

5 janvier 2023.

J.P.Petit : Incohérence mathématique et physique de la critique du modèle Janus par T.Damour

A propos de la construction d'un modèle bimétrique :

Il y a eu trois essais , qui présentent des différences fondamentales.

Commençons par celui de 2002, où Damour et Kogan imaginent N « branes en interaction », en se fondant sur le concept de WCW (weakly connected worlds). Une démarche qui se présente d'emblée comme « universelle » et « non linéaire ».

Rapidement, les auteurs limitent leurs ambitions en proposant un modèle à deux branes, reliées par des « gravitons » dotés de masses, lesquelles forment un « spectre de masses ». Ils se fondent ensuite sur un travail, dont ils sont les auteurs, où ils disent avoir montré l'existence d'un « gap » entre « les gravitons légers » et « les gravitons lourds » :

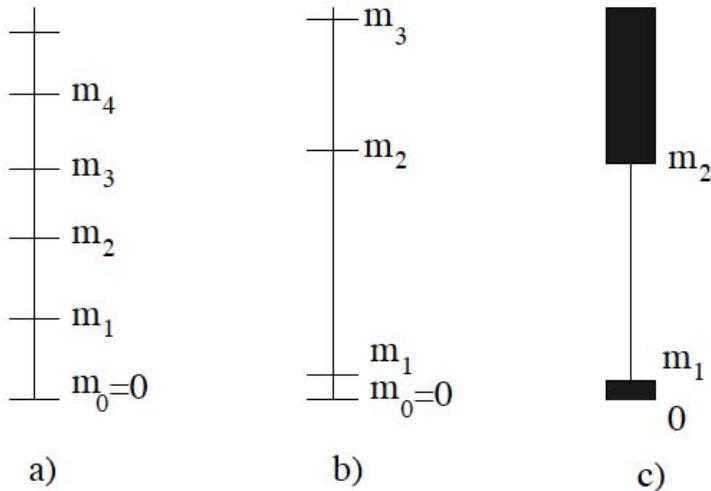


Figure 1: Regular spectrum on (Fig.1 a) versus bigravity (Fig.1 b) or quasi-localized gravity (Fig. 1 c). The last spectrum is continuous but the first band is very narrow in comparison with the gap between bands.

A cet effet ils décident de se limiter « aux gravitons légers », puis à « un seul graviton doté d'une masse. Leur travail s'inscrit donc dans le cadre général d'une « massive gravity » et devient la première pierre de ce qu'ils qualifient de « massive bigravity ».

Comme il y a deux branes, deux entités géométriques, celles-ci ont leurs propres métriques notées « L » pour « Left » et « R » pour « Right ». On peut qualifier cette structure de bi-géométrie.

Le point de départ consiste, en s'inspirant de l'action de Einstein-Hilbert, à partir d'une action S.

Commençons par un retour sur la dérivation Lagrangienne d'Einstein-Hilbert. L'action s'écrit :

$$\int_{D^4} (R - \chi L) \sqrt{-g} d^4x$$

Où on trouve l'hypervolume élémentaire :

$$\sqrt{-g} d^4x$$

Ainsi que la densité Lagrangienne :

$$(R - \chi L) \sqrt{-g}$$

La métrique est implicitement contenue dans le scalaire de Ricci R , qui s'en déduit. L'idée est d'utiliser une technique variationnelle pour faire émerger la contrainte qui s'imposera sur la métrique, appartenant à un espace fonctionnel des métriques riemanniennes hyperboliques :

$$\delta \int_{D^4} (R - \chi L) \sqrt{-g} d^4x = 0$$

Explicitée :

$$\int_{D^4} \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \chi T_{\mu\nu} \right) \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu} d^4x = 0$$

D'où l'équation à laquelle la métrique doit obéir, à travers sa présence implicite dans le tenseur et le scalaire de Ricci :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \chi T_{\mu\nu} = 0$$

A partir de solutions de cette équation on pourra construire les familles de géodésiques de longueur non-nulle, dont on suppose qu'elles représentent les chemins suivis par les particules de matière et où les géodésiques de longueur nulle sont les chemin suivis par les photons. D'où ce lien entre géométrie et physique.

Dans une bi-géométrique on a cette fois un couple de métriques :

$$(g_L, g_R)$$

Or il n'existe pas the théorie mathématique générale de bi-géométries riemanniennes hyperboliques, où les deux métriques appartiennent à cet espace fonctionnel .

→ Un jour un mathématicien créera cette théorie en indiquant avec précision comment construire l'approche Lagrangienne permettant de déboucher sur des équations tensorielles, d'où les métriques-solutions pourront être extraites.

Mais pour le moment cette théorie mathématique n'existe pas.

Tous ceux qui tentent de construire ce genre de bi-géométries sont donc semblables à des cuisiniers qui choisissent de mettre tel ou tel ingrédient dans leurs plats.

Cette démarche reste donc essentiellement heuristique.

Ainsi Damour et Kogan proposent-ils cette expression de l'action :

$$\begin{aligned}
S = & \int d^4x \sqrt{-g_L} \left(M_L^2 R(g_L) - \Lambda_L \right) + \int d^4x \sqrt{-g_L} L(\Phi_L, g_L) + \\
& \int d^4x \sqrt{-g_R} \left(M_R^2 R(g_R) - \Lambda_R \right) + \int d^4x \sqrt{-g_R} L(\Phi_R, g_R) \\
& - \mu^4 \int d^4x (g_R g_L)^{1/4} V(g_L, g_R). \quad (6)
\end{aligned}$$

On y trouve les hypervolumes élémentaires :

$$d^4x \sqrt{-g_L} \quad d^4x \sqrt{-g_R}.$$

Ainsi que les scalaires de Ricci construits à partir des deux métriques :

$$R(g_L) \quad R(g_R)$$

Quand émergera la théorie mathématique de ces bi-géométries on peut penser que les actions dont elles dériveront comporteront parmi leurs composantes des termes composés avec les scalaires de Ricci, ainsi que des termes liés aux deux matières L et R, ceci n'étant que la traduction de l'hypothèse selon laquelle les deux hypersurfaces voient leur propre géométrie partiellement déterminées par leur propre matière.

Il reste à traduire l'interaction entre ces deux entités et c'est là qu'on est dans une démarche **totalemeht heuristique**. Ceci signifiant qu'on fait telle ou telle hypothèse, en invoquant, pour une justification à posteriori, le fait que cela engendre des éléments s'accordant avec telle ou telle donnée observationnelle.

Damour et Kogan introduisent dans leur action un terme d'interaction. Ci-après « sous sa forme la plus générale » dans un modèle à N branes :

$$\lambda S_{\text{int}} = -\mu^4 \int d^4x \mathcal{V}(g_1(x), \dots, g_N(x)), \quad (5)$$

Où μ est une constante. En limitant leur modèle à deux branes.

$$\lambda S_{\text{int}} = -\mu^4 \int d^4x \mathcal{V}(g_R(x), g_L(x))$$

Les auteurs choisissent alors de donner à cette fonction la forme :

$$-\mu^4 \int d^4x (g_R g_L)^{1/4} V(g_L, g_R).$$

où apparaît ce qu'ils qualifient de « average volume factor ».

$$(g_R g_L)^{1/4}$$

C'est une contribution **totalemeht heuristique**, qui ne s'appuie sur aucun élément de géométrie différentielle.

Mais, finalement, pourquoi pas ?

Cette stratégie permettra d'opérer une « bi-variation » en dérivant tous les termes situés dans l'intégrale, et en obtenant :

$$\delta S = \int_{D^4} d^4x \left[(A) \delta g_L^{\mu\nu} + (B) \delta g_R^{\mu\nu} \right] = 0$$

Ceci conduisant au système d'équations de champ couplées :

$$A = 0$$

$$B = 0$$

Dans l'article de Damour et Kogan les équations qui en résultent sont :

$$\begin{aligned} 2M_L^2 \left(R_{\mu\nu}(g^L) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^L R(g^L) \right) + \Lambda_L g_{\mu\nu}^L &= t_{\mu\nu}^L + T_{\mu\nu}^L, \\ 2M_R^2 \left(R_{\mu\nu}(g^R) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}^R R(g^R) \right) + \Lambda_R g_{\mu\nu}^R &= t_{\mu\nu}^R + T_{\mu\nu}^R. \end{aligned} \quad (14)$$

On retrouve des premiers membres analogues à celui de l'équation d'Einstein, qui découlent de la présence des scalaires de Ricci dans l'action. Le terme d'interaction présenté plus haut engendre deux tenseurs d'interaction. Ceux-ci doivent satisfaire les conditions de Bianchi. Tout cela est dit. Hélas, au terme d'un article de 40 pages les auteurs tentent de donner forme à leur essai en faisant le tour de différents modèles, «modèle des branes», «modèle de Kaluza Klein», «Géométrie non commutative».

→ Dans la section conclusion de l'article on ne trouve aucun élément susceptible d'une quelconque confrontation avec une donnée observationnelle.

Après cet essai de 2002 on trouve l'article publié en 2008 par l'Allemande Sabine Hossenfelder dans la même revue Physical Review D.

A Bimetric Theory with Exchange Symmetry¹

Je ne peux que regretter que Mr. Damour n'a pas produit son analyse de cet article, d'un abord ardu, où elle introduit des outils mathématiques qu'elle qualifie de « Pull-overs »

Elle part de l'action ci-après :

$$\begin{aligned} S &= \int d^4x \sqrt{-g} \left({}^{(g)}R/8\pi G + \underline{\mathcal{L}}(\psi) \right) + \sqrt{-h} P_h(\underline{\mathcal{L}}(\phi)) \\ &+ \int d^4x \sqrt{-h} \left({}^{(h)}R/8\pi G + \underline{\mathcal{L}}(\phi) \right) + \sqrt{-g} P_g(\mathcal{L}(\psi)) \end{aligned} \quad (32)$$

¹ S. Hossenfelder : A bimetric Theory with Exchange Symmetry. Phys. Rev. D78, 044015, 2008 and arXiv : 0807.2838v1 (gr-qc)17 july 2008

Il faut rajouter des crochets, sans quoi cette expression est incorrecte².

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \left[\sqrt{-g} \left({}^{(g)}R/8\pi G + \underline{\mathcal{L}}(\psi) \right) + \sqrt{-h} P_h(\underline{\mathcal{L}}(\phi)) \right] \\ & + \int d^4x \left[\sqrt{-h} \left({}^{(h)}R/8\pi G + \underline{\mathcal{L}}(\phi) \right) + \sqrt{-g} P_g(\mathcal{L}(\psi)) \right] \quad (32) \end{aligned}$$

On note que son action se présente en deux éléments séparés. Ce qui suggère :

$$S = S_{(g)} + S_{(h)}$$

Chaque hypersurface voyant sa géométrie déterminée par sa propre action. La technique variationnelle équivaut alors à :

$$\delta S_{(g)} = 0$$

$$\delta S_{(h)} = 0$$

C'est donc différent de l'approche pratiquée par T.Damour et I.Kogan. Cette approche est-elle plus ou moins rigoureuse, plus ou moins conforme ?

Conforme par rapport à quelle théorie mathématique rigoureuse ?

Il n'existe pas de méthode mathématique qui indique comment procéder.

C'est-à-dire indiquant la marche à suivre pour construire ce genre de bi-géométrie riemannienne.

Revenons à l'approche de Sabine Hossenfelder. Comme ces deux variations déboucheront sur quelque chose du genre :

$$\delta S^{(g)} = \int_{D^4} d^4x \left[(A) \delta g_g^{\mu\nu} + (B) \delta g_h^{\mu\nu} \right] = 0$$

$$\delta S^{(h)} = \int_{D^4} d^4x \left[(C) \delta g_h^{\mu\nu} + (D) \delta g_g^{\mu\nu} \right] = 0$$

il devient indispensable de se donner :

un lien fonctionnel entre les deux éléments des métrique g et h.

→**Cette façon de faire, qualifiée d'erreur dans T.Damour dans son article, découle donc simplement du fait que l'approche est différente.**

Entre ces deux façons de procéder, laquelle s'imposera comme étant « la bonne » ? Seul le mathématicien qui réussira à construire la théorie des bi-géométries pourra répondre. Pour le moment on ne peut que considérer qu'il s'agit de deux stratégies

² Confirmé par S.Hossenfelder. Communication privée.

heuristiques, qui en l'état ne peuvent trouver leur justification que dans une confrontation avec des données observationnelles.

Le lien fonctionnel introduit par Sabine Hossenfelder est :

$$\delta h_{\kappa\lambda} = -[a^{-1}]^\mu_\kappa [a^{-1}]^\nu_\lambda \delta g_{\mu\nu} \quad (27)$$

Dans notre article³ de 2015 nous avons en quelque sorte présenté la version non covariante de cette construction⁴. Par rapport aux deux approches précédentes, la nôtre a pour intérêt d'offrir plus d'une douzaine de confirmations observationnelles, ce qui inciterait à ne pas la rejeter d'emblée.

A propos de l'incohérence physique et mathématique du modèle Janus.

→ **A ce stade il est indispensable de reprendre, dès son début, la genèse de ce modèle Janus qui comporte de nouveaux « tenants » et aboutissants ».**

Tout part des travaux d'Andréi Sakharov, de 1967⁵.

Depuis que les astrophysiciens ont eu confirmation du modèle du Big Bang, avec la découverte du fond de rayonnement à 2.7°K il a subsisté deux questions, à ce jour toujours sans réponse :

- *Pourquoi l'ensemble des couples matière-antimatière n'a-t-il pas donné lieu à une totale annihilation ? Pourquoi cette survie de particules de masse positive, à raison d'une sur un milliard ?*
- *Corollaire : qu'est devenu l'équivalent en antimatière primordiale ?*

En 1967 Andréi Sakharov suggère l'existence d'un « univers-jumeau », symétrique du nôtre, n'étant relié au nôtre que par la singularité Big Bang, où la synthèse d'antimatière à partir des antiquarks auraient été légèrement plus rapide que celle de la matière à partir des quarks. Situation inverse dans l'univers de matière. Il suggère en outre que ces deux univers soient liés par une PT-symétrie.

N'importe qui peut remarquer à quel point toutes les équations de notre physique font montre de cette PT-symétrie, de cette symétrie d'espace et de temps⁶.

³ J.P.Petit & G.D'Agostini : Lagrangian derivation of the two coupled field equations in the Janus Cosmological Model. *Astrophysics and Space Science* **2015**, 357 :67

⁴ La question de cet impératif de respect de la covariance sera discutée plus loin.

⁵ A.D.Sakharov, ZhETF Pis'ma 5 : 32 ; JETP Lett. 5 : 24 (1967)

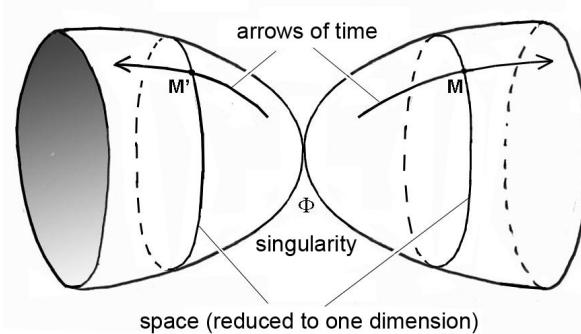
A.D.Sakharov , (1980). Cosmological Model of the Universe with a Time Vector Inversion. ZhETF (Tr. JETP 52, 349-351) (79): 689-693

⁶ Au-delà, elles sont CPT-invariantes. En physique non quantique la symétrie C est l'inversion du signe de la densité de charge électrique, tandis que la symétrie P se traduit par l'inversion du produit vectoriel, découlant de l'énanthiomorphie.

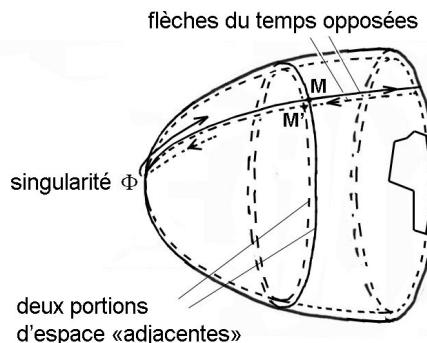
Interpellé par ces travaux de Sakharov je les traduis à l'aide de deux équations de Vlasov couplées par l'équation de Poisson, le tout géré par une technique matricielle. Ce travail ayant intéressé le mathématicien et académicien André Lichnérowicz, celui-ci présente pour moi deux comptes rendus, à l'Académie des Sciences de Paris dès 1977⁷.

Par rapport à Sakharov, en couplant les deux équations de Vlasov avec l'équation de Poisson, j'introduis d'emblée l'idée que ces deux univers puissent interagir à travers la gravité.

L'image didactique 2D du modèle de Sakharov est celle d'un sablier, où deux nappes sont reliées par une singularité.



Mes échanges avec le mathématicien Bernard Morin suggèrent une géométrie permettant aux deux nappes interagir : celles d'une sphère S^4 configurée en revêtement d'un projectif P^4 . L'image didactique 2D étant la configuration d'une sphère S^2 en revêtement un projectif P^2 ⁸.



⁷ J. P. Petit, Univers Énantiomorphes à flèches du temps opposées, CRAS du 8 mai t.285, pp. 1217–1221 (1977).

J. P. Petit, Univers en interaction avec leur image dans le miroir du temps, CRAS du 6 juin, t. 284, série A, pp. 1413–1416 (1977).

⁸ Illustrée par la surface découverte en 1905 par Werner Boy, élève de Hilbert. Dans ce cas les singularités Big Bang et Big Crunch sont amenées en coïncidence. Si on remplace cette singularité par un passage tubulaire on passe au revêtement d'un tore, exempt alors de toute singularité.

Autre apport : l'exploitation du théorème de Souriau liant l'inversion de la coordonnée de temps à l'inversion de l'énergie et de la masse⁹.

1 - A ce stade le paradoxe de la non-détection de l'antimatière primordiale se trouve levé. On ne détecte pas celle-ci parce qu'ayant une masse et une énergie négative, elle émet des photons d'énergie négative que nous télescopes ne peuvent capter.

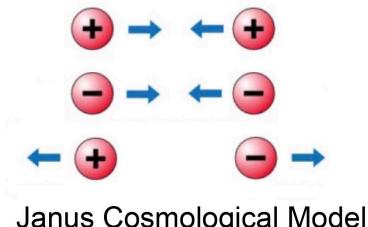
2 - Cette antimatière d'énergie négative se présente également d'emblée comme susceptible de constituer ce qu'on désigne actuellement sous l'appellation d'énergie noire, qui est en fait négative.

Toujours dans une démarche 100 % heuristique j'entreprends, en 1992, de réaliser les premières simulations faisant interagir, par des lois Newtoniennes et anti-Newtoniennes, des particules de masses opposées. Il faut alors faire des hypothèses concernant les lois d'interaction. **Intuitivement**, j'opte pour celles qui deviendront les lois du modèle Janus, dans le but, d'emblée, de restaurer les deux principes les plus fondamentaux de la physique :

Le principe d'action-réaction.

Le principe d'équivalence.

Ces lois sont alors :



Nous disposons dans un espace de calcul 2D cinq cent masses positives et cinq cent masses négatives, disposées aléatoirement, alors les mêmes densité et distribution de vitesses. Ce premier calcul est exécuté en France sur un Cray-one. Une percolation se manifeste alors :

⁹ J.M.Souriau : Structure des systèmes dynamiques, 170 Editions Dunod et 1979
Structure of dynamical systems, chapitre 14, équations (14.67)

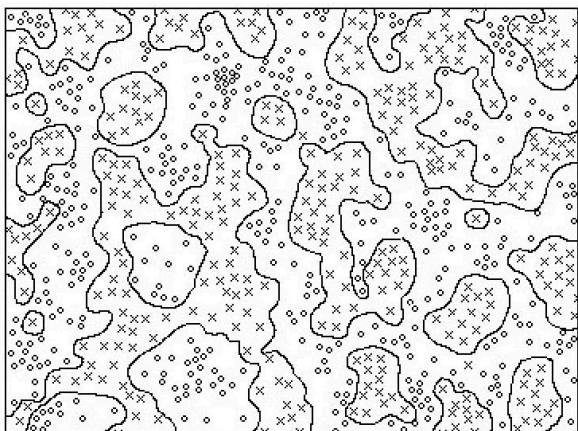


Fig 7 : spatial distribution of the two populations.

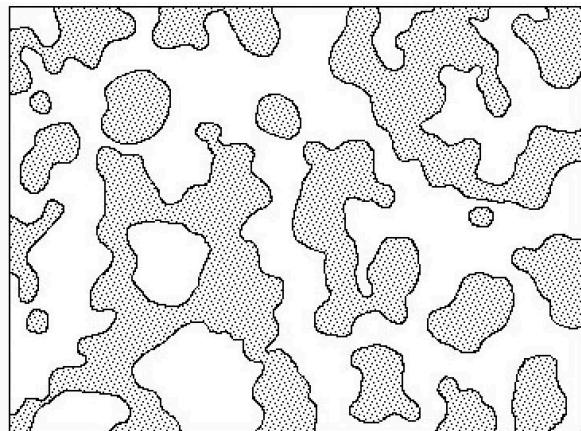
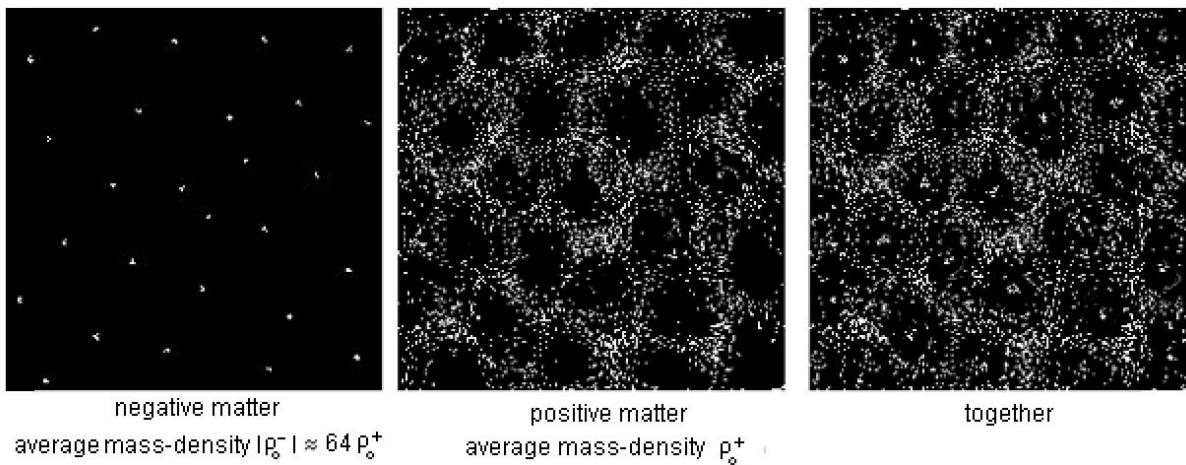


Fig 8.. White : population 1. Grey : population 2

Mais ce résultat ne semble guère pouvoir traduire quelque observation en astrophysique. J'ai alors l'idée (nous sommes en 1992, il y a trente ans) de demander à un étudiant, Frédéric Descamp, thésard au centre DAISY de Hambourg, d'étendre cette simulation en introduisant une dominance de la masse négative : $\rho^{(-)} \gg \rho^{(+)}$, ce qu'il entreprend à l'insu de sa hiérarchie. .

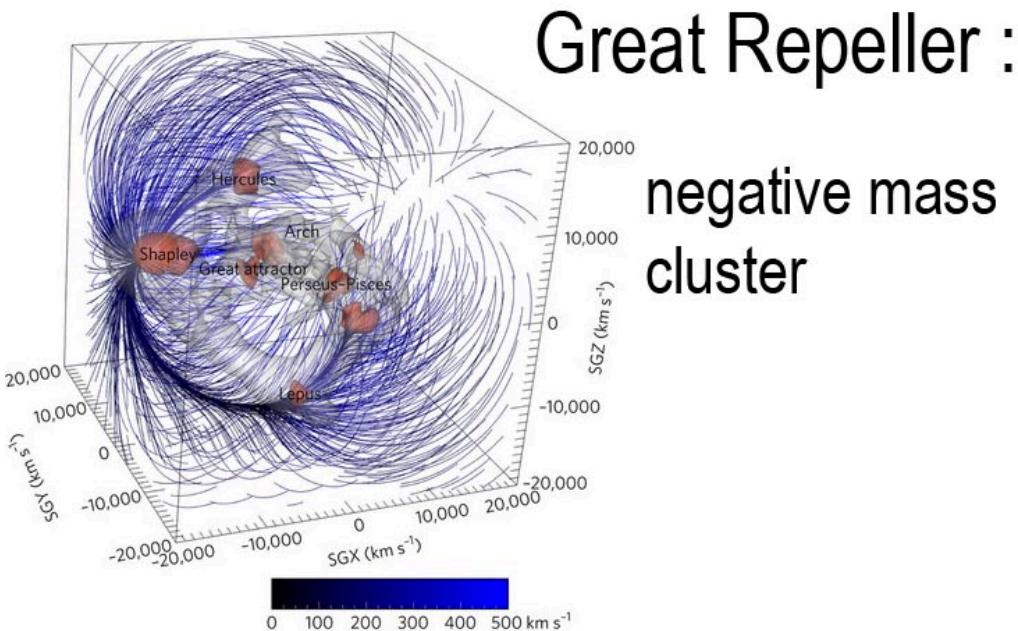
En tant qu'astrophysicien je sais que le temps d'accrétion varie comme l'inverse de la racine carrée de cette masse volumique, et donc que cette instabilité se manifestera d'abord dans l'espace négative. La simulation confirme aussitôt mon intuition¹⁰ :



¹⁰ J. P. Petit, *Astrophys. Space Sci.* Twin universe cosmology **226**, 273 (1995).

3 – Ce résultat suggère une nouvelle interprétation de la structure à grande échelle de l'univers, évoquant des bulles de savon jointives, au centre desquelles se logent des conglomérats constitués d'antihydrogène et d'antihélium de masse négative. En 3D, trois de ces « cellules », en interagissant, donneront des « filaments ». Aux « noeuds », points commun à huit cellules, se constitueront les amas de galaxies.

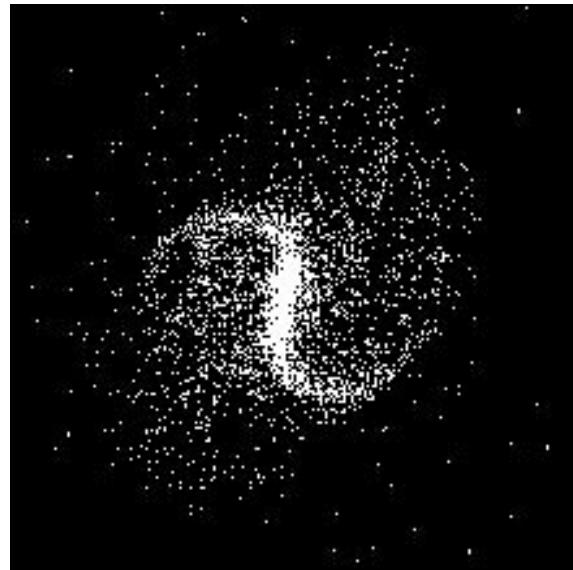
4 – En 2017 Yehudi Hoffman, Brent Tully, Daniel Pomarède et Hélène Courtois mettent en évidence un vide de 100 millions d'années-lumière, à 600 millions d'années-lumière de notre galaxie. Le modèle Janus est le seul qui fournit une interprétation de ce phénomène en l'attribuant à la présence au centre de cette formation, d'un conglomérat de masse négative, second élément d'un « dipole repeller ».



Je fournis alors à ce garçon les données initiales décrivant une galaxie confinée par son environnement de masse négative (solution d'un ensemble d'équation de Vlasov+équation Poisson).

5 – Ce qui fournit une solution alternative au modèle de la matière sombre, pour le confinement des galaxies, en produisant au passage une courbe de rotation plate en périphérie. Même chose pour les amas de galaxies, en justifiant l'existence de vitesses résiduelles supérieures à la vitesse de libération.

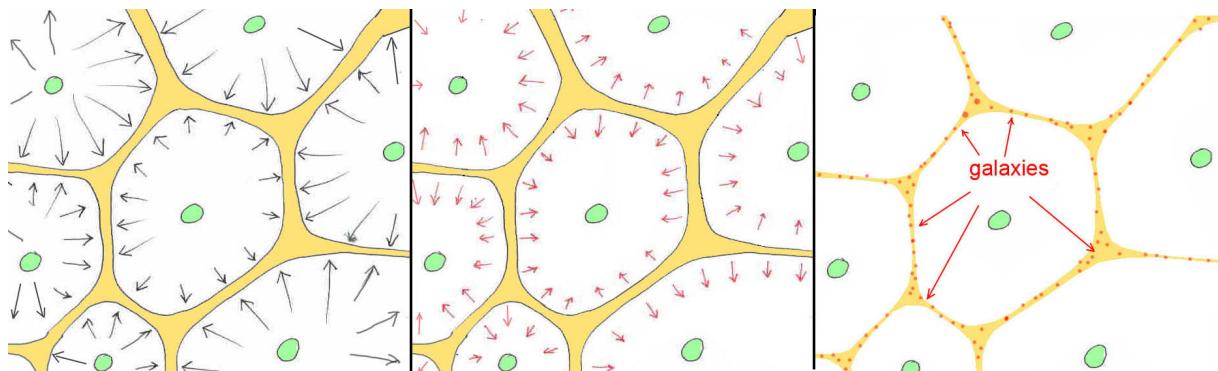
6 – La simulation est lancée et produit immédiatement une structure spirale barrée qui perdure pendant trente tours, alors que cette structure se dissipe en un à deux tours dans les travaux des autres chercheurs, quand elle est imposée en tant que conditions initiales. L'explication de ces structures spirales des galaxies émerge alors. Ce sont des structures dissipatives traduisant l'interaction, par ondes de densité, de la galaxie avec son environnement de masse négative.



7 – Le modèle rend en outre compte des effets de lentille gravitationnelle autour des galaxies et des amas, constituant une alternative au modèle de la matière sombre.

8 – Le modèle prédit, par effet de lentille gravitationnelle négatif, une réduction de ma magnitude des galaxies lointaines. Effectivement, très vite, les galaxies à $Z > 7$ sont qualifiées de naines.

9 – Le modèle suggère¹¹ un schéma de formation des galaxies différent, beaucoup plus rapide, où la masse positive, prise en sandwich entre deux conglomérats de masse négative, répulsifs, subit une forte excursion en température, suivie d'un refroidissement radiatif tout aussi rapide, rendu possible par leurs structure plane. Les premières images du télescope spatial James Webb vont dans ce sens.



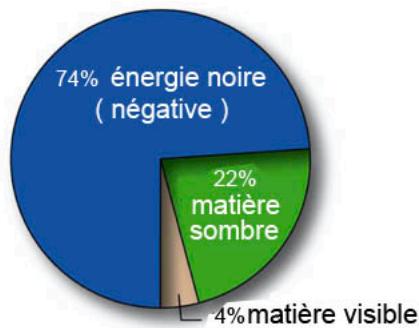
Mais hélas ces simulations ne peuvent être poursuivies à Hambourg. Néanmoins ce sont ces résultats concernant la formation et la maintenance d'une structure spirale qui

¹¹ J. P. Petit, Nuovo Cimento B. The missing mass problem. **109**, 697 (1994).

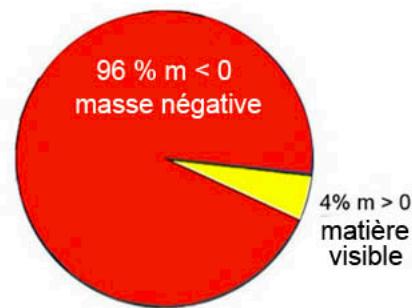
me font penser que cette idée de modèle combinant masses positives et masses négatives mérite d'être poussé plus avant. Ces résultats militent alors pour une forte dissymétrie entre les deux populations, la dynamique étant majoritairement assurée par le contenu en masse négative.

En 2011 un prix Nobel récompense la découverte de l'accélération de l'expansion cosmique, sous l'effet d'un contenu en énergie négative.

10 – Le Le modèle Janus propose une interprétation alternative où le contenu en masse négative assure les deux rôles, imputés à la matière sombre et à l'énergie noire, ceci correspondant aux camemberts :



modèle Λ CDM



modèle Janus

Pour pouvoir rendre compte de cette accélération de l'expansion il devient alors indispensable d'associer à ces idées une modélisation relativiste. Mais comme l'illustre ce préambule :

Cette démarche part d'une hypothèse heuristique.

La masse des résultats évoqués, issus de simulations, incite à poursuivre dans cette voie. Mais si Mr. T.Damour ne fait pas l'effort de lire ce préambule, l'ensemble du modèle lui restera incompréhensible.

Donc, avant d'envisager cette « cuisine » que représente, pour tous, la construction d'une dérivation Lagrangienne, l'installation d'un système d'équations de champ couplées découle ici encore d'une démarche **100 % heuristique**.

Commençons par revenir sur l'équation d'Einstein. Dans son premier membre les deux termes qui le constituent sont souvent regroupés sous l'appellation :

Tenseur d'Einstein :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$$

On sait que ces tenseurs peuvent être exprimés sous différentes formes : covariante, contravariante, mixte, mais qu'ils conservent leur identité de « tenseurs », qu'on peut alors représenter par des lettres grasses, en outre colorées, en écrivant :

$$\mathbf{G} = \mathbf{R} - \frac{1}{2}R \mathbf{g}$$

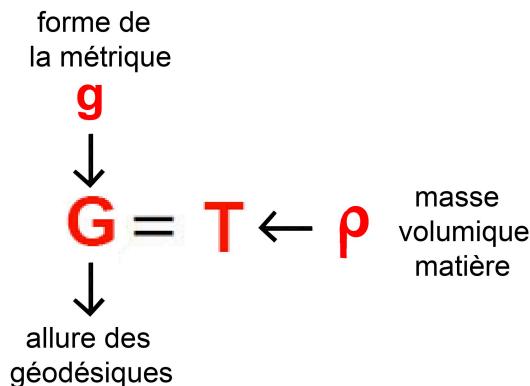
Ainsi, en l'absence de constante cosmologique (on n'en a pas besoin) et en donnant à la constante d'Einstein la valeur unité, l'équation d'Einstein peut être représentée par l'équation tensorielle :

$$\mathbf{G} = \mathbf{T}$$

C'est en passant à l'approximation Newtonienne qu'on peut déduire de cette équation le schéma des forces, celle-ci fournissant en outre la loi de Newton, c'est-à-dire avec des forces en $1/r^2$.

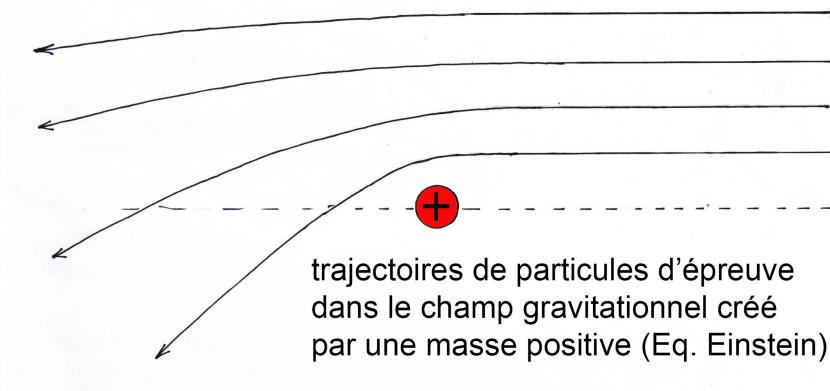
*Cette technique ne semble pas vous être familière, apparemment.
point n'est besoin de recourir à votre schéma compliqué
Source de votre erreur.*

Le caractère attractif ou répulsif se déduit alors des courbes géodésiques issues d'une solution de Schwarzschild extérieure. Dans cette approximation Newtonienne le tenseur-matière se réduit à la masse volumique ρ^{12} . On a alors le schéma de calcul ci-après :



Quand la source du champ correspond à un contenu en masse positive ($\rho > 0$) les géodésiques ont l'allure ci-après :

¹² Ou ρc^2 selon le mode d'écriture adopté.

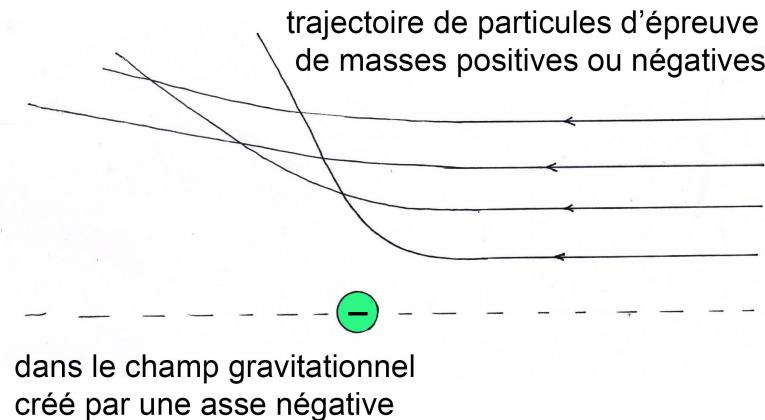


Si maintenant le champ gravitationnel est créé par une masse négative ($\rho < 0$), nous allons figurer celle-ci par la couleur verte :

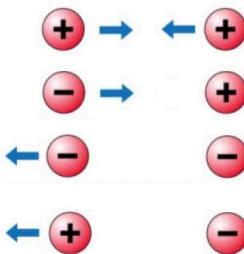
$$\begin{array}{c}
 \text{forme de } \quad (\text{donnant les géodésiques suivies par les} \\
 \text{la métrique} \quad \text{particules d'épreuve, positives ou négatives}) \\
 \textcolor{red}{g} \\
 \downarrow \\
 \textcolor{red}{G = T} \leftarrow \textcolor{green}{\rho} < 0 \\
 \downarrow \\
 \text{allure des} \\
 \text{géodésiques} \\
 (\text{répulsion})
 \end{array}$$

masse volumique
négative, créée par
une matière de
masse négative

Les géodésiques ont alors cette allure :



Ceci débouche sur le schéma global des forces ci-après:



Ce schéma viole les principes d'action-réaction et d'équivalence et engendre le **phénomène *runaway***: Si on met en présence deux particules de masses opposées, la masse positive s'enfuit, poursuivie par la masse négative. Leurs vitesses croissent uniformément, sans apport d'énergie puisque leurs gains en énergie cinétique sont de signes opposés. L'impossibilité de gérer une telle dynamique dans une physique a fait conclure en 1957 que l'introduction de masses négatives dans le modèle de la relativité générale était impossible.

Mais un début de gestion d'un modèle, avec des équations heuristiques, a fourni des résultats intéressants à travers des simulations numériques. Il est donc licite de tenter une extension de la relativité générale en envisageant une bi-géométrie, correspondant à une situation bimétrique. **On peut à cet effet partir des équations de champ couplées suggérées par T.Damour et I.Kogan, découlant d'une formulation heuristique de leur action.** Nous utiliserons la couleur rouge pour désigner les masses positives et la couleur verte pour désigner les masses négatives. Si on néglige les constantes cosmologiques, qu'on prend une constante d'Einstein égale à l'unité, et qu'on enlève « les masses de Planck » ce système correspond, schématiquement, à :

$$g = T + t$$

tenseur d'interaction

<p>géodésiques suivies par les masses >0</p> 	<p>tenseur d'interaction</p> 	<p>source du champ agissant sur les masses positives</p>
 <p>géodésiques suivies par les masses <0</p>	<p>tenseur d'interaction</p> 	<p>source du champ agissant sur les masses négatives</p>

→ La lettre **T** correspond à la contribution de la **masse positive** au champ subi par ces **mêmes masses**.

→ La lettre **T** correspond à la contribution de la **masse négative** au champ subi par ces **mêmes masses**.

→ La lettre **t** correspond à la contribution de la **masse négative** au champ subi par les **masses positives**, tel qu'il est perçu par celles-ci.

→ La lettre **t** correspond à la contribution de la **masse positive** au champ subi par les **masses négatives**, tel qu'il est perçu par celles-ci.

Considérons une région où le champ gravitationnel soit créé par un contenu en masses négatives. Regardons ce que devient la seconde équation :

$$g \quad G = T \leftarrow \rho < 0$$

source du champ agissant sur les masses négatives

↓
 géodésiques suivies par les masses < 0
 ↓
 répulsion

Effectivement, dans ce schéma, les masses négatives repoussent les autres masses négatives. Mais ce n'est pas le schéma géométrique qui est proposé pour servir de base aux équations « Janus » posées heuristiquement.

Ajoutons un signe « moins » au second membre de la seconde équation.

Equations Janus 1 :

$$g \quad G = T + t \quad \leftarrow$$

tenseur d'interaction

↑
 géodésiques suivies par les masses > 0
 ↓
 source du champ agissant sur les masses positives

$$g \quad G = -[T + t] \quad \leftarrow$$

tenseur d'interaction

↓
 géodésiques suivies par les masses < 0
 ↑
 source du champ agissant sur les masses négatives

→ Ce signe « moins » est une des clés du modèle Janus.

Il a en effet la vertu de restaurer les deux principes fondamentaux de la physique : le principe d'action-réaction et le principe d'équivalence.

Plaçons-nous dans le cadre de l'approximation Newtonienne. Dans ces conditions, dans les quatre tenseurs du second membre, seul un terme se référant à la masse subsiste. On

peut donc considérer que la contribution du tenseur d'interaction \mathbf{t} est positive et celle de \mathbf{t} négative. On peut alors déterminer le sens des forces en imaginant applique, à chaque fois, une solution métrique extérieure de Schwarzschild.

L'étude de la première équation nous donne :

- Une masse positive attire une masse positive
- Une masse négative repousse une masse positive.

L'effet du signe « moins » dans la seconde équation fait que maintenant :

- Une masse négative attire une masse négative
- Une masse positive repousse une masse négative.

Cette façon de déterminer le sens des forces est à la fois classique et parfaitement rigoureuse.

→ Le fait que T.Damour obtienne un résultat différent (en insistant sur le fait que, pour nos équations Janus, les masses négatives doivent se repousser) montre simplement que son calcul, inutilement compliqué, impliquant un potentiel et un ... symbole de Cristoffel est simplement faux.

Passons aux à la cohérence mathématique de ces mêmes équations.

A partir de la métrique \mathbf{g} , des masses positives, on associe un opérateur de dérivation covariante, noté :



A partir de la métrique \mathbf{g} , des masses négatives, on associe un opérateur de dérivation covariante, noté :



Les équations de champs (quels que soient les signes qui affectent leurs termes) doivent satisfaire les conditions :

$$\begin{array}{ll} \nabla \mathbf{G} = 0 & \nabla \mathbf{G} = 0 \\ \nabla \mathbf{T} = 0 & \nabla \mathbf{T} = 0 \\ \nabla \mathbf{t} = 0 & \nabla \mathbf{t} = 0 \end{array}$$

Dans ces deux colonnes les deux premières équations ne posent pas de problème. Ce sont les troisièmes sur lesquelles l'attention doit se concentrer.

En 2014 j'envisage d'étudier les propriétés du système ci-après :

Equations Janus 2014 :

$$\begin{aligned} & \text{géodésiques suivies} & & \text{tenseur} \\ & \text{par les masses } > 0 & & \text{d'interaction} \\ & \uparrow & & \downarrow \\ & \textcolor{red}{g} = \textcolor{red}{T} + \textcolor{green}{T} & & \leftarrow \text{source du champ agissant sur les masses positives} \\ & & & \text{tenseur} \\ & & & \text{d'interaction} \\ & \downarrow & & \uparrow \\ & \textcolor{green}{g} = -[\textcolor{green}{T} + \textcolor{red}{T}] & & \leftarrow \text{source du champ agissant sur les masses négatives} \\ & \text{géodésiques suivies} & & \\ & \text{par les masses } < 0 & & \end{aligned}$$

En sachant qu'il est impossible de décrire la géométrie à l'intérieur des masses, dans la mesure où à priori :

$$\nabla \textcolor{purple}{T} \neq 0 \quad \nabla \textcolor{green}{T} \neq 0$$

En 2014¹³ nous trouvons une première solution pour sortir de cette impasse. Il faut se rappeler que dans la relativité générale on n'a que deux classes de solutions :

→ Solutions Instationnaires, Univers isotrope et homogène (dérivées par rapport aux variables d'espace, nulles)

→ Solutions stationnaires (dérivées par rapport au temps nulles).

- Symétrie sphérique
- Solution axisymétrique.

Nous ne chercherons donc pas, dans le modèle Janus, à nous situer au-delà d'un tel cadre.

En 2014 nous envisageons donc une solution instationnaire « d'univers de poussière » (à pression nulle). Les tenseurs de champ se réduisent donc à une masse volumique. Pour obtenir des contenus, et donc des évolutions très dissemblables nous envisageons le système, modulo les limitations évoquées :

$$\textcolor{red}{G} = \textcolor{red}{T} + \varphi \textcolor{red}{T}$$

$$\textcolor{green}{G} = -[\textcolor{green}{T} + \psi \textcolor{red}{T}]$$

Les fonctions φ et ψ étant des fonctions d'une variable chronologique commune.

¹³ J.P.Petit, G.D'Agostini : Negative Mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy. *Astrophysics And Space Science.*, A 29, 145-182 (2014)

→ Il est regrettable que T.Damour n'ait porté aucune attention à ce travail. Modulo les deux limitations à des solutions instationnaires décrivant des univers homogènes, isotropes et constitués « de poussières » la condition de compatibilité entre ces deux équations s'écrivent alors (il n'y a plus que des dérivées par rapport à la variable chronologique).

La solution étant exprimée à l'aide de métriques de Robertson-Walker

$$ds^2 = dx^o{}^2 - \textcolor{red}{a}^2 \left[\frac{du^2}{1 - \textcolor{red}{k} u^2} + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right]$$

$$ds^2 = dx^o{}^2 - \textcolor{green}{a}^2 \left[\frac{du^2}{1 - \textcolor{green}{k} u^2} + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right]$$

En couleur : ce qui est propre à chaque hypersurface 4D :

- Leur élément de longueur s
- Leur facteur d'échelle a
- Leur indice de courbure k

En noir, les éléments communs, dont les variables (x^o , u , φ , θ)

La condition de cohérence mathématique du système se traduit alors par la relation :

$$E = \rho c^2 a^3 + \rho c^2 \textcolor{green}{a}^3 = \text{constantes}$$

→ Qui n'est rien d'autre qu'une conservation généralisée de l'énergie.

On peut alors faire jouer une autre hypothèse fondamentale¹⁴, ayant émergé des simulations numériques de 1992, l'idée que la dynamique cosmique soit principalement pilotée par le contenu en énergie négatif, c'est à dire :

$$\rho c^2 \textcolor{green}{a}^3 \gg \rho c^2 \textcolor{red}{a}^3 \rightarrow E \text{ pratiquement égal à } \rho c^2 \textcolor{green}{a}^3$$

¹⁴ L'explication de cette dissymétrie sera fournie dans une future publication.

On peut alors construire une solution exacte des deux équations, avec des indices de courbures k et k négatifs, ce qui avait été fait en 2014. La comparaison avec les données observationnelles interviendra dans un papier de 2018 :

G. D'Agostini and J.P. Petit : Constraints on Janus Cosmological model from recent observations of supernovae type Ia, *Astrophysics and Space Science*, (2018), 363:139. <https://doi.org/10.1007/s10509-018-3365-3>

Ci-après la courbe montrant l'accord avec les données observationnelles :

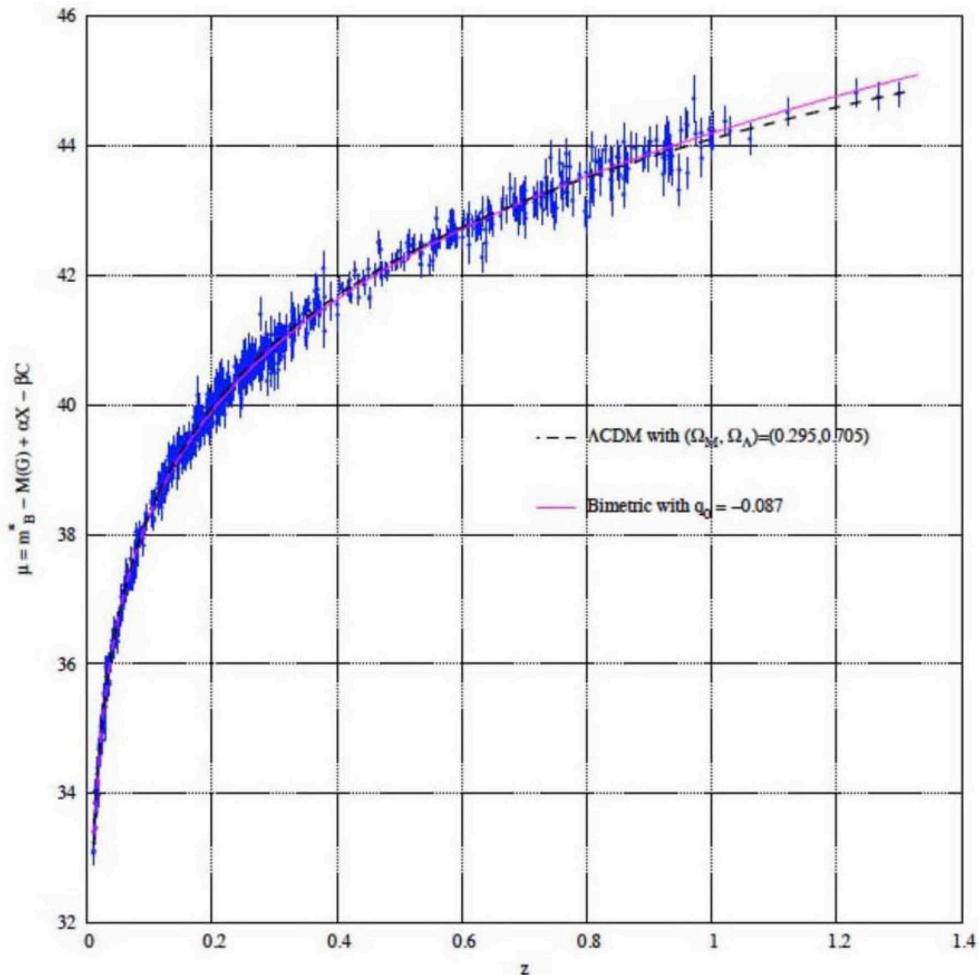


FIG. 5. Hubble diagram compared with the 2 models (linear redshift scale)

JCM Versus Lambda CDM

11 – Ceci fournit un nouvel argument en faveur de cette approche **heuristique**. Le modèle Janus est non seulement **le seul** qui confère une identité bien définie à cet autre composant invisible de l'univers, qualifié « d'énergie noire », en montrant qu'il s'agit de l'énergie négative des composants de **l'antimatière primordiale, d'antihydrogène et d'antihélium de masse négative**, énergie qui est ρc^2 . Le modèle fournit alors un excellent accord avec les données observationnelles, issues des supernovae de type Ia. En outre, et là il diffère totalement de l'interprétation fondée sur le recours à cette « énergie du vide » représentée par la

« constante comologique » Λ , il prédit une **expansion linéaire** (et non exponentielle).

Ainsi les équations, limitées à la production de solutions instationnaires, décrivant deux milieux isotrope et homogène, s'écrivent-elles maintenant :

$$\begin{aligned}\mathbf{G} &= \mathbf{T} + \frac{\mathbf{a}^3}{\mathbf{a}^3} \mathbf{T} \\ \mathbf{G} &= - \left[\mathbf{T} + \frac{\mathbf{a}^3}{\mathbf{a}^3} \mathbf{T} \right]\end{aligned}$$

Et c'est là que nous remarquons que les facteurs affectant les tenseurs d'interaction ne sont autre que les rapports des racines carrées des déterminants des deux métriques. Un lien évident se manifeste alors, vis à vis des équations de champ publiées en 2008 par Sabine Hossenfelder, sept ans plus tôt :

$$(g)R_{\kappa\nu} - \frac{1}{2}g_{\kappa\nu}(g)R = T_{\kappa\nu} - V\sqrt{\frac{h}{g}}a_v^\nu a_\kappa^k T_{v\kappa} \quad (34)$$

$$(h)R_{v\kappa} - \frac{1}{2}h_{v\kappa}(h)R = T_{v\kappa} - W\sqrt{\frac{g}{h}}a_\kappa^k a_v^\nu T_{\kappa\nu} \quad , \quad (35)$$

Des équations où par la suite elle sera amenée à opter pour : $V = W = 1$

Nous tentons, pour la nième fois, d'établir un dialogue avec S.Hossenfelder, en suggérant même que notre modèle Janus pourrait se présenter comme une variante de sa propre approche, où les principes d'action-réaction et d'équivalence sont restaurés¹⁵. Mais, pour des raisons de nature non-scientifique tout dialogue s'avère impossible. Elle coupe court en nous écrivant :

- I don't want to collaborate with you !

Nous tentons alors de produire ce qui peut être considéré comme une forme non covariante de son approche, en supposant les métriques liées par le lien fonctionnel:

$$\delta g^{(+)\mu\nu} = -\delta g^{(-)\mu\nu}$$

Ce qu'on peut aussi traduire avec notre code des couleurs par :

$$\delta \mathbf{g} = -\delta \mathbf{g}$$

¹⁵ Ce qui n'est pas le cas dans le modèle de S.Hossenfelder, qui va même jusqu'à écrire que ces violations sont inhérentes à cette approche bimétrique, ce en quoi elle se trompe, mais l'incitera à signifier dans une vidéo récente son abandon de ces travaux.

Ceci nous amène à publier *une première ébauche de dérivation covariante*¹⁶, en insistant sur le fait que ces démarches, quand elles se réfèrent à des bigéométriques, ne traduisent qu'une approche **heuristique**.

En l'état, cela signifie qu'on limite l'espace fonctionnel à des métriques selon des choix particuliers des coordonnées.

Sous cet angle, modulo une indispensable retouche nécessaire pour rétablir les principes d'équivalence et d'action-réaction, la dérivation Lagrangienne des équations par Sabine Hossenfelder pourrait représenter une construction plus précise, tout en débouchant éventuellement sur une possible gestion au-delà de la limitation à l'approximation Newtonienne. Nous restons entièrement ouverts à cette possibilité ?

Revenant à notre propre démarche, nos équations prennent à ce stade la forme :

$$\begin{aligned}\mathbf{G} &= \mathbf{T} + \sqrt{\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}}} \mathbf{T} \\ \mathbf{G} &= -[\mathbf{T} + \sqrt{\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}}} \mathbf{T}]\end{aligned}$$

Elles sont à même de gérer des situations instationnaires, où les populations sont homogènes et isotropes mais, quand on tente d'étendre le modèle à des configurations stationnaires ; non-homogènes et non-isotropes, subsiste alors l'incohérence inacceptable :

$$\nabla \mathbf{T} \neq 0 \quad \nabla \mathbf{T} \neq 0$$

Cela montre simplement que ce choix des deux tenseurs matière en tant que composante des tenseurs d'interaction **ne convient pas**. Mais à ce stade, **inversons la proposition** :

- Il s'agit de trouver des tenseur d'interaction qui satisfassent les conditions.

→ Dans un futur, proche ou lointain, un mathématicien, au terme d'une construction d'une méthode générale et rigoureuse de la théorie des géométries bimétriques, axées sur des métriques riemanniennes hyperboliques, produira peut-être alors des tenseurs

¹⁶ J.P.Petit & G.D'Agostini : Lagrangian derivation of the two coupled field equations in the Janus Cosmological Model. *Astrophysics and Space Science* **2015**, 357 :67

d'interaction dotés de toutes les vertus, permettant d'opérer dans des conditions non linéaires.

Alors l'approche Janus fera figure de brouillon.

En attendant ce moment, nous qui sommes physiciens, concentrons-nous sur des solutions limitée à :

- L'approximation Newtonienne

Ce qui exclura de pouvoir construire des modèles d'étoiles à neutrons se rapprochant de la criticité, où les trajectoires géodésiques feraient état d'avances du périhélie considérables à chaque tour.

→ Mais otions que ceci permet quand même d'aborder 99 % des phénomènes de l'astrophysique et de gérer le confinement des galaxies, la structure spirale, les effets de lentille gravitationnelle modérés, la dynamique des amas, etc.. etc.. .

Concentrons-nous sur la forme « mixte » des équations de champ (heuristiques !):

$$R^{(+)\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} R^{(+)} \delta^{\nu}_{\mu} = \chi \left[T^{(+)\nu}_{\mu} + t^{(-)\nu}_{\mu} \right]$$

□

$$R^{(-)\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} R^{(-)} \delta^{\nu}_{\mu} = -\chi \left[t^{(+)\nu}_{\mu} + T^{(-)\nu}_{\mu} \right]$$

Ceci constitue en quelque sorte notre projet de système d'équations de champ. Nous savons par ailleurs que les choix :

$$t^{(-)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}} T^{(-)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}} \begin{pmatrix} \rho^{(-)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{p^{(-)}}{c^{(-)2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{p^{(-)}}{c^{(-)2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{p^{(-)}}{c^{(-)2}} \end{pmatrix}$$

$$t^{(\pm)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}} T^{(\pm)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}} \begin{pmatrix} \rho^{(-)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} \end{pmatrix}$$

Conduisent à des impasses. Le 4 janvier 2019 Mr. T.Damour nous signale, à juste titre ce genre de chose. Mais il se trouve qu'en 2018 j'avais, **toujours de manière heuristique**, envisagé de donner aux tenseurs d'interaction la forme :

$$\hat{t}^{(-)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}} \hat{T}^{(-)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(-)}}{g^{(+)}}} \begin{pmatrix} \rho^{(-)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p^{(-)}}{c^{(-)^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p^{(-)}}{c^{(-)^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{p^{(-)}}{c^{(-)^2}} \end{pmatrix}$$

$$\hat{t}^{(+)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}} \hat{T}^{(+)\nu}_{\mu} = \sqrt{\frac{g^{(+)}}{g^{(-)}}} \begin{pmatrix} \rho^{(+)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{p^{(+)}}{c^{(+)^2}} \end{pmatrix}$$

Ce qui traduit simplement *l'inversion du signe des termes de pression*. A ce stade on remarquera deux choses :

- Il n'existe aucune prescription, règle, fixant la forme des tenseurs d'interaction, si ce n'est le fait qu'ils doivent satisfaire l'exigence d'une cohérence mathématique des équations.
- Dans ce cas précis, où on se situe dans le cadre de solutions stationnaires, ces conditions traduisent simplement (équation d'Euler) le fait qu'on doit rendre compte du fait qu'à

l'intérieur des masses *les forces de pression équilibre la force de gravitation.*

Compte tenu de cette introduction de ces nouvelles formes données aux tenseurs d'interaction on obtient les équations de ci-après :

$T_{\mu\nu}^-$ à zéro, et en résolvant les équations pour les deux métriques dans un cas où la source $T_{\mu\nu}^+$ est stationnaire et à symétrie sphérique. Ces solutions ont été écrites⁴ dans les éqs. (45), (46) de PDD19, c-a-d (avec $' = d/dr$)

$$\begin{aligned} p'_+ &= -G \left(\rho_+ + \frac{p_+}{c^2} \right) \frac{M_+(r) + 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r - 2GM_+(r)/c^2)}, \\ p'_+ &= -G \left(\rho_+ - \frac{p_+}{c^2} \right) \frac{M_+(r) - 4\pi p_+ r^3/c^2}{r(r + 2GM_+(r)/c^2)}, \end{aligned} \quad (12)$$

où $p_+(r)$ est la pression (de la matière ordinaire), $\rho_+(r)$ sa densité, et $M_+(r) = 4\pi \int_0^r dr r^2 \rho_+(r)$ est la masse (positive) contenue dans le rayon r .

Il est vrai que si l'on prend formellement la limite newtonienne $\frac{1}{c^2} \rightarrow 0$ dans les équations (12), ces deux équations deviennent compatibles, car elles deviennent toutes deux identiques à l'unique équation de structure newtonienne (11).

Celles-ci sont empruntées à l'article mis en place le 28 décembre 2022 sur sa page du site de l'IHES¹⁷. Elles sont la reproduction à l'identique de celle contenues dans le mémoire que j'avais adressé à Monsieur Damour en 2019, comportant le détail des calculs servant de support à notre article du premier janvier 2019¹⁸. Il est regrettable qu'il ait attendu quatre années avant d'en prendre connaissance. Comme il le concède lui-même (phrases soulignées en rouge) ces équations, dans l'approximation Newtoniennes, se réduisent toutes deux à :

$$p' = -4\pi G \rho r$$

La courbe de pression est alors une parabole dont le sommet est en $r = 0$ et qui prend une valeur nulle à la surface de l'étoile.

La référence à l'étoile à neutrons, dans les lignes suivantes, est sans objet, puisque les équations, pour un milieu stationnaire, non-homogène et non-isotrope, se limitent à des systèmes se situant dans le cadre de l'approximation Newtonienne et ne décrivent donc pas l'intérieur de étoiles à neutrons proches de la criticité.

¹⁷ 28 décembre 2022. T.Damour : Incohérence physique et mathématique du modèle cosmologique Janus-2019.

¹⁸ J.P.Petit, G. D'Agostini, N.Debergh : Physical and mathematical consistency of the Janus Cosmological Model (JCM). Progress in Physics **2019** Vol.15 issue 1

En conclusion ce système d'équations prend la forme :

$$\mathbf{G} = \mathbf{T} + \sqrt{\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}}} \widehat{\mathbf{T}}$$

$$\mathbf{G} = -[\mathbf{T} + \sqrt{\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}}} \widehat{\mathbf{T}}]$$

Ou, dans une présentation plus conventionnelle :

$$R_{\mu\nu}^{(+)} - \frac{1}{2} R^{(+)} g_{\mu\nu}^{(+)} = \chi \left[T_{\mu\nu}^{(+)} + \sqrt{\frac{\mathbf{g}^{(-)}}{\mathbf{g}^{(+)}}} \widehat{T}_{\mu\nu}^{(-)} \right]$$

$$R_{\mu\nu}^{(-)} - \frac{1}{2} R^{(-)} g_{\mu\nu}^{(-)} = -\chi \left[\sqrt{\frac{\mathbf{g}^{(+)}}{\mathbf{g}^{(-)}}} \widehat{T}_{\mu\nu}^{(+)} + T_{\mu\nu}^{(-)} \right]$$

Pour finir, nous reproduisons à l'identique le message reçus de T.Damour le 31 décembre 2022 :

Quand on attaque quelqu'un qui critique vos essais théoriques mal définis et incohérents, il faut faire un effort pour comprendre l'origine fondamentale de ces incohérences.

Pour clarifier mon dernier texte, dont le point essentiel était de pointer l'incohérence des éqs de structure d'une étoile (que vous n'avez toujours pas comprise), j'ai complété le raisonnement montrant l'incohérence des éqs du mouvement des divers types de masses d'épreuve (incohérence déjà pointée du doigt dans mon texte de janvier 2019, apparemment jamais comprise par vous, et s'appliquant en présence de la "modification" \varphi de Janus-2019).

Il est à noter que le document attaché (mis en ligne sur ma page web de l'IHES) recense finalement quatre incohérences différentes (mais reliées) de Janus-2019:

- incohérence de la pseudo dérivation à partir d'une action
- incohérence venant de la "contrainte" reliant les variations de g^+ et g^-
- incohérence des éqs du mouvement des divers types de masses d'épreuve à l'approximation newtonienne
- incohérence des éqs de structure d'une étoile au niveau exact (et dès le niveau post-newtonien, $1/c^2$, qui vaut numériquement 20% pour une étoile à neutrons).

TD

A titre de réponse, en m'appuyant sur ce qui a été exposé plus haut :

- Les deux premières incohérences prétendent s'appuyer sur des fondements mathématiques, ceux d'une théorie mathématique des bi-géométrie, encore inexistantes.

Elles sont donc simplement sans objet. Ces remarques, sous l'apparence d'une pseudo-rigueur, tentent de masquer le fait que ces modélisations reposent toutes trois sur des bases heuristiques et que leur seule justification (qui est absente dans les deux premiers modèles) repose essentiellement dans l'accord avec des données observationnelles (onze dans le cas du modèle Janus)

- La dernière, se référant aux étoiles à neutrons, sort du cadre de ce modèle.
- La troisième traduit une erreur de calcul et une méconnaissance de la technique élémentaire de dérivation de lois de force à parti d'une équation de champ.

Nous adressons cette réponse à Mr. T.Damour en recommandé avec accusé de réception¹⁹, assortie d'une toute dernière demande d'exercice du droit de réponse à ses articles du 4 janvier 2019 et 28 décembre 2022²⁰, droit qu'il nous a refusé pendant quatre années, conférant à la publication de ses articles le caractère d'une diffamation scientifique.

Jean-Pierre Petit

¹⁹ Avec copie à Mr. E. Ullman, directeur de l'IHES, coresponsable des contenus des pages du site de cet institut.

²⁰ Se substituant à un article précédent du 12 décembre 2022.