_left

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | | | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | T | | | |

N-Queen

● N = 4



| | | | |
|---|---|--|---|
| ● | | | |
| | | | ● |
| | ○ | | |
| | | | |

Check_col

| 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|---|---|------|
| TRUE | | | TRUE |

Check_left

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | | T | | |

Check_right

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | T | | T | | | |

→ 계속 진행...

백트래킹 문제는 다른 풀이(완전 탐색)이 가능한 경우가 많아요



비트마스킹

- 비트(0 / 1)의 연산을 활용한 알고리즘
- 배열의 원소 상태가 2가지로 나뉠 수 있는 백트래킹 문제에서 활용 가능

permutation

- 다음 순열(next_permutation) 혹은 이전 순열(prev_permutation)을 구하는 알고리즘
- 원소의 순서를 정해야 하는 백트래킹 문제에서 활용 가능
- 그러나! 백트래킹이 아닌 완전탐색이므로 속도는 백트래킹보다 느림

정리

- 완전탐색에서 나아가 특정한 조건을 만족하는 경우만 탐색하는 백트래킹
- 입력 범위가 작고(보통 20을 넘지 않는다), 재귀함수로 주로 구현!
- 백트래킹을 쉽게 구현하다보니, 전역변수와 void 함수를 사용하지만 다른 알고리즘에선 가능한 쓰지 않는게 좋다
- 가지치기를 어디서 해야 하는지와 어떻게 할지 파악하는게 중요
- 가지치기를 얼마나 잘하냐에 따라 시간의 효율도 높아짐


이것도 알아보세요!

- 문제를 풀고 제출한 후, 다른 사람들의 풀이와 내 풀이의 시간을 비교해보아요. (가지치기 효율)
- next_permutation과 비트마스킹으로 백트래킹 문제를 풀어보고 시간을 비교해보아요.

필수

- /<> 2477번: 참외밭 - Silver 2
- /<> 10971번 : 외판원 순회 2 - Silver 2
- /<> 14888번 : 연산자 끼워넣기 - Silver 1

도전

-  프로그래머스: 소수 찾기 - Lv.2
- /<> 2580번 : 스도쿠 - Gold 4