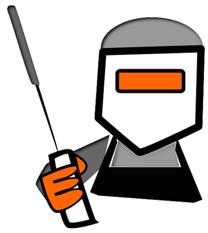
26. Varillas



Tenemos N varillas de longitudes $l_1, \ldots, l_N$ y precios $c_1, \ldots, c_N$ enteros, que no se pueden cortar. Se desea soldar algunas de ellas para obtener una varilla de longitud total L. Y estamos interesados en resolver cada uno de los siguientes problemas:

1. Indicar si es posible o no obtener la varilla deseada soldando algunas de las varillas dadas.
2. Calcular el número total de maneras de obtener la varilla deseada soldando algunas de las varillas dadas, sin que importe el orden de soldadura.
3. Calcular el número mínimo de varillas necesarias para obtener la varilla deseada.
4. Calcular el mínimo coste posible necesario para obtener la varilla deseada.

Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Para cada caso, primero aparece el número N (entre 1 y 1.000) de varillas y la longitud L de la varilla a formar (entre 1 y 1.000). A continuación aparecen N líneas con la descripción de cada varilla: su longitud y su coste (todos ellos números entre 1 y 1.000).

Salida

Para cada caso de prueba, si es posible formar la varilla deseada, se escribirá `SI` seguido de las respuestas a los otros tres problemas: el número total de maneras de obtener tal varilla, el número mínimo de varillas a utilizar y el mínimo coste necesario. Si no es posible formar la varilla, se escribirá simplemente `NO`.

Entrada de ejemplo

```
4 50
10 25
20 15
30 40
40 75
3 10
1 30
2 60
3 90
```

Salida de ejemplo

```
SI 2 2 55
NO
```

Autor: Alberto Verdejo.

27. Inserción de paréntesis

Sea un alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ con la siguiente "tabla de multiplicación" (donde cada fila corresponde al símbolo izquierdo y cada columna al derecho; por ejemplo, $ab = b$, $ba = c$, etc.):

	a	b	c
a	b	b	a
b	c	b	a
c	a	c	c

Nótese que dicha multiplicación no es asociativa ni conmutativa.

Dada una cadena $x = x_1\ x_2\ \ldots\ x_n$ de caracteres de Σ, queremos determinar si es posible insertar paréntesis en x de forma que el valor de la expresión resultante sea a. Por ejemplo, si $x = bbbba$, la respuesta debe ser *sí* dado que $(b(bb))(ba) = (bb)c = bc = a$.

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, siendo cada uno de ellos una cadena de entre 1 y 100 caracteres del alfabeto Σ.

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir `SI` si es posible insertar paréntesis para conseguir una a y `NO` en caso contrario.

Entrada de ejemplo

```
bbbba
bacb
abccba
```

Salida de ejemplo

```
SI
NO
SI
```

Autor: Alberto Verdejo.

28. Inserción de paréntesis 2

Sea un alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ con la siguiente "tabla de multiplicación" (donde cada fila corresponde al símbolo izquierdo y cada columna al derecho; por ejemplo, $ab = b$, $ba = c$, etc.):

	a	b	c
a	b	b	a
b	c	b	a
c	a	c	c

Nótese que dicha multiplicación no es asociativa ni conmutativa.

Dada una cadena $x = x_1\ x_2\ \ldots\ x_n$ de caracteres de Σ, queremos calcular el *número de formas* de insertar paréntesis en x de forma que el valor de la expresión resultante sea a. Por ejemplo, si $x = babaa$, la respuesta debe ser 4 dado que $(ba)((ba)a) = (b(a(ba)))a = ((b(ab))a)a = ((ba)(ba))a = a$.

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, siendo cada uno de ellos una cadena de entre 1 y 100 caracteres del alfabeto Σ..

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir el número de formas diferentes de insertar paréntesis para conseguir una a. Como este número puede llegar a ser muy grande, se calculará módulo 1.000.000.007.

Entrada de ejemplo

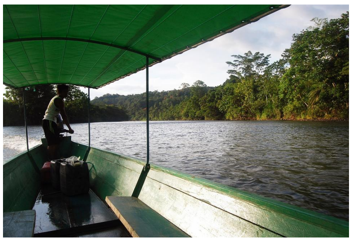
```
babaa
bacb
bbbba
abccba
```

Salida de ejemplo

```
4
0
6
14
```

Autor: Alberto Verdejo.

29. De aventura por el Amazonas



India Nayons quiere planificar una aventurilla por el Amazonas. A lo largo del río hay una serie de poblados indígenas, cuyos habitantes, al observar el creciente auge del turismo rural, han ideado un sistema de alquiler de canoas. En cada poblado se puede alquilar una canoa, la cual puede devolverse en cualquier otro poblado que esté a favor de la corriente.

Consultando por Internet los costes de alquileres entre poblados, India ha constatado que el coste del alquiler desde un poblado i hasta otro j puede resultar mayor que el coste total de una serie de alquileres más breves. En tal caso, es más rentable devolver la primera canoa en alguna aldea k entre i y j, y seguir camino en una segunda canoa, sin ninguna penalización por cambiar de canoa.

¿Sabrías calcular el coste mínimo de un viaje en canoa desde todos los posibles puntos de partida i hasta todos los posibles puntos de llegada j?

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba. Cada uno comienza con una línea con el número N de poblados (al menos 2, y no más de 200). A continuación aparece la información sobre los alquileres. Esta consta de $N - 1$ líneas: la primera tiene $N - 1$ valores, que representan el coste del alquiler de una canoa para viajar del primer poblado a cada uno de los demás a favor de la corriente; la segunda tiene $N - 2$ valores, que representan los costes de los alquileres desde el segundo poblado a todos los demás a favor de la corriente (el tercero, el cuarto, etc.); y así hasta que la última línea tiene un único valor que representa el coste del alquiler de una canoa desde el penúltimo poblado al último. Todos los costes son números entre 1 y 1.000.000.

Salida

Para cada caso de prueba se deben escribir $N - 1$ líneas, con el coste mínimo de cada posible viaje. La primera línea contendrá $N - 1$ valores, que representarán el coste mínimo de un plan de viaje que comienza en el primer poblado y termina en cada uno de los siguientes a favor de la corriente; la segunda línea contendrá $N - 1$ valores que representarán los costes mínimos para viajar desde el segundo poblado a todos los demás a favor de la corriente; etc.

Entrada de ejemplo

```
5
3 10 30 90
5 20 15
10 8
4
```

Salida de ejemplo

```
3 8 18 16
5 15 13
10 8
4
```

Autor: Alberto Verdejo.

31. Mejor no llevar muchas monedas

Mario tiene un cofre lleno de monedas que le han ido dando sus abuelos cuando les visita. Hace poco se ha pasado por su tienda favorita de juguetes y ha visto un coche teledirigido que le ha encantado. Preguntó el precio y ahora quiere saber si tiene monedas suficientes para poder comprárselo. Como tendrá que llevar las monedas en el bolsillo y en el camino pasará por una zona poco recomendable, quiere que se note lo menos posible que lleva ahí el dinero, por lo que quiere pagar con el menor número de monedas.

Mario ha clasificado las monedas por su valor y ha contado cuántas monedas tiene de cada tipo. ¿Puedes ayudarle a averiguar si puede pagar *de forma exacta* el precio del coche y en ese caso cuántas monedas de cada tipo debería llevar para que el número total de monedas sea lo más pequeño posible?

Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Para cada caso, primero aparece el número N (entre 1 y 100) de tipos diferentes de monedas que Mario tiene. A continuación aparecen dos líneas con N enteros cada una: la primera con los valores de las monedas de cada tipo y la segunda con la cantidad de monedas que tiene de cada uno de esos tipos, en el mismo orden (todos ellos números entre 1 y 1.000). Por último, aparece una línea con el precio del coche (un número entre 1 y 10.000).

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea que comience por `SI` seguido del número de monedas de cada tipo a utilizar (en el orden en el que aparecen en la entrada), si es posible pagar el precio del coche; o que contenga la palabra `NO`, en caso contrario. Si existen varias soluciones que utilicen el mínimo número de monedas posibles, se podrá escribir cualquiera de ellas.

Entrada de ejemplo

```
4
1 5 10 50
10 2 5 4
260
3
1 10 100
3 2 2
114
3
15 10 5
2 2 2
20
```

Salida de ejemplo

```
SI 0 2 5 4
NO
SI 1 0 1
```

Autor: Alberto Verdejo.

32. El carpintero Ebanisto

El carpintero *Ebanisto* ha recibido el encargo de cortar un tablón en varios trozos que han sido previamente marcados sobre la madera. El esfuerzo de cortar un tablón de madera en dos es el doble de su longitud.

Ebanisto se ha dado cuenta de que el orden en el que realice los cortes en el tablón influye en el esfuerzo empleado. Por ejemplo, supongamos que un tablón de 10 metros de longitud tiene que cortarse a 3, 6 y 8 metros de uno de los extremos. Una posibilidad sería cortar primero por la marca de los 3 metros, luego por la marca de los 6 metros y finalmente por la de 8 metros, lo que le costaría a Ebanisto un esfuerzo total de $2*10+2*7+2*4=42$. Sin embargo, si corta primero por la marca del 6, después por la del 3 y finalmente por la del 8, entonces le costaría un esfuerzo de $2*10+2*6+2*4=40$.

¿Puedes ayudar a Ebanisto a averiguar en qué orden cortar el tablón por las marcas para minimizar el esfuerzo realizado?

Entrada

La entrada constará de varios casos de prueba. La primera línea de cada caso contendrá dos números positivos: L (entre 10 y 1.000.000), que representa la longitud del tablón que debemos cortar; y N (entre 1 y 500), que indica el número de cortes que se deben realizar. La siguiente línea contendrá N números positivos c_i ($0 < c_i < L$), que determinan los puntos en los que se deben realizar los cortes, dados en orden creciente.

La entrada termina con `0 0`.

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir el mínimo esfuerzo que debe realizar Ebanisto para realizar todos los cortes.

Entrada de ejemplo

```
10 3
3 6 8
20 4
8 10 15 17
0 0
```

Salida de ejemplo

```
40
88
```

Autor: Alberto Verdejo.

33. La mejor división

La división de números reales no es asociativa. Por ejemplo, si queremos calcular el valor de la expresión 3 / 1 / 2, colocando paréntesis de la forma (3 / 1) / 2 obtemos el valor 1.5, mientras que si colocamos los paréntesis de la forma 3 / (1 / 2) obtenemos como resultado un 6.

Dada una expresión como la siguiente, ¿sabes cómo deberían colocarse los paréntesis para obtener el mayor valor posible?

$$x_1 \ / \ x_2 \ / \ x_3 \ / \ \dots \ / \ x_{n-1} \ / \ x_n$$

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, ocupando cada uno de ellos dos líneas. La primera línea contiene un entero N (entre 1 y 100) que representa el número de divisores. La segunda línea contiene los N divisores, números enteros entre 1 y 100. Los enteros de la entrada deben entenderse como números reales al igual que la división.

La entrada termina con un caso donde N es 0 que no debe procesarse.

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir una línea con la expresión con paréntesis que permita obtener el mayor valor, donde no haya ninguna ambigüedad en el orden en el que hay que realizar las divisiones pero no aparezcan paréntesis de más. En caso de que existan varias soluciones, se escribirá aquella que hace que el número de operandos en el numerador (de cualquier división) sea menor.

Entrada de ejemplo

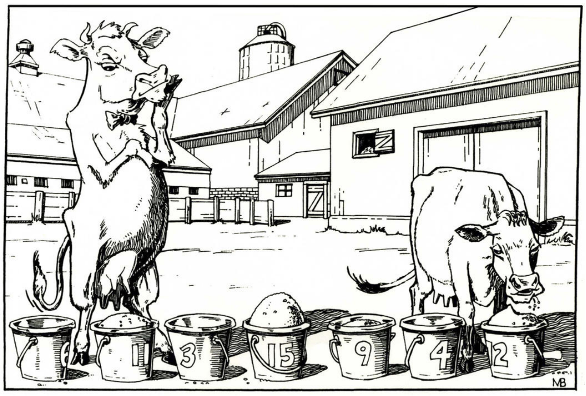
```
3
3 1 2
4
2 7 1 9
4
1 1 1 1
0
```

Salida de ejemplo

```
3/(1/2)
(2/7)/(1/9)
1/(1/(1/1))
```

Autor: Alberto Verdejo.

34. Las vacas pensantes



Los humanos no tienen ni idea de en qué pensamos las vacas. Nos veis descansando a la sombra de un árbol, sin preocuparnos de los problemas del mundo y suponéis que no tenemos nada entre oreja y oreja. Pero estáis equivocados, pensamos mucho en los problemas que nos importan, como cuándo será la siguiente comida.

A mi jefe, el granjero Sancho, le gusta ponernos retos. Antes de ordeñarnos, coloca una hilera de cubos con diferentes cantidades de comida y elige dos vacas. Estas deben alternarse para comer y cada una, en su turno, debe elegir uno de los cubos de los extremos, comerse su contenido y retirarlo. Así hasta que se acaban los cubos.

Cuando me emparejan con mi compañera *Devoradora* ella siempre sigue la misma estrategia: comer el cubo de los extremos que tenga mayor cantidad. Yo solía elegir al azar, pero con ella suelo quedarme hambrienta. Y aunque el hambre puede sacar lo mejor de nosotros, no quiero que vuelva a ocurrir. ¿Puedes ayudarme a calcular cuánto puedo comer como máximo si me toca empezar a comer y me enfrento a *Devoradora*?

Entrada

La entrada estará compuesta por varios casos de prueba, cada uno ocupando dos líneas. La primera línea contiene el número N (entre 1 y 1.000) de cubos. La segunda línea contiene N enteros diferentes entre 1 y 10.000, que representan las cantidades de comida en los N cubos según están colocados de izquierda a derecha.

La entrada termina con un caso sin cubos, que no debe procesarse.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con la cantidad máxima que puede comer nuestra amiga si le toca empezar a comer y se enfrenta a *Devoradora*.

Entrada de ejemplo

```
4
8 7 1 4
4
2 4 15 5
7
6 11 3 15 9 4 12
0
```

Salida de ejemplo

```
12
17
35
```

Autor: Alberto Verdejo.

35. Cine romántico a raudales

A *Dinamique Cinema* no le gustan las películas de terror tanto como a su hermana Deborah; ella prefiere el apasionado cine romántico. Y está de suerte, porque aprovechando el comienzo de la primavera, la filmoteca ha organizado un maratón de cine romántico: durante 24 horas se proyectarán películas (todas diferentes) en las diversas salas disponibles.

Dinamique ya se ha hecho con el folleto con la programación completa donde aparecen todas las películas que se van a proyectar durante el maratón; junto con el título, nombre del director, sala de proyección y otros datos de interés, se indica la hora de comienzo y duración de la película.

¿Puedes ayudar a Dinamique a planificar su maratón de cine, teniendo en cuenta que su único objetivo es estar viendo películas durante el mayor tiempo posible?

Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Cada uno comienza con una línea con el número N de películas que se proyectarán ($0 < N \leq 1.000$). A continuación aparecerán N líneas con la información de cada película: la hora de comienzo dentro del día de proyección, en el formato `HH:MM`, y la duración en minutos de la película. Ninguna película acabará más allá de las 12 de la noche.

La entrada terminará con un caso sin películas, que no debe procesarse.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el máximo tiempo, medido en minutos, que Dinamique Cinema puede estar viendo películas, suponiendo que siempre necesita 10 minutos libres (para comprar palomitas, cambiar de sala, etc.) entre película y película.

Entrada de ejemplo

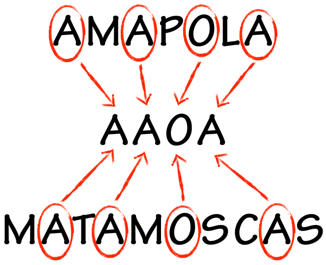
```
3
11:00 90
12:30 90
12:45 60
3
11:00 90
12:45 60
11:00 180
2
12:00 80
20:00 80
0
```

Salida de ejemplo

```
150
180
160
```

Autor: Alberto Verdejo.

36. Subsecuencia común más larga



Si a una secuencia X de elementos (pongamos por ejemplo, caracteres) le quitamos algunos de ellos y dejamos los que quedan en el orden en el que aparecían originalmente tenemos lo que se llama una *subsecuencia* de X. Por ejemplo, `AAOA` es una subsecuencia de la secuencia `AMAPOLA`.

El término también se aplica cuando quitamos todos los elementos (es decir la secuencia vacía es siempre subsecuencia de cualquier secuencia) o cuando no quitamos ninguno (lo que significa que cualquier secuencia es siempre subsecuencia de sí misma).

Dadas dos secuencias X e Y, decimos que Z es una *subsecuencia común* de X e Y si Z es subsecuencia de X y de Y. Por ejemplo, si $X =$ `AMAPOLA` e $Y =$ `MATAMOSCAS`, la secuencia `AAOA` es una de las subsecuencias comunes a X e Y *más larga*, con longitud 4, ya que no hay ninguna subsecuencia común a X e Y de longitud mayor que 4. También son subsecuencias comunes de longitud 4 `MAOA` o `AMOA`.

Lo que queremos es encontrar una de las subsecuencias comunes más largas de dos secuencias de caracteres dadas.

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, estando cada uno de ellos formado por una línea en la que aparecen dos cadenas no vacías (de no más de 1.000 caracteres de la `A` a la `Z`) separadas por un espacio.

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir una de las subsecuencias comunes más largas de las dos cadenas leídas. Si existen varias subsecuencias igual de buenas, valdrá cualquiera de ellas.

Entrada de ejemplo

```
AMAPOLA MATAMOSCAS
AAA BBBB
ATAMOS MATAMOSCAS
```

Salida de ejemplo

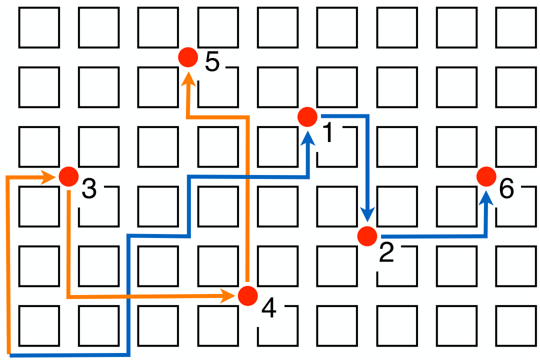
```
AAOA

ATAMOS
```

Autores: Alberto Verdejo y Marco Antonio Gómez Martín.

37. Yincana 2015

En la zona residencial de *Concursolandia* organizan una yincana todos los años. Los concursantes, por parejas, recorren en orden una serie de puntos, repartidos por la urbanización, donde jueces que velan por el buen funcionamiento del concurso plantean una serie de acertijos a los concursantes, según van llegando. Como en muchas yincanas, los acertijos están encadenados: es imposible acertar uno si no se han recogido las pistas proporcionadas al resolver los acertijos planteados en todos los puntos anteriores (con un número menor).

El complejo residencial está formado por una serie de parcelas muy bien alineadas y separadas mediante avenidas horizontales (de este a oeste) o calles verticales (de norte a sur), como muestra el dibujo. Los puestos de control (círculos rojos) se encuentran en intersecciones entre calles. Los concursantes, que comienzan en la esquina inferior izquierda de la urbanización con pistas para resolver el primer acertijo, para alcanzar un punto tienen que caminar por estas calles, de la forma en la que decidan, pero no pueden atravesar por medio de parcelas. Los concursantes, para no perturbar en exceso a los vecinos, siempre van a la misma velocidad y tardan exactamente 1 minuto en ir de una intersección a la siguiente en horizontal o vertical. Gana el concurso el equipo que menos tiempo emplee en resolver todos los acertijos.



Mica y Dina forman pareja, pero tienen claro que ir siempre juntas les perjudica, y que podrían ganar tiempo si cada una sigue una ruta distinta, comunicándose por móvil las pistas según las vayan recibiendo para que la otra pueda avanzar. Al proponérselo a los jueces, estos no tienen claro si supone demasiada ventaja o si de permitirlo se llenaría el barrio de chicos pululando, por lo que imponen una restricción más: si optan por separarse, en todo momento solamente una de ellas podrá estar caminando y la otra deberá estar parada en un punto de control (o en el comienzo).

¿Cuál es el menor tiempo que necesitan Mica y Dina para resolver todos los acertijos respetando todas estas restricciones?

Entrada

La entrada comienza con un entero que indica el número de casos de prueba que vendrán a continuación. Cada caso comienza con el número N (entre 1 y 500) de puntos de control que forman la yincana. A continuación aparecen N líneas cada una con dos enteros que indican la avenida y la calle en los que se encuentran cada uno de estos puntos, en el orden en el que deben ser visitados. Todos los puntos están en intersecciones diferentes, y ninguno está en el punto de salida. Tanto las avenidas como las calles están numeradas desde 0 hasta 10.000. Los concursantes parten siempre de la intersección (0,0), pero este punto no se contabiliza dentro de los N a visitar.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá el mínimo tiempo necesario para ganar la yincana, si se compite por parejas y se siguen las restricciones impuestas por los jueces.

Entrada de ejemplo

```
2
6
4 5
2 6
3 1
1 4
5 3
3 8
2
4 4
6 6
```

Salida de ejemplo

```
29
12
```

Autor: Alberto Verdejo.