

Quand la masse négative remplace à la fois la matière sombre et l'énergie noire. Résolution du problème de l'antimatière primordiale.

J.P.Petit¹, G.D'Agostini², N.Debergh³

Manaty Research Group⁴

Mots clés : masse négative, modèles bimétriques, bigravité, structure à très grande échelle, accélération de l'expansion cosmique, matière sombre, énergie noire, structure spirale, Great Repeller, effet de lentille gravitationnelle négatif, groupe dynamiques, antimatière primordiale, modèle de Sakharov

Résumé :

Si on tente d'inclure des masses négatives dans le modèle cosmologique on se heurte immédiatement à l'effet runaway, violant le principe d'action-réaction. Il est alors nécessaire d'opter pour un modèle avec deux métriques. On prend comme point de départ le modèle de Sabine Hossenfelder qui est mathématiquement correct mais qui est incompatible avec une confrontation avec des données observationnelles. On reprend cette approche en modifiant les équations de champ dont les solutions permettent alors de rendre compte de l'accélération de l'expansion cosmique, des forts effets de lentille gravitationnelle au voisinage des galaxies et des amas, de la latitude des courbes de rotation. En utilisant la théorie des groupes dynamiques on montre que cette masse négative est une copie de l'antimatière, affectée d'une masse et d'une énergie négatives. Cette approche concrétise l'idée d'Andréi Sakharov et résout le problème de la non-observation d'antimatière primordiale. Les questions restant à résoudre pour faire de ce modèle une alternative au modèle standard actuel Λ CDM sont recensées.

1 – Quel futur pour la cosmologie?

La cosmologie, faute de nouvelles options prometteuses s'est largement orientée depuis des années vers ce qu'on pourrait qualifier des mondes chimériques. De nos jours des auteurs soumettent des articles portants des mots magiques comme « cosmic strings, monopoles, branes, firewall, quintessence, Chaplyng gas, axions », qui ne constituent pas de véritable modèle, ni ne proposent aucune confirmation observationnelle, ont beaucoup plus de chances d'être publiés que ceux qui s'efforcent d'utiliser des outils mathématiques et géométriques classiques que certains considèrent comme désuets ou dépassés. Il reste qu'il s'est avéré impossible à ce jour de conférer une identité aux

¹ Jean-pierre.petit@manaty.net

² gilles.dagostini@manaty.net

³ nathalie.debergh@manaty.net

⁴ <https://manaty.net/research-group/en>

deux composants qui servent de base au modèle mainstream Λ CDM, la dark matter et la black energy. Que se passera-t-il si, dans les années à venir on ne parvient pas à capturer des particules de dark matter dans des abris souterrains, ou dans l'espace ? Quelles sont les alternatives à ce modèle ? L'Israélien Mordechaï Milgrom [1] a suggéré d'envisager une modified gravity. Mais il n'existe actuellement rien qui puisse permettre d'intégrer un tel concept dans la Generalized Relativity. Ajoutons que cette idée souffre de contractions observationnelles. Une seconde alternative consiste à envisager l'existence d'une matière de masse négative qui, émettant des photons d'énergie négative, échapperait ainsi définitivement aux observations optiques et ne révélerait sa présence que par ses effets gravitationnels.

2 – Deux essais d'introduction de masses négatives dans le modèle cosmologique

Il s'agit des références [2] et [3]. Dans le premier travail les auteurs tentent de remettre au goût du jour le modèle cosmologique de Dirac Milne où les densités de masses positive et se composent. C'est lors un cosmos exempt de champ gravitationnel qui suit une loi d'expansion linéaire en fonction du temps. Il est suggéré en outre que cette seconde matière puisse correspondre à l'antimatière primordiale, repoussant notre propre matière. Un avantage mis en avant est que l'horizon cosmologique croît alors de la même façon que l'univers lui-même. Dans ces conditions son homogénéité serait assurée quelle que soit l'époque et on n'aurait plus besoin de recourir à la théorie de l'inflation. Les auteurs avancent, sur la base de calculs d'abondance des éléments légers que les prédictions issues d'un tel modèle seraient compatibles avec les données observationnelles. Mais ce modèle se trouve alors être en complète contradiction avec le modèle Λ CDM et avec les observations faisant état du phénomène d'accélération de l'expansion ([4],[5],[6]). Enfin on porte l'attention sur le comportement de l'antimatière créée en laboratoire quand elle est soumise à un champ gravitationnel, en l'occurrence le champ terrestre, sans expliquer pourquoi cette antimatière tomberait vers le haut. Dans le second essai [3] l'auteur tente de fondre la dark matter et la dark energy en une seule entité, de masse négative. Pour lui faire jouer le rôle imputé à la constante cosmologique dans le modèle mainstream Λ CDM il est alors nécessaire qu'il y ait création de masse négative en continu, pour maintenir sa densité constante par un phénomène qui n'est pas décrit.

$$(1) \quad \rho^- = \frac{c^2}{8\pi G} \Lambda = Cst$$

Ainsi, en prétendant simplifier le problème on ne fait que le compliquer. Cette étude comporte cependant un résultat intéressant basé sur l'idée que les galaxies se trouvent confinées dans des lacunes de la masse négative. L'auteur montre que ce confinement donne des courbes de rotation plates en périphérie. Voir figure 1.

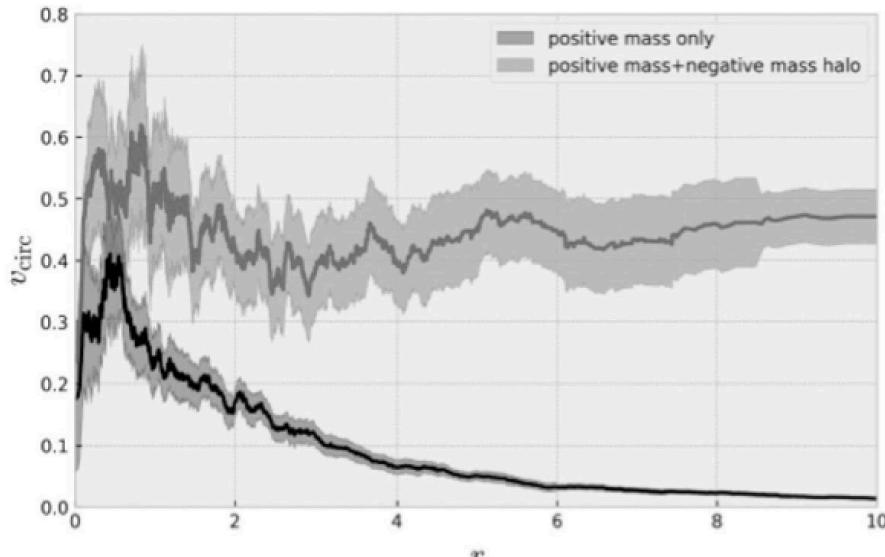


Fig.1 : Vitesse circulaire en fonction de la distance au centre de la galaxie

Mais dans ces deux essais le phénomène runaway subsiste.

3 – Le phénomène runaway.

Si on envisage de conserver l'actuel paradigme géométrique on se heurte alors au phénomène runaway. En effet l'équation d'Einstein fournit le même ensemble de géodésiques, se référant à des particules tests, que celle-ci aient une masse positive ou une masse négative, quelle que soit la source du champ.

$$(2) \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \chi T_{\mu\nu}$$

On peut illustrer ceci en examinant les solutions de Schwarzschild où la masse M, source du champ, peut être positive ou négative.

$$(3) \quad ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Avec $M>0$ on obtient la figure 2.

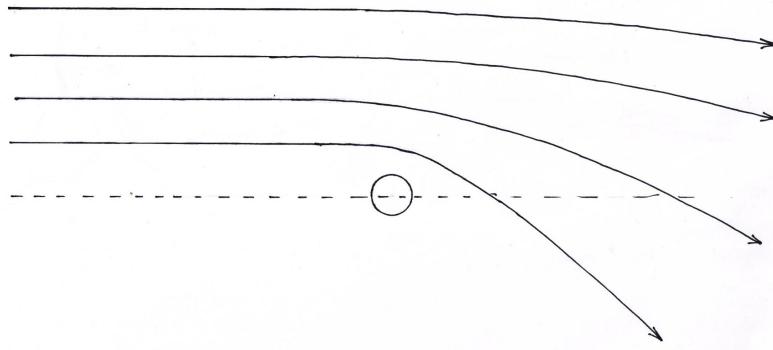


Fig.2 : Trajectoires géodésiques au voisinage d'une masse positive

Avec $M < 0$ la figure 3 :

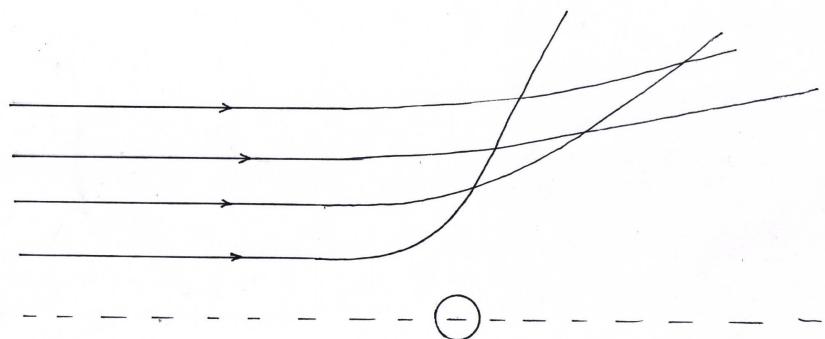


Fig.3 : Trajectoires géodésiques au voisinage d'une masse négative.

On peut traduire ceci en disant que les masses positives attirent tout et que les masses négatives repoussent tout. Ainsi, si on met en présence deux masses de signes opposés, la masse positive s'enfuit, poursuivie par la masse négative, ce qui représente une violation du principe d'action-réaction

RUNAWAY PHENOMENON :

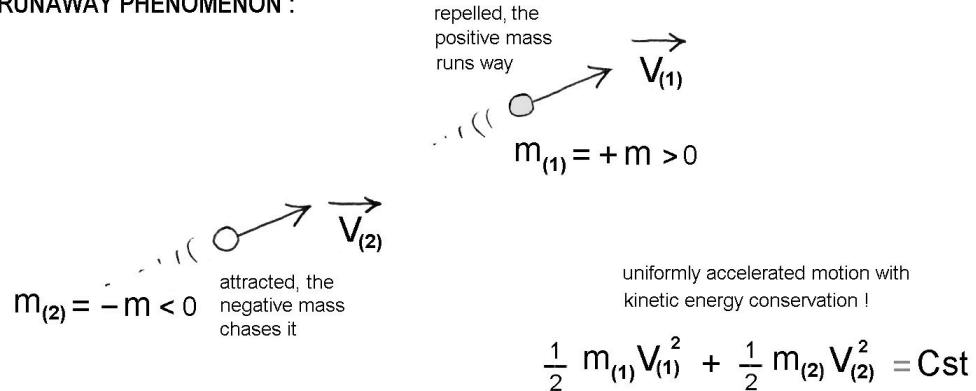


Fig.4 : Effet Runaway .

Ce phénomène avait été mis en évidence par H.Bondi [7] puis par W. Bonnor [8]. Dans les essais cités plus haut on suggère que ce phénomène pourrait être à l'origine des rayons cosmiques. Si on veut éviter ce phénomène et restaurer les principes d'équivalence et d'action réaction on est obligé d'envisager que les masses de signes opposés se comportent différemment dans un même champ de gravité. Il faut donc envisager deux ensembles géodésiques, issus de deux métriques différentes.

4 – Bigravité massique.

En 2002 T.Damour et I.Kogan [9] assimilent l'univers à un couple de « branes » dont les éléments interagiraient à l'aide de gravitons dotés d'une spectre de masse. Ils posent alors les bases d'une « bigravité massique » et introduisent des densités Lagrangiennes dans une action. Les termes faisant intervenir les tenseurs de Ricci sont $R^R L^R \sqrt{-g^R}$, $R^L \sqrt{-g^L}$. Celui correspondant à notre matière, qualifiée de « Right » (« droite ») est $L^R \sqrt{-g^R}$. La seconde matière est qualifiée de « left » (« gauche ») $L^{(-)} \sqrt{-g^{(-)}}$. Ces termes font intervenir les hypervolumes quadridimensionnels $\sqrt{-g^R} dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$ et $\sqrt{-g^L} dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$. Les auteurs introduisent un terme d'interaction : $\mu (g^R g^L)^{1/4} \sqrt{-g^L} dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$ sur la base d'un hypervolume équivalent $(g^R g^L)^{1/4}$. La méthode variationnelle produit alors un couple d'équations de champ liées. Dans les seconds membres on trouve alors des termes-sources « droits » et « gauches » ainsi que des termes rendant compte de l'interaction entre les deux systèmes. Les auteurs considèrent alors différents systèmes : le modèle de Kaluza-Klein, celui des branes, celui de la géométrie non-commutative. Ce premier article [9], de 42 pages, est rapidement suivi par un second [10] de 56 pages. Mais rien n'en émerge qui puisse faire figure de véritable modèle ni ne puisse conduire à une confrontation avec des données observationnelles.

5 – Une théorie bimétrique avec une symétrie d'échange.

En 2008 [11] Sabine Hossenfelder publie dans la revue Physical Review D un essai théorique intitulé « une théorie bimétrique avec symétrie d'échange ». Les deux métriques sont dotées de signatures Lorentziennes. La métrique g est celle de la matière ordinaire. Le comportement de la seconde matière se déduit d'une métrique \underline{h} . En utilisant ce que l'auteur appelle des « pull over », un Lagrangien est proposé :

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \sqrt{-g} ((^g R / 8\pi G) + L(\Psi)) + \sqrt{-h} P_{\underline{h}}(L(\Phi)) \\ (4) \quad & + \int d^4x \sqrt{-\underline{h}} ((^{\underline{h}} R / 8\pi G) + \underline{L}(\Phi)) + \sqrt{-g} P_g(L(\Psi)) \end{aligned} \quad (32)$$

- $(^g R)$ and $(^{\underline{h}} R)$ sont les scalaires de Ricci associés aux métriques \mathbf{g} et $\underline{\mathbf{h}}$.

- g and \underline{h} étant les déterminants des deux métriques

- $d^4x\sqrt{-g}$ and $d^4x\sqrt{-h}$ sont les hypervolumes quadridimensionnels correspondants.

- Ψ et Φ sont les champs issus des deux matières.

Une "double-variation" est alors introduite à travers un terme de couplage défini dans l'équation (27) de la section **III.** de l'article [11]:

$$(5) \quad \delta h_{\kappa\lambda} = -[a^{-1}]^\mu_\kappa [a^{-1}]^\nu_\lambda \delta g_{\mu\nu}$$

Ceci est la version covariante de la relation de couplage que nous avons utilisé dans notre article [12]. Un système d'équations de champ couplées, correspondant aux équation (34) et (35) de la section **IV** de l'article [11] est alors obtenu.

$$(6) \quad \begin{aligned} {}^{(g)}R_{\kappa\nu} - \frac{1}{2}g_{\kappa\nu}{}^{(g)}R &= T_{\kappa\nu} - V \sqrt{\frac{h}{g}} a_\nu^\kappa a_\kappa^\nu T_{\kappa\nu} \\ {}^{(h)}R_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} - \frac{1}{2}h_{\underline{\nu}\underline{\kappa}}{}^{(h)}R &= T_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} - W \sqrt{\frac{g}{h}} a_\nu^\kappa a_\kappa^\nu T_{\nu\kappa} \end{aligned}$$

L'auteur étudie alors les solutions du système sans second membre, ce qui lui permet, à l'aide de solutions de Schwarzschild couplées, de définir les lois d'interaction, c'est à dire les masses inertielles des deux espèces. Les masses de mêmes signes s'attirent selon la loi de Newton, tandis que les masses de signes opposés se repoussent. Le principe d'action-réaction est donc sauvé. Le système fait également apparaître un effet de lentille gravitationnelle négatif que les masses d'une population créent sur les photons de la seconde population (ceux-ci étant les particules suivant les géodésiques de longueur nulle issues de la métrique de la seconde population). Mais dans la suite l'auteur tente de faire en sorte que l'évolution dans le temps de la seconde population se calque sur celle des masses positives en posant que la masse volumique, qui fait intervenir la masse gravifique, de la seconde population soit positive : $\rho > 0$. Ceci est alors obtenu par des choix arbitraires des signes des termes présents dans le Lagrangien. Une violation du principe d'équivalence s'en déduit, signalée par l'auteur. Le but poursuivi est, tout en conservant une symétrie globale entre les deux systèmes, d'y faire apparaître des fluctuations, très non linéaires, dont la présence pourrait alors être équivalente à l'adjonction d'une constante cosmologique Λ . Mais le mécanisme donnant naissance à ces fluctuations n'est pas décrit. On ne voit pas au passage comment de telles fluctuations, se produisant dans un système où les masses volumiques et sont égales ($\rho \approx \underline{\rho} > 0$), pourrait conduire à des effets de deux ordres de grandeur supérieurs. En tentant une analogie cela reviendrait, dans un bassin avec 50 cm de hauteur d'eau d'espérer voir y naître des vagues de 50 mètres de hauteur.

6 – Adaptation du système d'équations de champ liées.

Néanmoins l'approche géométrique et mathématique est intéressante et mathématiquement correcte. C'est l'interprétation physique, qui se traduit par des choix de signes dans le Lagrangien, qui est défaillante. Nous modifions ces signes de matière à

obtenir une masse volumique $\underline{\rho} < 0$ et une pression $\underline{p} < 0$ négatives. On fait apparaître deux vitesses de la lumière c and \underline{c} , a priori inégales, de même que des indices de courbure k and \underline{k} . On fait apparaître deux « constantes d'Einstein » χ and $\underline{\chi}$ a priori également inégales. En reconduisant la même technique mathématique on obtient alors le système

$$(7) \quad {}^{(g)}R_{\kappa\nu} - \frac{1}{2}g_{\kappa\nu}{}^{(g)}R + \Lambda g_{\kappa\nu} = \chi \left[T_{\kappa\nu} + V \sqrt{\frac{h}{g}} a_{\nu}^{\kappa} a_{\kappa}^{\nu} T_{\kappa\nu} \right]$$

$$(8) \quad {}^{(h)}R_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} - \frac{1}{2}h_{\underline{\nu}\underline{\kappa}}{}^{(h)}R + \underline{\Lambda} h_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} = -\underline{\chi} \left[T_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} + W \sqrt{\frac{g}{h}} a_{\kappa}^{\underline{\nu}} a_{\underline{\nu}}^{\kappa} T_{\nu\kappa} \right]$$

La satisfaction des identités de Bianchi est assurée, par construction, par l'application **a** (référence , équation [13]) :

$$(9) \quad {}^{(g)}\nabla_{\nu} \left[V \sqrt{\frac{h}{g}} a_{\nu}^{\kappa} a_{\kappa}^{\nu} T_{\kappa\nu} \right] = 0$$

$$(10) \quad {}^{(h)}\nabla_{\underline{\nu}} \left[W \sqrt{\frac{g}{h}} a_{\kappa}^{\underline{\nu}} a_{\underline{\nu}}^{\kappa} T_{\nu\kappa} \right] = 0$$

Considérant les équations sans second membre, rien n'est changé. Mais la masse créant ces trajectoires, de même que la pression qui règne à l'intérieur de celle-ci et sa masse volumique sont perçues comme négative ($\underline{M} < 0$, $\underline{p} < 0$, $\underline{\rho} < 0$) par un observateur fait de masse positive.

Pour construire l'évolution des deux systèmes dans le temps on introduit deux solutions FLRW (métriques que Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker). Dans celles-ci des vitesses c et \underline{c} pour les photons cheminant le long des géodésiques de longueur nulle issues des métriques **g** et **h**.

$$(11) \quad ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2 \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right]$$

$$(12) \quad d\underline{s}^2 = -c^2 dt^2 + b^2 \left[\frac{dr^2}{1-\underline{k}r^2} + d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2 \right]$$

Nous avons donc une unique variété M4 équipée de deux métriques **g** et **h** . Les évolutions des deux systèmes se liront dans la construction des deux facteurs d'échelle $a(t)$ and $b(t)$. Ecrivons les équations sous leur forme mixte :

$$(13) \quad {}^{(g)}R_{\kappa}^{\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\kappa}^{\nu} {}^{(g)}R = \chi \left[T_{\kappa}^{\nu} + V \sqrt{\frac{h}{g}} a_{\nu}^{\kappa} a_{\kappa}^{\nu} T_{\kappa}^{\nu} \right]$$

$$(14) \quad {}^{(h)}R_{\underline{v}}^{\underline{\kappa}} - \frac{1}{2} \delta_{\underline{v}}^{\underline{\kappa}} {}^{(h)}R = -\underline{\chi} \left[T_{\underline{v}}^{\underline{\kappa}} + W \sqrt{\frac{g}{h}} a_{\underline{\kappa}}^{\underline{\kappa}} a_{\underline{v}}^{\underline{v}} T_{\underline{v}}^{\underline{\kappa}} \right]$$

Les tenseurs sources sont :

$$(15) \quad T_{\underline{\mu}}^{\underline{\nu}} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad T_{\underline{\mu}}^{\underline{\nu}} = \begin{pmatrix} \underline{\rho} \underline{c}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\underline{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\underline{p} \end{pmatrix}$$

En introduisant ces solutions métriques dans les deux équations on obtient deux couples d'équations différentielles faisant intervenir les dérivées première et seconde des facteurs d'échelle :

$$(16) \quad a = \frac{da}{dt} \quad \ddot{a} = \frac{d^2a}{dt^2} \quad b = \frac{db}{dt} \quad \ddot{b} = \frac{d^2b}{dt^2}$$

Ces équations sont :

$$(17) \quad -\underline{\chi} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 \right] = -\Lambda + \frac{3k}{a^2} + \frac{3\dot{a}^2}{c^2 a^2}$$

$$(18) \quad -\underline{\chi} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right] = \Lambda - \frac{k}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{c^2 a^2} - \frac{2\ddot{a}}{c^2 a}$$

$$(19) \quad \underline{\chi} \left[\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c^2 \right] = -\underline{\Lambda} + \frac{3\underline{k}}{b^2} + \frac{3\dot{b}^2}{c^2 b^2}$$

$$(20) \quad \underline{\chi} \left[\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c^2 + \underline{p} + W \frac{a^3}{b^3} p \right] = \underline{\Lambda} - \frac{\underline{k}}{b^2} - \frac{\dot{b}^2}{c^2 b^2} - \frac{2\ddot{b}}{c^2 b}$$

On ne peut pas, comme le fait S.Hossenfelder, ne considérer que les équations (17) et (19) et en déduire des lois d'évolution en considérant les termes V and W comme des quantités indépendantes, alors que cela n'est pas le cas. Le traitement du système des quatre équations se traduit par des équations de compatibilité, d'existence de solution. Ce calcul est détaillé dans l'annexe I. Il est similaire à ce qu'on obtient en introduisant un métrique FLRW dans l'équation d'Einstein, qui conduit à la condition :

$$(21) \quad \rho c^2 R^{3(1+\frac{\alpha}{3})} = Cst$$

Dans le cas d'un univers de poussière ceci devient $\rho c^2 R^3 = Cst$, qui n'est autre que la traduction de la conservation de l'énergie. Même chose dans le cas d'un univers de rayonnement où on a : $\rho_r c^2 R^4 = Cst$.

Les équations (17) et (18) donnent :

$$(22) \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2}{\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p}} \right] + \frac{3}{a} \frac{da}{dt} = 0$$

Et les équations (19) et (20) conduisent à :

$$(23) \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c^2}{\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c^2 + \underline{p} + W \frac{a^3}{b^3} p} \right] + \frac{3}{b} \frac{db}{dt} = 0$$

Dans le cas d'univers de poussière :

$$(24) \quad \frac{d}{dt} \left[\rho c^2 a^3 + V \underline{\rho} \underline{c}^2 b^3 \right] = \frac{d}{dt} \left[W \rho c^2 a^3 + \underline{\rho} \underline{c}^2 b^3 \right] = 0$$

Ce qui donne une loi généralisée de conservation de l'énergie qui impose que

$$(25) \quad V = W = 1$$

$$(26) \quad \rho c^2 a^3 + \underline{\rho} \underline{c}^2 b^3 = E = Cst$$

Dans le cas d'univers de radiation :

$$(27) \quad V = \frac{b}{a} = \frac{1}{W}$$

avec la forme généralisée de conservation de l'énergie radiative :

$$(28) \quad \rho c^2 a^4 + \underline{\rho} \underline{c}^2 b^4 = E = Cst$$

Si on opte pour la relation (35) on serait alors amené à réécrire les équations selon :

$$(29) \quad {}^{(g)}R_{\kappa\nu} - \frac{1}{2}g_{\kappa\nu} {}^{(g)}R + \Lambda g_{\kappa\nu} = \chi \left[T_{\kappa\nu} + (1+\alpha \sqrt[3]{\frac{h}{g}}) \sqrt{\frac{h}{g}} a_v^\nu a_\kappa^\kappa T_{\kappa\nu} \right]$$

$$(30) \quad {}^{(h)}R_{v\kappa} - \frac{1}{2}h_{v\kappa} {}^{(h)}R + \underline{\Lambda} h_{v\kappa} = -\underline{\chi} \left[T_{v\kappa} + (1+\alpha \sqrt[3]{\frac{g}{h}}) \sqrt{\frac{g}{h}} a_\kappa^\kappa a_v^\nu T_{v\kappa} \right]$$

$\alpha = 0$ correspondant à l'ère où la matière domine et $\alpha = 1$ to à l'ère radiative.

Au passage on montre que :

$$(31) \quad \chi = -\frac{8\pi G}{c^4}$$

Et pour le second système on obtient :

$$(32) \quad \underline{\chi} = -\frac{8\pi \underline{G}}{\underline{c}^4}$$

En optant pour des constantes cosmologiques et Λ nulles l'évolution, pour des univers de poussière :

$$(33) \quad \dot{a} = c \sqrt{-k + \frac{8\pi G}{3c^4} \frac{E}{a}}$$

$$(34) \quad \dot{b} = \underline{c} \sqrt{-\underline{k} + \frac{8\pi \underline{G}}{3\underline{c}^4} \frac{E}{b}}$$

$$(35) \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3c^2} E$$

$$(36) \quad \frac{\ddot{b}}{b} = \frac{8\pi \underline{G}}{3\underline{c}^2} E$$

Comme les mesures concernant l'ère dominée par la matière font état d'une accélération, en interprétant ce phénomène à l'aide de ce modèle et non par l'adjonction d'une constante cosmologique, on en déduit que l'énergie E est négative. Cela confirme l'hypothèse qui avait prévalu pour aboutir à des simulations numériques intéressantes. L'équation (33) impose la valeur -1 pour l'indice de courbure. En conséquence, toutes les masses négatives sont en état de décélération. Ces équations s'écrivent donc:

$$(37) \quad \frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{8\pi G}{3c^2} E$$

$$(38) \quad \frac{1}{b} \frac{d^2 b}{dt^2} = \frac{8\pi \underline{G}}{3\underline{c}^2} E$$

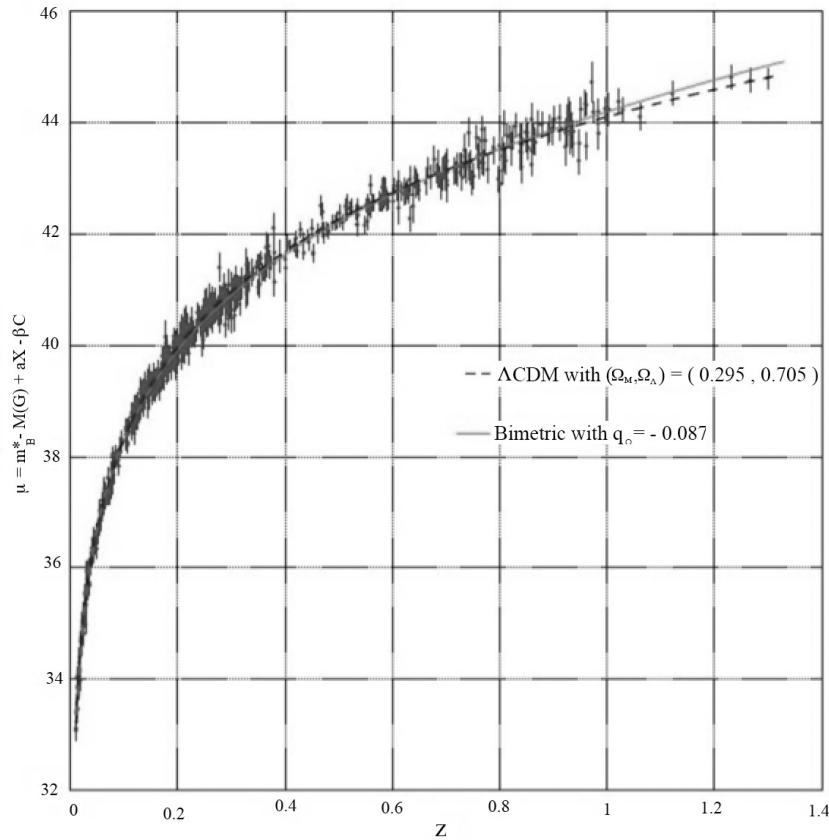
7 – Un univers dominé par la masse négative.

L'équation (37) devient:

$$(39) \quad a^2 \frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{8\pi G}{c^2} |E_o| a_o^3$$

La solution exacte de cette équation a été donnée par W.Bonnor [8]. Seule la portion de cette courbe, correspondant à la phase matière, doit être considérée. En effet lorsqu'on prolonge la courbe vers l'origine du temps on obtient une valeur non nulle du facteur d'échelle a . Dans sa portion se référant à la phase matière le modèle rend alors compte de l'accélération de l'expansion ([4],[5],[6]). Le modèle mainstream Λ CDM prédit une accélération exponentielle qui découle de la constance de la densité d'énergie négative associée à la constante cosmologique Λ . Dans le modèle proposé l'énergie négative est celle de la masse négative. Elle décroît au fur et à mesure de l'expansion. L'évolution du facteur d'échelle de la masse positive (39) tend alors vers une asymptote, traduisant une expansion linéaire en fonction du temps.

Les valeurs de magnitude en fonction de la distance, correspondant à ce modèle, ont été comparées aux données issues de 700 supernovae de type Ia avec un excellent accord [14].



Hubble diagram compared with the two models (linear redshift scale)

Fig.5 : Comparaison du modèle avec les données de 700 supernovae Ia [14]

A ce stade l'intérêt de l'approche est qu'elle fond les deux composants invisibles de l'univers en une seule entité, la masse négative.

8 – L'ère radiative.

Si on suppose que cette ère puisse toujours être décrite par des métrique FLRW on obtient $\underline{V} = \frac{1}{W} = \frac{b}{a}$. Si dans cette ère la dynamique est toujours dominée par le contenu de l'univers en énergie négative nous aurions toujours une accélération positive dans le secteur des masses positives :

$$(40) \quad a^3 \ddot{a} = \frac{8\pi G}{3c^4} |E_o| a_o^4$$

A ce stade nulle explication n'est fournie concernant la très importante dissymétrie entre les deux entités cosmiques. Dans le prochain article l'origine de cette dissymétrie sera expliquée et modélisée, à partir d'une situation initiale totalement symétrique. Cette extension du modèle expliquera au passage l'extrême homogénéité de l'univers primitif, sans faire recours au modèle de l'inflation, et fournira une interprétation alternative des fluctuations du CMB, du fond de rayonnement cosmologique.

Revenons maintenant à la description fournie par le modèle de son ère dominée par son contenu en matières et voyons ce qui en découle.

9 – Par rapport aux observations locales.

L'accord est immédiat. Comme le soulignait S. Hossenfelder dans la section **IV** de son article:

« Since both kinds of matter repel, one would expect the amount of h-matter in our vicinity to presently be very small ».

Le système devient ainsi :

$$(41) \quad {}^{(g)}R_{\kappa\nu} - \frac{1}{2}g_{\kappa\nu} {}^{(g)}R + \Lambda g_{\kappa\nu} = \chi T_{\kappa\nu}$$

$$(42) \quad {}^{(h)}R_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} - \frac{1}{2}h_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} {}^{(h)}R + \underline{\Lambda} h_{\underline{\nu}\underline{\kappa}} = - \underline{\chi} \sqrt{\frac{g}{h}} a_\kappa^\kappa a_\underline{\nu}^\nu T_{\nu\kappa}$$

La première équation s'identifie alors à l'équation d'Einstein. Ainsi le modèle rend-t-il compte des observations locales comme l'avance du périhélie de Mercure et la déviation des rayons lumineux par la masse du Soleil.

9) La structure à très grande échelle. Des résultats de simulation [15].

Dès 1995 en se basant sur la simple hypothèse concernant les lois d'interaction, à savoir :

- Les masses de même signe s'attirent par la loi de Newton.
- Les masses de signes opposés se repoussent par « anti-Newton »

Des simulations numériques furent effectuées, ajoutant l'hypothèse de la prééminence du contenu en masse négative ($|\rho_-| \gg \rho_+$). Les temps de Jeans des deux espèces diffèrent alors :

$$(43) \quad t_J^{(-)} = \frac{1}{\sqrt{4\pi G |\rho_-|}} \ll t_J^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{4\pi G \rho_+}}$$

C'est donc la masse négative qui forme la première une suite régulière de conglomérats, confinant la masse positive dans l'espace résiduel, en lui conférant ainsi une structure lacunaire, alvéolaire :

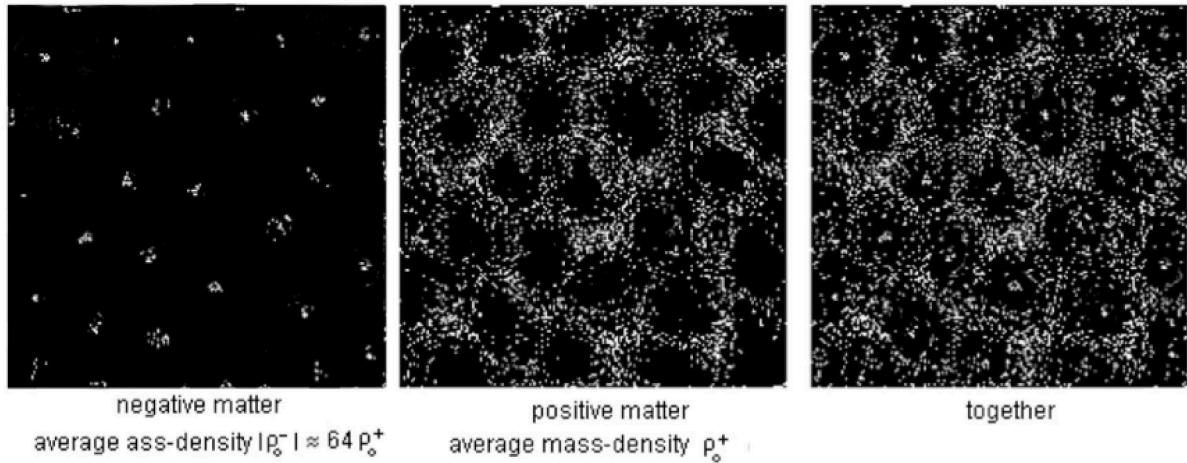


Fig.6 : Résultat des simulations de 1995 [15] avec $|\rho_-| \gg \rho_+$

Il serait très intéressant de pouvoir reprendre ces travaux de simulation, en 3D avec les ordinateurs actuels, auxquels nous n'avons malheureusement pas accès. Ce schéma, où la matière de masse positive se distribue à la manière de bulles de savon jointives fait que des filaments se formeront à la jonction de trois cellules, les amas à la jonction de quatre. Ce schéma débouche également sur une mode différent de formation des galaxies. Lorsque cette structure à très grande échelle se forme, immédiatement après le découplage, les conglomérats de masse négative exercent une contre pression importante sur la matière, distribuée en plaques. Il en résultat un échauffement brutal. Mais la structure plane permet une dissipation de cette énergie thermique par rayonnement, ce qui déstabilise le milieu et sert de déclencheur à la naissance des galaxies.

10 - Le Great Repeller.

In 2017 [16] une cartographie 3D de l'univers a été publiée se situant dans un cube d'un milliard et demi d'années lumière de côté, contenant des centaines de milliers de galaxies. A cette échelle la vitesse d'expansion des galaxies atteint 20.000 km/s. Les

auteurs on pu déterminer les mouvements propres de ces galaxies en soustrayant des mesures de vitesse celle correspondant à la loi de Hubble. On savait déjà de longue date qu'il existait une région de l'espace, baptisée Grand Attracteur, vers laquelle les galaxies semblaient converger. Mais l'analyse a mis en évidence l'existence, dans la direction diamétralement opposée, à 600 millions d'années lumière de notre galaxie, d'une région vide qui semblait repousser les galaxies dans toutes les directions. On donna à cette portion de l'espace, totalement vide, le nom de Great Repeller.

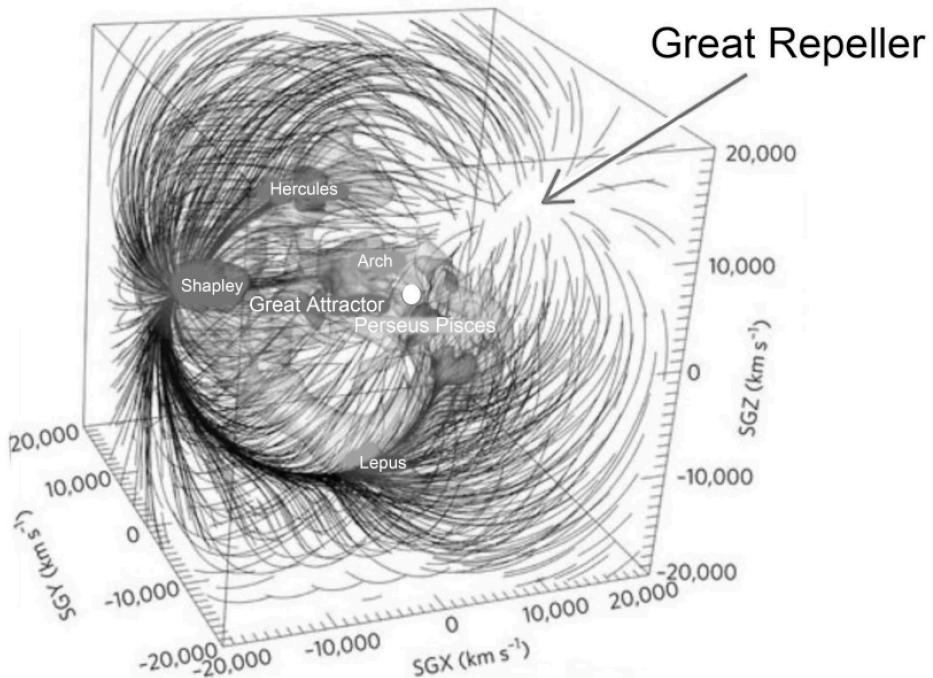


Fig.7 : Le « Great Repeller »

Les partisans de l'hypothèse de l'existence de matière sombre, de masse positive, ont imputé un tel phénomène comme étant dû à une vaste lacune dans la distribution générale de ce milieu de nature inconnue. Mais l'instabilité gravitationnelle génère des conglomérats de matière, pas des lacunes. L'interprétation alternative découlant du présent modèle impute ce phénomène à la présence d'un conglomérat de masse négative, invisible parce qu'émettant des photons d'énergie négative. Ces objets diminuent la luminosité des sources distantes par effet de lentille gravitationnelle négatif et, de fait, les galaxies de fort redshift ($z > 7$) sont classiquement considérées comme des naines. Nous pensons qu'elles sont semblables aux galaxies proches mais que c'est cet effet qui les fait paraître comme des naines. Les futurs progrès des moyens d'observations devraient permettre de mettre en évidence un contraste marqué de magnitude au centre de la formation, permettant d'évaluer le diamètre du conglomérat. Si un tel contraste, très localisé, est constaté, il faudra abandonner l'interprétation par une lacune dans la matière sombre. Sous cet angle le modèle est donc falsifiable. A ce stade le modèle se présente comme une alternative au modèle Λ CDM avec les même pourcentage de matière visible :

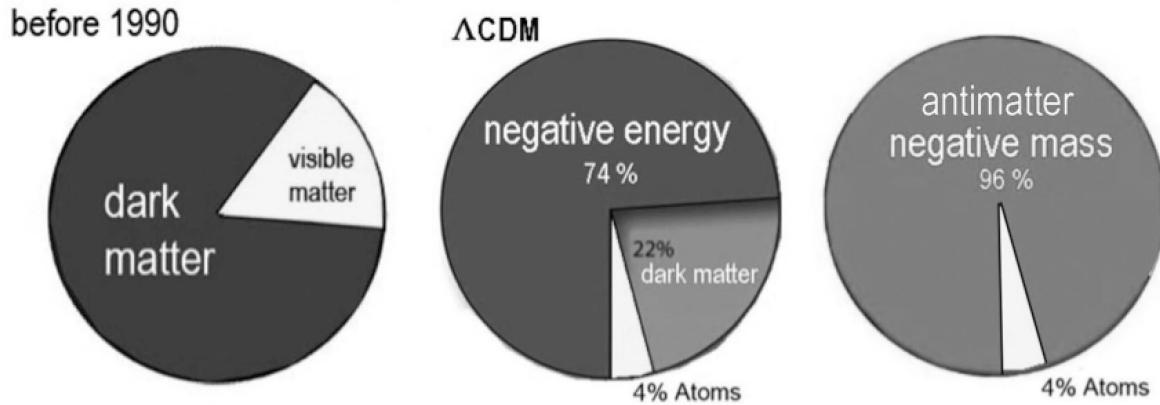


Fig.8 : Les composants

11 – Confirmations au niveau des galaxies et des amas de galaxies .

Comme le montrent les simulations [15] construites à partir des lois d'interaction et de l'hypothèse de la dominance de la masse négative les deux populations s'excluent mutuellement. Quand les galaxies se forment, la masse négative envahit aussitôt l'espace qui les sépare. Ces galaxies occupent alors des lacunes dans la distribution de masse négative qui, exerçant sur elles une contrepression, assure leur confinement. Cette force de confinement rend possible des vitesses de rotation élevées, à la périphérie. Confer la courbe de la figure 1. Ces lacunes dans la masse négative sont équivalentes à l'action d'une masse positive, images de ces vides avec un signe inversé. Elles sont donc génératrices de forts effets de lentille gravitationnelle, au voisinage des galaxies et des amas, et dotent ces amas de vitesse d'évasion qui excède la valeur calculée à l'aide de la seule masse visible de l'amas.

12 – Construction d'un modèle de galaxie. Structure spirale. .

Les galaxies constituent des systèmes auto-gravitants de points-masses, non-collisionnels, qui relèvent donc de l'équation de Vlasov.

$$(44) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_r f - \vec{\nabla}_r \Psi \cdot \vec{\nabla}_v f = 0$$

Ψ étant le potentiel gravitationnel et ρ la masse volumique, couplés dans l'équation de Poisson :

$$(45) \quad \Delta \Psi = 4\pi G \rho$$

Une telle approche a été esquissée en 1942 par S.Chandrasekhar [17], limitée à des fonctions de distribution des vitesses du type Maxwell-Boltzmann.

$\vec{v}_o = \langle \vec{v} \rangle$ étant la vitesse macroscopique il est alors possible d'exprimer l'équation de Vlasov en terme de vitesse résiduelle $\vec{V} = \vec{v} - \vec{v}_o$ (la vitesse d'agitation thermique en mécanique des fluides). En introduisant [18] l'opérateur

$$(46) \quad D \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_o \cdot \vec{\nabla}_r$$

on considère alors deux équations de Vlasov liées par l'équation de Poisson :

$$(47) \quad Df + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f - \vec{\nabla}_v f \cdot (\vec{\nabla}_r \Psi + D \vec{V}_o) - \vec{\nabla}_v \vec{V} : \vec{\nabla} \vec{V}_o = 0$$

$$(48) \quad \underline{D} \underline{f} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r \underline{f} - \vec{\nabla}_v \underline{f} \cdot (\vec{\nabla}_r \Psi + \underline{D} \underline{V}_o) - \vec{\nabla}_v \vec{V} : \vec{\nabla} \underline{V}_o = 0$$

$$(49) \quad \Delta \Psi = 4\pi G(\rho + \underline{\rho})$$

Les termes $\vec{\nabla}_v \vec{V}$ and $\vec{\nabla} \vec{V}_o$ sont des matrices dyadiques [18] formées à partir de différents vecteurs et du gradient de la vitesse macroscopique. Le terme $\vec{\nabla}_v \vec{V} : \vec{\nabla} \vec{V}_o$ représente le produit scalaire de deux dyades ([18] page 16 eq. 1.31.4) défini par $\mathbf{A} : \mathbf{B} = A_i^j B_j^i$. Le logarithme de la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann est un polynôme sphérique par rapport aux composantes (U, V, W) de la vitesse résiduelle. On a construit des solutions elliptiques [19] correspondant à un système axisymétrique. Le sphéroïde des vitesses laisse alors place à un ellipsoïde des vitesses, plus proche de la réalité observationnelle (Vertex). La solution (stationnaire et à symétrie sphérique) mise en œuvre correspond, pour les masses positives, à

$$(50) \quad \text{Log } f = \text{Log } A(r) - \frac{V^2}{\langle v^2 \rangle} + a(r)(\vec{V} \cdot \vec{r})^2$$

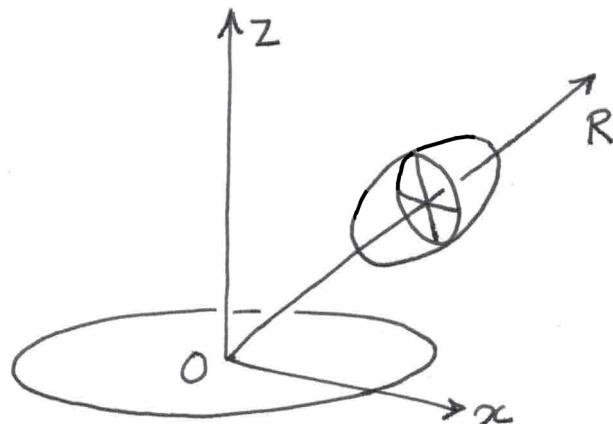


Fig.9 : Ellipsoïde des vitesses dans une symétrie sphérique

Pour les masses négatives on a opté pour une fonction de Maxwell-Boltzmann :

$$(51) \quad \text{Log } \underline{f} = \text{Log } \underline{A}(r) - \frac{\underline{V}^2}{\langle \underline{v}^2 \rangle}$$

En introduisant ces fonctions de distribution dans le équations (47) et (48) et en couplant, en régime stationnaire, à l'équation de Poisson on obtient des systèmes d'équations différentielles à partir desquelles ont peut produire une solution exacte grâce à la puissance du calcul de l'algèbre des dyadiques [18]. La solution correspond à la figure 8 et peut représenter une galaxie sphéroïdale, ou un amas de galaxie, confiné par son environnement de masse négative.

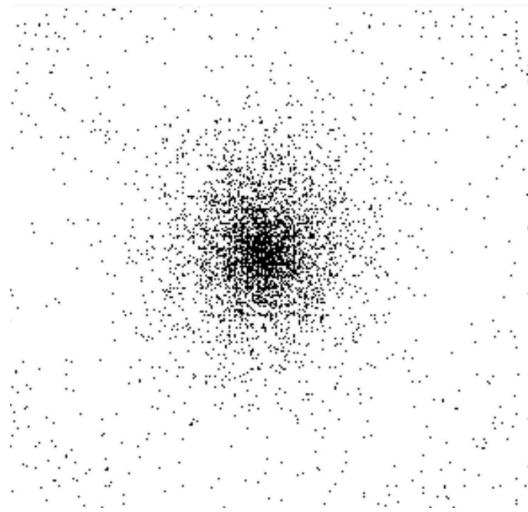


Fig.10 :Galaxie sphéroïdale ou amas de galaxies.

On introduit alors un mouvement de rotation en corps solide. L'image ci-après est extraite des résultats d'une simulation 2D réalisée en 1992 au laboratoire DESY de Hambourg par Frédéric Descamp, alors étudiant. Au bout de quelques tours constituant un régime transitoire on a pu voir se former une galaxies spirale barrée, perdurant alors pendant trente tours, ce qui était alors de l'ordre de l'âge de l'univers.



Fig.11 : Spirale barrée issue des simulations (1992 : 2x10,000 points)

L'évolution du moment cinétique traduit un fort effet de friction dynamique avec un ralentissement du mouvement de rotation de la galaxie. En même temps de profil des vitesses se trouve modifié.

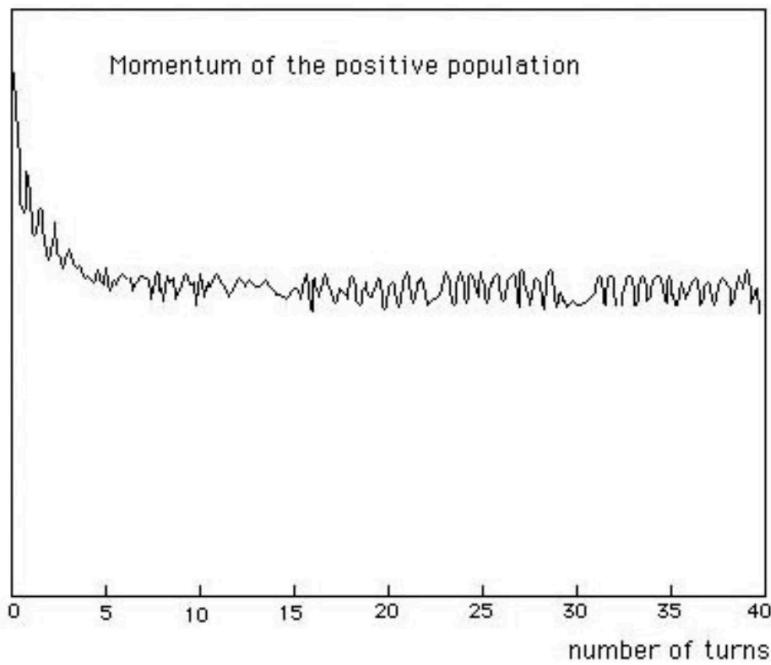


Fig.12 : Evolution du moment cinétique (1992 : 2x10,000 points)

Les galaxies sont des systèmes non-collisionnels. Par conséquent les transferts de moment cinétique et d'énergie ne procèdent pas par collisions de particules. Ceci nous

indique comment les systèmes non collisionnels évoluent : grâce à l'apparition d'ondes de densité. Dans le cas présent la galaxie constituée de masses positives interagit avec son environnement de masse négative par l'intermédiaire des ondes de densité qui se forment en son sein. Ces ondes ont leur contrepartie dans le monde des masses négatives. Le fait que des structures spirales, artificiellement introduites en tant que conditions initiales dans les simulations où ne sont présentes que des masses positives, se dissipent, s'explique alors par le fait que ces ondes n'ont pas de milieu avec lequel interagir. Donnons une analogie. Quand l'eau s'écoule par la bonde d'une baignoire, quand l'épaisseur d'eau est faible, des ondes spirales apparaissent. Elles résultent de l'incidence accrue des forces de friction sur le fond de la baignoire. Si ces forces de friction disparaissaient il en serait de même pour les ondes spirales, qui perdraient alors leur raison d'être. Ces ondes sont l'analogie des ondes de choc, car la vitesse de rotation du fluide excède alors la vitesse de propagation des ondes de surfaces. Il en est de même pour les galaxies où la valeur locale de la vitesse de rotation excède la valeur moyenne de la vitesse résiduelle (équivalant pour les galaxies, de la vitesse d'agitation thermique dans un fluide). Ces simulations ne purent malheureusement être poursuivies dans ce laboratoire que pendant quelques mois, l'étudiant ayant été rapidement rappelé à l'ordre par sa hiérarchie. Il existait à l'époque à l'observatoire de Marseille des moyens de calcul appropriés, mais nous n'avons pas pu y avoir accès. Les tentatives de publication dans toutes les revues spécialisées se soldèrent par la réponse « sorry, we don't publish speculative works ». Au bout de quelques années nous abandonâmes donc cette direction de recherche.

13 – La nature de cette masse négative. L'antimatière primordiale.

Selon le schéma généralement accepté la matière et l'antimatière se constituent à partir du rayonnement. Comme l'écrivait S.Weinberg dans son célèbre ouvrage « the first three minutes », à cette époque l'univers était rempli par « différents types de rayonnements », au sens où se succédaient à un rythme rapide les réactions de synthèse de paire matière-antimatière à partir du rayonnement, puis leur annihilation en redonnant ce même rayonnement, dans une situation de « detailed balancing ». Avec l'expansion le rayonnement n'est plus suffisamment énergétique pour donner naissance aux paires et les annihilations prennent le dessus. Le fait qu'un paire sur un milliard ait survécu reste inexpliqué. En 1967 le Russe Andréi Sakharov suggéra [20] l'existence de deux univers, n'ayant en commun que la singularité initiale, le Big Bang. Dans un des univers, le nôtre, la synthèse de matière à partir des quarks aurait été légèrement plus rapide que celle de l'antimatière à partir des antiquarks. Au moment de cette grande annihilation aurait subsisté ce reliquat de matière, associé à son équivalent en antiquarks, dans un rapport 3/1, les deux étant noyés dans les photons résultant des annihilations. Situation inverse dans cet univers jumeau où on compterait un reliquat d'antimatière associé à son équivalent en quarks, toujours dans un rapport 3/1. Dans le but de maintenir une sorte de symétrie généralisé A.Sakharov suggérait également quand dans cet autre univers la flèche du temps soit inversée (T-symmetry), de même que l'orientation de l'espace (P-symmetry). Mais il n'avait pas envisagé une interaction entre ces deux feuillets d'univers.

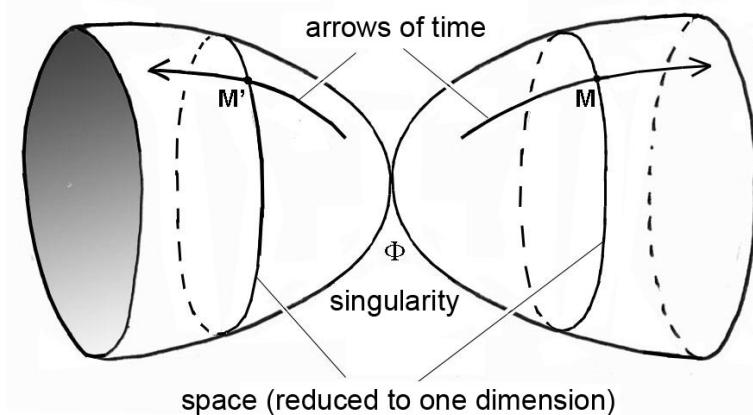


Fig.13 : Image didactique 2D du modèle de Sakharov

Topologiquement, on peut envisager un repli de l'hypersurface selon une variété M^4 dotées de deux feuillets.

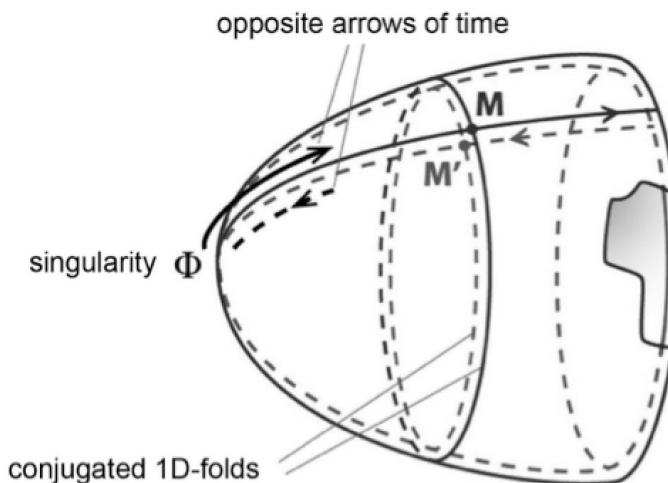


Fig .14 : Lien avec le modèle de Sakharov.

Au passage, si la singularité ponctuelle Big Bang est remplacée par un pont tubulaire une telle configuration apporte une réponse original à la question « qu'y avait-il avant le Big Bang ? »(ou « qu'y avait-il antérieurement au temps de Planck ? »).

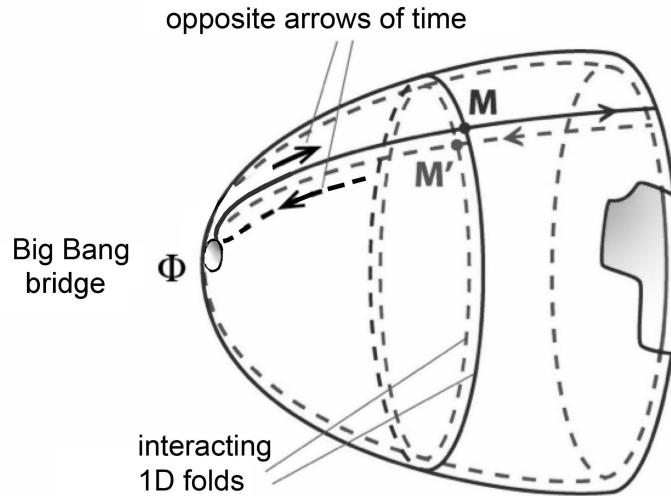


Fig15 : La singularité remplacée par un space bridge

Y aurait-il un rapport entre le modèle des pages précédentes et cette question d'inversion du temps ? La réponse est positive. Il faut comprendre qu'il s'agit de l'inversion de la coordonnée temps non d'une inversion du sens de parcours des géodésiques, c'est à dire du temps propre. Cette question de « T-symmetry » est présente dans la Quantum Theory of Fields [21] où on trouve des opérateurs T et P d'inversion du temps et de l'espace. En dehors de ces considérations de Mécanique Quantique cette possible inversion des coordonnées d'espace et de temps fait partie du groupe de Lorentz, axiomatiquement défini par :

$$(52) \quad {}^T L G L = G \quad \text{avec} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ainsi défini, le groupe de Lorentz complet a quatre composantes connexes :

- L_n : Composante neutre, sous groupe. N'inverse ni le temps, ni l'espace.
- L_s : Elements inversant l'espace (P-symmetry)
- L_t : Elements inversant le temps (T-symmetry)
- L_{st} : Elements inversant le temps et l'espace (PT-symmetry)

Les deux premiers ensembles d'éléments constituent le sous-groupe orthochrone

$$(53) \quad L_o = L_n \cup L_s$$

Les deux autres forment le sous-ensemble antichrone :

$$(54) \quad L_a = L_t \cup L_{st}$$

En jouant sur le fait que

$$(55) \quad \{-L_n\} \equiv \{L_{st}\} \quad \{-L_s\} \equiv \{L_t\}$$

On peut définir le groupe de Lorentz complet selon :

$$(56) \quad L = \lambda L_o \quad \text{with} \quad \lambda = \pm 1$$

Ce qui permet de définir le groupe de Poincaré complet comme extension du groupe de Poincaré restreint (orthochrone) :

$$(57) \quad \begin{pmatrix} \lambda L_o & C \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad C = \begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

qui est alors le groupe d'isométrie de l'espace de Minkowski. Comme l'a montré en 1970 le mathématicien J.M.Souriau [22] il est alors possible de faire apparaître les caractéristique du mouvement de particules en tant que composantes du moment, ceci constituant la théorie des groupes dynamiques. A ce stade on classe les particules comme ensembles de mouvements s'inscrivant dans un espace de Minkowski. Ceux-ci sont caractérisés par :

- L'énergie E
- L'impulsion \mathbf{p}
- Le spin \mathbf{s}

Si on considère que la physique se limite à la déclinaison des mouvements possibles correspondant au groupe de Poincaré restreint, au sous-groupe orthochrone, alors l'espace de Minkowski n'est peuplé que de mouvements orthochrones, parcourus dans un sens passé-futur, d'énergie et de masse positive.

Les différents mouvements sont déclinés en faisant agir sur le dual de l'algèbre de Lie du groupe, sur son espace des moments les relations :

$$(58) \quad \begin{aligned} M' &= L_o M^t L_o + C^t P^t L_o - L_o P^t C \\ P' &= L_o P \end{aligned}$$

qui sont les équations (13.107) de la référence [22]. Mais si on opte pour le groupe complet ceci devient :

$$(59) \quad \begin{aligned} M' &= L_o M^t L_o + \lambda C^t P^t L_o - \lambda L_o P^t C \\ P' &= \lambda L_o P \end{aligned}$$

$(\lambda = -1)$ se traduit par une PT-symétrie. On constate alors que les éléments antichrones, qui inscrivent alors dans l'espace de Minkowski des mouvements se traduisant par l'inversion du temps, inverse également l'énergie E et l'impulsion \mathbf{p} , composant le quadrivecteur P (référence [22], équation (16.67)):

$$(60) \quad P = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

et, par delà, du fait que $E = mc^2$, inverse la masse. Ceci représente donc un premier pas dans l'identification du présent modèle avec celui d'A.Sakharov. Pour aller plus loin il faut se référer à la définition géométrique de la symétrie matière antimatière [23]. L'espace-temps doit alors être doté d'une dimension additionnelle ζ (Espace de Kaluza). En partant du groupe de Poincaré orthochrone nous avons la première extension du groupe :

$$(61) \quad \begin{pmatrix} \mu & 0 & \phi \\ 0 & L_o & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \zeta \\ \xi \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad \xi = \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mu = \pm 1$$

Les mouvements des particules s'inscrivent dans un espace à 5 dimensions $\{\zeta, t, x, y, z\}$. Le long de cette cinquième dimension s'opère une simple translation $\zeta \rightarrow \zeta + \phi$. Ces translations constituent donc un sous-groupe à un paramètre. Le théorème de Noether fera donc qu'à ce sous-groupe sera associée la conservation d'un scalaire qui sera la charge électrique q . En calculant l'action du groupe on verra apparaître une équation supplémentaire :

$$(62) \quad \begin{aligned} q' &= \mu q \\ M' &= L_o M^t L_o + C^t P^t L_o - L_o P^t C \\ P' &= L_o P \end{aligned}$$

Les termes ($\mu = -1$) dupliquent donc les mouvements de la matière en inversant le sens de parcours de la cinquième coordonnée , ainsi que la charge électrique q . Mais celle-ci n'est qu'une des p charges quantiques q_i . On peut alors envisager une extention de l'espace de Minkowski selon p dimensions supplémentaires :

$$\{\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^p, t, x, y, z\}$$

avec un groupe :

$$(63) \quad \left(\begin{array}{cccccc} \mu & 0 & \dots & 0 & 0 & \phi_1 \\ 0 & \mu & \dots & 0 & 0 & \phi_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu & 0 & \phi_p \\ 0 & 0 & \dots & 0 & L_o & C \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dots \\ \zeta_p \\ \xi \\ 1 \end{array} \right)$$

Le p translations selon le p dimensions additionnelles vont de pair avec p nombres quantiques auxquels ont peu attribuer les valeurs $\{-1, 0, +1\}$. Les particules de matière ou des charges quantiques nules ou égales à +1. La symétrie ($\mu = -1$) entraîne l'inversion de toutes les charges quantiques, c'est à dire une C-symétrie. Cette inversion du sens de parcours de toutes les dimensions additionnelles ζ_i représente donc l'interprétation géométrique de la symétrie matière/antimatière [23]. Parmi ces ensembles de mouvements il en existe pour lesquels toutes les charges quantiques sont nulles et qui correspondent aux photons d'énergie positive.

Dans l'idée de Sakharov les deux feuillets d'univers, disjoints chez lui, conjugués dans le présent modèle, traduisait une CPT symétrie. On peut traduire cela [25] par le groupe :

$$(64) \quad \left(\begin{array}{ccc} \lambda\mu & 0 & \phi \\ 0 & \lambda L_o & C \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \text{with} \quad \begin{array}{l} \lambda = \pm 1 \\ \mu = \pm 1 \end{array}$$

L'action coadjointe du groupe sur le dual de son algèbre de Lie donne alors :

$$(65) \quad \begin{aligned} q'_i &= \lambda \mu q_i \\ M' &= L M^t L + C^t P^t L - L P^t C = L_o M^t L_o + \lambda C^t P^t L_o - \lambda L_o P^t C \\ P' &= L P = \lambda L_o P \end{aligned}$$

($\lambda = -1$) se traduit alors par une CPT-symétrie. Les mouvements orthochrones et antichrones correspondent aux mouvements, soit d'énergie et de masse positive, soit d'énergie et de masse négative des mêmes particules : neutrons, protons, électrons. Au sein de ces populations la dualité matière/antimatière est présente.

Il existe donc deux types d'antimatières :

- Une antimatière d'énergie et de masse positives, C-symétrique de la matière que nous appellerons antiatière au sens de Dirac
- Une antimatière d'énergie et de masse négatives, PT-symétrique de notre matière ordinaire, que nous appellerons antimatière au sens de Feynmann

Nous donnons ainsi corps à l'idée d'Andréi Sakharov. Si les rythmes de production de matière et d'antimatière dans les deux entités ont été différents, ceci détermine la nature de la matière de masse négative. Il s'agit donc

- d'antiprotons
- d'antineutrons
- d'anti-électrons

de masse et d'énergie négative, mêlés à des photons d'énergie négative et à un reliquat, dans un rapport 3/1 de quarks d'énergie négative. Ces particules, émettant des photons d'énergie négative ne peuvent être détectées par nos instruments d'optique.

$$(66) \quad \begin{aligned} q_i' &= \lambda \mu q_i \\ M' &= L M' L + C' P' L - L P' C = L_o M' L_o + \lambda C' P' L_o - \lambda L_o P' C \\ P' &= L P = \lambda L_o P \end{aligned}$$

Pour le détail du calcul de l'action, voir l'annexe II.

14 – L'astrophysique du monde des masses et des énergies négatives.

Nous n'avons pas, à ce stade, fourni de description de l'évolution dans l'ère radiative. On peut supposer que dans ce monde négatif s'opérera une nucléosynthèse primordiale, donnant naissance à de l'anti-hélium et à de l'anti-lithium de masse négative. Mais après le découplage ces atomes se constituent des congolomérats sphéroïdaux, comparable à d'immenses proto-étoiles. Le cooling time croissant avec la masse des objets, celui de ces proto-étoiles là excède l'âge de l'univers. Ces objets perdent lentement de l'énergie en émettant des photons d'énergie négative dans la gamme du rouge et de l'infra-rouge, comme les proto-étoiles. Mais ce monde négatif n'engendrera nulle galaxie, nulle étoile et ne sera pas en mesure de synthétiser des atomes lourds. Nulle planète ne pourra se former et la vieen sera absente.

15 – Ouverture d'un nouveau champ de recherches en Mécanique Quantique [24].

Il est bien connu que les équations de la mécanique quantique relativiste (Klein-Gordon, Dirac) mettent naturellement en évidence les états d'énergie négatifs. Elles ont toujours été éliminées en considérant qu'elles conduisent à des densités de probabilité négatives. La solution que les physiciens ont trouvée est alors de remplacer, de manière assez artificielle il faut l'admettre, les densités dites de probabilité par des densités de charge : c'est la naissance des antiparticules (au sens communément admis).

Cependant, si l'on examine de plus près ces densités de probabilité, on constate qu'elles peuvent être réinterprétées comme de véritables probabilités, positives, si l'on considère que les états d'énergie négatifs sont également associés à des masses négatives. Ceci est particulièrement frappant avec la densité de Klein-Gordon, qui implique le rapport:

$$(67) \quad \frac{E}{m}$$

L'interprétation probabiliste est donc compatible avec les états énergétiques négatifs à condition que les énergies et la masse soient simultanément négatives. Et comment aurait-il pu en être autrement avec la relation d'Einstein au repos $E = m c^2$? La mécanique quantique est donc le terrain idéal pour réintégrer les énergies négatives. Cependant, il faut en discerner les conséquences. L'une d'elles est que l'opérateur d'inversion temporelle sera désormais considéré comme un opérateur linéaire et unitaire

Nous savons, en effet, qu'un opérateur de symétrie doit nécessairement être [&&&].

- Soit linéaire et unitaire (LU)
- Soit anti-linéaire et anti-unitaire (AA)

Il est d'usage de choisir, pour une inversion spatiale P, le choix LU et pour une inversion temporelle T, le choix AA. Ainsi, l'action de ces symétries discrètes sur les opérateurs fondamentaux de la mécanique quantique ainsi que sur l'imaginaire i peut être résumée par:

$$(68a) \quad P: \vec{x} \rightarrow -\vec{x}, \vec{p} \equiv -i\hbar \vec{\nabla} \rightarrow -\vec{p}, i \rightarrow i$$

$$(68b) \quad T: \vec{x} \rightarrow \vec{x}, \vec{p} \equiv -i\hbar \vec{\nabla} \rightarrow -\vec{p}, i \rightarrow -i$$

La relation fondamentale de la mécanique quantique :

$$(69) \quad [x_j, p_k] = i\hbar \delta_{jk}$$

est alors invariante selon (68a) aussi bien que (68b).

En outre, la symétrie PT ($t \rightarrow -t, i \rightarrow -i$) ainsi choisie assure l'invariance des énergies

$$(70) \quad E \rightarrow H \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

Les énergies positives, si nous nous y limitons, restent donc exclusivement positives. Au contraire, dans [24] nous avons opté pour le choix LU, pour les deux inversions, ce qui conduit au résultat suivant:

$$(71a) \quad P: \vec{x} \rightarrow -\vec{x}, \vec{p} \equiv -i\hbar \vec{\nabla} \rightarrow -\vec{p}, i \rightarrow i$$

$$(71b) \quad T: \vec{x} \rightarrow \vec{x}, \vec{p} \equiv -i\hbar \vec{\nabla} \rightarrow \vec{p}, i \rightarrow -i$$

toute deux assurant la satisfaction de l'équation (69). La différence majeure est que la symétrie PT conduit cette fois à un changement de signe au niveau des énergies:

$$(72) \quad H \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -H$$

Rien n'empêche, physiquement, mathématiquement et d'un point de vue probabiliste, de considérer ces états énergétiques négatifs tant qu'on leur attribue une masse négative. De plus, il semble même que cette possibilité supplémentaire soit plus rigoureuse si l'on s'en tient aux mathématiques, puisqu'en impliquant que T est linéaire, elle est en accord avec sa réalisation habituelle (cf. [24] Eq (2.3.16), p. 58, par exemple)

$$(73) \quad T = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$$

16 – Conclusion

Ce travail suggère un bouleversement complet de la cosmologie, ainsi qu'une extension de la physique théorique au domaine des énergies négatives. Il s'agit d'un véritable changement de paradigme. Alors que des auteurs pourront sans difficulté placer dans les revues des articles qu'on peut qualifier de chimériques, comportant un certain nombre de mots à la mode, sans que ceux-ci ne débouchent sur aucun modèle et sur aucun accord avec l'observation, si on ne veut pas que le présent article soit immédiatement rejeté, simplement parce que sa validité semblera à l'éditeur de la revue si improbable qu'il refusera de le soumettre à un referee, il est nécessaire ci-après de rappeler la rigueur de sa construction et la masse de confirmations observationnelles qui l'accompagnent :

- Nous avons montré que l'introduction de masses négatives dans le modèle cosmologique n'était possible qu'en passant à un système bimétrique correspondant à un système de deux équations de champ couplées. C'était la seule façon d'échapper à l'effet runaway et de rétablir les principes d'équivalence et d'action-réaction. Dans le prolongement physique d'un travail précédent de S.Hossenfelder, mathématiquement cohérent [11], nous avons construit un modèle où l'approximation Newtonienne conduit au schémas d'interaction ci-après :

Les masses des mêmes signes s'attirent selon la loi de Newton.

Les masses de signes opposés se repoussent selon "anti-Newton".

- Le fait que les masses négatives, d'énergie négative, émettent des photons d'énergie négative, que nos instruments ne peuvent pas capter, explique pourquoi certains contenus de l'univers échappent à l'observation.

- En utilisant la théorie des groupes dynamiques, nous avons montré que dans cette seconde matière, d'énergie négative, la symétrie matière-antimatière était également présente. On suggère que celui-ci était simplement composé des mêmes éléments d'antimatière, dotés de masses et d'énergies négatives.

- Reprenant les idées formulées en 1967 par Andreï Sakharov, selon lesquelles la synthèse de l'antimatière des antiquarks aurait été plus rapide que la synthèse de la matière des quarks, dans cette seconde population, nous avons conclu que ces éléments invisibles ne correspondaient pas à une matière sombre de masse positive, mais à de l'antimatière de masse négative : antiprotons, antineutrons, antiélectrons, mêlés à des photons d'énergie négative et à un reliquat de quarks d'énergie négative, ce qui résout le paradoxe de la non-observation de l'antimatière primordiale.

- Nous avons ensuite construit une solution exacte, basée sur l'hypothèse (qui sera justifiée dans un article ultérieur) de la prévalence des masses négatives. Cette solution donne un très bon accord avec les données de 700 supernovae de type Ia. L'accélération de l'expansion cosmique est ainsi expliquée, sans utiliser la constante cosmologique Λ .
- Comme la masse négative a une énergie négative, elle prend la place de cette énergie sombre non identifiée. Il ne s'agit pas d'énergie du vide et cela correspond simplement à une contribution d'états quantiques d'énergie négative.
- Nous avons montré que ces états d'énergie négative émergent naturellement de l'équation de Dirac. Une approche qui ouvre des perspectives majeures en Mécanique Quantique.
- Considérant que la teneur en masse négative est négligeable au voisinage du Soleil, la conclusion est que le modèle est en accord avec les observations relativistes locales : avance du périhélie de Mercure, déviation des rayons lumineux par la masse du Soleil.
- Toujours selon l'hypothèse de la dominance d'un contenu massique négatif, nous avons montré que ce dernier est le premier à former un ensemble de conglomérats sphéroïdaux qui, en repoussant la matière dans l'espace intersticiel, lui confèrent une structure lacunaire.
- Ce schéma de formation de structures à grande échelle suggère un nouveau schéma de formation des galaxies. La masse positive, comprimée en plaques, et donc chauffée, peut rapidement dissiper cette énergie sous forme de rayonnement et présenter ainsi une configuration favorable à la naissance des galaxies.
- Nous avons suggéré que le Great Repeller (2017) récemment découvert pourrait trahir la présence d'un conglomérat de masse négative.
- De tels objets entraîneraient une réduction de la magnitude des objets à l'arrière-plan. Nous pensons que c'est la véritable raison de la faible magnitude des galaxies à $z > 7$.
- Nous disons que les progrès futurs des mesures se référant aux objets lointains devraient permettre, en mettant en évidence localement un contraste important de magnitude, de déterminer le diamètre d'un tel conglomérat.
- Nous suggérons que ces conglomérats, composés d'anti-hydrogène et d'anti-hélium de masse négative, se comporteraient comme d'immenses proto-étoiles avec un temps de refroidissement supérieur à l'âge de l'univers. Ainsi, la fusion ne pourrait démarrer. Ces objets ne produiraient ni galaxies, ni étoiles, ni planètes, ni atomes plus lourds que ceux dont ils sont constitués.
- La vie serait absente dans ce monde négatif.
- A plus petite échelle, l'effet de lentille gravitationnelle négatif dû à un environnement de masse négative, qui assure le confinement des galaxies, explique l'importance des effets de lentille gravitationnelle mesurés en leur voisinage.

Même chose pour expliquer, dans les amas, les vitesses d'agitation des galaxies, supérieures à leur vitesse de libération calculée sur la base de la masse de l'amas, déduite des observations. L'environnement de masse négative est là encore responsable de cet effet de confinement.

- Cette configuration explique également la forme plate, à la périphérie, des courbes de rotation des galaxies.
- Nous fournissons un modèle de galaxie sphéroïdale, construit sur la base de deux équations de Vlasov couplées par l'équation de Poisson. Cette solution elliptique possède un « vertex ».
- En utilisant ce modèle comme support de simulations numériques, il a été possible de modéliser la naissance d'une galaxie spirale barrée, perdurant trente tours.
- Cela explique pourquoi les simulations réalisées par d'autres auteurs avaient conduit à la dissipation rapide des bras spiraux, introduits artificiellement dans le cadre des conditions initiales. Ces structures représentent la manière dont les processus dissipatifs se déroulent dans ces systèmes sans collision, traduisant un échange d'énergie et de quantité de mouvement par le biais d'ondes de densité présentes dans les deux systèmes. S'il n'y a pas de second système avec lequel interagir, les ondes en spirale disparaissent.
- En outre, il a été dit à la fin de l'article que la description de l'âge radiatif et l'explication de l'établissement de cette forte asymétrie seraient présentes dans un futur article.

References :

- [1] M.Milgrom : « A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis ». *Astrophysical Journal, Part 1* (ISSN 0004-637X), vol. 270, July 15, 1983, p. 365-370.
- [2] A. Benoit-Lévy & G.Chardin : Introducing the Dirac-Milne universe. *Astronomy and Astrophysics*. Vol. 537 (january 2012) A 78
- [3] J.Farnes : A unifying theory of dark energy ans dark matter : Negative mass and matter creation within a modified LCDM framework. *Astronomy ans Asntrophysics* 2018
- [4] Perlmutter, S., et al. 1999, *ApJ*, 517, 565
- [5] Riess A. G. 2000, *PASP*, 112, 1284
- [6] Schmidt, B. P., et al., 1998, *Astrophys. J.* 507, 46.
- [7] Bondi H. : Negative mass in General Relativity. *Rev. of Mod. Phys.*, Vol 29, N°3, july1957

- [8] Bonnor W. B. : Negative mass and general relativity. General Relativity and Gravitation Vol. 21, N°11, 1989
- [9] Damour T. , Kogan I I. Effective Lagrangians and universality classes of nonlinear bigravity Phys. Rev. D **66** (2002) 104024. hep-th/0206042.
- [10] Damour T. , Kogan I. I. , Papazoglou A. Non-linear bigravity and cosmic acceleration Phys. Rev. D **66** (2002) 104025. hep-th/0206044.
- [11] S. Hossenfelder : A bimetric Theory with Exchange Symmetry. Phys. Rev. D78, 044015, 2008 and arXiv : 0807.2838v1 (gr-qc)17 july 2008
- [12] J.P.Petit & G.D'Agostini : Lagrangian derivation of the two coupled field equations in the Janus Cosmological Model. Astrophysics and Space Science **2015**, 357 :67
- [13] S.Hossenfelder. Static Scalar Field Solutions in Symmetric Gravity. 2016 arXiv [gr-qc] 1603.07075v2
- [14] G. DAgostini and J.P.Petit : Constraints on Janus Cosmological model from recent observations of supernovae type Ia, Astrophysics and Space Science, (**2018**), 363:139.<https://doi.org/10.1007/s10509-018-3365-3>
- [15] J.P.Petit, Twin Universe Cosmology, Astrophys. and Sp. Science, **226**, 273-307, 1995
- [16] The Dipole Repeller : Y. Hoffman, D.Pomarède, R.B.Tully, H.Courtois. Nature Astronomy 2017 1 , 0036
- [17] S.Chandrasekhar : « Principles of stellar dynamics » Dover Publications 1942
- [18] S.Chapman and T.G.Cowling : « The mathematical theory of non uniform gases. Cambridge University press ?
- [19] J.P.Petit et G.Monnet : » Axisymmetrical solution of the couple Vlasov plus Poisson equations ». CNRS 1974 meeting on the dynamic of spiral galaxies. Institute of High Scientific Studies (IHES).
- [20] A.D.Sakharov , (1980). Cosmological Model of the Universe with a Time Vector Inversion. ZhETF (Tr. JETP 52, 349-351) (79): 689–693
- [21] Steven Weinberg : The quantum theory of fields, Cambridge University Press, 2005.
- [22] J.M.Souriau : Structure des systèmes dynamiques. Dunod Ed. France, 1970 and Structure of Dynamical Systems. Boston, Birkhäuser Ed. 1997
- [23] J.M.Souriau : Géométrie et Relativité. Editions Hermann 1954. http://www.jmsouriau.com/Geometrie_et_relativite.htm

[24] N.Debergh, J.P.Petit and G.D'Agostini : Evidence of negative energies and masses in the Dirac equation through a unitary time-reversal operator. , J. Phys. Comm. **2** (2018) 115012 <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/2399-6528/aaedcc/pdf>

[25] J. P. Petit, P. Midy and F. Landhseat, Twin matter against dark matter, int. Conf. on Astrophysics and Cosmology, Where is the Matter?, Tracing Bright and Dark Matter with the New Generation of Large-Scale Surveys (Marseille, France, June 2001).

Annexe 1

Compatibility conditions

The equations are:

$$(a) \quad -\chi \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 \right] = -\Lambda + \frac{3k}{a^2} + \frac{3\dot{a}^2}{c^2 a^2}$$

$$(b) \quad -\chi \left[p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right] = \Lambda - \frac{k}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{c^2 a^2} - \frac{2\ddot{a}}{c^2 a}$$

$$(c) \quad \underline{\chi} \left[\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c^2 \right] = -\underline{\Lambda} + \frac{3k}{b^2} + \frac{3\dot{b}^2}{c^2 b^2}$$

$$(d) \quad \chi \left[\underline{p} + W \frac{a^3}{b^3} p \right] = \underline{\Lambda} - \frac{k}{b^2} - \frac{\dot{b}^2}{c^2 b^2} - \frac{2\ddot{b}}{c^2 b}$$

A linear combination of (a) and (b) gives :

$$(e) \quad -\frac{\chi}{2} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right] = \Lambda - \frac{3\ddot{a}}{c^2 a}$$

Anothe one :

$$(f) \quad -\frac{\chi}{2} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right] = \frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{c^2 a^2} - \frac{2\ddot{a}}{c^2 a} = \frac{k}{a^2} - \frac{1}{c^2} \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)$$

We differentiate (a) with respect to t :

$$(g) \quad -\chi \frac{d}{d\zeta} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 \right] = -\frac{6k}{a^3} \dot{a} + 3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{a}^2}{c^2 a^2} \right) = -\frac{6k}{a^3} \dot{a} + 6 \frac{\dot{a}}{a} \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{a}}{c^2 a} \right)$$

combining to (f) :

$$(g) \quad \frac{d}{d\zeta} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 \right] + 3 \frac{\dot{a}}{a} \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right] = 0$$

ou

$$(h) \quad \frac{d \left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 \right]}{\left[\rho c^2 + V \frac{b^3}{a^3} \underline{\rho} \underline{c}^2 + p + V \frac{b^3}{a^3} \underline{p} \right]} + 3 \frac{da}{a} = 0$$

En traitant de la même manière les équations (27) et (28) on obtient :

$$(i) \quad \frac{d \left[\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c \right]}{\left[\underline{\rho} \underline{c}^2 + W \frac{a^3}{b^3} \rho c + \underline{p} + W \frac{a^3}{b^3} p \right]} + 3 \frac{db}{b} = 0$$

Annexe II

Calcul de l'action du groupe sur son espace de moments.

Le groupe est représenté par les matrices:

$$(a) \quad a = \begin{pmatrix} \lambda \mu & 0 & \phi \\ 0 & \lambda L_o & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{array}{l} \lambda = \pm 1 \\ \mu = \pm 1 \end{array}$$

Pour faciliter le calcul, nous effectuerons celui-ci avec:

$$(b) \quad \begin{pmatrix} \lambda \mu & 0 & \phi \\ 0 & L & C \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad \begin{array}{l} \lambda = \pm 1 \\ \mu = \pm 1 \end{array}$$

L'élément de son algèbre de Lie est alors:

$$(b) \quad Z \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon \\ 0 & \delta L & \gamma \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On différencie le groupe au voisinage de son élément neutre. Dans ces conditions, δL peut être mis sous la forme $G \omega$ où G est la matrice Gramm et ω une matrice antisymétrique ::

$$(c) \quad Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon \\ 0 & G\omega & \gamma \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

For computational convenience, we write the action of the group on its Lie algebra $Z' = a^{-1}Z a$ instead of $Z' = aZ a^{-1}$, which is equivalent to computing the action of the inverse of the element of the group on the element of its Lie algebra, but the result will be equivalent since the set of inverses also represents the group. It comes :

$$(d) \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon' \\ 0 & G\omega' & \gamma' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda\mu\varepsilon \\ 0 & G^t L\omega L & \gamma G^t LG + G^t L\omega C \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

which gives :

$$(e) \quad \varepsilon' = \lambda\mu\varepsilon$$

$$\omega' = {}^t L\omega L$$

$$\gamma' = G^t LG \gamma + G^t L\omega C$$

We are looking for the dual of the group's action on its Lie algebra. The element of this Lie algebra depends on 11 parameters.

$$(f) \quad Z = \{ \omega_{sx}, \omega_{sy}, \omega_{sz}, \omega_{fx}, \omega_{fy}, \omega_{fz}, \gamma_t, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \varepsilon \}$$

The moment space of the group will thus be a vector space of dimension 11. It can be put in the form of an antisymmetric matrix M of format (4,4), depending on six parameters, a quadrivector P and a scalar q . The duality can thus be ensured by the constancy of the scalar:

$$(g) \quad \frac{1}{2} \text{Tr}(M \omega) + {}^t PG \gamma + q\varepsilon$$

Ce qui donne :

$$(h) \quad \frac{1}{2} \text{Tr}(M \omega) + {}^t PG \gamma + q\varepsilon = \frac{1}{2} \text{Tr}(M' {}^t L\omega L) + {}^t P' G (G {}^t L\omega C + G {}^t LG \gamma) + q' \lambda\mu\varepsilon$$

It comes immediately:

$$(i) \quad q = \lambda \mu q'$$

$$(j) \quad {}^t P = {}^t P' {}^t L \rightarrow P = L P'$$

We know that we can perform a circular permutation in the trace:

$$(k) \quad \text{Tr}(M' {}^t L \omega L) = \text{Tr}(L M' {}^t L \omega)$$

The identification on the ω terms gives

$$(l) \quad \frac{1}{2} \text{Tr}(M \omega) = \frac{1}{2} \text{Tr}(L M' {}^t L \omega) + {}^t P {}^t L \omega C$$

The term ${}^t P {}^t L \omega C$ is the scalar product of the row vector ${}^t P$ by the column vector ${}^t L \omega C$. We can therefore write, after having performed a circular permutation in the trace

$$(j) \quad {}^t P {}^t L \omega C = \text{Tr}({}^t L \omega C {}^t P) = \text{Tr}(C {}^t P {}^t L \omega)$$

By making a circular permutation in the trace. Thus the equation (l) provides:

$$(j) \quad M = L M' {}^t L + 2C {}^t P {}^t L$$

But

$$(k) \quad C {}^t P {}^t L = \frac{1}{2} [\text{sym}(C {}^t P {}^t L) + \text{antisym}(C {}^t P {}^t L)]$$

Knowing that the trace of the product of a symmetrical matrix by an antisymmetrical matrix is equal to zero:

$$(l) \quad \text{Tr}[(C P T {}^t L + L P {}^t C) \times \omega] = 0$$

It remains:

$$(m) \quad \frac{1}{2} \text{Tr}(M \omega) = \frac{1}{2} \text{Tr}(L M' {}^t L \omega) + \frac{1}{2} \text{Tr}[(C {}^t P {}^t L - L P {}^t C) \times \omega]$$

Which provides the last equation of the group's action on its moment:

$$(n) \quad M = L M' {}^t L + C P' {}^t L - L P' {}^t C$$

We make the inversion parameter reappear by $L = \lambda L_o$ and group the results together

$$(o) \quad q = \lambda \mu q'$$

$$(p) \quad M = L_o M'^T L_o + \lambda C P'^T L_o - \lambda L_o P'^T C$$

$$(r) \quad P' = \lambda L_o P$$

P is the energy-impulsions 4-vector :

$$(s) \quad P = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

Equations (o),(p),(r) represent an extension of equations 13.107 of reference [27]. The relation (r) makes it possible to find Souriau's relation ([27] page 190, equations 14.67). The inversion of time ($\lambda = -1$) leads to the inversion of energy and of the impulse vector \vec{p} . The matrix M depending on six parameters can be decomposed into two vectors. The vector f is what Souriau calls the pass and s is the spin.

$$(t) \quad M = \begin{pmatrix} 0 & -s_z & s_y & f_x \\ s_z & 0 & -s_x & f_y \\ -s_y & s_x & 0 & f_z \\ -f_x & -f_y & -f_z & 0 \end{pmatrix}$$

The passage f is not an intrinsic attribute of the motion because it can be cancelled by a change of variable accompanying the particle. Only the spin remains, of which Souriau demonstrated in 1970 its geometrical nature. By cancelling the spatio-temporal translation C the relation (p), where λ does not appear, shows that the inversion of time does not modify the spin vector. With this way of carrying out the calculation one obtains the result of the action of the group on a movement, characterized by the quantities $\{E', \vec{p}', \vec{s}'\}$ gives another movement $\{E, \vec{p}, \vec{s}\}$. It is the relation (o) which informs on the fact that starting from a motion representing that of a particle of matter :

- ($\lambda = -1; \mu = 1$) results in a PT-symmetry plus a C-symmetry. One thus obtains the movement of a particle of negative mass.
- ($\lambda = 1; \mu = -1$) operates a C-symmetry. The movement obtained is that of an antiparticle in the sense of Dirac, of positive mass.
- ($\lambda = -1; \mu = -1$) represents a PT-symmetry. The motion is that of an antiparticle of negative mass (antiparticle in the sense of Feynmann).