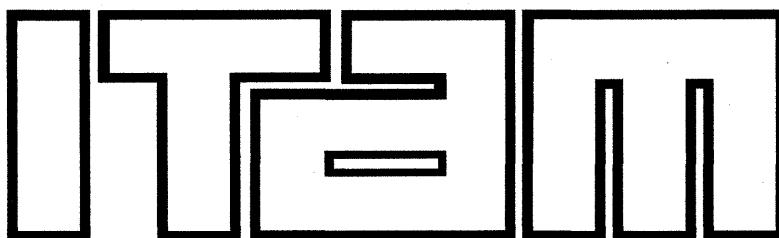


INSTITUTO TECNOLOGICO AUTONOMO DE MEXICO



**OPTIMIZACION DE INVENTARIO EN SISTEMAS DE
PRESTAMO DE BICICLETAS**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERA EN NEGOCIOS
P R E S E N T A
FERNANDA SOTTIL DE AGUINAGA

ASESOR: DR. ADRIAN RAMIREZ

CIUDAD DE MEXICO

2016

"Con fundamento en el artículo 21 y 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor y como titular de los derechos moral y patrimonial de la obra titulada "OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIO EN SISTEMAS DE PRÉSTAMO DE BICICLETAS", otorgo de manera gratuita y permanente al Instituto Tecnológico Autónomo de México y a la Biblioteca Raúl Baillères Jr. autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico y la divulguen entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por la divulgación una contraprestación".

Fernanda Sottil De Aguinaga

*A todos aquellos que comparten conmigo,
el sencillo placer de andar en bicicleta.*

Reconocimiento

A partir de esta tesis se escribió el texto académico titulado “Rebalancing Operations in Mexico City’s Bike Sharing System” publicado en el congreso *MIT SCALE Latin America Conference* por el Massachusetts Institute of Technology en abril de 2016.

A partir de esta tesis se escribió el texto académico titulado “Simulation-Optimization of Inventory in Bike-Sharing Systems” participando en el congreso *International Conference on OR for Development (ICORD)* en junio de 2016.

OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIO EN SISTEMAS DE PRÉSTAMO DE BICICLETAS

Fernanda Sottil De Aguinaga

Resumen

Los sistemas de préstamo de bicicletas permiten a sus usuarios tomar una bicicleta para luego retornarla en una de las muchas estaciones por la ciudad. En el sistema de la Ciudad de México, ECOBICI, el 21% de los usuarios se quejan de la escasez de bicicletas o anclajes libres durante las horas pico.

Impulsado por una estrecha colaboración con ECOBICI, esta tesis aporta un enfoque analítico y metodológico para el problema de rebalanceo de recursos (bicicletas y anclajes) que presentan los sistemas de préstamo de bicicletas.

Se realiza primeramente un análisis espacial/temporal de la demanda de los usuarios (utilizando 26 millones de datos reales proporcionados por ECOBICI) con el fin de identificar patrones de estacionalidad, horas pico en el sistema y estaciones más congestionadas. Posteriormente se modela en SIMIO un *cluster* de 22 estaciones problemáticas. Se aplican técnicas de simulación y optimización a dicho modelo y se identifican el número óptimo de bicicletas que se debe colocar en cada estación al iniciar el día y durante las horas pico matutinas, para satisfacer el nivel de servicio establecido por ECOBICI. A partir de los resultados del modelo se exploran las rutas más eficientes de rebalanceo (utilizando modelos de programación lineal y no lineal) con el fin de garantizar que el número adecuado de bicicletas se encuentren disponibles para los usuarios.

Se prueba la validez de la metodología propuesta como un instrumento de planeación útil para los operadores de sistemas de préstamo de bicicletas en general.

Palabras clave: Sistema de préstamo de bicicletas, rebalanceo, ruteo, nivel de servicio, ECOBICI.

ÍNDICE

1. Introducción	10
1.1 El sistema de préstamo en la Ciudad de México	11
2. Descripción del problema	15
2.1 Revisión de la literatura y aspectos generales del marco teórico	18
3. Objetivos de la investigación, impactos esperados y usuarios objetivo	23
3.1 Objetivos	23
3.2 Impactos esperados	24
3.3 Usuarios objetivo	24
4. Análisis de la demanda, clasificación y agrupación de estaciones	25
4.1 Análisis espacial/temporal de la demanda	25
4.2 Clasificación de las estaciones	33
4.3 Identificación de las estaciones más conflictivas	37
4.4 Agrupación de las estaciones en <i>clusters</i>	39
5. Modelado del sistema ECOBICI para determinar el número óptimo de bicicletas	42
5.1 Descripción del modelo	43
5.2 Desarrollo del modelo	48
5.3 Análisis de la salida y optimización	50
5.4 Análisis de resultados	53
6. Modelado de estrategias de rebalanceo	59
6.1 Modelo de transporte o distribución	61
6.2 Modelo del agente viajero con capacidad	65
7. Conclusiones y líneas de trabajo futuro	73
8. Bibliografía	76
9. Anexos	78

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1.1 Vehículos utilizados por los operadores de ECOBICI	13
Tabla 2.1.1 Tabla comparativa entre literatura empleada	20
Tabla 4.1.1 Primeras cinco entradas de la base de datos proporcionada al público por el sistema ECOBICI	25
Tabla 4.1.2 A_{mn} para los meses de enero a marzo	26
Tabla 4.1.3 Varianzas calculadas para el flujo neto de bicicletas por hora a lo largo de los días de la semana (muestra de 10 estaciones)	28
Tabla 4.1.4 Identificación de horas pico (0 – 11 hrs)	33
Tabla 4.1.5 Identificación de horas pico (12 – 23 hrs)	35
Tabla 4.2.1 Cantidad de estaciones consumidoras y productoras para LN = 20	33
Tabla 4.2.2 Porcentaje a rebalancear para diferentes valores del límite numérico (LN)	36
Tabla 4.2.3 Clasificación de estaciones por hora pico para LN = 10	36
Tabla 4.2.4 Cantidad de estaciones por tipo de combinación según su comportamiento en horas pico	37
Tabla. 5.1.1 Características principales de las 22 estaciones seleccionadas	46
Tabla. 5.1.2 Clasificación de las 22 estaciones seleccionadas según su comportamiento en horas pico	46
Tabla 5.1.3 Demanda de bicicletas para la estación Temístocles – Homero	47
Tabla 5.4.1 Parámetros de operación y respuestas para políticas iniciales de asignación	54
Tabla 5.4.2 Resultados del procesos de optimización para el SBR (6:00 am)	55
Tabla 5.4.3 Resultados del procesos de optimización para el SBR y el DBR.	56
Tabla 5.4.4 Resultados según el nivel de llenado óptimo por tipo de estación	57
Tabla 6.1 Oferta y demanda de bicicletas para cada estación a las 8:00 am	60
Tabla 6.1.1 Distancia entre cada par de estaciones	63
Tabla 6.1.2 Resultados del modelo de transporte o distribución.	64
Tabla 6.2.1 Oferta y demanda de estaciones (Extensión I)	68
Tabla 6.2.3 Resultados del modelo de agente viajero con capacidad (formulación no lineal) (Extensión I)	68
Tabla 6.2.4 Resultados del modelo de agente viajero tradicional (sin capacidad) (Extensión I)	69
Tabla 6.2.5 Resultados del modelo de agente viajero tradicional con capacidad (reformulación lineal) (Extensión II)	72

ÍNDICE DE FIGURAS

FIG. 2.1 ECOBICI llena al 100% sus estaciones en espera de usuarios que provienen del Metrobús L1, el Tren Suburbano y la Línea B del Metro	17
FIG. 2.2 En una hora, se vacían 6 estaciones con sus 200 bicicletas. Los ciclistas deben esperar a que lleguen camiones de rebalanceo con más unidades	17
FIG. 2.3 Por la noche el fenómeno es a la inversa. ECOBICI envía camiones directamente .	17
FIG 4.1.1 Relación entre el mes del año y el índice estacional correspondiente	27
FIG 4.1.2 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 344	29
FIG 4.1.3 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 198	29
FIG 4.1.4 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 361	30
FIG 4.1.5 Flujo neto de bicicletas por hora (sábado y domingo) en la estación 344	31
FIG 4.1.6 Flujo neto de bicicletas por hora (sábado y domingo) en la estación 198	32
FIG 4.2.1 Relación entre límite numérico (LN) y el porcentaje de estaciones a rebalancear .	36
FIG. 4.3.1 Relación entre arribos y retiros acumulados para la hora pico I	39
FIG. 4.3.2 Relación entre arribos y retiros acumulados para la hora pico II	39
FIG. 4.4.1 Mapa de estaciones de interés por <i>cluster</i>	40
FIG. 4.4.2 Mapa de estaciones conflictivas por <i>cluster</i>	40
FIG. 5.1.1. Diagrama de transición del sistema general	44
FIG. 5.1.2 Diagrama de transición para una estación en particular	44
FIG. 5.1.3 Mapa de las 22 estaciones seleccionadas a partir del <i>cluster</i> Polanco	45
FIG. 5.2.1 Diagrama general de la simulación	49
FIG. 5.2.2 Modelo en SIMIO de las 22 estaciones seleccionadas	50
FIG. 5.2.3 Modelo en SIMIO de las 22 estaciones seleccionadas (ampliación)	50
FIG. 6.1.1 Representación gráfica del problema de transporte	61
FIG. 5.4.2 Representación gráfica del problema del agente viajero.	65

NOMENCLATURA

Símbolos griegos

- λ Tasa de llegadas de usuarios deseando tomar bicicletas.
 μ Tasa de llegada de usuarios deseando retornar una bicicleta.

Subíndices

- i Indicador del número de estación. ($i = 1, 2, \dots, 446$)
 j Indicador de la hora del día. ($j = 0, 1, \dots, 23$)
 m Indicador del mes del año. ($m = 1, 2, \dots, 12$)
 n Indicador del año. ($n = 2010, 2011, \dots, 2015$)

Variables

- A_{mn} Total de viajes (arribos) durante el mes m del año n .
 I_{mn} Índice estacional que indica la proporción del total de viajes realizados durante un mes respecto al total anual.
 $F_i(s-t)$ Flujo neto de bicicletas en la estación i durante el periodo $s-t$.
 $A_i(s-t)$ Total de bicicletas que arribaron a la estación i durante el periodo $s-t$.
 $R_i(s-t)$ Total de bicicletas que se retiraron de la estación i durante el periodo $s-t$.
 A_{ij} Total de viajes (arribos) en la estación i , durante la hora j .
 R_{ij} Total de viajes (retiros) en la estación i , durante la hora j .
 F_{ij} Flujo neto de bicicletas en la estación i , durante la hora j .
 $\%A_j$ Proporción de arribos por hora j para todas las estaciones respecto al total general.
 $\%R_j$ Proporción de retiros por hora j para todas las estaciones respecto al total general.
 P_{ij} Probabilidad de que un usuario que haya tomado una bicicleta de la estación i la retorne en la estación j .
 N Capacidad o número de anclajes de cada estación.
 B_i Número de bicicletas en la estación i al inicio de las operaciones de ECOBICI (6:00 am).
 B_{i-0} Número de bicicletas en la estación i a las 6:00 am.
 B_{i-1} Número de bicicletas en la estación i a las 8:00 am.

1. Introducción

La bicicleta es un medio de transporte que ha demostrado ser flexible y eficiente. Al no requerir de tarifas, combustible, licencia o registro, andar en bicicleta es una de las formas más económicas y accesibles de movilidad. La bicicleta es una opción de movilidad democrática, equitativa, ecológica y saludable. Ciudades vanguardistas y de calidad mundial están privilegiando la movilidad de peatones, ciclistas y usuarios del transporte público sobre los usuarios de transporte motorizado. Debido a lo anterior, cada vez son mayores las iniciativas gubernamentales y privadas para lograr que la bicicleta se posicione como una alternativa de transporte viable y segura en la Ciudad de México. Se busca ofrecer a la ciudadanía una alternativa de movilidad intermodal en la cual se racionalice el uso del transporte individual motorizado incrementando así el uso de la bicicleta en la rutina diaria para realizar viajes cortos, medios y largos que se adapten a las necesidades de la población [Carreón, et al. 2011].

Los sistemas de transporte de bicicletas han generado amplias expectativas en el gobierno y en los ciudadanos, como consecuencia recientemente han atraído la atención de ambos en el ámbito de la planificación urbana. En particular, los sistemas de préstamos de bicicletas o BSS por sus siglas en inglés (*Bicycle Sharing Systems*) se han adaptado con éxito a los lugares que necesitan de viajes cortos y que ofrecen ciertas condiciones geoespaciales. En los últimos cinco años, más de quinientas ciudades de todo el mundo han implementado estos sistemas de movilidad urbana. Este número se incrementa a una tasa de una o dos ciudades a la semana, convirtiéndolo en el sistema de transporte con la mayor tasa de expansión en la historia [Larsen, 2013].

1.1 El sistema de préstamo en la Ciudad de México: ECOBICI

Con el firme propósito de crear acciones integrales para el fomento de la movilidad no motorizada, en la Ciudad de México se inauguró en el año 2010 el Sistema de Transporte Individual ECOBICI [ECOBICI, 2015]. Dicho sistema es una red de bicicletas públicas compartidas a la cual el ciudadano tiene acceso a su uso a través de un esquema de afiliación. Este sistema ha sido adoptado como una buena alternativa para trasladarse en la Ciudad de México, no sólo por complementar la red de transporte masivo, sino por los beneficios que aporta en salud (cuando la calidad del aire es favorable), medio ambiente, ahorro de tiempos de traslado y mejora de calidad de vida.

ECOBICI inició operaciones con 84 estaciones y 1,200 bicicletas. En tan sólo cinco años la demanda ha impulsado la expansión del sistema en un 400% [ECOBICI, 2015]. Actualmente cuenta con 446 estaciones, más de 6,000 bicicletas y brinda servicio a más de 100,000 usuarios dando cobertura en un área de 35 km² en tres delegaciones [ECOBICI, 2015]. Los horarios de operación del sistema son de 6:00 am a 12:30 am. A nivel mundial, el sistema ECOBICI ocupa el 3º lugar de tamaño (en términos de número de bicicletas y estaciones) después de las ciudades de Paris y Londres [ECOBICI, 2015].

De acuerdo con la encuesta ECOBICI 2014, hecha por la Secretaría del Medio Ambiente del Distrito Federal y aplicada a una muestra de 960 usuarios activos, el sistema es utilizado en un 62% por hombres y en un 38% por mujeres, en su mayoría entre los 25 y 34 años. El 87% de los usuarios tiene como ocupación principal el trabajo y como lugar de residencia la Ciudad de México.

Las colonias Cuauhtémoc, Roma, Condesa y Polanco producen el mayor número de viajes en ECOBICI; el origen del viaje más frecuente es el hogar (62%), seguido por la oficina (27%). Por otro lado, las colonias Centro, Juárez, Cuauhtémoc, Roma, Condesa y Polanco atraen el mayor número de viajes, siendo el destino del viaje más frecuente la oficina

(45%), seguido por el hogar (15%). Se sabe que aproximadamente 7 de cada 10 viajes están relacionados con la rutina laboral.

El 13% de los viajes de los usuarios se realizan únicamente en ECOBICI, mientras que el 87% restante se efectúan combinando la bicicleta con otros modos de transporte. El tiempo promedio de viaje en el sistema ECOBICI es entre 6 y 15 minutos.

El sistema de préstamo de bicicletas ECOBICI permite al usuario recoger una bicicleta de cualquier estación y devolverla en la más cercana a su destino, en trayectos de 45 minutos. Si no hay bicicletas disponibles en la estación de partida o anclajes en la estación de llegada, el usuario debe de buscar otra estación para poder tomar o devolver la bicicleta. Las estaciones se encuentran localizadas estratégicamente a 300 metros (de una cuadra y media a dos cuadras de distancia) de otras estaciones con el objetivo de que el usuario pueda caminar fácilmente en caso de no encontrar una bicicleta disponible.

De la idea anterior se puede sospechar que el éxito de estos sistemas trae consigo un conjunto de problemas de gestión y logística. El principal de ellos surge a partir del desequilibrio del sistema; debido a los patrones de comportamiento de los usuarios, las bicicletas terminan agrupadas en ciertas áreas geográficas, dejando a otras zonas desprovistas de bicicletas y ocasionando pobres niveles de servicio para los usuarios.

El sistema ECOBICI maneja dos indicadores para evaluar su nivel de servicio:

- 1) Un usuario debe poder realizar un viaje o depositar una bicicleta inmediatamente el 94% de las veces que lo deseé, es decir sin tener que esperar a que encuentre una bicicleta disponible o que se desocupe un anclaje.
- 2) Se establece un porcentaje real de anclajes o bicicletas en servicio. El 95% de las bicicletas en todo el sistema ECOBICI deben estar disponibles para los usuarios.

El sistema ECOBICI clasifica a las estaciones en 15 zonas o polígonos para poder administrar su operación. Las estaciones se dividen, de acuerdo con su uso, en tres grupos; las que poseen alta demanda (con gran cantidad de llegadas o retiros de bicicletas durante las horas pico), las que tienen baja demanda y aquellas que se autorregulan (cantidad similar de llegadas y retiros de bicicletas).

Para efectuar el rebalanceo y la reubicación de bicicletas, el sistema cuenta con 51 vehículos de rebalanceo de tres tipos los cuales se describen en la Tabla 1.1.1. Cada zona tiene asignado a un vehículo aproximadamente, dependiendo de la demanda.

Tabla 1.1.1. Vehículos utilizados por los operadores de ECOBICI

Tipo de vehículo	Capacidad
Eléctricos	12 – 24 bicicletas
Transitorios	15 – 31 bicicletas
Doble plataforma	51 bicicletas

Fuente: [ECOBICI 2015]

Los vehículos eléctricos y transitorios efectúan las operaciones de rebalanceo durante el día, particularmente en las horas pico. Por otro lado los vehículos de doble plataforma se encargan de restablecer el sistema a su equilibrio inicial durante la noche.

La proporción del número de bicicletas y anclajes en cualquier sistema de préstamo de bicicletas (BSS), según mejores prácticas mundiales, debe satisfacer aproximadamente la siguiente ecuación:

$$Número\ de\ bicicletas = \left(\frac{Número\ de\ anclajes}{2} \right) \times 1.05 \quad (1.1.1)$$

En el caso de ECOBICI, el sistema cuenta con 6,000 bicicletas y 11,992 anclajes, los últimos distribuidos en estaciones con capacidades que van de 12 a 36 bicicletas disponibles en módulos de tres. Adicionalmente, existen 500 bicicletas retiradas del sistema, de las cuales 150 se encuentran bajo reparación constante en un taller central y 350 utilizadas para operaciones de rebalanceo.

Dado el comportamiento de los usuarios y la clasificación de las estaciones, el sistema ECOBICI tiene identificado un estado (en término de número de bicicletas y anclajes disponibles) con el que cada estación debe comenzar el día para satisfacer una buena cantidad de usuarios durante el mismo. Los vehículos de rebalanceo nocturno se encargan de reubicar las bicicletas necesarias para que cada día la estación inicie operaciones con dicho estado previamente identificado. Cada 60-90 días se replantea este punto de re-orden.

A demás del rebalanceo nocturno, ECOBICI monitorea en tiempo real sus redes sociales y portales electrónicos para detectar aquellas estaciones que se encuentran particularmente congestionadas y entonces atenderlas inmediatamente.

2. Descripción del problema

Un factor decisivo en el éxito de un sistema de préstamo de bicicletas es su habilidad para satisfacer la demanda fluctuante de bicicletas o anclajes en cada estación. Se ha encontrado que la indisponibilidad persistente de recursos en una estación genera desconfianza en los usuarios hacia el sistema, lo cual eventualmente podría conducirlos a dejar de utilizarlo [Raviv et al., 2010].

El análisis de esta tesis gira en torno al problema más evidente que surge en un sistema de préstamo de bicicletas: El desbalance de recursos (bicicletas o anclajes) que existe en las diferentes estaciones. Es común que un usuario no pueda hacer el mejor uso del sistema al tomar una bicicleta de la estación deseada y depositarla en otra, debido a que, o no hay bicicletas disponibles o a que todos los anclajes de la estación de llegada ya se encuentran ocupados. Estas situaciones son denominadas como **eventos de escasez**.

A razón de la ubicación geoespacial de las estaciones y de los patrones diarios de los usuarios, las estaciones tienen diferente demanda y utilización de recursos; por esta razón las bicicletas no se encuentran distribuidas uniformemente a través de ellas. Se ha encontrado la existencia de un mayor congestionamiento durante las horas pico (6 am a 10 am y 5 pm a 20 pm) (para más información del análisis consultar sección 4.1 b) Análisis del comportamiento entre los días de la semana) con patrones muy similares entre sí específicamente durante los días entre semana (lunes a viernes) (para más información del análisis consultar sección 4.1 c) Identificación de las horas pico). Por otro lado, existen estaciones que debido a su lejanía o localización difícilmente de acceder, se encuentran frecuentemente sin bicicletas; los usuarios las toman de esa estación para utilizarlas y ya no retornan a ese lugar.

La insatisfacción del usuario con el sistema se mide a partir del número de eventos de escasez. Para disminuir estos eventos de escasez, los operadores de sistemas de préstamo de

bicicletas retiran regularmente las bicicletas de estaciones con demanda por anclajes vacíos para transportarlas hacia otras estaciones con demanda por bicicletas. El objetivo de los operadores se puede resumir en la búsqueda de la minimización del número de eventos de escasez con el menor costo de operación del sistema [Raviv et al., 2010].

De acuerdo con el nivel de servicio establecido por ECOBICI, los operadores establecen que el nivel de eventos de escasez no rebase el **6%** del total de eventos en el sistema; un usuario debe de poder realizar un viaje o depositar una bicicleta inmediatamente el **94%** de las veces que lo desee, es decir sin tener que esperar a que encuentre una bicicleta disponible o que se desocupe un anclaje.

La relocalización de recursos en el sistema involucra decisiones de ruteo referentes a los vehículos de reposicionamiento, el número de estaciones, así como también decisiones de inventario asociadas al número óptimo de bicicletas y anclajes en las estaciones. Lo anterior requiere determinar el número de bicicletas a ser retiradas o colocadas en cada estación en cada visita de los vehículos de reposicionamiento. Idealmente, el resultado de la operación sería el de satisfacer toda la demanda de bicicletas y anclajes en cualquier momento; evidentemente se habla de un estado que difícilmente se podría alcanzar. Entre los impedimentos para alcanzar este estado ideal se encuentran la incertidumbre de la demanda, las restricciones de capacidad de los recursos y los desequilibrios inherentes en las tasas de retiro y retorno de las diversas estaciones.

El sistema ECOBICI no es una excepción al problema de desbalanceo de recursos. La Secretaría del Medio Ambiente del Distrito Federal encontró en la encuesta ECOBICI 2012 que la principal inconformidad de los usuarios con el sistema es la falta de disponibilidad de bicicletas o anclajes. Ante la pregunta “¿Qué otros aspectos no le gustan de ECOBICI?” el 32% de los usuarios respondió la falta de lugares para dejar las bicicletas y el 23%

reportó que la poca disponibilidad de las bicicletas en las estaciones [Piccolo, 2014, ECOBICI, 2012].

Esta problemática se presenta de manera muy marcada en la zona de Buenavista, en la Ciudad de México. Al ser un gran nodo de transporte en el que confluyen diferentes modos como el Sistema de Transporte Colectivo Metro, el Metrobús y el Tren Suburbano, la demanda de ECOBICI en esta zona ha crecido de tal manera que, en horas pico es difícil encontrar unidades o lugares para estacionar bicicletas. La zona cuenta con 6 estaciones con un total de 64 unidades. Los usuarios esperan en largas filas en el horario 7:00 a 9:00 horas para poder conseguir una bicicleta; en tanto que en el horario de 18:00 a 20:00 horas esperan para encontrar un espacio para retornar su bicicleta, esto a pesar de que en ese horario llegan hasta cuatro camiones para poder retirar unidades y dejar libres los anclajes.

Las FIG 2.1 a 2.3 representan esta problemática.

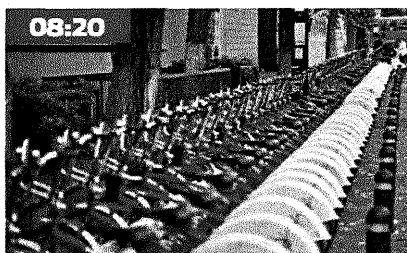


FIG. 2.1 ECOBICI llena al 100% sus estaciones en espera de usuarios que provienen del Metrobús L1, el Tren Suburbano y la Línea B del Metro



FIG. 2.2 En una hora, se vacían 6 estaciones con sus 200 bicicletas. Los ciclistas deben esperar a que lleguen vehículos de rebalanceo



FIG. 2.3 Por la noche el fenómeno es a la inversa. ECOBICI envía camiones directamente

Fuente: La Ciudad en Bicicleta (2015). <<http://diarioenbici.com/usuarios-en-buenavista-rebasan-a-ecobici/>> [Consulta: 15 noviembre, 2015]

2.1 Revisión de la literatura y aspectos generales del marco teórico

Debido a que los programas de préstamo de bicicletas han crecido en popularidad durante los últimos años, se pueden encontrar varios estudios recientes que tratan el tema. A pesar de que existen numerosas investigaciones que hablan de la evolución histórica de estos sistemas y de su adopción por parte de los usuarios, el interés de la literatura de esta tesis se centrará exclusivamente en aquellos estudios que se enfocan en la parte estratégica y operativa de los sistemas.

Existen varias investigaciones que estudian el establecimiento, la logística y el análisis de los sistemas de transporte de bicicletas. Particularmente el trabajo de Shu et al. [2013] y de Lin and Yang [2011] se ocupa de la parte de capacidad de las estaciones y ubicaciones; otras investigaciones presentan análisis de tipo más empírico, por ejemplo DeMaio [2009] y Hampshire y Marla [2012]. Fricker y Gast [2014] estudian el comportamiento del sistema y el efecto de una variedad de estrategias de balanceo en el desempeño del mismo. Se concluye que en sistemas que presentan patrones asimétricos en su demanda, el reposicionamiento de los recursos por vehículos es necesario aún cuando existe un mecanismo para incentivar a balancear el sistema por sí solo [Raviv, et al., 2010].

Se han desarrollado también varios enfoques para el modelado y optimización del problema de reposicionamiento. Existen diferencias substanciales en los supuestos subyacentes de los modelos referentes al comportamiento del sistema y al objetivo del problema. Benchimol et al. [2011] y Chemla et al. [2011] abordan el problema de reposicionamiento estático o SBRP (*Static Bicycle Repositioning Problem*) suponiendo que existe un nivel de inventario meta para cada estación en el sistema y que se debe buscar la operación de rebalanceo a un costo mínimo. Se hace referencia al SBRP (*Static Bicycle Repositioning Problem*) cuando las operaciones de rebalanceo son efectuadas durante la noche, el uso del sistema es insignificante y por lo tanto puede ser despreciable. Contardo et al. [2012] presentan una

formulación de programación matemática para el problema de reposicionamiento dinámico o DBRP (*Dynamic Bicycle Repositioning Problem*) y utilizan esquemas de descomposición para obtener cotas inferiores y soluciones factibles. El DPRP (*Dynamic Bicycle Repositioning Problem*) surge al efectuar operaciones de rebalanceo durante las horas pico de un sistema, donde su uso cambia rápidamente.

En la investigación “*Bike sharing system: solving the static rebalancing problem*” de Chemla et al. [2011] se habla de la distribución inicial que deben de tener las bicicletas y del ruteo fijado a través de una combinación de algoritmos. La solución se identifica por medio de una secuencia de vértices y se determina el número de bicicletas que serán transportadas entre los arcos del sistema. Debido a que el problema que se plantea es complejo a resolver, clasificado como *NP-hard*, el autor se enfoca en resolver casos del problema con un tamaño razonable del mismo, utilizando un algoritmo de *branch-and-cut* para resolver una simplificación del problema.

Con otra perspectiva, Raviv et al. [2010] abordan el problema planteando dos diferentes modelos de programación lineal mixta. A lo largo de su artículo los autores comparan los supuestos y el desempeño de cada modelo, concluyendo con una evaluación de la efectividad de uno de los modelos en sistemas reales de préstamo de bicicletas de hasta 104 estaciones utilizando 2 vehículos de rebalanceo [Raviv et al, 2010].

En la obra “*Smarter Tools for CitiBike Sharing*” de Eoin O’Mahony [2014], el autor provee nuevas formulaciones al problema al trabajar en colaboración cercana con el sistema CitiBike de la ciudad de Nueva York. En su estudio se analizan los datos de CitiBike para descubrir la mejor colocación de las bicicletas y así facilitar su uso. O’Mahony soluciona los problemas de ruteo para turnos nocturnos así como también los de las horas pico a través de agrupaciones (*clusters*) de estaciones. [O’Mahony, 2014].

La Tabla 2.1.1. hace una análisis comparativo que permite identificar las principales diferencias entre la literatura más influyente en este estudio y sus contribuciones al mismo.

Tabla 2.1.1. Tabla comparativa entre literatura empleada

Literatura	Objetivos	Modelos y herramientas	Conclusiones y contribuciones a este trabajo
"Bike sharing system: Solving the Static Rebalancing Problem" Chemla et al. 2011.	<ul style="list-style-type: none"> - Determinar una ruta para un vehículo de rebalanceo y poder atender la demanda de bicicletas del día siguiente. - Utilizar el <i>SVOCPDP</i> para llevar a cada vértice a su estado objetivo con un costo mínimo. 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>SVOCCPDP</i>: Vehículo redistribuye bicicletas en los vértices de una gráfica hacia configuración objetivo. - Algoritmo tipo <i>branch-and-cut</i> como "relajación" al problema inicial. 	<ul style="list-style-type: none"> - Para satisfacer la demanda es necesario contar con un sistema de regulación que mantenga el número prefijado de bicicletas en cada estación. - Es posible encontrar una asignación y operaciones para llevar al sistema al estado deseado. - La solución se identifica a través de una secuencia de vértices y el número de bicicletas que serán transportadas entre los arcos del sistema.
"Smarter Tools for CitiBike Sharing". O'Mahony, 2004.	<ul style="list-style-type: none"> - Analizar datos para obtener la mejor localización de bicicletas. - Resolver problemas de ruteo de vehículos de rebalanceo. - Resolver problemas de agrupamiento (<i>clustering</i>) durante horas pico. 	<ul style="list-style-type: none"> - Clasificación de estaciones según uso. - Agrupación (<i>clustering</i>). - Determinación de límites o <i>thresholds</i> para satisfacer la demanda. - <i>Mid-Rush Pairing Problem</i>. - Agrupación (<i>clustering</i>). 	<ul style="list-style-type: none"> - Rebalanceo durante las horas pico es poco fiable (existen cambios rápidos en el sistema durante el ruteo). - Factores externos (clima) afectan el sistema. - A través del análisis de datos se obtiene la demanda real de los usuarios (estacionalidad y clima). - Clasificación de estaciones. - Niveles de llenado óptimos al iniciar el día y durante horas pico.
"Inventory Rebalancing and Vehicle Routing in Bike Sharing Systems". Schuijbroek et al. 2013.	<ul style="list-style-type: none"> - Determinar niveles de servicio adecuados. - Diseñar rutas (casi-) óptimas para rebalancear inventario minimizando tiempo y costo de operaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Polynomial-size Clustering Problem</i>. - <i>Maximum Spanning Star Approximation</i>. - Cadena de Markov para modelar el inventario a través del tiempo. - Distribución Poisson para modelar demanda de usuarios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se determina el nivel deseado de inventario en cada estación a través de datos históricos. - Se diseñan rutas para distribuir inventarios. - Problemas de rebalanceo de inventario y ruteo son considerados simultáneamente. - Uso de datos históricos para determinar nivel de inventario óptimo y probabilidades de transición entre estaciones.
"Static repositioning in a Bike-Sharing System: Models Approaches" Raviv et al, 2010.	<ul style="list-style-type: none"> - Introducir investigación sobre problemas de ruteo e inventario en un escenario estocástico. - Abordar tanto el SBRP como el DBRP. 	<ul style="list-style-type: none"> - Problema abordado con formulaciones de tipo <i>arc-indexed</i> y <i>time-indexed</i>. - Búsqueda Tabú y algoritmos genéticos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Importancia de un buen pronóstico de demanda que tome en cuenta patrones atípicos (clima). - Se presentan dos programaciones lineales mixtas (enteras) para comparar desempeños en los modelos. - Medición del estado del sistema en tiempo real en término de número de bicicletas y anclajes vacíos.

Literatura	Objetivos	Modelos y herramientas	Conclusiones y contribuciones a este trabajo
"Análisis del Nivel de Servicio en un Sistema de Préstamo de Bicicletas". Piccolo, 2014.	<ul style="list-style-type: none"> - Medir los niveles de servicio en un sistema de préstamo de bicicletas (ECOBICI). - Analizar el comportamiento del sistema al variar capacidad de estación y tolerancia en tiempo de espera de los usuarios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se seleccionan las 10 estaciones a modelar en el intervalo de horas pico. - Se calculan las demandas de uso y tiempos de utilización en estaciones. - Simulación de evento discreto. 	<ul style="list-style-type: none"> - ECOBICI tiene muy altos tiempos de espera y bajos niveles de servicio. - Nivel de servicio aumenta conforme aumenta la tolerancia (al tiempo de espera) de los usuarios. - Al aumentar la capacidad de estaciones, los niveles de servicio aumentan también. - Necesario realizar una selección de estaciones a modelar. - Mayor problema en el sistema se da durante las horas pico donde los niveles de servicio bajan considerablemente.
"Optimización de Inventario en un Sistema de Préstamo de Bicicletas". Sottil, 2016.	<ul style="list-style-type: none"> - Establecer una metodología para determinar los niveles óptimos de inventario y las políticas de rebalanceo. - Aplicar la metodología propuesta al sistema ECOBICI. 	<ul style="list-style-type: none"> - Análisis espacial/temporal de datos. - Modelado y simulación como herramientas de optimización. - Agrupación (<i>clustering</i>). - Clasificación de estaciones por <i>thresholds</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> - Se prueba la validez de la metodología y se aplica exitosamente al sistema ECOBICI. - Se identifican patrones en el comportamiento de los usuarios (estacionalidad, horas pico, congestión en el sistema). - Se encuentra el nivel de llenado óptimo por tipo de estación para el SBRP y el DBRP. - Se plantean diferentes modelos como estrategias para el rebalanceo entre las estaciones.

A diferencia de la literatura existente, antes de abordar el problema de rebalanceo, este estudio busca identificar el estado óptimo en cada estación en término de bicicletas y anclajes disponibles para los usuarios, con el objetivo de alcanzar un nivel de servicio predefinido. Para obtener dicho estado se parte, al igual que en la obra de O'Mahony [2014] y de Raviv et al. [2010], del análisis de los datos del sistema ECOBICI para obtener la demanda real de los usuarios. Se clasifica a las estaciones según su comportamiento durante las horas pico y se realiza una agrupación de las mismas por zonas *clustering*. Se presenta el problema como un problema de optimización de inventario empleando una metodología propia basada en la simulación de evento discreto que incluye patrones asimétricos de uso. Dicha metodología permite obtener los niveles de llenado óptimos propios para el sistema de ECOBICI en México.

Posteriormente se aborda el problema de ruteo para el vehículo de rebalanceo a través de modelos y heurísticas distintas a las estudiadas anteriormente, particularmente se utiliza el modelo de transporte tradicional y el modelo del agente viajero con capacidad. Para este último se plantea una formulación al problema de tipo no-lineal así como una reformulación lineal utilizando programación entera mixta para reducir su complejidad computacional.

3. Objetivos de la investigación, impactos esperados y usuarios objetivo

3.1 Objetivos

1. Desarrollar una metodología para determinar los niveles óptimos de inventario y políticas de rebalanceo en sistemas de préstamo de bicicletas, con el objetivo de lograr el nivel de servicio deseado por los operadores de dichos sistemas (94%).
2. Aplicar dicha metodología al sistema ECOBICI en la Ciudad de México, con la finalidad de obtener los parámetros de operación propios al mismo. Esto incluye las siguientes etapas sucesivas:
 - a) Aplicar técnicas de minería de datos, en particular aplicar análisis espacial/temporal, para identificar los patrones de demanda de los usuarios de ECOBICI. Se desea determinar las horas pico y mayores puntos de congestión en el sistema, es decir aquellas estaciones que más requieren de operaciones de rebalanceo.
 - b) Aplicar técnicas de modelado y simulación para determinar el número óptimo de bicicletas en estaciones con problemas y así satisfacer el nivel de servicio establecido por ECOBICI (94%). Se enfocará el estudio a un subgrupo de estaciones de más alto tráfico, durante los días de la semana sobre las horas pico matutinas.
 - c) Modelar estrategias de rebalanceo de bicicletas en estaciones para garantizar el número óptimo de bicicletas previamente identificado en las estaciones y así satisfacer el nivel de servicio deseado. Se continuará aplicando este estudio en las estaciones seleccionadas anteriormente y durante las horas pico matutinas.

3.2 Impactos esperados

Se espera que los resultados obtenidos en este estudio contribuyan a mejorar el sistema operativo de ECOBICI, aumenten la satisfacción de los usuarios y por ende, contribuyan a una mayor participación de estos últimos en transportes “limpios” y sostenibles en la Ciudad de México.

3.3 Usuarios objetivo

Esta tesis está dirigida a los operadores de sistemas de préstamo de bicicletas en general que toman decisiones enfocadas en temas operativos, estratégicos, de logística y de distribución de recursos. Se busca que los beneficiarios de este trabajo encuentren en él un instrumento útil que les permita ofrecer un mejor nivel de servicio a las personas que utilizan los sistemas de préstamo de bicicletas.

En particular, esta tesis espera ser una metodología útil para los operadores del sistema ECOBICI en la Ciudad de México con el objetivo de que éstos puedan alcanzar, a través de sus operaciones de rebalanceo, el nivel de servicio de 94% requerido internamente.

4. Análisis de la demanda, clasificación y agrupación de estaciones

4.1 Análisis espacial/temporal de la demanda

En esta sección, se usan los datos disponibles entre el 2 de febrero de 2010 y el 31 de julio de 2015 para entender cómo se utiliza el sistema ECOBICI. El objetivo es el evaluar el comportamiento de los usuarios en términos de: a) estacionalidad en los viajes a lo largo del año, b) actividad durante los días de la semana y c) actividad durante las horas pico.

Con la ayuda del software de minería de datos MYSQL, se efectúa un análisis de la información proporcionada al público por el sistema ECOBICI [Laboratorio para la Ciudad, 2015]. Dicha base de datos cuenta con casi 26 millones de entradas y da a conocer información sobre **cada viaje** realizado por los usuarios del sistema entre el 2 de febrero de 2010 y el 31 de julio de 2015, considerando las 446 estaciones existentes. La Tabla 4.1.1 muestra, a título de ejemplo, las primeras cinco entradas de la base de datos.

Tabla 4.1.1 Primeras cinco entradas de la base de datos proporcionada al público por el sistema ECOBICI

Género usuario	Edad usuario	Bici	Estación retiro	Fecha retiro	Hora retiro	Estación arribo	Fecha arribo	Hora arribo
M	28	69	85	2/16/10	12:42 PM	85	2/16/10	12:45 PM
M	30	11	85	2/16/10	12:53 PM	26	2/16/10	1:22 PM
M	37	43	85	2/16/10	1:21 PM	13	2/16/10	1:49 PM
M	37	826	22	2/16/10	2:06 PM	85	2/16/10	2:23 PM
M	19	662	27	2/16/10	3:31 PM	74	2/16/10	4:29 PM
...

a. Análisis de estacionalidad en los datos

Es de suponer que existe estacionalidad en un sistema de préstamo de bicicletas. No es difícil imaginar que durante las estaciones más lluviosas del año surja una disminución en el número de viajes realizados por los usuarios, particularmente en la Ciudad de México donde con frecuencia fuertes lluvias azotan los meses de julio a septiembre. Por otro lado, periodos invernales también incitarían a pensar en una reducción en el uso del sistema.

Para verificar estas hipótesis iniciales, se calcula el número de viajes (arribos o retiros) mensuales realizados en cada año para todas las estaciones (A_{mn}) así como su índice estacional correspondiente (I_{mn}) mostrado en la ecuación (4.1.1).

A_{mn} : Total de viajes (arribos) durante el mes m del año n .

m = subíndice indicador del mes del año. $(m = 1, 2, \dots, 12)$

n = subíndice indicador del año. $(n = 2010, 2011, \dots, 2015)$

Tabla 4.1.2 A_{mn} para los meses de enero a marzo y diciembre

A_{mn}	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=\dots$	$m=12$
$n = 2010$	0	1,061	21,031	...	141,839
$n = 2011$	194,045	213,468	263,154	...	179,683
$n = 2012$	192,269	186,314	205,318	...	314,978
$n = 2013$	408,515	407,911	413,361	...	580,706
$n = 2014$	665,014	691,343	746,617	...	567,736
$n = 2015$	625,225	656,937	816,933	...	0

I_{mn} : Índice estacional que indica la proporción del total de viajes realizados durante un mes respecto al total anual.

(4.1.1)

$$I_{mn} = \frac{A_{mn}}{\sum_{m=1}^{12} A_{mn}} \quad \forall m, \forall n$$

Los índices muestran para cada mes, su relación con el promedio general de ese año. La FIG 4.1.1 la relación entre el mes del año y el índice estacional correspondiente. Se dejaron fuera del análisis los años 2010 y 2015 para evitar sesgos por omisión de datos; por un lado no se cuenta con información para enero de 2010 y por el otro el alcance de los datos es hasta julio de 2015.

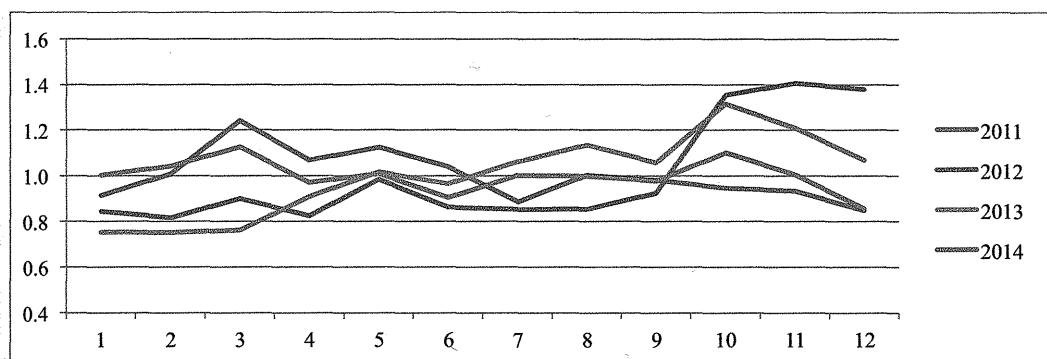


FIG 4.1.1 Relación entre el mes del año y el índice estacional correspondiente

La FIG. 4.1.1. no revela ninguna evidencia clara de estacionalidad entre los datos. A pesar de que las líneas oscilan conforme transcurren los meses, no se encuentra un patrón recurrente entre los años. Se rechaza la hipótesis inicial, la temporada de lluvia o los períodos de invierno no afectan el comportamiento de los ciclistas que utilizan ECOBICI en la Ciudad de México durante periodo del 1º de enero 2011 al 31 de diciembre de 2014.

Se evaluó la utilidad de realizar correlogramas como un análisis adicional para identificar la relación entre los meses. Si se estudiara el balance de flujo de una estación para una hora en particular durante los días de la semana, se vería una correlación muy baja debido a la alta similitud entre los datos, como lo describe la FIG 4.1.1. Ahora, si se analizara el balance de flujo de una estación durante un día, se obtendría una correlación negativa fuerte indicando el cambio de perfil, de productora en la mañana a consumidora en la tarde y viceversa. Se concluye que dado el enfoque del estudio, un correlograma no revelaría ninguna información adicional relevante.

b. Análisis del comportamiento entre los días de la semana

Debido a que el 70% de los viajes están relacionados con la rutina laboral, se analiza el comportamiento de los usuarios entre los días de la semana (lunes a viernes) con la

intención de encontrar similitudes entre ellos. Dicho análisis se basa en el flujo neto de bicicletas para cada estación, definido como:

$F_i(s - t)$: Flujo neto de bicicletas en la estación i durante el periodo $s-t$.

$$F_i(s - t) = A_i(s - t) - R_i(s - t) \quad (4.1.2)$$

$A_i(s - t)$: Total de bicicletas que arribaron a la estación i durante el periodo $s-t$.

$R_i(s - t)$: Total de bicicletas que se retiraron de la estación i durante el periodo $s-t$.

i = subíndice indicador del número de estación. $(i = 1, 2, \dots, 446)$

Sería muy complejo estudiar el comportamiento de las 446 estaciones a lo largo del día para cada día de la semana, por lo que se estudia una muestra aleatoria de 10 estaciones para analizar patrones de comportamiento (344, 198, 361, 431, 65, 42, 401, 383, 74, 157).

Se calcula la varianza muestral del flujo neto de bicicletas por hora para cada estación a lo largo de los días entre semana (lunes a viernes). Los resultados muestran que estas varianzas son muy pequeñas, lo cual sugiere que los usuarios de ECOBICI siguen los mismos patrones de comportamiento durante los días de la semana (lunes a viernes).

Tabla 4.1.3 Varianzas muestrales calculadas para el flujo neto de bicicletas por hora a lo largo de los días de la semana (muestra de 10 estaciones)

Estación (i)	Hora											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
344	0.0008	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0471	0.1313	0.2083	0.2694	0.2104	0.1306
198	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0091	0.0444	0.0105	0.4956	1.4366	0.0554	0.1075
361	0.0013	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0132	0.1350	0.5940	1.1199	0.7327	0.5107	0.1695
431	0.0369	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0091	0.2293	0.2724	0.7728	1.7714	0.2788	0.0581
65	0.0097	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1747	0.6761	1.2244	4.8859	4.0473	0.8758	0.6237
42	0.0129	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0212	0.0679	0.3849	0.3604	1.6234	0.2221	0.1528
401	0.0058	0.0000	0.0000	0.0256	0.0000	0.0420	0.7503	0.5220	0.9831	2.6488	1.4179	0.4689
383	0.0157	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0255	0.1632	0.5561	1.3947	1.1173	0.7421	0.4267
74	0.0008	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0009	0.3722	0.2601	0.2825	0.3993	0.2694	0.0553
157	0.0041	0.0000	0.0009	0.0000	0.0000	0.0143	0.0196	0.1389	0.9760	0.8180	0.1097	0.1181

Estación (<i>i</i>)	Hora											
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
344	0.1374	0.0811	0.5481	0.5690	0.1434	0.4001	1.0943	1.2246	0.2568	0.0319	0.0217	0.0063
198	0.1893	0.1637	0.0710	0.5037	0.2909	0.2182	0.3118	1.0188	0.1676	0.0437	0.0360	0.0033
361	0.4628	0.4323	0.2108	1.8980	0.3984	0.1252	6.3343	1.6515	0.2363	0.0418	0.0118	0.0431
431	0.1255	0.7691	2.0414	0.6227	0.4116	0.5230	1.4566	0.2223	0.5275	0.2506	0.1549	0.0239
65	1.0514	0.5677	2.2676	1.2010	0.3254	3.7925	4.8892	0.9643	1.4701	0.3437	0.5197	0.0811
42	0.1472	0.0833	0.5351	1.4145	0.4102	0.9551	2.7132	3.7104	0.9110	0.1092	0.1062	0.0367
401	0.3045	0.9975	0.4729	4.0659	1.1417	0.5193	4.5970	0.5905	1.8314	0.3601	0.1186	0.1857
383	0.1918	0.3667	0.6138	0.5330	1.4460	0.1825	2.9922	2.4848	0.8034	0.0338	0.0336	0.0228
74	0.1637	0.0558	0.2623	0.0636	0.4674	0.1594	0.2900	0.6631	0.5252	0.0818	0.0156	0.0160
157	0.1126	0.1152	0.3276	0.5720	0.4162	0.0453	1.8047	0.2231	0.1186	0.1062	0.0211	0.0404

Para ilustrar el análisis, las FIG 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4 muestran el flujo neto de bicicletas de lunes a viernes para las primeras tres estaciones de la muestra.

Estación 344

Lunes Martes Miércoles Jueves Viernes

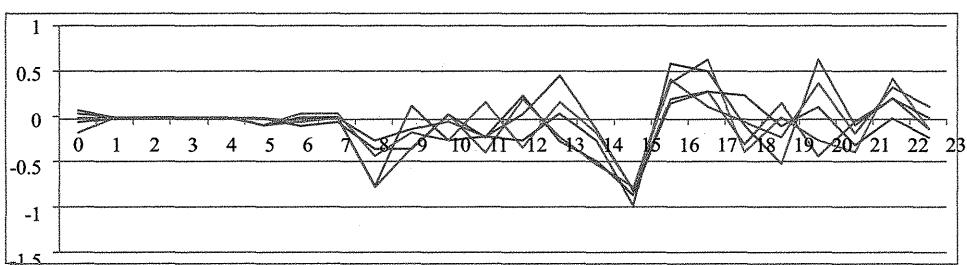


FIG 4.1.2 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 344

Estación 198

Lunes Martes Miércoles Jueves Viernes

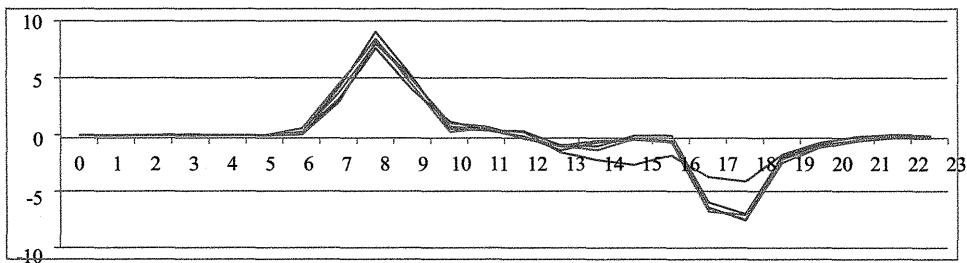


FIG 4.1.3 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 198

Estación 361

Lunes Martes Miércoles Jueves Viernes

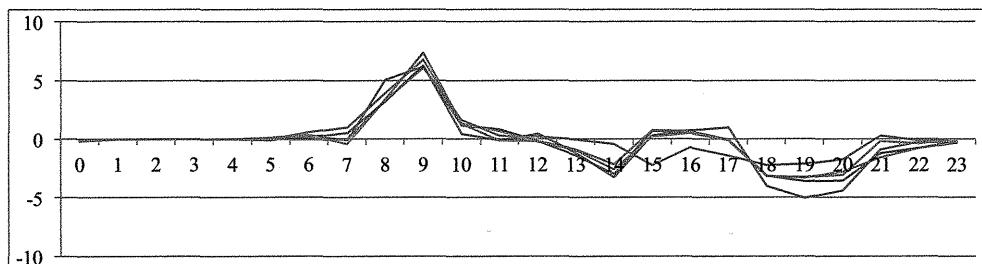


FIG 4.1.4 Flujo neto de bicicletas por hora (lunes a viernes) en la estación 361

Es evidente que se sigue un patrón entre los días de la semana con el transcurso de las horas del día. En las estaciones 198 y 361 se podría decir que la coincidencia entre cada día es casi perfecta, incluso pareciera que forman una línea única. Resultados similares a los anteriores fueron encontrados en el resto de las estaciones analizadas. Por otra parte a pesar de que se nota cierta similitud en el uso de la estación 344, sí existen ciertas diferencias entre los diferentes días de la semana, probablemente debido a que la estación no se encuentre en un lugar crítico para el transporte diario de los usuarios en su rutina laboral.

Las gráficas revelan información interesante respecto a las conductas de los usuarios. Al no operar el sistema ECOBICI durante la 1 y las 5 horas del día, el flujo neto de bicicletas permanece alrededor de cero. Por otro lado, a partir de las 7 y hasta las 10 horas, se nota un cambio radical en la utilización del sistema; se observan o picos o valles pronunciados correspondientes al inicio de la jornada laboral. Finalmente se puede percibir otro movimiento en el sistema alrededor de las 18 y 20 horas, momento en el que los ciudadanos retornan a sus casas usando la bicicleta. A partir de aquí se puede empezar a identificar las horas pico o los períodos de mayor congestión del sistema.

Los picos o valles pronunciados que se reconocen en las horas picos permiten realizar una clasificación inicial de las estaciones. Por ejemplo, en la estación 198 entre las 6 y 10 horas

el flujo de bicicletas de la estación permanece entre el rango [0,7] de flujo neto de bicicletas por hora, es decir que existen más arribos de bicicletas que retiros en la estación. De una manera preliminar, se pudiera clasificar a esta estación como “productora” de bicicletas.

Otra observación a considerar es el comportamiento tipo “espejo” que se tiene entre las estaciones durante los dos períodos de hora pico en un día. Por lo general si una estación en la hora pico matutina es “productora” de bicicletas, entonces en la hora pico de la tarde será catalogada como “consumidora” y viceversa. Esto se debe a la conducta rutinaria de los usuarios del sistema ECOBICI. Por ejemplo, si la estación 198 “produce” bicicletas entre las 6 y 10 horas, sus usuarios probablemente toman bicicletas de otras estaciones y se trasladan diariamente hasta la estación 198 para llegar a sus trabajos. De la misma manera durante la tarde, los mismos usuarios toman bicicletas de la estación y se trasladan a diversas estaciones, dejando a la estación 198 carente de bicicletas.

A diferencia de las gráficas obtenidas para los días de lunes a viernes, en el caso del fin de semana no se logra identificar un comportamiento común entre los usuarios. Es de entenderse que los usuarios de ECOBICI no cuenten con actividades fijas durante los fines de semana y por lo tanto no existe un patrón marcado en el uso del sistema. Esto se muestra, para las mismas estaciones, en las FIG 4.1.5 y 4.1.6.

Estación 344

Sábado Domingo

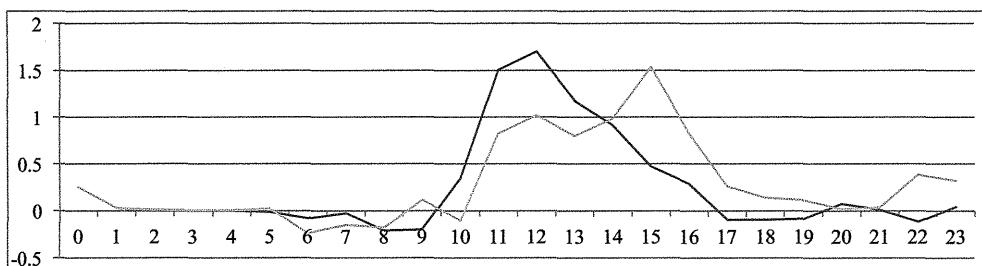
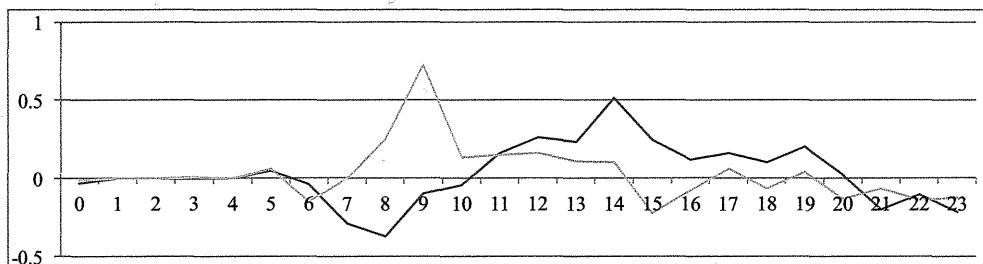


FIG 4.1.5 Flujo neto de bicicletas por hora (sábado y domingo) en la estación 344

**FIG 4.1.6 Flujo neto de bicicletas por hora (sábado y domingo) en la estación 198.**

c. Identificación de las horas pico

Con el objetivo de identificar los momentos del día de mayor congestión en el sistema, se calcula la proporción de viajes (arribos o retiros) por hora para todas las estaciones respecto al total general de la manera mostrada en las ecuaciones (4.1.3) y (4.1.4).

A_{ij} : Total de viajes (arribos) en la estación i , durante la hora j .

R_{ij} : Total de viajes (retiros) en la estación i , durante la hora j .

$j = \text{subíndice indicador de la hora del día. } (j = 0, 1, \dots, 23)$

$\%A_j$: Proporción de arribos por hora para todas las estaciones respecto al total general.

$$\%A_j = \frac{\sum_{i=1}^{446} A_{ij}}{\sum_{j=0}^{23} \sum_{i=1}^{446} A_{ij}} \quad (4.1.3)$$

$\%R_j$: Proporción de retiros por hora para todas las estaciones respecto al total general.

$$\%R_j = \frac{\sum_{i=1}^{446} R_{ij}}{\sum_{j=0}^{23} \sum_{i=1}^{446} R_{ij}} \quad (4.1.4)$$

Se obtuvieron así las horas en las que el sistema cuenta con una proporción de retiros y de arribos arriba del 5% debido a que dicho porcentaje representa un cambio radical respecto a los porcentajes predominantes en el sistema (entre el 1% y el 3%). Este análisis permitió

detectar los picos durante el periodo matutino y vespertino para todas las estaciones del sistema; en particular entre las 7 y 9 horas y entre las 17 y 20 horas tal como se muestra en las Tablas 4.1.4 y 4.1.5.

Tabla 4.1.4 Identificación de horas pico (0 – 11 hrs)

Hora	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A_{ij}	110.82	2.83	1.14	1.70	1.29	27.81	347.87	992.67	2251.33	2183.40	1284.16	1075.86
$\%A_j$	0.42%	0.01%	0%	0.01%	0%	0.10%	1.31%	5.75%	8.49%	8.24%	3.85%	3.06%
R_{ij}	68.62	0	0	0	0	43.68	486.09	1335.22	2816.01	2033.18	1262.16	1097.39
$\%R_j$	0.26%	0%	0%	0%	0%	0.17%	1.84%	5.05%	10.64%	7.68%	4.77%	4.15%

Tabla 4.1.5 Identificación de horas pico (12 – 23 hrs)

Hora	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
A_{ij}	1113.21	1346.2	1906.62	1930.19	1604.65	1583.60	2442.44	2479.52	1604.63	1087.61	680.64	355.74
$\%A_j$	3.20%	4.08%	3.19%	3.28%	4.05%	5.97%	9.22%	9.36%	6.39%	4.10%	2.57%	1.34%
R_{ij}	1141.09	1421.01	1916.98	1893.32	1528.81	1611.67	2467.15	2142.41	1397.83	929.47	2033.18	1262.16
$\%R_j$	4.31%	4.37%	3.24%	4.78%	4.78%	6.09%	9.32%	8.10%	5.28%	3.51%	2.18%	1.11%

Se observa cómo durante las horas pico de la mañana ocurren entre 5.05% y 10.64% del total de arribos y retiros del sistema mientras que en el periodo de hora pico de la tarde ocurren entre el 5.28% y 9.36% de total de arribos y retiros.

4.2 Clasificación de estaciones

Como se mencionó anteriormente, debido a la ubicación geográfica de las estaciones y de los patrones diarios de los usuarios, cada estación tiene diferentes patrones de demanda y de

utilización de recursos. Las estaciones pueden clasificarse en tres perfiles dependiendo del flujo neto de bicicletas durante las horas pico de la siguiente manera:

- a) Estaciones consumidoras: Estaciones que acumulan anclajes durante las horas pico presentando un flujo neto de bicicletas < 0 (número de retiros significativamente mayor al de arribos).
- b) Estaciones productoras: Estaciones que acumulan bicicletas durante las horas pico presentando un flujo neto de bicicletas > 0 (número de arribos significativamente mayor al de retiros).
- c) Estaciones autobalanceadas: Estaciones que mantienen un flujo neto de bicicletas alrededor de cero (número de retiros y arribos similares).

Para clasificar las estaciones se utilizó la siguiente metodología: (1) se sumó el flujo neto de bicicletas para cada estación durante las horas pico, obteniéndose así dos medidas por estación (para el periodo matutino $\sum F_{ij}^I$ y el vespertino $\sum F_{ij}^{II}$) definidos en las ecuaciones (4.2.1) y (4.2.2);

F_{ij} : Flujo neto de bicicletas en la estación i , durante la hora j .

$$\sum F_{ij}^I = \sum_{j=7}^9 F_{ij} \quad \sum F_{ij}^{II} = \sum_{j=17}^{20} F_{ij} \quad (4.2.1)$$

(2) se determinó el límite numérico (LN) a partir del cual las estaciones serían clasificadas en las tres categorías de la siguiente manera:

Estación consumidora: $\sum F_{ij} \in (-\infty, -LN)$

Estación autobalanceada: $\sum F_{ij} \in [-LN, LN]$

Estación productora: $\sum F_{ij} \in (LN, \infty)$

(3) se aplicó el límite numérico flujo neto de bicicletas de cada estación (durante las horas pico) para clasificarlas.

Respecto al LN, es una variable utilizada para clasificar a las estaciones, la cual se va moviendo hasta encontrar su valor óptimo para las operaciones de rebalanceo: cuanto menor sea su valor, mayor será el número de estaciones clasificadas como consumidoras o productoras que requieren de operaciones de rebalanceo. Para determinar el LN a ser utilizado en el estudio, se creó un histograma de frecuencia para el flujo acumulado ($\sum F_{ij}$). En el histograma, la mayoría de los datos se distribuyen alrededor del cero, disminuyendo su frecuencia a tasas decrecientes conforme se alejan del cero hacia valores más positivos y negativos. Se evaluó el impacto de distintos valores de LN sobre el porcentaje de estaciones que requerirían ser rebalanceadas (al ser clasificadas como estaciones consumidoras o productoras). La Tablas 4.2.1 y 4.2.2 resumen dicho impacto ante diferentes valores de LN durante los períodos de horas pico, ilustrado en la FIG. 4.2.1.

Tabla 4.2.1 Cantidad de estaciones consumidoras y productoras para LN = 20

	Cota inferior	Cota superior	Cantidad de estaciones
Estaciones consumidoras	- ∞	-20	33
Estaciones productoras	20	∞	39
% a rebalancear			8.07%

Tabla 4.2.2 Porcentaje a rebalancear para diferentes valores del límite numérico (LN)

<i>LN</i>	% a rebalancear
20	8.07%
15	14.01%
10	24.55%
8	32.28%
5	49.55%

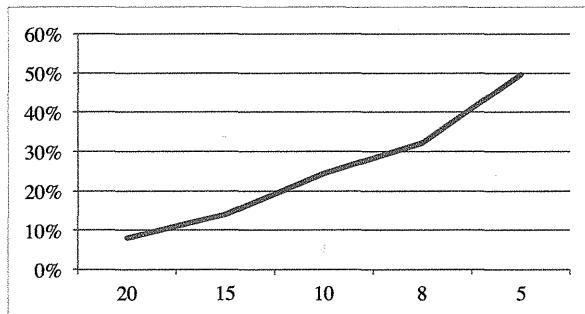


FIG. 4.2.1 Relación entre el límite numérico (LN) y el porcentaje de estaciones a rebalancear

Dada la capacidad de los operadores de ECOBICI, se considera que un porcentaje apropiado para el estudio sería de **24.55%** ya que dicho porcentaje implica un número manejable de estaciones a rebalancear, capaces de impactar el desempeño global del sistema; por lo tanto se considera adecuado un LN=10 para clasificar las estaciones. A partir de este límite se cuentan el número de estaciones que serían consumidoras, productoras y autobalanceadas para cada hora pico como se muestra en la Tabla 4.2.3.

Tabla 4.2.3 Clasificación de estaciones por hora pico para LN=10

Categoría	Hora pico I (matutina)	Hora pico II (vespertina)
Estaciones consumidoras	58	54
Estaciones productoras	55	52
Estaciones autobalanceadas	333	340
Total	446	446

Para fines de rebalanceo, se identifican las estaciones con comportamiento de tipo “espejo”, estaciones que durante la hora pico I sean consumidoras y en la hora pico II productoras (denominadas C-P) o viceversa (denominadas P-C). Se ubican también las estaciones de tipo A-A. Los resultados indican que hay **382** estaciones del sistema (85.65% del total) de interés en las operaciones de rebalanceo mostradas en la Tabla 4.2.4.

La intuición es que los recursos sobrantes de estaciones productoras serán utilizados para abastecer estaciones consumidoras durante el mismo periodo de hora pico; satisfaciendo así las necesidades (de bicicletas o anclajes) de ambos tipos de estaciones simultáneamente. Las estaciones A-A juegan un rol crucial en las operaciones de rebalanceo, ya que pueden proveer recursos adicionales (bicicletas o anclajes), en caso de que la cantidad de bicicletas sobrantes en estaciones productoras sea diferente a la requerida en consumidoras.

Tabla 4.2.4 Cantidad de estaciones por tipo de combinación según su comportamiento en horas pico

Combinaciones	Cantidad de estaciones	% del total general
Estaciones C-P	37	8.29%
Estaciones P-C	40	8.96%
Estaciones A-A	305	68.38%
Estaciones C-A	20	4.48%
Estaciones A-C	13	2.91%
Estaciones P-A	15	3.36%
Estaciones A-P	15	3.36%
Estaciones P-P	0	0%
Estaciones C-C	1	0.22%
Total	446	100%

Estaciones de interés para rebalanceo: 382 (85.65%)

4.3 Identificación de estaciones más conflictivas

Dada la dificultad de rebalancear más del 85% del sistema en las horas pico, se plantea entonces el objetivo de encontrar a las estaciones más conflictivas dentro del sistema; aquellas que tienen mayor congestionamiento durante sus horas pico y que requerirán una atención inmediata por parte de los operadores de ECOBICI.

Para tal fin: (1) se obtuvo la cantidad de arribos y de retiros acumulados para cada estación durante cada hora pico ($\sum A_{ij}^I$ y $\sum R_{ij}^I$ para el periodo matutino y $\sum A_{ij}^{II}$ y $\sum R_{ij}^{II}$ para el vespertino);

A_{ij} : Total de viajes (arribos) en la estación i , durante la hora j .

R_{ij} : Total de viajes (retiros) en la estación i , durante la hora j .

$$\sum A_{ij}^I = \sum_{j=7}^9 A_{ij} \quad \sum A_{ij}^{II} = \sum_{j=17}^{20} A_{ij} \quad (4.3.1)$$

$$(4.3.2)$$

$$(4.3.3)$$

$$\sum R_{ij}^I = \sum_{j=7}^9 R_{ij} \quad \sum R_{ij}^{II} = \sum_{j=17}^{20} R_{ij} \quad (4.3.4)$$

(2) se calculó la diferencia entre el total de arribos acumulados y el total de retiros acumulados; y (3) se determinó que aquellas estaciones cuya diferencia fuera mayor al valor de **40** serían clasificadas como “conflictivas”.

$$\text{Estaciones conflictivas: } \sum A_{ij}^I - \sum R_{ij}^I \geq 40 \quad (4.3.5)$$

$$(4.3.6)$$

$$\text{Estaciones conflictivas: } \sum A_{ij}^{II} - \sum R_{ij}^{II} \geq 40$$

Las FIG 4.3.1 y 4.3.2 muestran, para cada hora pico, la diferencia entre el total de arribos acumulados (eje X) contra el total de retiros acumulados (eje Y). La línea negra representa el cero, las líneas naranjas el límite numérico (LN=10), y las líneas rojas el valor 40 de cada eje, siendo aquellas estaciones que salieran de esta frontera las conflictivas. Con este método se identifican **15** estaciones conflictivas para la hora pico I (matutina) y **8** estaciones conflictivas para la hora pico II (vespertina).

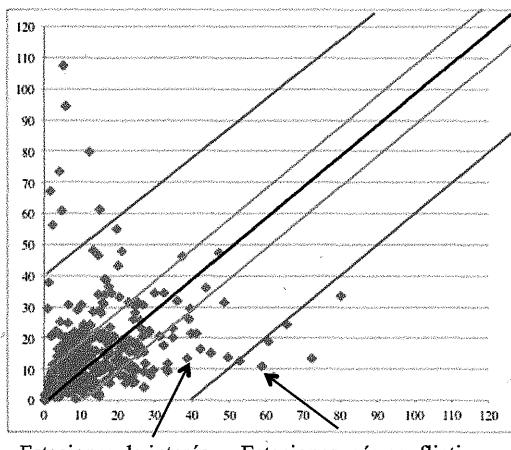


FIG. 4.3.1 Relación entre arribos y retiros acumulados para la hora pico I

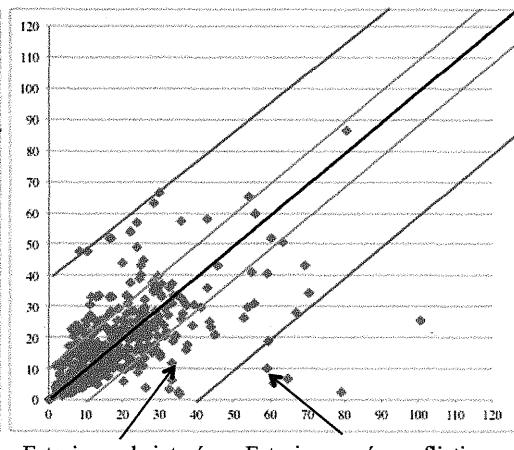


FIG. 4.3.2 Relación entre arribos y retiros acumulados para la hora pico II

4.4 Agrupación de estaciones en *clusters*

La selección anterior de las estaciones conflictivas no toma en consideración la ubicación geográfica de las mismas. Se pueden identificar grupos entre aquellas estaciones de interés para las operaciones de rebalanceo, estaciones de tipo P-C y C-P (productoras por la mañana y consumidoras por la tarde y viceversa), con el objetivo de localizar las zonas de mayor concentración de los usuarios y así poder mejorar la precisión del rebalanceo.

Con esta finalidad se grafican las estaciones a partir de sus coordenadas. Se identifica cómo dichas estaciones se concentran claramente en tres zonas, pudiendo formar tres grupos o *clusters*: la zona Polanco, a lo largo del corredor Reforma y alrededor de la estación de Buenavista.

Las FIG 4.4.1 y 4.4.2 muestran dos mapas, el primero grafica las estaciones de interés y el segundo ubica las estaciones clasificadas como más conflictivas.

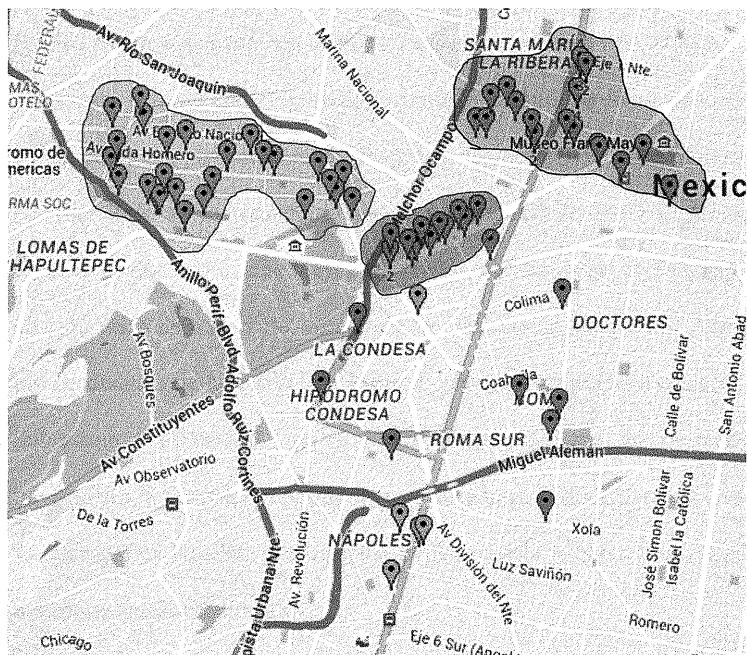


FIG. 4.4.1 Mapa de estaciones de interés por cluster

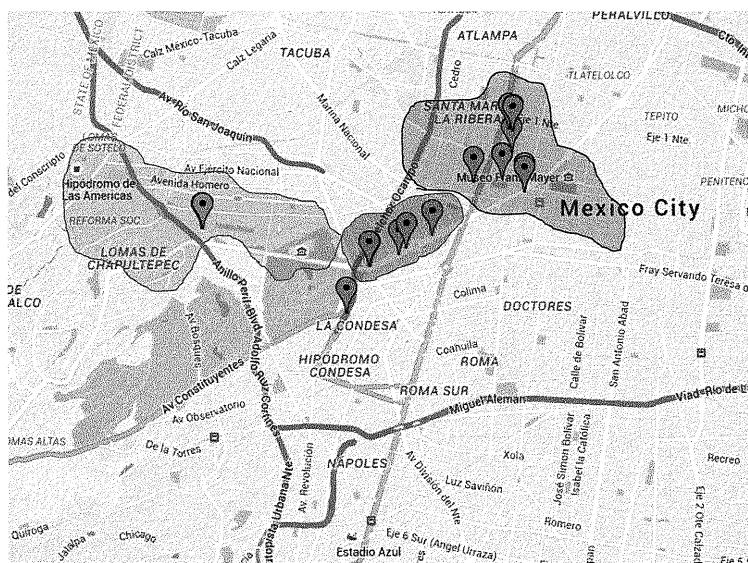


FIG. 4.4.2 Mapa de estaciones conflictivas por cluster

Este patrón de concentración en estas áreas surge por distintas razones. Polanco y Corredor Reforma son zonas con un gran flujo debido a la cantidad de oficinas, restaurantes, hoteles y comercios que presentan; mientras que en Polanco predominan estaciones tipo P-C, en el corredor Reforma las estaciones son en su totalidad de tipo P-C. La zona de Buenavista tiene un tráfico con mucha mayor congestión que las zonas de Polanco y Reforma por ser un gran nodo de transporte; su comportamiento es totalmente C-P: los usuarios llegan de los alrededores de la Ciudad de México a Buenavista utilizando metro, Metrobús o Tren Suburbano y utilizan al sistema ECOBICI para recorrer los últimos kilómetros de su trayecto por la mañana. El patrón inverso sucede en la tarde donde los usuarios regresan de sus trabajos en bicicleta a la estación de Buenavista y viajan a sus hogares los medios de transporte antes mencionados.

5. Modelado y simulación del sistema ECOBICI para determinar el número óptimo de bicicletas

Una vez identificados los patrones de comportamiento de los usuarios, las horas pico de congestionamiento en el sistema y las estaciones y zonas más conflictivas, se procede a hallar el número óptimo de bicicletas y anclajes que deben de existir en estaciones con problemas para poder maximizar el nivel de servicio estipulado por los operadores del sistema ECOBICI. El estudio se orienta a los días entre semana (lunes a viernes) debido a que el uso principal de ECOBICI es en trayectos laborales. Adicionalmente, durante los días de la semana la demanda del sistema es mucho mayor y estable, factores de gran utilidad para el análisis.

Para realizar lo anterior, se aplicará la simulación de eventos discretos a un modelo del sistema ECOBICI. Este tipo de simulación permite analizar el rendimiento global de un sistema y el impacto de cambios realizados en uno o en varios de sus componentes. Adicionalmente, el análisis del modelo permite la detección de variables más influyentes en el rendimiento del mismo, la ubicación de los valores óptimos para dichas variables, y por ende posibles mejoras en el sistema real.

R. E. Shannon define simulación como: "El proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con el objetivo de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias para el funcionamiento del mismo" [Shannon y Johannes, 1976]. Específicamente para esta tesis, la definición aplicable para el concepto de simulación es: "Reproducción por computadora del comportamiento de un sistema, utilizando un modelo (matemático) para explicar las características relevantes del mismo, con el objetivo de evaluar numéricamente las medidas de desempeño del sistema." [Muñoz, 2015].

El software utilizado para representar el modelo de ECOBICI fue SIMIO. SIMIO es un programa de simulación orientado a objetos que soporta la elaboración de modelos de gran tamaño. Permite la descripción completa de sistemas, al incluir modelado de evento discreto, continuo y basado en agentes y el análisis de parámetros de entrada, salida y optimización integrada. Para modelar un sistema en SIMIO se debe modelar el flujo de las entidades a través del sistema y de los recursos que condicionan el flujo [Kelton et al., 2012].

5.1 Descripción del modelo

En un sistema de préstamo de bicicletas, un usuario llega a una estación en busca de una bicicleta, si hay bicicletas disponibles toma una, de lo contrario el usuario se dirige a otra estación a continuar su búsqueda. Una vez contando con una bicicleta, el usuario inicia su viaje hasta llegar a otra estación (que puede ser la misma en la cual el usuario empezó su viaje) para retornar la bicicleta. La FIG. 5.1.1. representa el sistema a través de un diagrama de transición, donde un usuario tiene la posibilidad de tomar una bicicleta de cualquier estación y retornarla a otra.

P_{ij} : Probabilidad de que un usuario que haya tomado una bicicleta de la estación i la retorne en la estación j . Por lo tanto para toda i , $\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1$.

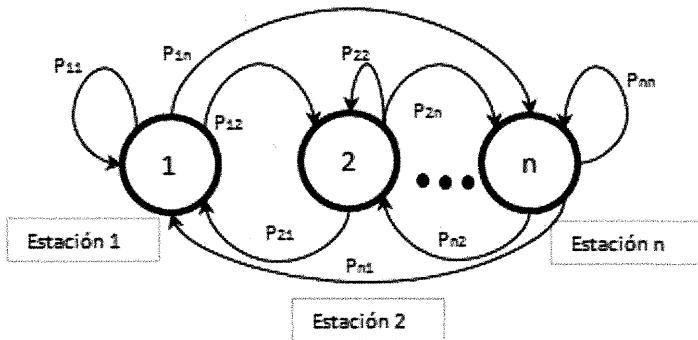


FIG. 5.1.1 Diagrama de transición del sistema general

Fuente: [Piccolo, 2014]

A su vez, cada una de las estaciones se compone de un número de lugares y bicicletas utilizados por los usuarios para tomar o retornar una bicicleta. Cada estación se puede representar con un diagrama de transición como el mostrado en la FIG. 5.1.2. En este diagrama, cada estado representa el número de anclajes libres en la estación. Por lo tanto, N es el número de racks o anclajes en la estación, λ es la tasa de llegadas de usuarios buscando bicicletas y μ es la tasa de llegada de usuarios que desean retornar su bicicleta.

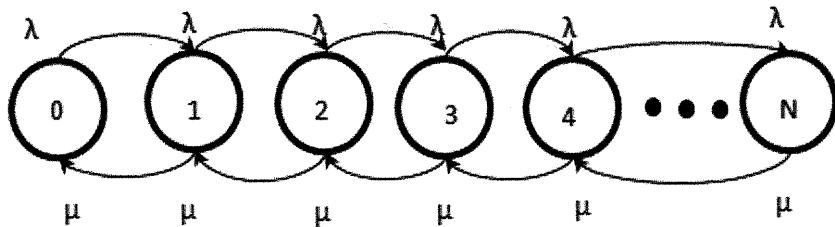


FIG. 5.1.2 Diagrama de transición para una estación en particular

Fuente: [Piccolo, 2014]

a. Selección de estaciones

Debido a que en el sistema real de ECOBICI existen 446 estaciones, modelar el sistema completo es una tarea complicada y fuera del alcance de este estudio. Se consideran sólo los *clusters* ubicados anteriormente (Polanco, Corredor Reforma y Buenavista). El *cluster*

Polanco es el único que agrupa a estaciones con los tres tipos de comportamiento de interés para las operaciones de rebalanceo: contiene a varias estaciones P-C, algunas C-P y a otras de tipo A-A. Dado que se busca analizar y comparar los tres tipos de comportamiento en las estaciones, se seleccionan 22 estaciones del *cluster* Polanco para representar en el modelo de simulación mostrada en la FIG. 5.1.3. Dichas estaciones representan aproximadamente el 12% del uso total del sistema.

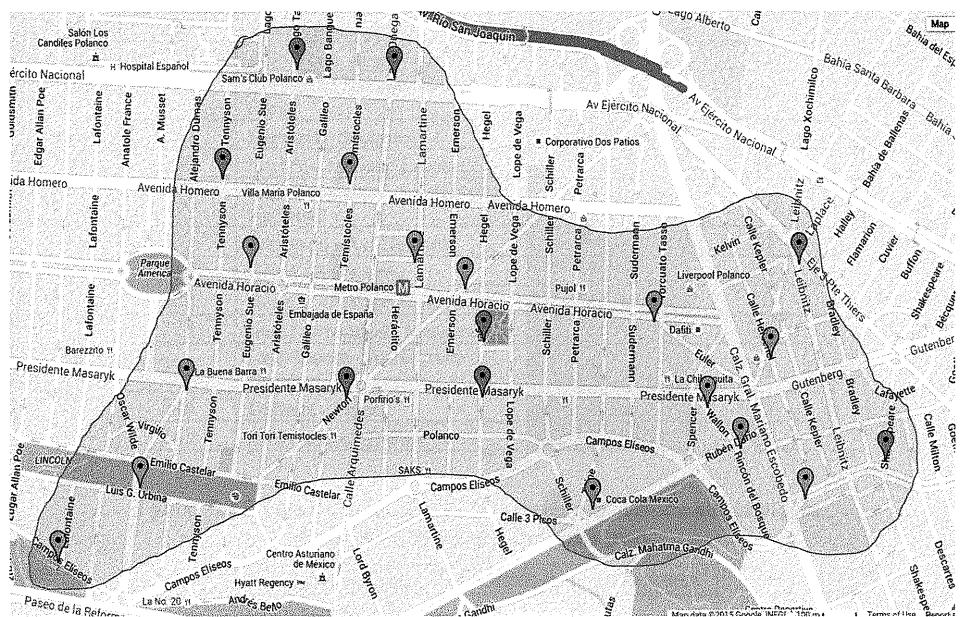


FIG. 5.1.3 Mapa de las 22 estaciones seleccionadas a partir del *cluster* Polanco

La Tabla 5.1.1 presenta las características principales de las 22 estaciones seleccionadas y la Tabla 5.1.2 las clasifica.

Tabla. 5.1.1 Características principales de las 22 estaciones seleccionadas

Estación	Nombre	Clasificación	Capacidad
204	Temístocles - Homero	C-P	27
208	Hesiodo - Lamartine	C-P	27
210	Eugenio Sue - Horacio	C-P	27
211	Newton - Horacio	C-P	36
205	Taine - Homero	P-C	21
217	Euler - Av. Horacio	P-C	36
222	Alejandro Dumas - Presidente Masarik	P-C	30
226	Wallon - Presidente Masarik	P-C	27
228	Campos Elíseos - Juan de Lafontaine	P-C	21
232	Taine - Ruben Dario	P-C	30
233	Julio Verne - Luis G. Urbina	P-C	15
239	Rincón del Bosque - Ruben Darío	P-C	21
247	Herschel - Rousseau	P-C	30
250	Darwin - Mariano Escobedo	P-C	27
196	Lago Tangánica - Av. Ejército Nacional	A-A	27
203	Tennyson - Av. Homero	A-A	24
218	Hegel - Ibarbourou	A-A	24
223	Newton - Presidente Masarik	A-A	30
224	Hegel - Presidente Masaryk	A-A	21
245	Lago Onega - Av. Ejército Nacional	A-A	24
246	Leibnitz - Thiers	A-A	15
249	Shakespeare - Darwin	A-A	18

Tabla. 5.1.2 Clasificación de las 22 estaciones seleccionadas según su comportamiento en horas pico.

Combinaciones	Cantidad de estaciones
Estaciones C-P	4
Estaciones P-C	10
Estaciones A-A	8
Total	22

b. Demandas de las estaciones y tiempo de viaje de los usuarios

Se supone que el proceso de llegada de los usuarios para tomar bicicletas puede modelarse como un proceso estocástico denotado como $X_s = \{X_s(t): t \geq 0\}$, el cual se supone ser de tipo Poisson no estacionario con tasas de llegada (retiro de bicicletas) que varían

dependiendo la hora del día para cada estación. Un proceso de conteo $X_s = \{X_s(t): t \geq 0\}$, sigue un proceso Poisson no estacionario con tasa media λ si se cumplen las siguientes condiciones [Law, 2007]:

- a) Llegadas ocurren una a la vez.
- b) $X_s = \{X_s(t): t \geq 0\}$ tiene incrementos independientes, es decir que llegadas futuras ocurren completamente aleatorias, independientes del número de llegadas en intervalos de tiempo pasados.

Se calcula la demanda a partir del número promedio de retiros para cada una de las 22 estaciones seleccionadas durante los días entre semana (lunes a viernes) por períodos de 10 minutos desde las 6 am (inicio de operaciones del sistema) hasta las 9:59 am con el objetivo de cubrir el primer periodo de hora pico. El enfoque del estudio se limita al periodo de hora pico matutino, sin embargo la metodología puede aplicarse análogamente al periodo vespertino. La Tabla 5.1.3 presenta la demanda de bicicletas para una estación en particular.

Tabla 5.1.3 Demanda de bicicletas para la estación Temístocles - Homero

Estación	Periodo de tiempo en el día	Demanda de bicicletas en 10 minutos
204	6:00 am – 6:09 am	0.10
204	6:10 am – 6:19 am	1.35
204	6:20 am – 6:29 am	4.75
...
204	9:50 am – 9:59 am	4.21

Para obtener el tiempo de uso de las bicicletas, se estima el tiempo de viaje para todos los trayectos realizados dentro de las 22 estaciones seleccionadas. Al aplicar las pruebas de bondad de ajuste K-S y J_i -cuadrada se sugiere que éste se aproxima a una distribución Exponencial con una media de 8.72 minutos.

$$T_{viaje} \sim \text{Exponencial} \left(\frac{1}{\lambda} = 8.72 \text{ min} \right) \quad (5.1.1)$$

c. Devolución de bicicletas

Una vez que un usuario tomó una bicicleta de una estación, éste la puede retornar en la estación que la tomó o en cualquier otra de las estaciones restantes (ver FIG. 5.1.1. arriba). Para poder representar este comportamiento en el modelo, se calcula la probabilidad de que un usuario que haya tomado una bicicleta en una estación, la retorne en alguna de las 22 estaciones contenidas en el modelo (P_{ij}), como se indica en la ecuación (5.1.2).

$$P_{ij} = \frac{\text{Viajes realizados de la estación } i \text{ a la } j}{\text{Total de viajes realizados partiendo de la estación } i} \quad (5.1.2)$$

5.2 Desarrollo del modelo

En la FIG. 5.2.1. se muestra un diagrama general de la simulación en donde un usuario llega a una estación, toma una bicicleta (o espera a que exista una disponible) y se dirige hacia cualquiera de las otras estaciones para poder alcanzar su destino final. Una vez en su estación de destino el usuario regresa su bicicleta (o espera a que exista un lugar disponible) y sale del sistema. Se representan las distintas probabilidades P_{ij} en el diagrama de la FIG. 5.2.1.

Existen ciertos aspectos dentro del comportamiento de los usuarios difíciles de predecir debido a la falta de información al respecto. Por ejemplo, si un usuario llega a una estación buscando un espacio o bicicleta disponible y no los encuentra, el usuario puede esperar en la estación o bien irse a otra. En el modelo se supone que el usuario siempre espera a que se libere un recurso (ya sea bicicleta o espacio disponible) y así continuar con su viaje.

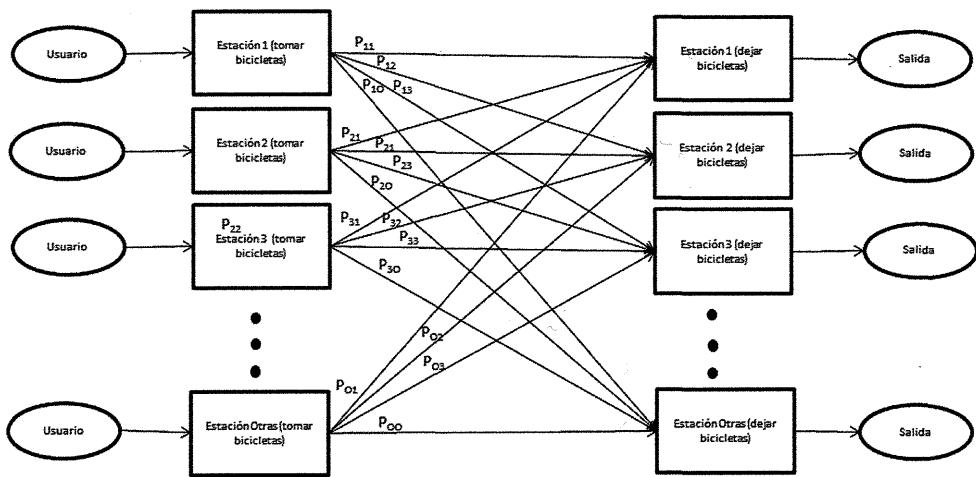


FIG. 5.2.1 Diagrama general de la simulación

Fuente: [Piccolo, 2014]

Se utiliza un nodo tipo *Source* para modelar la llegada de los usuarios a cada estación. A través de dos nodos *Server* por estación se representan los procesos del usuario para tomar una bicicleta de una estación y depositarla en otra. Dichos servidores están unidos por *TimePaths* con la distribución de tiempo de viaje detallada anteriormente y señalan todas las posibles combinaciones de viaje entre las estaciones con su respectiva probabilidad. Una vez que los usuarios hayan retorna su bicicleta, salen del sistema a través de un nodo *Sink* que existe para cada estación. Las FIG. 5.2.2 y 5.2.3 muestran el modelo en SIMIO de las 22 estaciones seleccionadas.

Es importante mencionar que se modela también una estación adicional que representa el agregado del resto de las estaciones del sistema ECOBICI no contenidas dentro del modelo. Lo anterior se realiza para restablecer el equilibrio en el modelo; el *cluster* de 22 estaciones seleccionadas no se encuentra aislado del sistema global sino que tiene una interacción con el resto del sistema.

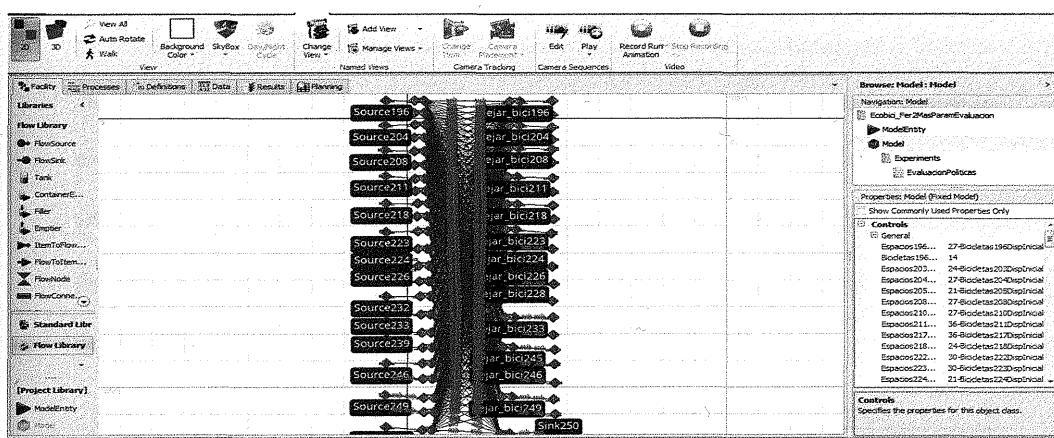


FIG. 5.2.2 Modelo en SIMIO de las 22 estaciones seleccionadas

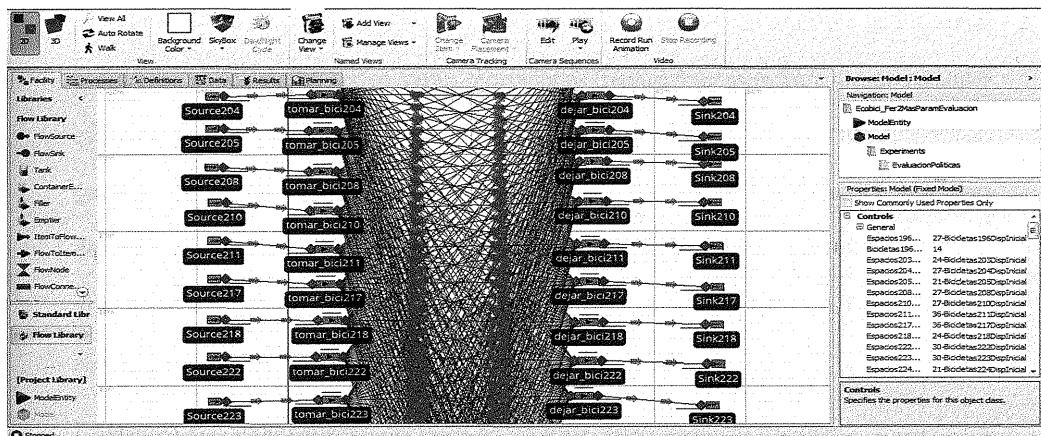


FIG. 5.2.3 Modelo en SIMIO de las 22 estaciones seleccionadas (ampliación)

5.3 Análisis de la salida y optimización

a. Parámetros de diseño

El objetivo del modelo es el determinar el número óptimo de bicicletas y anclajes en las estaciones seleccionadas para poder alcanzar el nivel de servicio definido por los operadores del sistema ECOBICI: Un usuario debe de poder tomar o depositar una bicicleta el 94% de

las veces que lo deseé, es decir sin tener que esperar a que existan bicicletas o anclajes disponibles. Dicho de otra manera, los eventos de escasez, (ocurridos cuando una estación se encuentra completamente llena o vacía), o el complemento al nivel de servicio, no deben de superar el 6% del total de eventos en el sistema (arribos o retiros de bicicletas).

Para medir este complemento al nivel de servicio en el modelo, se crea la siguiente variable de respuesta:

(5.3.1)

$$\text{Nivel de servicio} = \frac{\sum_{i=1}^{22} \text{Total eventos de escasez en estación } i}{\sum_{i=1}^{22} \text{Total eventos para tomar o depositar una bicicleta en estación } i}$$

Se realizan una serie de experimentos en SIMIO para estudiar y comparar los resultado en el modelo al usar distintos parámetros de operación. Los experimentos consisten en diferentes escenarios, en los que se corren varias repeticiones (réplicas) de estos para alcanzar validez estadística. Cada escenario es una combinación diferente de valores de los “controles” (parámetros de operación) que regresan los promedios de las variables de respuesta definidas previamente. De la misma manera, cada repetición dentro de un escenario arroja diferentes resultados, ya que los procesos dentro de éste son aleatorios e independientes respecto a otras repeticiones.

Se analizó el comportamiento del nivel de servicio, variando como parámetro de operación el número de bicicletas disponibles en cada estación al inicio de las operaciones de ECOBICI (6:00 am) (B_i).

B_i : Número de bicicletas en la estación i al inicio de las operaciones de ECOBICI (6:00 am).

Se prueban inicialmente cuatro escenarios, variando las políticas de asignación de bicicletas en cada uno: *i*) bicicletas distribuidas uniformemente en cada estación (se distribuye el número total de bicicletas en el sistema (6,000) en todas las estaciones, alrededor del 50%

de la capacidad de cada estación), *ii)* bicicletas distribuidas de acuerdo con su tipo de estación, *iii)* nivel de llenado de 100% en todas las estaciones, *iv)* nivel de llenado de 0% en todas las estaciones con el objetivo de estudiar la sensibilidad del modelo.

Los niveles de llenado dependiendo del tipo de estación son: consumidoras: 90%, productoras: 10%, autobalanceadas: 50%. Estos niveles de llenado siguen el enfoque de O'Mahony en estudios anteriores [O'Mahony, 2014].

b. Metodología de optimización

El problema de optimización se reduce a encontrar los valores de los controles B_i que optimizan la variable de respuesta: el nivel de servicio. En otras palabras, se desea encontrar el número de bicicletas que deben de existir al inicio de cada día para **minimizar** el número eventos de escasez, cuando una estación está llena y vacía simultáneamente.

A pesar de que se ha reducido el número de estaciones modeladas (de 446 estaciones en el sistema a 22 estaciones seleccionadas), el problema de inventario es aún muy grande. La Tabla 5.1.1. muestra las capacidades de las estaciones seleccionadas, donde en cada una B_i puede alcanzar un valor de 0 hasta 15, 18, 21, 24, 27, 30 o 36, dependiendo la capacidad de cada estación. Se podrían evaluar 4.4283×10^{30} posibles combinaciones de valores para B_i en las 22 estaciones del modelo. Afortunadamente, la herramienta *OptQuest* de SIMIO es muy útil en estos casos, ya que permite definir un **rango de búsqueda e incremento** para cada control. Adicionalmente, *OptQuest* incluye algoritmos de búsqueda tabú, redes neuronales y programación enteral/lineal para generar y evaluar escenarios para la búsqueda de las configuraciones óptimas. Lo anterior ayuda a realizar una búsqueda de las combinaciones más eficientes sin tener que probar cada una de ellas.

La metodología de optimización cubre lo siguiente:

- Se define un problema de un sólo objetivo donde se busca maximizar el *Nivel de servicio* (o minimizar el % de eventos de escasez) al variar el parámetro B_i con un rango de búsqueda entre 0 y la capacidad máxima de cada estación.
- Se corren los experimentos en *OptQuest* por un periodo de cuatro horas (6:00 a 9:59 am) para cubrir el primer periodo de hora pico.
- Se realizan cuatro iteraciones de los experimentos, con incrementos para la cantidad de bicicletas (B_i) de 10 en 10, 5 en 5, 3 en 3 y 1 en 1 valores, respectivamente. Se busca realizar una fase exploratoria en las primeras iteraciones (de 10 en 10) abarcando más espacio de búsqueda para posteriormente ir precisar la búsqueda (1 en 1). A partir del mejor escenario de la primer iteración, se desea ir refinando los valores con la segunda iteración y así sucesivamente hasta buscar en incrementos de 1 en 1.
- Se crean y evalúan 200 escenarios diferentes en cada iteración, cada uno con 6 repeticiones o réplicas, nivel de confiabilidad al 95% y un error relativo de 0.1. Una vez que los resultados aparenten haber convergido, se utiliza la herramienta de *KN* de SIMIO la cuál ayuda a seleccionar al escenario óptimo dentro del conjunto de los mejores candidatos.

5.4 Análisis de resultados

a. Resultados de políticas iniciales de asignación

Los resultados para los cuatro escenarios evaluados inicialmente se encuentran en la Tabla 5.4.1. Dichos escenarios son: *i*) bicicletas distribuidas uniformemente en cada estación, *ii*) bicicletas distribuidas de acuerdo a su tipo de estación, *iii*) nivel de llenado de 100% en

todas las estaciones, *iv)* nivel de llenado de 0% en todas las estaciones. Se corren 50 réplicas para cada escenario. Adicionalmente, se descompone el *Nivel de servicio* en las respuestas % *Sistema lleno* y % *Sistema vacío*, los cuáles deberían tomar valores cercanos a cero, para detectar los factores claves en la respuesta principal. Se utiliza el tiempo máximo para tomar y regresar una bicicleta (*Max t espera tomar* y *Max t espera regresar*) para identificar las deficiencias del sistema en término del tiempo de espera de los usuarios.

Tabla 5.4.1 Parámetros de operación y respuestas para políticas iniciales de asignación

Estación <i>i</i>	196	203	204	205	208	210	211	217	218	222	223	224	226	228	232	233	239	245	246	247	249	250
Capacidad	27	24	27	21	27	27	36	36	24	30	30	21	27	21	30	15	21	24	15	30	18	27
Tipo	A	A	C	P	C	C	C	P	A	P	A	A	P	P	P	P	A	A	P	A	P	

Parámetros de operación del modelo

Escenario	<i>B_i</i> : Número de bicicletas en la estación <i>i</i> a las 6:00 am																					
<i>i)</i> dist. uniforme	14	12	14	11	14	14	18	4	12	15	15	11	14	11	15	8	11	12	8	15	9	14
<i>ii)</i> por tipo estación	14	12	24	11	24	24	32	18	12	3	15	11	3	2	3	2	2	12	8	3	9	3
<i>iii)</i> 100% llenado	27	24	27	21	27	27	36	36	24	30	30	21	27	21	30	15	21	24	15	30	18	27
<i>iv)</i> 0% llenado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Respuestas del modelo

Escenario	Nivel servicio	% Sistema lleno	% Sistema vacío	Max <i>t</i> espera tomar	Max <i>t</i> espera regresar
<i>i)</i> dist. uniforme	90.00%	11.92%	8.26%	5.71 min	6.82 min
<i>ii)</i> por tipo estación	74.77%	27.76%	22.89%	14.53 min	19.28 min
<i>iii)</i> 100% llenado	58.43%	70.18%	7.86%	4.32 min	80.12 min
<i>iv)</i> 0% llenado	69.38%	2.25%	62.33%	75.01 min	6.14 min

Las métricas de % *Sistema lleno* y % *Sistema vacío*, así como los máximos en tiempos de espera son consistentes con los parámetros de los escenarios *iii)* y *iv)*. Se esperaría que el configurar las bicicletas por tipo de estación tuviera un mejor nivel de servicio que al distribuir las bicicletas uniformemente. Sin embargo con los niveles de llenado de O'Mahony, se alcanza un nivel de servicio peor en el escenario *ii)* que en el *i)* lo cual

pareciera indicar que el tipo de estación no depende de las políticas de llenado iniciales y por lo tanto no influye en el nivel de servicio para los usuarios.

b. Resultados del proceso de optimización

Se busca encontrar la configuración óptima de bicicletas a las 6:00 am, por lo tanto el enfoque es el SBR (*Static Bicycle Repositioning*) ya que las operaciones de rebalanceo se realizan durante la noche. Se presentan los resultados para la cuarta y última iteración del proceso de optimización realizado con *OptQuest*. Las respuestas del modelo y parámetros para los tres mejores escenarios se encuentran a continuación en la Tabla 5.4.2.

Tabla 5.4.2 Resultados del proceso de optimización para el SBR (6:00 am)

Estación <i>i</i>	196	203	204	205	208	210	211	217	218	222	223	224	226	228	232	233	239	245	246	247	249	250
Capacidad	27	24	27	21	27	27	36	36	24	30	30	21	27	21	30	15	21	24	15	30	18	27
Tipo	A	A	C	P	C	C	C	P	A	P	A	P	P	P	P	P	P	A	A	P	A	P

Parámetros de operación del modelo

Escenario	<i>B_i</i> : Número de bicicletas en la estación <i>i</i> a las 6:00 am																							
Mejor (1)	12	5	26	2	21	22	34	7	16	13	22	2	5	2	5	4	1	5	2	0	2	4		
Mejor (2)	12	5	26	2	21	22	34	7	16	13	22	2	5	2	6	4	1	5	2	0	2	4		
Mejor (3)	12	5	26	2	21	22	34	7	16	13	22	2	5	2	4	4	1	5	2	0	2	4		

Respuestas del modelo

Escenario	Nivel servicio	% Sistema lleno	% Sistema vacío	Max <i>t</i> espera tomar	Max <i>t</i> espera regresar
Mejor (1)	91.00%	0.00%	11.86%	13.68 min	0.9 min
Mejor (2)	91.00%	0.00%	11.86%	13.68 min	0.9 min
Mejor (3)	91.00%	0.00%	11.86%	13.68 min	0.9 min

Se alcanza un nivel de servicio de 91% en los mejores tres escenarios de la última iteración con *OptQuest*. A pesar de que se logra minimizar exitosamente la respuesta % Sistema lleno, el tiempo para tomar una bicicleta es considerablemente alto y por lo tanto un elevado % Sistema vacío. Los resultados anteriores implican que con el enfoque actual de rebalanceo, un nivel de servicio superior al 94%, como es requerido por ECOBICI, no es factible. Está claro que un enfoque de tipo SBR no es suficiente; es necesario modificar los

parámetros del modelo hacia un enfoque dinámico DBR (*Dynamic Bicycle Repositioning*) donde se realicen operaciones de rebalanceo durante la hora pico para garantizar bicicletas y anclajes suficientes para los usuarios.

Se añade un parámetro adicional al modelo que represente el número de bicicletas disponibles en cada estación en medio de la simulación (8:00 am). Se lleva a cabo el mismo proceso que el utilizado en la primera optimización con los siguientes parámetros, los resultados se muestran en la Tabla 5.4.3.

B_{i-0} : Número de bicicletas en la estación i a las 6:00 am.

B_{i-1} : Número de bicicletas en la estación i a las 8:00 am.

Tabla 5.4.3 Resultados del proceso de optimización para el SBR (6:00 am) y el DBR (8:00 am)

Estación i	196	203	204	205	208	210	211	217	218	222	223	224	226	228	232	233	239	245	246	247	249	250
Capacidad	27	24	27	21	27	27	36	36	24	30	30	21	27	21	30	15	21	24	15	30	18	27
Tipo	A	A	C	P	C	C	P	A	P	A	A	P	P	P	P	P	P	A	A	P	A	P

Parámetros de operación del modelo

Escenario	B_{i-0} : Número de bicicletas en la estación i a las 6:00 am																							
Mejor (1)	17	10	21	11	21	14	22	10	11	16	12	12	13	12	6	4	3	3	4	9	5	7		
Mejor (2)	17	10	21	11	21	16	22	10	11	16	12	12	13	12	6	4	3	3	4	9	5	7		
Mejor (3)	16	10	21	11	21	14	22	10	11	16	12	12	13	12	6	4	3	3	4	9	5	7		
B_{i-1} : Número de bicicletas en la estación i a las 8:00 am																								
Mejor (1)	13	12	22	9	24	25	28	4	15	9	23	5	2	7	2	3	2	5	2	12	7	0		
Mejor (2)	13	12	22	9	24	25	28	4	15	9	23	5	2	7	2	3	2	5	2	12	7	0		
Mejor (3)	13	12	22	9	24	25	28	4	15	9	23	5	2	7	2	3	2	5	2	12	7	0		

Respuestas del modelo

Escenario	Nivel servicio	% Sistema lleno	% Sistema vacío	Max t espera tomar	Max t espera regresar
Mejor (1)	98.26%	0.00%	2.04%	0.39 min	0.09 min
Mejor (2)	98.26%	0.00%	2.04%	0.39 min	0.09 min
Mejor (3)	98.26%	0.00%	2.04%	0.39 min	0.09 min

Utilizando el enfoque DBR logramos encontrar una configuración de bicicletas para las 6:00 y 8:00 am que no sólo cumple sino que excede los requerimientos de ECOBICI por 4.26 puntos porcentuales, manteniendo así los tiempos de espera por debajo del minuto.

c. Determinación del nivel de llenado óptimo por tipo estación

En las políticas iniciales de asignación, se prueban los niveles de llenado por tipo de estación propuestos por O'Mahony en su obra “*Smarter Tools for CitiBike Sharing*”, siendo éstos: para estaciones consumidoras, 90%; para productoras 10%; y para autobalanceadas 50%. Se encuentra que el nivel de servicio con dicha asignación no cumple con los requisitos de ECOBICI (74.77%, peor que 94% deseado).

A partir de las capacidades de cada estación y de los valores de B_{i-0} y B_{i-1} en los mejores tres escenarios, se calculan los niveles óptimos de llenado por tipo de estación para el sistema ECOBICI en particular: estaciones consumidoras: **76.5%**, productoras: **27.8%** y autobalanceadas: **40.5%**.

Se corre nuevamente el modelo en SIMIO calculando los parámetros B_{i-0} y B_{i-1} a partir de los porcentajes anteriores, según el tipo de estación (se corren 50 réplicas con dicha configuración) Los resultados se muestran en la Tabla 5.4.4.

Tabla 5.4.4 Resultados según el nivel de llenado óptimo por tipo de estación

Estación i	196	203	204	205	208	210	211	217	218	222	223	224	226	228	232	233	239	245	246	247	249	250
Capacidad	27	24	27	21	27	27	36	36	24	30	30	21	27	21	30	15	21	24	15	30	18	27
Tipo	A	A	C	P	C	C	C	P	A	P	A	P	P	P	P	P	A	A	P	A	P	

Parámetros de operación del modelo

Escenario	B_{i-0} : Número de bicicletas en la estación i a las 6:00 am																					
Nivel llenado óptimo	11	10	21	6	21	21	28	10	10	8	12	8	8	6	8	4	6	10	6	8	7	8
	B_{i-1} : Número de bicicletas en la estación i a las 8:00 am																					
Nivel llenado óptimo	11	10	21	6	21	21	28	10	10	8	12	8	8	6	8	4	6	10	6	8	7	8

Respuestas del modelo

Escenario	Nivel servicio	% Sistema lleno	% Sistema vacío	Max t espera tomar	Max t espera regresar
Nivel llenado óptimo	95.9%	4.13%	4.02%	0.54 min	0.62 min

La política de asignación según el nivel de llenado óptimo para el sistema ECOBICI sí logra satisfacer los requerimientos de los operadores con un nivel de servicio de 95.9%.

A pesar de que los niveles de llenado fueron calculados al estudiar únicamente una muestra de 22 estaciones, se esperaría que, de aplicar los niveles encontrados a las 446 estaciones del sistema, se lograra un nivel de servicio que cumpla con las especificaciones de ECOBICI.

6. Modelado de estrategias de rebalanceo

En esta sección se modelan diferentes estrategias de rebalanceo a ser utilizadas por los operadores de ECOBICI, con el objetivo de lograr que el número óptimo de bicicletas previamente identificado (en la simulación del apartado anterior) estén disponibles en cada estación.

ECOBICI realiza sus operaciones de rebalanceo en las estaciones a través de vehículos de reposicionamiento; los cuales visitan las estaciones retirando (depositando) bicicletas sobrantes (faltantes), según el nivel deseado y el estado actual en cada estación. El objetivo es identificar una ruta eficiente en términos de distancia y tiempo a seguir por dichos vehículos de ECOBICI. El enfoque se limita a las políticas de rebalanceo durante el DBR, es decir a la mitad del periodo de hora pico (8:00 am). Esto debido a que durante la noche el nivel de uso del sistema permanece sin cambio, las operaciones de rebalanceo son menos urgentes (SBR) y por lo tanto no existe necesidad de que éstas sean las más eficientes (cortas y rápidas). Por el contrario, el tráfico y el congestionamiento de las calles presente en horas pico, exigen hallar un ruteo eficiente de vehículos.

Para saber el número de bicicletas sobrantes a retirar o de faltantes a depositar en cada estación, se obtiene el estado esperado de cada estación en el momento del rebalanceo (8:00 am), con base en el flujo neto de bicicletas. Se ilustra este proceso en la Tabla 6.1. El estado esperado de cada estación se define como el número de bicicletas o anclajes esperado en una estación, en un momento en particular, en este caso a las 8 am. Las estaciones a las cuales se les deben de retirar bicicletas (sobrantes) aparecen con una oferta de bicicletas y aquellas que necesitan bicicletas (faltantes) aparecen con una demanda por las mismas.

Tabla 6.1 Oferta y demanda de bicicletas para cada estación a las 8:00 am

Estación <i>i</i>	Capacidad	B_{i-0} (6:00 am)	Flujo neto (6:00 - 8:00 am)	Estado esperado	B_{i-1} (8:00 am)	Oferta < 0 Demanda > 0	Oferta < 0 Demanda > 0
196	27	17	2.8066	19.8066	13	-6.8066	-7
203	24	10	-1.3604	8.6396	12	3.3604	3
204	27	21	-6.8877	14.1123	22	7.8877	8
205	21	11	0.2774	11.2774	9	-2.2774	-2
208	27	21	-13.3660	7.6340	24	16.3660	16
210	27	14	-7.0858	6.9142	25	18.0858	18
211	36	22	-12.6396	9.3604	28	18.6396	19
217	36	10	6.8481	16.8481	4	-12.8481	-13
218	24	11	1.0962	12.0962	15	2.9038	3
222	30	16	0.8849	16.8849	9	-7.8849	8
223	30	12	-5.0387	6.9613	23	16.0387	16
224	21	12	2.1198	14.1198	5	-9.1198	-9
226	27	13	4.2396	17.2396	2	-15.2396	-15
228	21	12	2.1264	14.1264	7	-7.1264	-7
232	30	6	2.2717	8.2717	2	-6.2717	-6
233	15	4	2.7142	6.7142	3	-3.7142	-4
239	21	3	5.1840	8.1840	2	-6.1840	-6
245	24	3	-1.4726	1.5274	5	3.4726	-3
246	15	4	0.9774	4.9774	2	-2.9774	-3
247	30	9	4.3123	13.3123	12	-1.3123	-1
249	18	5	0.3500	5.3500	7	1.6500	2
250	27	7	9.0934	16.0934	0	-16.0934	-16

En la Tabla 6.1, los valores de los parámetros B_{i-0} y B_{i-1} corresponden a los óptimos hallados en la simulación, el flujo neto de bicicletas se obtiene a partir del análisis de la base de datos (como se calculó en el capítulo 4) y el estado esperado es a la suma de B_{i-0} y el flujo neto de bicicletas. La oferta o demanda de bicicletas se calcula restando B_{i-1} y el estado esperado a las 8 am.

La oferta total de bicicletas en las estaciones seleccionadas (suma de sobrantes) es de **97** bicicletas y la demanda total de bicicletas (suma de faltantes) de **88** bicicletas.

En este estudio se aborda el problema del ruteo de vehículos a través de dos alternativas: a) Modelo de transporte y b) Modelo del agente viajero con capacidad (formulación no-lineal y reformulación lineal).

6.1 Modelo de transporte o distribución

El problema de transporte o distribución surge a partir de la necesidad de llevar unidades de un punto específico llamado fuente u origen hacia otro llamado destino. Se busca minimizar los costos del abastecimiento de los puntos de demanda a partir de los puntos de oferta relacionados con las rutas escogidas. El modelo de transporte tiene una gran utilización para generar soluciones en las áreas de operaciones, inventario y asignación de elementos [Munkres, 1957].

En el contexto del problema de rebalanceo de ECOBICI se busca trasladar bicicletas de estaciones con oferta hacia estaciones con demanda, minimizando la distancia total de los viajes. En la FIG 6.1.1.1 se presenta un diagrama de este modelo donde:

O_i : Número de bicicletas sobrantes (oferta) en la estación i a las 8:00 am.

D_j : Número de bicicletas faltantes (demanda) en la estación j a las 8:00 am.

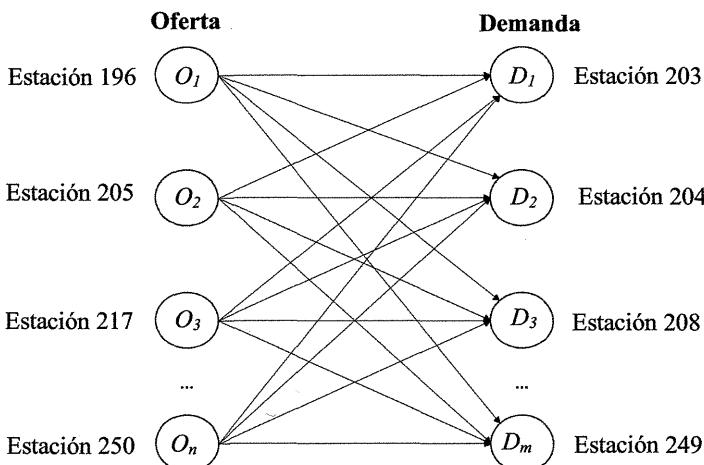


FIG. 6.1.1 Representación gráfica del problema de transporte

Las ecuaciones (6.1.1 – 6.1.4) muestran la formulación matemática del problema.

MODELO. Función objetivo y restricciones:

$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m dist_{ij} X_{ij}$: Se busca minimizar la distancia total a recorrer entre (6.1.1)
los nodos de oferta y demanda por cada bicicleta transportada de la estación i a la
 j .

s.a. $\sum_i X_{ij} \leq O_i \quad \forall i$: El total de bicicletas saliendo de una estación deberá ser (6.1.2)
menor o igual a la oferta de dicha estación.

$\sum_j X_{ij} = D_i \quad \forall j$: El total de bicicletas llegando a una estación deberá (6.1.3)
ser igual a la demanda de dicha estación.

$X_{ij} \geq 0$: Cantidad de bicicletas a transportar debe ser positiva. (6.1.4)

A continuación se explican los parámetros y variables utilizadas en el mismo:

Parámetro:

$dist_{ij}$: Distancia de la estación i a la estación j .

Variable de decisión:

X_{ij} : Número de bicicletas a transportar de la estación i a la estación j .

Una condición para poder resolver el problema es que la oferta total sea igual o mayor que la demanda total de bicicletas, lo cual sí se satisface en el problema de rebalanceo de ECOBICI. Adicionalmente, se calcula la distancia más corta entre cada par de estaciones tomando en cuenta las vialidades más directas entre ellas mostrada en la Tabla 6.1.1.

Tabla 6.1.1 Distancia entre cada par de estaciones (km)

	196	203	204	205	208	210	211	217	218	222	223	224	...	249	250
196	0.00	0.47	0.42	1.17	0.79	0.60	0.99	1.58	1.17	1.07	0.93	1.30	...	2.55	2.42
203	0.47	0.00	0.36	1.11	0.72	0.29	0.93	1.52	1.11	0.61	0.86	1.24	...	2.49	2.36
204	0.42	0.36	0.00	0.75	0.37	0.47	0.57	1.16	0.75	0.94	0.53	0.88	...	2.13	2.00
205	1.17	1.11	0.75	0.00	0.69	1.14	0.61	0.41	0.69	1.62	1.20	0.83	...	1.38	1.25
208	0.79	0.72	0.37	0.69	0.00	0.46	0.20	0.80	0.38	0.93	0.51	0.51	...	1.76	1.64
210	0.60	0.29	0.47	1.14	0.46	0.00	0.64	1.23	0.82	0.47	0.57	0.95	...	2.20	2.07
211	0.99	0.93	0.57	0.61	0.20	0.64	0.00	0.60	0.18	1.00	0.59	0.31	...	1.56	1.44
217	1.58	1.52	1.16	0.41	0.80	1.23	0.60	0.00	0.51	1.44	1.02	0.65	...	0.97	0.84
218	1.17	1.11	0.75	0.69	0.38	0.82	0.18	0.51	0.00	0.93	0.51	0.14	...	1.38	1.26
222	1.07	0.61	0.94	1.62	0.93	0.47	1.00	1.44	0.93	0.00	0.46	0.83	...	2.08	1.95
223	0.93	0.86	0.53	1.20	0.51	0.57	0.59	1.02	0.51	0.46	0.00	0.37	...	1.62	1.50
224	1.30	1.24	0.88	0.83	0.51	0.95	0.31	0.65	0.14	0.83	0.37	0.00	...	1.25	1.13
...
249	2.55	2.49	2.13	1.38	1.76	2.20	1.56	0.97	1.38	2.08	1.62	1.25	...	0.00	0.31
250	2.42	2.36	2.00	1.25	1.64	2.07	1.44	0.84	1.26	1.95	1.50	1.13	...	0.31	0.00

La solución del modelo, al ser de programación lineal, puede hacerse a través de un software que incorpore el método Simplex. Los modelos presentados en esta sección se tradujeron al lenguaje AMPL (Anexo 1), que es un lenguaje para resolver problemas matemáticos. La misma plataforma de AMPL puede resolver modelos de programación lineal.

La solución del modelo no implica una ruta única, sino sólo el movimiento de bicicletas de estaciones con oferta hacia estaciones con demanda como se muestra en la Tabla 6.1.2.

Tabla 6.1.2 Resultados del modelo de transporte o distribución

de/hacia	Estaciones con demanda								
	203	204	208	210	211	218	223	245	249
Estaciones con oferta	196	0	6	0	0	0	0	1	0
	205	0	2	0	0	0	0	0	0
	217	0	0	0	0	12	0	1	0
	222	0	0	0	0	0	0	8	0
	224	0	0	0	9	0	0	0	0
	226	0	0	9	0	6	0	0	0
	228	0	0	0	0	0	0	7	0
	232	0	0	0	6	0	0	0	0
	233	3	0	0	1	0	0	0	0
	239	0	0	0	0	0	0	2	0
	246	0	0	0	0	0	0	0	0
	247	0	0	0	0	1	0	0	0
	250	0	0	7	2	0	3	0	2

La Tabla 6.1.2 indica el número de bicicletas que se deben transportar de estaciones con oferta hacia estaciones con demanda de acuerdo a la solución dada por el modelo de transporte. La función objetivo de este modelo implica un viaje por cada bicicleta transportada, por lo tanto la distancia total calculada es de **102.95 km**. Sin embargo si se considerara un viaje entre cada par de estaciones, llevando todas las bicicletas a transportar entre ellas, se calcula una distancia de **19.15 km**. Debido a que se trata de muchos viajes cortos cargando entre 1 y 12 bicicletas en cada uno, se plantean las siguientes posibilidades para transportar las bicicletas:

- i) Utilizando vehículos de rebalanceo: Si se empleara un único vehículo para realizar los 14 viajes, el tiempo sería muy largo y el rebalanceo no se realizaría cerca de las 8:00 am; el estado de las estaciones habría cambiado y por lo tanto se dejaría de colocar el nivel óptimo de bicicletas en cada estación. Por otro lado al usar varios camiones en un sólo *cluster*, se sub-utilizaría la capacidad de cada uno resultando en una alternativa muy costosa e impráctica.

ii) Realizando viajes individuales de bicicletas que arrastren a su vez otras. Al cada bicicleta tener la posibilidad de arrastrar a lo más dos bicicletas adicionales, se deberían de realizar más de 14 viajes. Sin embargo se trata de una mejor alternativa ya que se logra transportar más bicicletas simultáneamente, realizando el rebalanceo de las estaciones rápidamente, a un bajo costo.

6.2 Modelo de agente viajero con capacidad

a. Formulación no-lineal

En el problema del agente viajero o *TSP* (*Travelling Salesman Problem*) el objetivo es encontrar un recorrido que conecte todos los nodos de una red, visitándolos una sola vez y volviendo al punto de partida (en un sólo circuito sin sub-tours) con una distancia mínima. Este tipo de problemas tiene gran aplicación en el ámbito de la logística y distribución [Hoffman et al. 2013]. Este problema se representa esquemáticamente en la FIG 6.2.1.

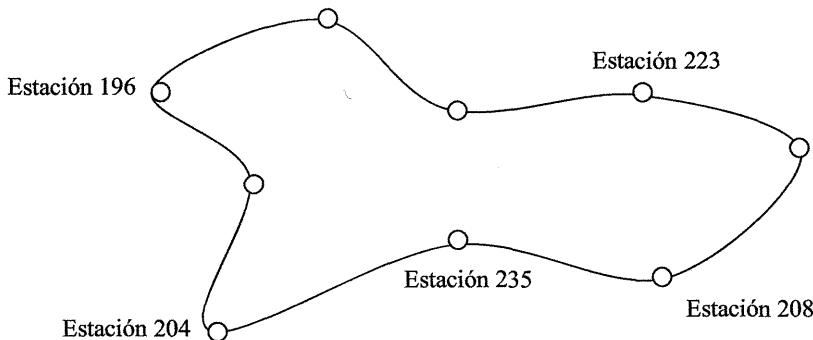


FIG 6.2.1 Representación gráfica del problema del agente viajero

En el caso del rebalanceo de estaciones, se modifica el *TSP* a un modelo no sólo de ruteo sino también de distribución de recursos al tomar en consideración la capacidad del vehículo de rebalanceo y las restricciones de oferta y demanda de cada estación. La

formulación matemática no-lineal correspondiente al problema se muestra en las ecuaciones (6.2.1 – 6.2.10).

MODELO. Función objetivo y restricciones:

$\text{Min } \sum_{(i,j) \in A} dist_{ij} X_{ij}$: Se busca minimizar la distancia total de la ruta entre las estaciones. (6.2.1)

s.a. $O_k + \sum_{(i,j) \in A} ship_{ik} X_{ik} \geq D_k + \sum_{(k,j) \in A} ship_{kj} X_{kj} \quad \forall k \in V$: Total de bicicletas que llegan a una estación más su oferta debe de ser mayor o igual que la demanda de la misma estación más lo que sale de la estación (restricción de balance de flujo). (6.2.2)

$ship_{ij} \leq X_{ij} \quad \forall (i,j) \in A$: Si se transporta una bicicleta entre las estaciones i y j , entonces debe de existir un viaje entre las estaciones i y j . (6.2.3)

$ship_{ij} \leq X_{ij} Cap_{ij} \quad \forall (i,j) \in A$: Lo que se transporta entre las estaciones i y j no debe de exceder la máxima capacidad establecida. (6.2.4)

$$\sum_{(i,k) \in A} X_{ik} = 1 \quad \forall k : \text{A todo nodo debe llegar un vehículo.} \quad (6.2.5)$$

$$\sum_{(k,j) \in A} X_{kj} = 1 \quad \forall k : \text{De todo nodo debe salir un vehículo.} \quad (6.2.6)$$

$$U_j - U_k + NX_{jk} \leq N - 1 \quad \forall (j,k) \in A : \text{Evita sub-tours.} \quad (6.2.7)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad (6.2.8)$$

$$ship_{ij} \geq 0 \quad (6.2.9)$$

$$U_k \geq 0 \quad (6.2.10)$$

A continuación se explican los parámetros y variables utilizadas en el modelo:

Conjuntos:

$V \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$: Vértices representando a las estaciones.

$A \in \{(i, j) \mid i \neq j\}$: Arcos como conexiones entre las estaciones.

Parámetros:

$dist_{ij}$: Distancia de la estación i a la estación j .

cap_{ij} : Máximo número de bicicletas a transportar de la estación i a la estación j .

O_k : Número de bicicletas sobrantes (oferta) en la estación k a las 8:00 am.

D_k : Número de bicicletas faltantes (demanda) en la estación k a las 8:00 am.

$$\sum_{k \in V} O_k \geq \sum_{k \in V} D_k$$

Variables de decisión:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ruta va de la estación } i \text{ a la estación a la estación } j. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$ship_{ij}$: Número de bicicletas a transportar de la estación i a la estación j .

U_k : Variable auxiliar entera.

El problema a resolver es de tipo no-lineal, ya que en las restricciones se tienen productos de variables de decisión (X_{ij} y $ship_{ij}$). Para tratar de resolver este problema, similar a la estrategia utilizada con el modelo de transporte, se tradujo el modelo a AMPL (Anexo 2) y se trató de resolver con los software CPLEX y KNITRO utilizando el servidor NEOS-Server, que es un sistema que permite acceso a múltiples solvers a través de internet (<https://neos-server.org/neos/>). Sin embargo, no se logró obtener resultado alguno, por falta de memoria y capacidad en el servidor.

Extensión I

La Extensión I del presente estudio tiene como objetivo probar la validez del modelo del agente viajero con capacidad (formulación no-lineal) en problemas de rebalanceo de recursos. Debido a que el tamaño del problema manejado con la selección de 22 estaciones

de ECOBICI es muy grande y es como *NP-hard*, se propone un conjunto más pequeño de datos formado por 12 estaciones, cada una de ellas con una demanda u oferta por bicicletas.

Los datos manejados en este modelo fueron generados de manera aleatoria con fines ilustrativos y no tienen relación alguna con el modelo del sistema ECOBICI previamente analizado durante este trabajo (por esta razón se utilizan letras mayúsculas (i.e. A, B, ... L) en lugar de números para identificar a las estaciones modeladas). Las Tablas 6.2.1 y 6.2.2 muestran los datos empleados.

Tabla 6.2.1 Oferta y demanda de estaciones (Extensión I)

Estación <i>i</i>	Oferta < 0	Estación <i>i</i>	Demanda > 0
A	-10	F	3
B	-5	G	6
C	-8	H	4
D	-12	I	7
E	-9	J	5
TOTAL	-44	K	9
		L	4
		TOTAL	38

Tabla 6.2.2 Distancia entre cada par de estaciones (km) (Extensión I)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0.00	1.22	1.21	0.88	1.12	0.6	1.14	1.41	0.96	0.6	1.19	1.35
B	1.4	0.00	1.33	0.79	1.47	1.18	0.59	0.85	0.78	0.79	1.15	0.93
C	1.48	1.47	0.00	1.26	0.85	0.77	0.94	1.15	1.38	0.53	0.64	0.76
D	1.11	1.12	1.21	0.00	0.55	1.25	1.12	1.08	0.56	1.37	0.74	0.95
E	0.53	0.67	0.96	0.79	0.00	1.17	0.75	0.87	1.23	0.51	0.52	0.56
F	0.8	0.96	0.56	0.61	0.58	0.00	1	0.78	0.93	0.56	1.26	1.4
G	0.8	0.71	0.61	0.8	0.96	1.49	0.00	0.91	0.68	0.87	0.94	0.84
H	0.66	1.2	1.2	0.75	0.65	1.28	1.02	0.00	1.37	1.27	1.25	1.37
I	1.04	0.95	0.54	0.64	0.63	0.67	1.4	0.56	0.00	1.22	0.76	0.57
J	1.47	1.34	1.46	1.22	0.93	1.15	0.89	0.64	1.44	0.00	0.8	0.9
K	0.97	0.78	0.87	1.26	1.01	0.74	0.8	0.76	1.28	0.52	0.00	0.88
L	1.03	0.54	0.5	1.07	0.57	1.27	0.58	0.86	0.58	0.65	0.63	0.00

Con el conjunto más pequeño de datos sí se logra encontrar una solución al problema de rebalanceo utilizando los mismos paquetes de software CPLEX y NITRO, a través del servidor NEOS-Server. En la Tabla 6.2.3 se muestra la ruta de rebalanceo a seguir por el

vehículo, así como el número de bicicletas a transportar entre las estaciones. Dado que la solución arrojada consiste en valores no enteros, se redondean los valores óptimos encontrados. Se calcula adicionalmente el cambio en el inventario de bicicletas de cada estación una vez realizado el rebalanceo. Es importante notar que no se puede conocer el inventario neto esperado de cada estación (únicamente el cambio en el mismo) ya que para este conjunto de datos se desconoce el estado esperado del sistema.

Tabla 6.2.3 Resultados del modelo de agente viajero con capacidad (formulación no lineal) (Extensión I)

Ruta crítica	A	G	B	D	I	L	C	J	H	E	K	F	A
Oferta (O_k)	-10		-5	-12			-8			-9			
Demanda (D_k)		6			7	4		5	4		9	3	
$ship_{ij}$		8.94	1.93	5.14	15	8	4	12	7	3	12	3	0
Inventario	1.06	7.01	1.79	2.14	7	4	0	5	4	0	9	3	
$ship_{ij}$		9	2	5	15	8	4	12	7	3	12	3	0
Inventario	1	7	2	2	7	4	0	5	4	0	9	3	

La distancia total con este modelo es de **8.15 km**, a ser recorrida por un sólo vehículo de rebalanceo.

Adicionalmente se plantea el modelo del agente viajero tradicional o puro, dicho modelo no toma en cuenta el transporte de bicicletas de estaciones de oferta a demanda ni la capacidad del vehículo de rebalanceo; únicamente busca hallar la ruta con distancia mínima entre los nodos. La Tabla 6.2.3 muestra la ruta crítica encontrada.

Tabla 6.2.4 Resultados del modelo de agente viajero tradicional (sin capacidad) (Extensión I)

Ruta crítica	A	F	D	I	L	B	G	C	K	J	H	E	A
--------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

La mínima a recorrer con el *TSP* tradicional es de **7.06 km**. El incremento en la distancia en el modelo *TSP* con capacidad se debe a las restricciones asociadas con el transporte de bicicletas.

b. Reformulación lineal

Con el objetivo de mejorar la complejidad computacional del problema *TSP* con restricciones no lineales, se reformula el problema hacia uno lineal para ser aplicado a la selección de 22 estaciones de ECOBICI. El modelo matemático se presenta en las ecuaciones...

MODELO. Función objetivo y restricciones:

$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in A} dist_{ij} X_{ij} : \text{Se busca minimizar la distancia total de la ruta entre las estaciones.} \quad (6.2.11)$$

$$\text{s.a. } O_k + \sum_{(i,j) \in A} r_{ik} \geq D_k + \sum_{(k,j) \in A} r_{kj} \quad \forall k \in V : \text{Total de bicicletas que}$$

$$\text{llegan a una estación más su oferta debe de ser mayor o igual que la demanda de}$$

$$\text{la misma estación (restricción de balance de flujo).} \quad (6.2.13)$$

$$r_{ij} = \sum_{l=0}^{cap} l Z_{ijl} \quad \forall (i,j) \in A : \text{Define el número de bicicletas a transportar}$$

de la estación i a la estación j .

$$\sum_{l=0}^{cap} Z_{ijl} = X_{ij} \quad \forall (i,j) \in A : \text{Define si la ruta incluye viajar de la estación}$$

i a la estación j .

$$\sum_{(i,k) \in A} X_{ik} = 1 \quad \forall k : \text{A todo nodo debe llegar un vehículo.} \quad (6.2.16)$$

$$\sum_{(k,j) \in A} X_{kj} = 1 \quad \forall k : \text{De todo nodo debe salir un vehículo.} \quad (6.2.17)$$

$$U_j - U_k + NX_{jk} \leq N - 1 \quad \forall (j,k) \in A : \text{Evita sub-tours.} \quad (6.2.18)$$

$$Z_{ijl} \in \{0,1\} \quad (6.2.19)$$

$$r_{ij} \geq 0 \quad (6.2.20)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad (6.2.20)$$

$$U_k \geq 0 \quad (6.2.21)$$

A continuación se explican los parámetros y variables utilizadas en el modelo:

Conjuntos e índices:

$V \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$: Vértices representando a las estaciones.

$A \in \{(i, j) \mid \forall i \forall j, i \neq j\}$: Arcos como conexiones entre las estaciones.

$k \in \{1, 2, 3, \dots, cap\}$: Capacidad del vehículo de rebalanceo.

Parámetros:

O_k : Número de bicicletas sobrantes (oferta) en la estación k a las 8:00 am.

D_k : Número de bicicletas faltantes (demanda) en la estación k a las 8:00 am.

$$\sum_{k \in V} O_k \geq \sum_{k \in V} D_k$$

Variables de decisión:

$$Z_{ijl} = \begin{cases} 1 & \text{si } l \text{ bicicletas son transportadas de la estación } i \text{ a la estación } j. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

r_{ij} : Número de bicicletas a transportar de la estación i a la estación j .

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ruta va de la estación } i \text{ a la estación } j. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$\sum_{k=0}^{cap} Z_{ijk} = X_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$$

U_k : Variable auxiliar entera.

El modelo se tradujo a AMPL (Anexo 3) y se trató de resolver en CPLEX y KNITRO usando NEOS-Server. A pesar de tratarse de un modelo lineal y por lo tanto más fácil de resolver, se sobrepasa nuevamente la capacidad del servidor y no se logran obtener los resultados esperados.

Extensión II

Se busca probar la validez de la reformulación lineal al TSP al igual que como se hizo en la Extensión I. Se aplica este modelo al conjunto más pequeño de datos de 12 estaciones,

mismo que se utilizó en la extensión anterior. La solución hallada es de tipo entera, por la naturaleza de las variables manejadas.

**Tabla 6.2.5 Resultados del modelo de agente viajero con capacidad
(reformulación lineal) (Extensión II)**

Ruta crítica	A	F	D	E	L	B	G	I	C	K	J	H	A
Oferta (O_k)	-10		-12	-9		-5			-8				
Demanda (D_k)		3			4		6	7		9	5	4	
$ship_{ij}$		4	1	13	22	18	23	17	10	18	9	4	0
Inventario	6	3	0	0	4	0	6	7	0	9	5	4	

La distancia total encontrada es de **7.13 km**. Ya que se está trabajando con un modelo más fácil de resolver, se encuentra una mejor solución que en el modelo *TSP* no-lineal (8.15 km) y más cercana a la solución del modelo *TSP* sin restricciones.

7. Conclusiones y líneas de trabajo futuro

Las **contribuciones** de esta tesis son las siguientes:

1. El marco analítico y metodológico propuesto demuestra ser una herramienta adecuada para determinar los niveles óptimos de bicicletas y anclajes en un sistema de préstamo de bicicletas. La configuración de bicicletas encontrada a través del mismo reduce los eventos de escasez en el sistema, disminuye el tiempo de espera de los usuarios, garantiza un mayor flujo de viajes en bicicleta y por lo tanto aumenta la satisfacción de los usuarios.
2. Este marco puede ser un instrumento de planeación útil para los operadores de sistemas de préstamo de bicicletas que continuamente intentan optimizar su nivel de servicio.

Las **conclusiones** de este estudio se pueden resumir en los siguientes puntos:

1. Aplicado al sistema de ECOBICI, en cuanto a los niveles óptimos de inventario, los resultados de la simulación indican que cuando el rebalanceo se realiza únicamente antes de las horas pico (a través del SBR llevado a cabo durante la noche), no se logra satisfacer el nivel de servicio requerido por ECOBICI (porcentaje de eventos de escasez <6%). Para lograr lo anterior, el rebalanceo también debe de ser llevado a cabo durante las horas pico (a través de DBR cuando el sistema experimenta su mayor congestión).
2. Respecto al ruteo de vehículos de rebalanceo, se exploran modelos de programación lineal y no-lineal entera y mixta. A pesar de no obtener resultados para el conjunto original de datos estudiados, utilizando datos auxiliares se logra probar la validez del modelo del agente viajero como método para identificar la ruta óptima entre las estaciones a visitar. Particularmente la reformulación lineal del *TSP* es la que arroja mejores resultados en términos de la distancia más corta a recorrer por el vehículo.

A continuación se exponen algunas de las **limitaciones** más relevantes del estudio:

1. Limitaciones por la magnitud de los datos manejados (26 millones de entradas en la base de datos y 446 estaciones en el sistema).
2. Limitaciones de la validez de los resultados. Únicamente se experimenta sobre un grupo de estaciones en las horas pico matutinas, si las condiciones cambian, entonces cambian también los resultados obtenidos. Sería recomendable realizar periódicamente (mensualmente) el análisis de datos para detectar cambios en patrones de uso, clasificación de estaciones, zonas de congestión, horas pico, etc. y así actualizar los parámetros de entrada del modelo.
3. Limitaciones en la capacidad computacional de los servidores para procesar datos reales. Se debieron crear datos auxiliares para probar la validez de los modelos de ruteo.
4. Limitación de desfase de tiempo. Existe una diferencia entre la cantidad óptima de bicicletas hallada (en la simulación) para las 8 am y el cambio que pudiera existir en el estado del sistema durante las operaciones de rebalanceo (este no es instantáneo).

Se proponen los siguientes puntos como **recomendaciones** para tomadores de decisiones:

1. La realización del modelo de simulación propuesto *antes* de establecer los parámetros operativos (por ejemplo, nivel de servicio objetivo $>94\%$) para así poder estimar el costo asociado de dichos parámetros para los operadores. Se sospecha que un pequeño aumento en la rigidez de los requerimientos operativos (por ejemplo, reducir un punto porcentual los límites de escasez aceptados) tendría un impacto muy grande en el costo operativo del rebalanceo.
2. Trabajar sobre el replanteamiento de los modelos de rebalanceo (*TSP* no-lineal y lineal) y la exploración de solvers hacia modelos con menor complejidad computacional que generen resultados rápidos. Se sugiere utilizar algoritmos metaheurísticos que puedan regresar una respuesta rápidamente como búsquedas Tabú o algoritmos genéticos.

Dado el alcance limitado del estudio, algunos aspectos no se analizan y por lo tanto se sugieren como **futuras líneas de investigación**:

1. En particular, el estudio no cubre los aspectos económicos del rebalanceo, a saber:
 - a. Los costos adicionales asociados a los parámetros óptimos hallados (por ejemplo vehículos adicionales, conductores, combustible, etc.) al nivel de servicio de 98.26% frente a los beneficios en términos de ahorro en costos.
 - b. La comparación de los costos de rebalanceo asociados al cumplimiento del 98.26% con costos calculados a otros porcentajes de eventos de escasez (sin quedar por debajo del 94%).
2. El estudio de otras alternativas para rebalancear y optimizar el sistema así como los costos y beneficios de cada una; tales como: *(i)* aumentar la capacidad en las estaciones con problemas, *(ii)* aumentar el número de estaciones con diferentes capacidades en zonas congestionadas y *(iii)* una combinación de las dos.

8. Bibliografía

- Benchimol, M., Benchimol, P., Chappert, B., De La Taille, A., Laroche, F., Meunier, F., & Robinet, L. 2011. “*Balancing the stations of a self service “bike hire” system*”. RAIRO-Operations Research, 45(1), 37-61.
- Chémia, D. Meunier, F. y Clavo R. 2011. “*Bike Sharing System: Solving the Static Rebalancing Problem*”. Universidad de Paris. CERAMICS.
- Carreón A., Martínez A., Treviño X. 2011. “Manual del Ciclista Urbano de la Ciudad de México”. Movilidad y Espacio Público A.C. Secretaría del Medio Ambiente. <<https://www.ecobici.df.gob.mx/sites/default/files/pdf/manual-del-ciclista.pdf>> [Consulta: 9 de junio de 2015].
- Candela, Eduardo. 2015. “Modelado y Optimización de un Negocio de Renta de Vehículos Particulares en un Aeropuerto Usando Simulación”. Instituto Tecnológico Autónomo de México, México D.F.
- Contardo, C., Morency, C., & Rousseau, L. M. 2012. “*Balancing a dynamic public bike-sharing system*” (Vol. 4). Cirrelt.
- Dell'Olio, L, Ibeas, A. y Moura, JL. 2011. “*Implementing bike-sharing systems*” Proceedings of the ICE – Municipal Engineer : 89 – 101.
- DeMaio, P. 2009. “*Bike sharing: History, Impacts, Models of Provision, and Future*”. Journal of Public Transportation. Vol. 12, No 4 (2009) : 41-56.
- ECOBICI. 2012. “Principales resultados de la encuesta ECOBICI 2012”. Secretaría del Medio Ambiente del Distrito Federal. <https://www.ecobici.df.gob.mx/ecobici_2012.pdf> [Consulta: 9 de junio de 2015].
- ECOBICI. 2015. “ECOBICI Sistema de Transporte Individual”. SEDEMA. <<https://www.ecobici.df.gob.mx/>> [Consulta: 9 de junio de 2015].
- Fricker, C., & Gast, N. 2014. “*Incentives and redistribution in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity*. EURO Journal on Transportation and Logistics”, 1-31.
- Hampshire, R. C., & Marla, L. 2012. “*An analysis of bike sharing usage: explaining trip generation and attraction from observed demand*”. In 91st Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC.
- Hoffman, K. L., Padberg, M., & Rinaldi, G. 2013. “*Traveling salesman problem*”. In Encyclopedia of Operations Research and Management Science (pp. 1573-1578). Springer US.
- Kelton, W. D., Smith, J. S., Sturrock, D. T., & Muñoz, D. F. 2012. “Simio y simulación: modelo, análisis, aplicaciones”. Simio LLC.
- Kim, S. H., & Nelson, B. L. 2007. “*Recent advances in ranking and selection. In Proceedings of the 39th conference on Winter simulation: 40 years! The best is yet to come*”. IEEE Press : 162-172.

- Larsen, J. 2013. “*Bike-sharing programs hit the streets in over 500 cities worldwide*”. Plan B Updates. Earth Policy Institute.
- Laboratorio para la Ciudad. 2015. “Laboratorio de datos”. Gobierno del Distrito Federal <<http://datos.labplc.mx/datasets/view/ecobici>> [Consulta: 3 diciembre, 2015].
- Law, A.M. 2007. “*Simulation, Modeling and Analysis*”. McGraw-Hill. USA.
- La Ciudad en Bicicleta. 2015. “Diario en bici”. <<http://diarioenbici.com/usuarios-en-buenavista-rebasan-a-ecobici/>> [Consulta: 10 diciembre, 2015]
- Lin, J.-R., Y. 2011. “*Strategic design of public bicycle sharing systems with service level constraints.*” Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. Vol 47 (Marzo 2011): 284–294.
- Munkres, J. 1957. “*Algorithms for the assignment and transportation problems*”. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, : 32-38.
- Muñoz, D. F. 2015. “Notas de Clase de la Materia de Simulación de Sistemas”. Instituto Tecnológico Autónomo de México, México D. F.
- O’Mahony, Eoin. 2014. “*Smarter Tools for CitiBike Sharing*”. University of Cornell: 1-25.
- Raviv, T. Tzur M. y Forma, I. 2010. “Static Repositioning in a Bike-Sharing System: Models and Solution Approaches” *7th triennial symposium on transportation analysis* TRISTAN, Junio 2010, Tromso, Noruega.
- Piccolo, Giovanna. 2014. *Análisis del Nivel de Servicio del Sistema de Préstamo de Bicicletas “Ecobici”*. Tesina. Instituto Tecnológico Autónomo de México, México D.F.
- Schuijbroek J, Hampshire, R y Jan van Hoeve, W. 2013. “*Rebalancing and Vehicle Routing in Bike Sharing Systems.*” Tepper School of Business: Research Showcase. N. 1491.
- Shannon, R., & Johannes, J. D. (1976). “*Systems simulation: the art and science*”. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 10(6), 723-724.
- Shu, J., Chou, M. C., Liu, Q., Teo, C. P., & Wang, I. L. (2013). “*Models for effective deployment and redistribution of bicycles within public bicycle-sharing systems*”. Operations Research, 61(6): 1346-1359.

9. Anexos

Anexo 1. Modelo de transporte en AMPL.

```
set ORIG; # origins
set DEST; # destinations

param supply {ORIG} >= 0; # amounts available at origins
param demand {DEST} >= 0; # amounts required at destinations
check: sum {i in ORIG} supply[i] >= sum {j in DEST} demand[j];
param cost {ORIG,DEST} >= 0; # shipment costs per unit
var Trans {ORIG,DEST} >= 0; # units to be shipped

minimize Total_Cost:
sum {i in ORIG, j in DEST} cost[i,j] * Trans[i,j];
subject to Supply {i in ORIG}:
sum {j in DEST} Trans[i,j] <= supply[i];
subject to Demand {j in DEST}:
sum {i in ORIG} Trans[i,j] = demand[j];
```

Anexo 2. Modelo del agente viajero con capacidad (formulación no-lineal) en AMPL.

```
set STATIONS;
set LINKS within (STATIONS cross STATIONS);

param supply {STATIONS} >= 0; # bikes available at STATIONS
param demand {STATIONS} >= 0; # bikes required at STATIONS

check: sum {i in STATIONS} supply[i] >= sum {j in STATIONS} demand[j];

param dist {LINKS} >= 0; # distance btw stations
param capacity {LINKS} >= 0; # capacity of rebalancing vehicle

var U{STATIONS} >= 0 integer;
var x{(i,j) in LINKS} binary;
var Ship {(i,j) in LINKS} >= 0;
param N := card(STATIONS);
minimize Total_Distance:
sum {(i,j) in LINKS} dist[i,j] * x[i,j];

subject to

FlowBalance {k in STATIONS}:
  supply[k] + sum {(i,k) in LINKS} Ship[i,k]*x[i,k]
  >= demand[k] + sum {(k,j) in LINKS} Ship[k,j]*x[k,j];
```

```

InitialCap {k in STATIONS: k > 1}:
    Ship[1,k] <= supply[1]
VehicleCapacity {(i,j) in LINKS}:
    Ship[i,j] - x[i,j]*capacity[i,j] <= 0;

AllDestinations {k in STATIONS}:
    sum {(i,k) in LINKS} x[i,k] = 1;

AllOrigins {k in STATIONS}:
    sum {(k,j) in LINKS} x[k,j] = 1;
NoSubtour {(j,k) in LINKS: j > 1 and k > 1}:
    U[j] - U[k] + N*x[j,k] <= N-1;

```

Anexo 3. Modelo del agente viajero con capacidad (reformulación lineal) en AMPL.

```

set STATIONS;
set LINKS within (STATIONS cross STATIONS);
set CAP;

param supply {STATIONS} >= 0; # bikes available at STATIONS
param demand {STATIONS} >= 0; # bikes required at STATIONS

check: sum {i in STATIONS} supply[i] >= sum {j in STATIONS} demand[j];

param dist {LINKS} >= 0; # distance btw stations

var U{STATIONS} >= 0 integer;
var x{(i,j) in LINKS} binary;
var z{(i,j) in LINKS, CAP} binary;
var r{(i,j) in LINKS} >= 0;

param N := card(STATIONS);

minimize Total_Distance:
    sum {(i,j) in LINKS} dist[i,j] * x[i,j];

subject to

FlowBalance {k in STATIONS}:
    supply[k] + sum {(i,k) in LINKS} r[i,k]
    >= demand[k] + sum {(k,j) in LINKS} r[k,j];

DefinitionRij {(i,j) in LINKS}:
    r[i,j] = sum {l in CAP} 1 * z[i,j,l];

MaxOfZ {(i,j) in LINKS}:
    sum {l in CAP} z[i,j,l] - x[i,j] = 0;

```

InitialCap {k in STATIONS: k > 1}:
 $r[1,k] \leq supply[1]$

AllDestinations {k in STATIONS}:
 $\sum \{(i,k) \text{ in LINKS}\} x[i,k] = 1;$

AllOrigins {k in STATIONS}:
 $\sum \{(k,j) \text{ in LINKS}\} x[k,j] = 1;$

NoSubtour {(j,k) in LINKS: j > 1 and k > 1}:
 $U[j] - U[k] + N * x[j,k] \leq N - 1;$