BOLETÍN DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE FUNCIONES

1º) Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las siguientes funciones:

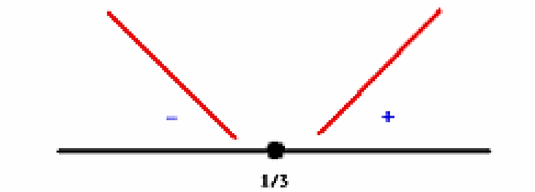
a) $f(x)=3x^2-2x+1$ **b)** $f(x)=2x^3$ **c)** $f(x)=3+12x-3x^2$ **d)** $f(x)=(x+2)^2$

e) $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{2}$

Solución:

a)

- D(f) = R
- $f'(x)=6x-2 \Rightarrow \begin{cases} D(f')=R \\ f'(x)=0 \Rightarrow 6x-2=0 \Rightarrow x=1/3 \end{cases}$



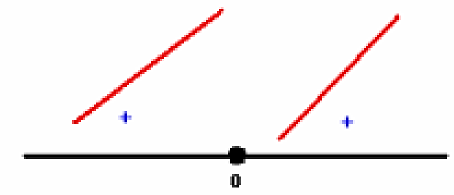
Creciente (1/3,+∞)

Decreciente (-∞,1/3)

Mínimo (1/3,f(1/3)) = (1/3,2/3)

b)

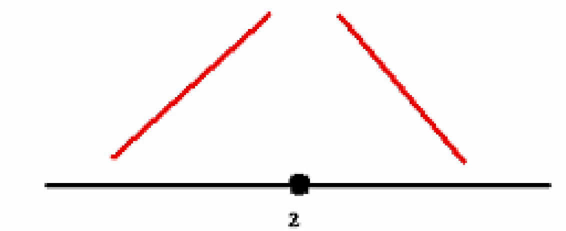
- D(f) = R
- $f'(x)=6x^2 \Rightarrow \begin{cases} D(f')=R \\ f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$



Creciente en todo R

c)

- D(f) = R
- $f'(x)=12-6x \Rightarrow \begin{cases} D(f')=R \\ f'(x)=0 \Rightarrow 12-6x=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$



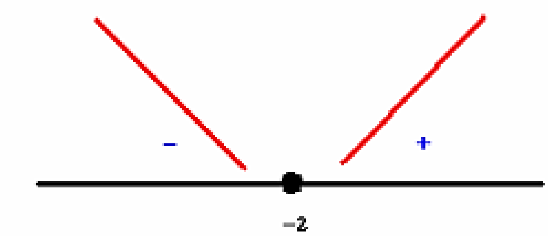
Creciente (-∞,2)

Decreciente (2,+∞)

Máximo (2,f(2)) = (2,15)

d)

- D(f) = R
- $f'(x)=2(x+2) \Rightarrow \begin{cases} D(f')=R \\ f'(x)=0 \Rightarrow 2x+4=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$



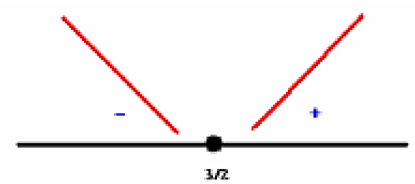
Creciente (-2,+∞)

Decreciente (-∞,-2)

Mínimo (-2,f(-2)) = (-2,0)

e)

- D(f) = R
- $f'(x)=\dfrac{2x-3}{2} \Rightarrow \begin{cases} D(f')=R \\ f'(x)=0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow x=3/2 \end{cases}$



Creciente (3/2,+∞)

Decreciente (-∞,3/2)

Mínimo (3/2,f(3/2)) = (3/2,-5/8)

2º) Consideremos la función $f(x)=\dfrac{1+x^2}{x^2}$. Hallar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

SOLUCIÓN.

Tenemos: $f'(x)=-\dfrac{2}{x^3} \Rightarrow$ $\underset{\quad}{f'(x)>0} \;\Big|_{0}\; f'(x)<0$ luego la función es creciente en $(-\infty,0)$ y decreciente en $(0,\infty)$.

3º) Hallar los intervalos de monotonía (crecimiento y decrecimiento) de la función:

$$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

Para encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, hay que derivar la función. Como que se trata de un cociente, aplicamos la fórmula:

$$f'(x)=\frac{(2x+1)\cdot(x^2+1)-(x^2+x+1)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$
$$=\frac{(2x^3+2x+x^2+1)-(2x^3+2x^2+2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$

Si la igualamos a cero, nos queda:

$$\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}=0 \quad\Rightarrow\quad -x^2+1=0 \quad\Rightarrow\quad x^2=1 \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases}$$

Por lo tanto, tendremos tres intervalos:

$$(-\infty,-1) \quad miramos\; f'(-2)=\frac{-(-2)^2+1}{((-2)^2+1)^2}=\frac{-3}{25}<0 \;\; decreciente$$
$$(-1,1) \quad miramos\; f'(0)=\frac{-0^2+1}{(0^2+1)^2}=\frac{1}{1}=1>0 \; creciente$$
$$(1,\infty) \;\; miramos\; f'(2)=\frac{-2^2+1}{(2^2+1)^2}=\frac{-3}{25}<0 \;\; decreciente$$