알튜비튜
동적 계획법

오늘은 '다이나믹 프로그래밍'이라고도 불리는 동적 계획법 알고리즘에 대해 배웁니다.
과거에 구한 해를 현재 해를 구할 때 활용하는 알고리즘이죠. 문제에 많이 나오는 굉장히 중요한 알고리즘 중 하나에요.

동적 계획법

- 특정 범위까지의 값을 구하기 위해 이전 범위의 값을 활용하여 효율적으로 값을 얻는 기법
- 이전 범위의 값을 저장(Memoization)함으로써 시간적, 공간적 효율 얻음

2240번 : 자두나무 - Gold 5

문제

- 매 초마다, 두 개의 나무 중 하나의 나무에서 열매가 떨어짐
- 매 초마다 어느 나무에서 자두가 떨어질지에 대한 정보가 주어졌을 때, 자두가 받을 수 있는 최대 자두의 개수 출력

제한 사항

- 초 T(1≤T≤1,000)
- 움직일 수 있는 횟수 W(1≤W≤30)

자두나무

풀이 방법

- 1. 저장할 요소들에 대해 파악 : 매 초마다의 상황, 현재 몇 번 움직였는지
- 2. 2개의 나무가 있음 → 인덱스로 처리 가능(이동횟수가 홀수이면 무조건 2번 나무 아래, 짝수이면 무조건 1번 나무 아래에 있기 때문)
- 3. 가능한 경우에 대해 생각

점화식을 세워봅시다

#알튜비튜

- i는 초에 대한 것, j는 이동 횟수에 대한 것

```
for (int i = 1; i <= t; i++)
{
    if (li[i] == 1)
        dp[i][0] = dp[i - 1][0] + 1;
    else
        dp[i][0] = dp[i - 1][0];

    for (int j = 1; j <= w; j++)
    {
        if (li[i] == 2 && j % 2 == 1)
            dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + 1;
        else if (li[i] == 1 && j % 2 == 0)
            dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + 1;
        else
            dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]);
    }
}
```

점화식을 세워봅시다

- i초에 자두가 2번 나무에서 떨어지고, 현재 2번 나무 일 때 (이동 횟수가 홀수면 2번 나무)

```
if (li[i] == 2 && j % 2 == 1)
    dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + 1;
```

- i초에 자두가 1번 나무에서 떨어지고, 현재 1번 나무 일 때 (이동 횟수가 짝수면 1번 나무)

```
else if (li[i] == 1 && j % 2 == 0)
    dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]) + 1;
```

점화식을 세워봅시다

- 현재 서있는 곳에서 자두를 받을 수 없는 경우

```
else
    dp[i][j] = max(dp[i - 1][j - 1], dp[i - 1][j]);
```

도전 문제 2

12865번 : 평범한 배낭 – Gold 5

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

제한 사항

- 물품의 수 N (1 <= N <= 100)
- 배낭 무게 K (1 <= K <= 100,000)
- 물건 무게 W(1 <= W <= 100,000)
- 물건 가치 V (0 <= V <= 1,000)

예제

예제 입력

```
4 7
6 13
4 8
3 6
5 12
```

예제 출력

```
14
```

Hint

1. 전 시간들에 배운 알고리즘으로 풀기엔 시간이 부족해보여요.
2. 부분 문제에 대한 정답을 어떻게 활용할 수 있을까요? 이 문제의 전체 정답은 최대 무게 K일 때의 최대 가치합이죠. 그렇다면 부분 문제는 무엇일까요?

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 물품의 가능한 조합을 모두 구한 후, 무게가 K이내이면서 가치합이 최대인 경우를 찾는 브루트 포스 접근

→ O(2^n) 이고, 물품의 수(n)가 최대 100이므로 절대 불가능!

백트래킹..?

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 물품의 가능한 조합을 구하는데, 중간에 무게가 K를 초과하는 경우를 모두 쳐내며 가치합이 최대인 경우를 찾는 백트래킹 접근

à 왠지 가능해 보이지만, 이 풀이도 최악의 경우
K를 초과하는 경우가 없으면 결국 브루트 포스와 동일. 즉, 불가능

동적 계획법!

문제

- 최대 무게(k)가 정해진 배낭에 물건을 넣는다.
- 각 물건은 무게(w)와 가치(v)가 있다.
- 배낭에 넣을 수 있는 물건들의 가치합의 최댓값을 구하는 문제

접근

- 오늘 배운 동적 계획법을 활용해 보자. 이전에 구한 답을 활용?

à K이전의 무게들에 대한 정답(가치합의 최댓값)을 저장하며 풀면 어떨까
?

à 무게를 인덱스로!

K이전 무게들에 대한 정답은 어떻게 계산?

접근

- K 까지의 무게를 인덱스로 나타냄
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

- 배낭에 넣으려면?

→ 현재 물품 무게만큼 배낭에 추가되는 것! 그런데 현재 인덱스가 배낭의 최대 무게인데?
→ [현재 배낭 무게 - 물품 무게]인 배낭 무게에서의 최대 가치값 + 현재 물품 가치값

- 배낭에 안 넣는 경우는?

à 현재 배낭 무게에 저장된 정답을 그대로 사용하면 됨!

점화식을 세워봅시다

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 6, v = 13
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13

- 배낭에 넣는 경우: (현재 배낭 무게 – 물품 무게)를 인덱스로 가지는 값 + 물품 가치 → dp[0][0] + 13
- 배낭에 안 넣는 경우: 0

점화식을 세워봅시다

#알튜비튜

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 4, v = 8
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13

- 배낭에 넣는 경우: dp[1][6 - 4] + 8 = 8
- 배낭에 안 넣는 경우: dp[1][6] = 13

점화식을 세워봅시다

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 3, v = 6
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13
dp[3]	0	0	0	6	8	8	13	14

- 배낭에 넣는 경우: dp[2][7 - 3] + 6 = 14
- 배낭에 안 넣는 경우: dp[2][7] = 13

점화식을 세워봅시다

#알튜비튜

- n = 4
- k = 7
- product(물품) w = 5, v = 12
- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

	0	1	2	3	4	5	6	7
dp[1]	0	0	0	0	0	0	13	13
dp[2]	0	0	0	0	8	8	13	13
dp[3]	0	0	0	6	8	8	13	14
dp[4]	0	0	0	6	8	12	13	14

점화식을 세워봅시다

점화식

- 현재 물품을 배낭에 넣는 경우 or 안 넣는 경우 중 최댓값을 저장하자

∴ DP[i][j] = MAX(DP[i - 1][j – w[i]] + v[i], DP[i - 1][j])
(단, w[i] <= j)

생각해봅시다

왜 2차원 DP?

- 1차원 DP로 하면 안 되는 이유는?

à 그 전 물품까지의 정보만 사용해야 하기 때문

왜 2차원 DP?

- 1차원 DP로 하면 안 되는 이유는?

à 그 전 물품까지의 정보만 사용해야 하기 때문

- 지금처럼 증가하면서 검사할 때 1차원 DP를 사용하게 되면?

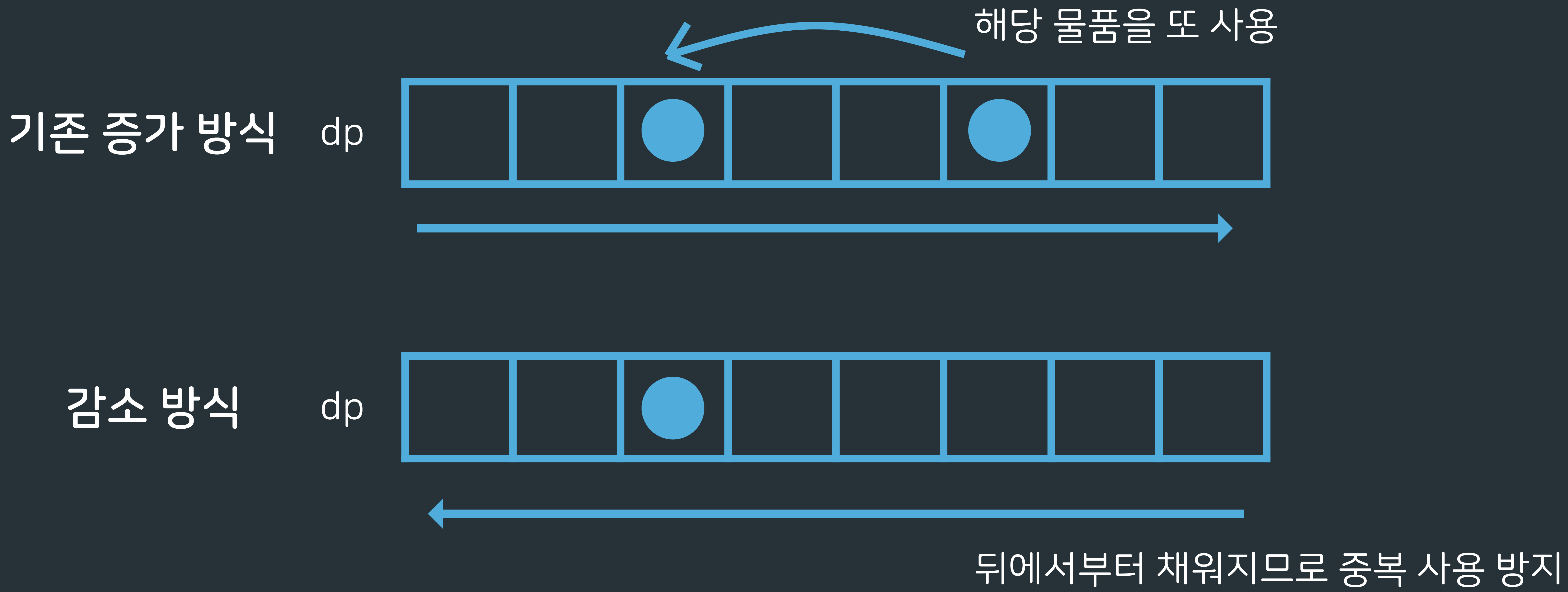
à 해당 물품을 또 사용하는 경우 생길 수 있음!

à 따라서 2차원을 사용하며 각 물품을 행으로 구분해서 중복 방지

1차원 DP도 가능

- 어떻게 하면 1차원 DP로 풀이가 가능할까
- 해당 물품을 여러 번 사용하는 걸 방지하기 위해 2차원을 사용함
- 그렇다면.. 지금처럼 증가하는게 아니라 무게를 감소하며 계산하면 어떨까?

냅색 1차원 DP 풀이



/<> 20923번 : 숫자 할리갈리 게임 – Silver 1

문제

1. 게임 시작 시 도도와 수연이는 N장의 카드로 구성된 덱을 받음 (그라운드는 비어 있음)
2. 도도와 수연이는 차례대로 덱의 가장 위에 있는 카드를 그라운드에 내려놓음
3. 종을 치는 사람이 그라운드의 카드 더미를 모두 가져감
    a. 수연: 그라운드 위의 카드의 숫자 합이 5가 될 때 종을 침
    b. 도도: 카드의 숫자가 5가 나올 때 종을 침
4. 카드 더미를 가져갈 때는 상대방의 그라운드, 자신의 그라운드 순으로 가져와 자신의 덱 아래에 합침
5. M번 게임을 진행한 후 더 많은 카드를 가진 사람이 승리, 카드의 수가 같은 경우 비김
    a. 게임 도중 덱에 있는 카드가 다 떨어지면 상대가 승리
6. 2~4 과정을 진행하는 것을 한 번 진행한 것으로 볼 때 M번 진행 후 승리한 사람은?

20923번 : 숫자 할리갈리 게임 – Silver 1

제한 사항

- 도도와 수연이가 가지는 카드의 개수의 범위는 1 <= N <= 30,000
- 게임 진행 횟수의 범위는 1 <= M <= 2,500,000
- 각각의 카드는 1이상 5이하의 자연수가 적혀 있음

예제

예제 입력1

```
10 12
1 2
2 2
1 2
2 3
3 1
2 2
2 5
2 1
5 1
2 3
```

예제 출력1

```
do
```

예제 입력2

```
1 1
5 2
```

예제 출력2

```
su
```

예제 입력3

```
3 4
1 2
2 2
1 1
```

예제 출력3

```
dosu
```

순서대로 게임을 진행해보자

M = 0

도도

	위		아래
덱	위	2 5 2 2 2 3 2 1 2 1	아래
그라운드	위	(blank)	아래

수연

	위		아래
덱	위	3 1 1 5 2 1 3 2 2 2	아래
그라운드	위	(blank)	아래

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

M = 1

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

M = 2

도도

덱

위 5 2 2 2 3 2 1 2 1 아래

그라운드

위 2 아래

수연

덱

위 1 1 5 2 1 3 2 2 2 아래

그라운드

위 3 아래

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

M = 2

도도

덱

위 5 2 2 2 3 2 1 2 1 아래

그라운드

위 아래

수연

덱

위 1 1 5 2 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 아래

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

M = 3

도도

덱

위 | 2 2 2 3 2 1 2 1 | 아래

그라운드

위 | 5 | 아래

수연

덱

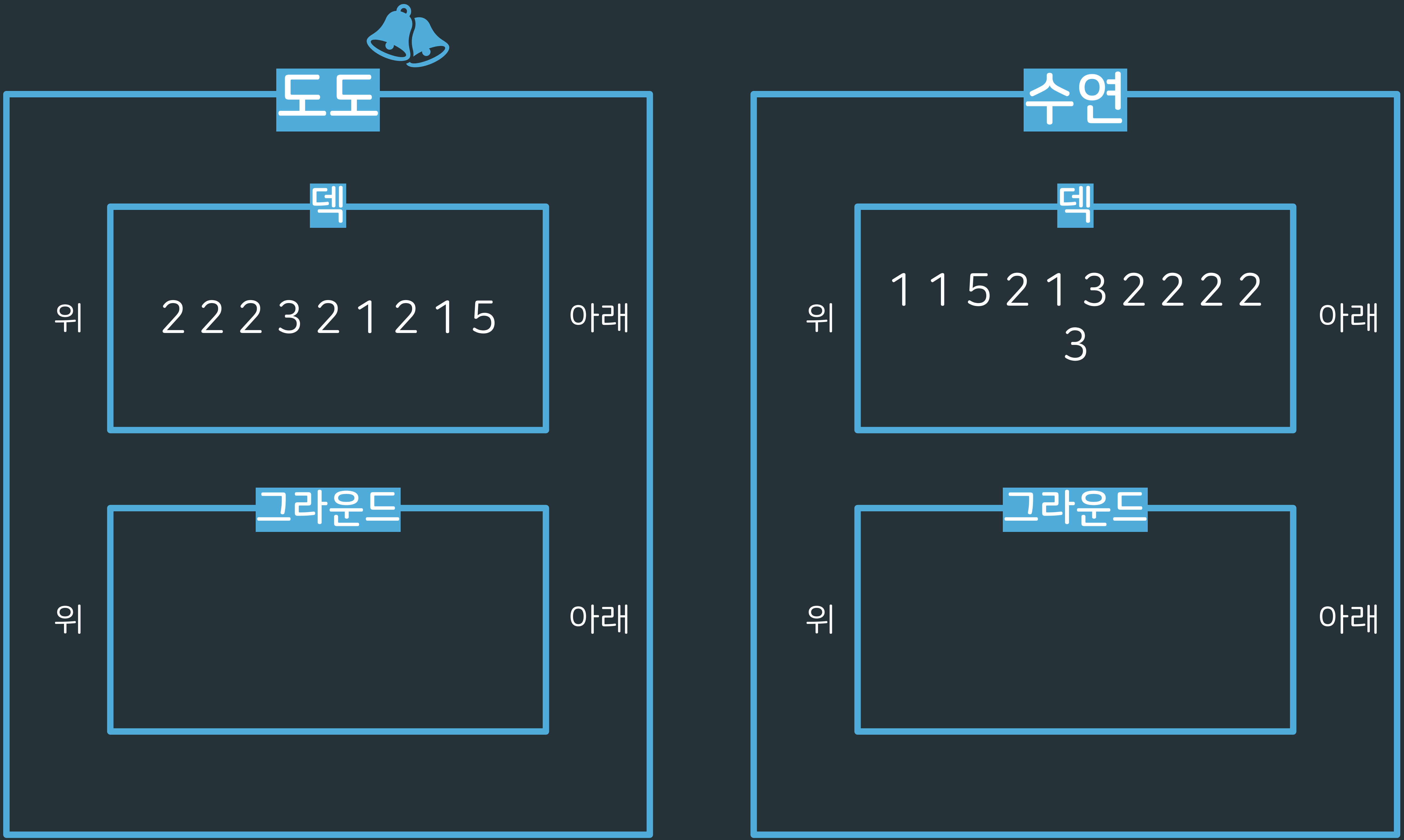
위 | 1 1 5 2 1 3 2 2 2 2 3 | 아래

그라운드

위 | | 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 3



순서대로 게임을 진행해보자

M = 4

도도

덱

위 2 2 2 3 2 1 2 1 5 아래

그라운드

위 아래

수연

덱

위 1 5 2 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 1 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 5

도도

덱

위 2 2 3 2 1 2 1 5 아래

그라운드

위 2 아래

수연

덱

위 1 5 2 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 1 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 6

도도		
	덱	
위	2 2 3 2 1 2 1 5	아래
	그라운드	
위	2	아래

수연		
	덱	
위	5 2 1 3 2 2 2 2 3	아래
	그라운드	
위	1 1	아래

순서대로 게임을 진행해보자

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

M = 8

도도

덱

위 2 3 2 1 2 1 5 아래

그라운드

위 2 2 아래

수연

덱

위 2 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 5 1 1 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 8

도도

덱

위 2 3 2 1 2 1 5 5 1 1 2 2 아래

그라운드

위 아래

수연

덱

위 2 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 9

순서대로 게임을 진행해보자

M = 10

도도

덱

위 3 2 1 2 1 5 5 1 1 2 2 아래

그라운드

위 2 아래

수연

덱

위 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 2 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 11

도도

덱

위 2 1 2 1 5 5 1 1 2 2 아래

그라운드

위 3 2 아래

수연

덱

위 1 3 2 2 2 2 3 아래

그라운드

위 2 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 11

도도

덱

위 2 1 2 1 5 5 1 1 2 2 아래

그라운드

위 아래

수연

덱

위 1 3 2 2 2 2 3 3 2 2 아래

그라운드

위 아래

순서대로 게임을 진행해보자

M = 12

도도

덱

위 2 1 2 1 5 5 1 1 2 2 아래

그라운드

위 아래

수연

덱

위 3 2 2 2 2 3 3 2 2 아래

그라운드

위 1 아래

순서대로 게임을 진행해보자

#알튜비튜

도도

덱

2 1 2 1 5 5 1 1 2 2

수연

덱

3 2 2 2 2 3 3 2 2

10장 > 9장

카드를 더 많이 가지고 있는 도도의 승리!

코드

도도, 수연은 각각 덱과 그라운드를 가짐(deque)

1. 카드를 덱에서 한 장씩 내려 놓음 (도도 먼저)
2. 어떤 플레이어가 종을 칠 수 있는지 판단 (도도/수연/없음)
    a. 종을 친 경우 그라운드의 카드를 덱으로 이동
3. 종료 조건 만족 시 승리한 사람 판단

마무리

#알튜비튜

추가로 풀어보면 좋은 문제!

- /<> 9655번 : 돌 게임 – Silver 5
- /<> 9095번 : 1, 2, 3 더하기 – Silver 3
- /<> 2156번 : 포도주 시식 – Silver 1
- /<> 9251번 : LCS – Gold 5