BOLETÍN DE NÚMEROS COMPLEJOS

1) Dados los complejos $z_1=2+3i$, $z_2=-1+4i$ y $z_3=2-5i$, hallar:

a) $z_1+z_2=$ *(Soluc: 1+7i)*

b) $z_1+z_3=$ *(Soluc: 4−2i)*

c) $z_1-z_2=$ *(Soluc: 3−i)*

d) $z_3-z_2=$ *(Soluc: 3−9i)*

2) Calcular:

a) $(2+5i)\,(3+4i)=$ *(Soluc: -14+23i)*

b) $(1+3i)\,(1+i)=$ *(Soluc: −2+4i)*

c) $(1+i)\,(-1-i)=$ *(Soluc: −2i)*

d) $(2-5i)\,i=$ *(Soluc: 5+2i)*

e) $(2+5i)\,(2-5i)=$ *(Soluc: 29)*

3) Calcular:

a) $\dfrac{1+3i}{1+i}=$ $(Sol: 2+i)$

b) $\dfrac{2+5i}{3+4i}=$ $\left(Sol: \dfrac{26}{25}+\dfrac{7}{25}i\right)$

c) $\dfrac{1+i}{1-i}=$ $(Sol: i)$

d) $\dfrac{3+5i}{1-i}=$ $(Sol: -1+4i)$

e) $\dfrac{2-5i}{i}=$ $(Sol: -5-2i)$

4) Determinar **k** para que el cociente $z=\dfrac{-2+ki}{k-i}$ sea:

a) Un número real. ¿Qué número resulta? $\left(Sol: k=\pm\sqrt{2}\,;\ z=\pm\sqrt{2}\right)$

b) Un número imaginario puro. ¿Qué número es? $(Sol: k=0\,;\ z=-2i)$

5) Pasar a forma polar los siguientes complejos (**se recomienda representarlos previamente, para elegir correctamente su argumento**):

a) $4+4\sqrt{3}\,i=$ *(Soluc: $8_{60°}$)*

b) $3-3\sqrt{3}\,i=$ *(Soluc: $6_{300°}$)*

c) $-\sqrt{2}+i=$ $\left(Soluc: \sqrt{3}_{144°\,44'}\right)$

d) $-\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i=$ *(Soluc: $2_{225°}$)*

e) $\sqrt{3}-i=$ *(Soluc: $2_{330°}$)*

f) $1+i$ $\left(Soluc: \sqrt{2}_{45°}\right)$

6) Pasar de la forma polar a la binómica

a) $2_{60º}$ $\left(Soluc:\ 1+\sqrt{3}i\right)$

b) $6_{225º}$ $\left(Soluc:\ -3\sqrt{2}-3\sqrt{2}i\right)$

c) $4_{120º}$ $\left(Soluc:\ -2+2\sqrt{3}i\right)$

d) $2_{150º}$ $\left(Soluc:\ -\sqrt{3}+i\right)$

e) $3_{60º}$ $\left(Soluc:\ \frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)$

7) Efectuar las siguientes operaciones en forma polar y pasar el resultado a binómica:

a) $3_{45º}\cdot 2_{15º}$ $\left(Soluc:\ 6_{60º}=3+3\sqrt{3}\ i\right)$

b) $3_{150º}\cdot 4_{45º}$ $\left(Soluc:\ 12_{195º}\cong -11,59-3,11i\right)$

c) $1_{33º}\cdot 2_{16º}\cdot 3_{41º}$ $\left(Soluc:\ 6_{90º}=6i\right)$

d) $3_{12º}\cdot 4_{17º}\cdot 2_{1º}$ $\left(Soluc:\ 24_{30º}=12\sqrt{3}+12i\right)$

e) $2_{106º}:1_{61º}$ $\left(Soluc:\ 2_{45º}=\sqrt{2}+\sqrt{2}\ i\right)$

8) Efectuar las siguientes potencias (sugerencia: pasar a la forma polar o trigonométrica, efectuar las potencias y volver a la forma binómica; si operas en forma trigonométrica, puedes aplicar la fórmula de De Moivre)

a) $(1+i)^2$ *(Soluc: 2i)*

b) $(2-2i)^2$ *(Soluc: −8i)*

c) $(1+i)^3$ *(Soluc: −2+2i)*

d) $(2+3i)^3$ *(Soluc: −46+9i)*

e) $(1-i)^4$ *(Soluc: −4)*

9) Hallar las expresiones de las siguientes raíces. Por ejemplo, $\sqrt[4]{1+i}$ tiene cuatro expresiones, que son, usando la terminología de clase, las cuatro soluciones de la ecuación $x^4=1+i$

a) $\sqrt[4]{1+i}$ $\left(Soluc:\ \sqrt[8]{2}_{\,11,25º};\ \sqrt[8]{2}_{\,101,25º};\ \sqrt[8]{2}_{\,191,25º};\ \sqrt[8]{2}_{\,281,25º}\right)$

b) $\sqrt[3]{1-i}$ $\left(Soluc:\ \sqrt[6]{2}_{\,105º};\ \sqrt[6]{2}_{\,225º};\ \sqrt[6]{2}_{\,345º}\right)$

c) $\sqrt[4]{\frac{-4}{1-\sqrt{3}\ i}}$ $\left(Soluc:\ \sqrt[4]{2}_{\,60º};\ \sqrt[4]{2}_{\,150º};\ \sqrt[4]{2}_{\,240º};\ \sqrt[4]{2}_{\,330º}\right)$

d) $\sqrt[3]{\frac{-1+3i}{2-i}}$ $\left(Soluc:\ \sqrt[6]{2}_{\,45º};\ \sqrt[6]{2}_{\,165º};\ \sqrt[6]{2}_{\,285º}\right)$

e) $\sqrt[3]{-i}$ $\left(Soluc:\ i;\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i\right)$