

BOLETÍN DE FUNCIONES I: COMPOSICIÓN, INVERSA Y DOMINIOS

1.- Considere $f(x) = \sqrt{x-5}$

- a) Halle: i) $f(11)$ ii) $f(86)$ iii) $f(5)$
b) Halle los valores de x para los cuales f no está definida.
c) Sea $g(x) = x^2$. Halle $g \circ f(x)$.

Solución:

- a) i) $\sqrt{6}$ ii) 9 iii) 0 b) $x < 5$ c) $(g \circ f)(x) = x - 5$

2.- Las funciones f y g quedan definidas por $f: x \rightarrow 3x$, $g: x \rightarrow x + 2$.

- a) Halle una expresión para $(f \circ g)(x)$.
b) Halle $f^{-1}(18) + g^{-1}(18)$.

Solución:

- a) $3x + 6$ b) 22

3.- Sea $f(x) = \frac{4}{x+2}$, $x \neq -2$ y $g(x) = x - 1$. Si $h = g \circ f$, halle:

- a) $h(x)$
b) $h^{-1}(x)$, donde h^{-1} es la inversa de h .

Solución:

- a) $h(x) = \frac{2-x}{x+2}$ b) $h^{-1}(x) = \frac{2-2x}{x+1}$

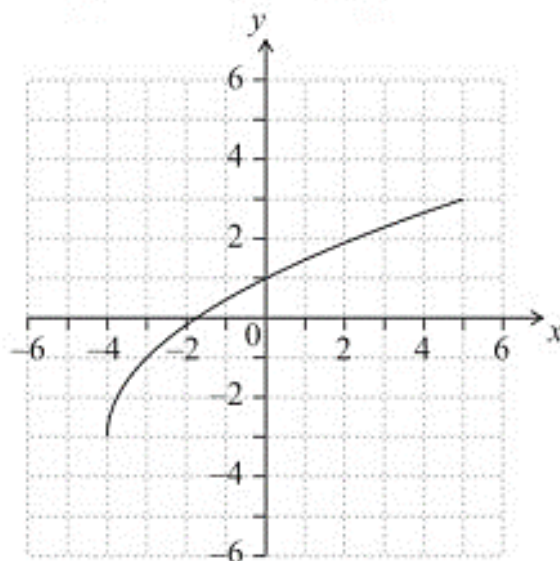
4.- Sean $f(x) = 2x + 3$ y $g(x) = x^3$.

- (a) Halle $(f \circ g)(x)$.
(b) Resuelva la ecuación $(f \circ g)(x) = 0$.

Solución:

- a) $(f \circ g)(x) = 2x^3 + 3$ b) $x = -1,14$

5.- La siguiente figura muestra el gráfico de $y = f(x)$, para $-4 \leq x \leq 5$.



- (a) Escriba el valor de
(i) $f(-3)$;
(ii) $f^{-1}(1)$.

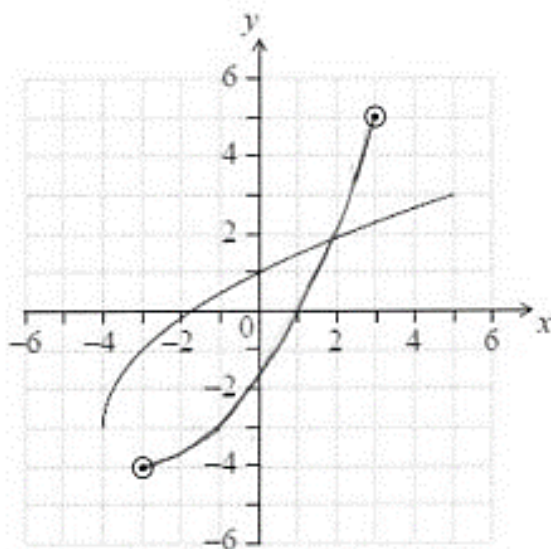
- (b) Halle el dominio de f^{-1} .

(c) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de f^{-1} .

Solución:

a) i) -1 ii) 0 b) $D_{f^{-1}} = R_f = [-3, 3]$

c)



6.- Responder a las siguientes preguntas sobre composición y función inversa:

a) Dadas $f(x) = x^2 + x$ y $g(x) = x - 1$, hallar las expresiones simplificadas de $g \circ f(x)$ y $f \circ g(x)$

b) Construir la función inversa de $f(x) = \frac{x+2}{2x}$ y comprobar que $f^{-1} \circ f(x) = x$

c) Despejar x en la ecuación $\sqrt[3]{\tan(e^{2x-1})} = 10$

Sol: a) $g \circ f(x) = x^2 - x$ y $f \circ g(x) = x^2 + x - 1$

b) $f^{-1}(x) = \frac{2}{2x-1}$ c) $x = \frac{\ln(\arctan(10^3)) + 1}{2}$

7.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 16}$

b) $y = \sqrt{1+2x}$

c) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$

d) $y = \sqrt{2x}$

e) $y = \frac{1}{x^2 + 4}$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

g) $y = \frac{1}{x^2 - 2x}$

h) $y = \sqrt{6+3x}$

i) $y = \frac{3}{(x-5)^2}$

j) $y = \sqrt{2x-4}$

k) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

l) $y = \sqrt{x-2}$

m) $y = \frac{2+x}{x^2}$

n) $y = \sqrt{3x-1}$

ñ) $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

o) $y = \frac{1}{3x-x^2}$

p) $y = \sqrt{x^2-1}$

q) $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$

Solución:

a) $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-4, 4\}$

b) $1+2x \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq \frac{-1}{2} \rightarrow \text{Dominio} = \left[\frac{-1}{2}, +\infty\right)$

c) $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-2, 2\}$

d) $2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = [0, +\infty)$

e) $x^2 + 4 \neq 0$ para todo $x \in \mathbf{R} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R}$

$$f) x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \rightarrow \text{Dominio} = (2, +\infty)$$

$$g) x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \text{ Dominio} = \mathbf{R} - \{0, 2\}$$

$$h) 6+3x \geq 0 \Rightarrow 3x \geq -6 \Rightarrow x \geq -2 \rightarrow \text{Dominio} = [-2, +\infty)$$

$$i) (x-5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{5\}$$

$$j) 2x-4 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} [2, +\infty)$$

$$k) x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-3, 3\}$$

$$l) x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} = [2, +\infty)$$

$$m) x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0\}$$

$$n) 3x-1 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \rightarrow \text{Dominio} = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

$$\tilde{n}) x > 0 \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$$

$$o) 3x-x^2 = 0 \Rightarrow x(3-x) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0, 3\}$$

$$p) x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$q) (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{3\}$$

8.- Hallar el dominio de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}, \quad b) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}}, \quad c) f(x) = \ln \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$\text{Sol: } a) \mathbf{R} - \{1, 2, 3\} \text{ o } (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$$

$$b) (-\infty, -3) \cup [-1, 1] \cup (3, \infty), \quad c) (-4, -1) \cup (-1, \infty)$$