

# TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN AVANZADA

## Práctica 1

Universidad Europea Madrid  
Álvaro Farreny Boixader

## Contenido

Ejercicio 1 .....	3
Manteniendo los dos bucles <b>for</b> , realizar las modificaciones <b>mínimas</b> necesarias en el código de <b>es Neutralizada_v1</b> para que simplemente funcione de manera correcta.....	3
Tras los cambios anteriores, esNeutralizada_v1 será correcta, pero no será una versión eficiente. Se pide entonces implementar en <b>esNeutralizada_v2</b> una versión más eficiente en tiempo para resolver el problema.....	3
Implementar en <b>esNeutralizada_DyV</b> una versión que siga la estrategia “Divide y Vencerás” para resolver el problema. ....	4
Calcular la complejidad de las tres funciones. Aplicar los correspondientes sumatorios y reducciones para argumentar y demostrar el resultado alcanzado. ....	5
Resta .....	5
esNeutralizada_v1.....	6
esNeutralizada_v2.....	7
Comparar las complejidades obtenidas, y argumentar cuál de las tres versiones sería la mejor. ....	8
Ejercicio 2 .....	9
Primera Parte.....	9
Segunda Parte.....	9
Ejercicio 3 .....	10

## Ejercicio 1

Manteniendo los dos bucles `for`, realizar las modificaciones **mínimas** necesarias en el código de `esNeutralizada_v1` para que simplemente funcione de manera correcta.

```
private static int[][] resta (int[][] m1, int[][] m2){  
  
    int[][] resultado = new int[m1.length][m1.length];  
  
    for (int fila=0; fila < resultado.length; fila++)  
        for (int col=0; col < resultado[fila].length; col++)  
            resultado[fila][col] = m1[fila][col] - m2[fila][col];  
  
    return resultado;  
}
```

```
// CORREGIR esta función  
public static boolean esNeutralizada_v1 (int[][] m1, int[][] m2) {  
    boolean neutraliza = true;  
    int[][] matrizResta = resta(m1, m2);  
  
    for (int fila = 0; fila < m1.length; fila++) {           // No editar esta línea  
        for (int col = 0; col < m1[fila].length; col++) {    // No editar esta línea  
            if(neutraliza == true)  
                if (fila==col)  
                    if (matrizResta[fila][col] == 1)  
                        neutraliza = true;  
                    else  
                        neutraliza = false;  
                else  
                    if (matrizResta[fila][col] == 0)  
                        neutraliza = true;  
                    else  
                        neutraliza = false;  
            }  
        }  
    }  
    return neutraliza;  
}
```

Tras los cambios anteriores, `esNeutralizada_v1` será correcta, pero no será una versión eficiente. Se pide entonces implementar en `esNeutralizada_v2` una versión más eficiente en tiempo para resolver el problema.

```
public static boolean esNeutralizada_v2 (int[][] m1, int[][] m2) {  
    int[][] matrizResta = resta(m1, m2);  
  
    for (int fila = 0; fila < m1.length; fila++) {           // No editar esta línea  
        for (int col = 0; col < m1[fila].length; col++) {    // No editar esta línea  
            if (fila == col) {  
                if (matrizResta[fila][col] != 1)  
                    return false;  
            } else {  
                if (matrizResta[fila][col] != 0)  
                    return false;  
            }  
        }  
    }  
    return true; // sentencia insertara para poder compilar  
}
```

Implementar en `esNeutralizada_DyV` una versión que siga la estrategia “Divide y Vencerás” para resolver el problema.

```
public static boolean esNeutralizada_DyV (int[][] m1, int[][] m2) {
    if (esIdentidad_DyV(m1) != esIdentidad_DyV(m2)) {
        return false;
    } else {
        return true;
    }
}

public static boolean esIdentidad_DyV (int[][] matriz) {
    return esIdentidad_DyV2(matriz, 0, matriz.length-1);
}

private static boolean esIdentidad_DyV2 (int[][] matriz, int inicio, int fin) {
    if(inicio == fin) {
        return comprobar(matriz, inicio);
    } else {
        int mitad = (inicio + fin)/2;
        boolean x = esIdentidad_DyV2(matriz, inicio, mitad);
        boolean y = esIdentidad_DyV2(matriz, mitad+1, fin);
        if(x == false) {
            return false;
        } else if (y == false) {
            return false;
        } else {
            return true;
        }
    }
}

private static boolean comprobar (int[][] matriz, int inicio){
    if(matriz[inicio][inicio] == 1) {
        for(int i=0; i<matriz.length; i++) {
            if(i!= inicio) {
                if(matriz[inicio][i] != 0) {
                    return false;
                }
            }
        }
    } else {
        return false;
    }
    return true;
}
```

No es exactamente como se debería hacer, además tiene algún error y no sale el resultado correcto pero lo que he hecho ha sido comprar si son identidad y si las dos son debería salir true y si no lo son false, pero me salen todo el rato false así que no lo se.

Calcular la complejidad de las tres funciones. Aplicar los correspondientes sumatorios y reducciones para argumentar y demostrar el resultado alcanzado. Primero calculamos la complejidad de la función resta ya que la vamos a utilizar durante todo nuestro programa:

#### Resta

<i><b>Función</b></i>	<i><b>Resultado del calculo</b></i>
<pre>int[][] resultado = new int[m1.length][m1.length];</pre>	Al ser un valor que estamos calculando y ser una resta, cogemos un 1.
<pre>for (int col=0; col &lt; resultado[filas].length; col++)     resultado[filas][col] = m1[filas][col] - m2[filas][col];</pre>	<p>Esto es igual a:</p> $1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + 1 + 1 \right) + 1$ <p>Primero, cambiamos el sumatorio y le sumamos 1 arriba y 1 abajo</p> $2 + \left( \sum_{k=1}^n 3 \right)$ <p>El sumatorio de un valor constante es igual al valor que tiene encima ese sumatorio, por tanto:</p> $2 + (3n)$
<pre>for (int fila=0; fila &lt; resultado.length; fila++)     for (int col=0; col &lt; resultado[filas].length; col++)         resultado[filas][col] = m1[filas][col] - m2[filas][col];</pre>	$1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + (2 + 3n) + 1 \right) + 1$ <p>Solucionamos primero el sumatorio y simplificamos los valores de su interior</p> $2 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 4 + 3n \right)$ <p>Resolvemos el sumatorio sumando 1 arriba y 1 abajo</p> $2 + \left( \sum_{k=1}^n 4 + 3n \right)$ <p>La suma de este sumatorio es lo mismo que:</p> $2 + \left( \sum_{k=1}^n 4 \right) + \left( \sum_{k=1}^n 3n \right)$ $2 + 4n + 3n^2$

Una vez tenemos ya calculado el tiempo del for, calculamos el tiempo total de la función.

<pre>int[][] resultado = new int[m1.length][m1.length];</pre>	<pre>for (int fila=0; fila &lt; resultado.length; fila++)</pre>	<pre>return resultado;</pre>
1	$2 + 4n + 3n^2$	1

Por tanto, sumamos los valores y obtenemos el resultado del tiempo de ejecución y el orden

$$T(\text{resta}) = 3n^2 + 4n + 4$$

$$O(n^2)$$

Una vez calculada la función resta, pasamos a calcular el apartado a de nuestro problema, la función v1.

esNeutralizada\_v1

E	<pre>if (matrizResta[filas][col] == 0)     neutraliza = true; else     neutraliza = false;</pre>	Los ifs se cogen siempre el valor máximo de tiempo de ejecución, es decir, el peor de los casos. $1 + \text{Max}(1) = 1+1 = 2$
F	<pre>if (matrizResta[filas][col] == 1)     neutraliza = true; else     neutraliza = false;</pre>	Los ifs se cogen siempre el valor máximo de tiempo de ejecución, es decir, el peor de los casos. $1 + \text{Max}(1) = 1+1 = 2$
D	<pre>if (filas==col)     if (matrizResta[filas][col] == 1)         neutraliza = true;     else         neutraliza = false; else     if (matrizResta[filas][col] == 0)         neutraliza = true;     else         neutraliza = false;</pre>	Como podemos ver, ahora tenemos de nuevo un if con los dos if calculados anteriormente. Por tanto: $1 + \text{Max}(t(e) + t(f)) = 1 + \text{Max}(2, 2) = 1+2 = 3$
C	<pre>if(neutraliza == true)     if (filas==col)         if (matrizResta[filas][col] == 1)             neutraliza = true;         else             neutraliza = false;     else         if (matrizResta[filas][col] == 0)             neutraliza = true;         else             neutraliza = false;</pre>	De nuevo, tenemos un if por tanto: $1 + \text{Max}(D) = 1 + \text{Max}(3) = 1+4 = 5$
B	<pre>for (int col = 0; col &lt; m1[filas].length; col++) {     if(neutraliza == true)         if (filas==col)             if (matrizResta[filas][col] == 1)                 neutraliza = true;             else                 neutraliza = false;         else             if (matrizResta[filas][col] == 0)                 neutraliza = true;             else                 neutraliza = false; }</pre>	Calculamos el for con todo el cuerpo que tiene dentro que es nuestra C. Por tanto, obtenemos: $1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + (5) + 1 \right) + 1$ Resolvemos el sumatorio y simplificamos su interior $2 + \left( \sum_{k=1}^n 7 \right)$ <b>2+7n</b>

A	<pre> for (int fila = 0; fila &lt; m1.length; fila++) {     for (int col = 0; col &lt; m1[fila].length; col++) {         if (neutraliza == true)             if (fila==col)                 if (matrizResta[fila][col] == 1)                     neutraliza = true;                 else                     neutraliza = false;             else                 if (matrizResta[fila][col] == 0)                     neutraliza = true;                 else                     neutraliza = false;         }     } } </pre>	<p>Calculamos por último el ultimo for para resolver la parte central de nuestra función.</p> $1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + (2 + 7n) + 1 \right) + 1$ $1 + \left( \sum_{k=1}^n 4 + 7n \right) + 1$ <p>La suma de este sumatorio es lo mismo que:</p> $2 + \left( \sum_{k=1}^n 4 \right) + \left( \sum_{k=1}^n 7n \right)$ $2 + 4n + 7n^2$
---	---	--

Una vez tenemos ya calculado el tiempo del for, calculamos el tiempo total de la función.

boolean neutraliza = true;	int[][] matrizResta = resta(m1, m2);	for (int fila = 0; fila < m1.length; fila++)	return neutraliza;
1	$2 + 4n + 3n^2$	$2 + 4n + 7n^2$	1

Sumamos todos los valores obtenidos:

$$T(\text{esNeutraliza\_v1}) = 10n^2 + 8n + 6$$

$$O(n^2)$$

Calculamos ahora el tiempo de ejecución y el orden de la siguiente función

esNeutralizada\_v2

E	<pre> if (matrizResta[fila][col] != 1)     return false; </pre>	<p>Los ifs se cogen siempre el valor máximo de tiempo de ejecución, es decir, el peor de los casos.</p> $1 + \text{Max}(1) = 1 + 1 = 2$
D	<pre> if (matrizResta[fila][col] != 0)     return false; </pre>	<p>Los ifs se cogen siempre el valor máximo de tiempo de ejecución, es decir, el peor de los casos.</p> $1 + \text{Max}(1) = 1 + 1 = 2$
C	<pre> if (fila == col) {     if (matrizResta[fila][col] != 1)         return false; } else {     if (matrizResta[fila][col] != 0)         return false; } </pre>	<p>Los ifs se cogen siempre el valor máximo de tiempo de ejecución, es decir, el peor de los casos.</p> $1 + \text{Max}(E, D) = 1 + \text{MAX}(2, 2) = 3$
B	<pre> for (int col = 0; col &lt; m1[fila].length; col++) {     if (fila == col) {         if (matrizResta[fila][col] != 1)             return false;     } else {         if (matrizResta[fila][col] != 0)             return false;     } } </pre>	<p>Calculamos el for con todo el cuerpo que tiene dentro que es nuestra C.</p> <p>Por tanto, obtenemos:</p> $1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + (3) + 1 \right) + 1$ <p>Resolvemos el sumatorio y simplificamos su interior</p>

		$2 + \left( \sum_{k=1}^n 5 \right)$ $2+5n$
A	<pre>for (int fila = 0; fila &lt; m1.length; fila++) {     for (int col = 0; col &lt; m1[fila].length; col++) {         if (fila == col) {             if (matrizResta[fila][col] != 1)                 return false;         } else {             if (matrizResta[fila][col] != 0)                 return false;         }     } }</pre>	<p>Calculamos por último el ultimo for para resolver la parte central de nuestra función.</p> $1 + \left( \sum_{k=0}^{n-1} 1 + (2 + 5n) + 1 \right) + 1$ $1 + \left( \sum_{k=1}^n 4 + 5n \right) + 1$ <p>La suma de este sumatorio es lo mismo que:</p> $2 + \left( \sum_{k=1}^n 4 \right) + \left( \sum_{k=1}^n 5n \right)$ $2 + 4n + 5n^2$

Una vez tenemos ya calculado el tiempo del for, calculamos el tiempo total de la función.

int[][] matrizResta = resta(m1, m2);	for (int fila = 0; fila < m1.length; fila++)	Return true
$2 + 4n + 3n^2$	$2 + 4n + 5n^2$	1

$$T(\text{esNeutraliza\_v2}) = 8n^2 + 8n + 5$$

$$O(n^2)$$

Comparar las complejidades obtenidas, y argumentar cuál de las tres versiones sería la mejor.

La que sería mejor en todos los casos es la de Divide y vencerás ya que gracias a ese algoritmo podemos dividir el problema en subproblemas de menor complejidad y solucionarlo todo a la vez en un menor tiempo gracias a la recursividad. Al no tener bien el ejercicio 3, no he calculado la complejidad ya que no me saldría correctamente.



## Ejercicio 2

### Primera Parte

Implementar una función que utilizando la estrategia de “Divide y Vencerás”, determine si dos arrays de números enteros son uno el inverso del otro.

```
public static void main(String[] args) {
    int a1 [] = {1,2,3,4,5,6,7,8,9};
    int a2 [] = {9,8,7,6,5,4,3,2,1};

    int inicioarr1 = 0;
    int finarr1 = (a1.length-1);

    int inicioarr2 = 0;
    int finarr2 = (a2.length-1);

    System.out.println(calcular(a1, a2, inicioarr1, inicioarr2, finarr1, finarr2));
}
```

```
public boolean calcular(int arr1[], int arr2[], int i1, int i2, int f1, int f2) {
    if (arr1.length != arr2.length) { //comprobamos longitudes
        return false;
    } else if (i1==f1 && i2==f2){ // caso cuando el inicio del primero sea igual al final es decir tamaño 1:1
        return arr1[i1] == arr2[f2]; //hacemos la comparacion y si es true sera correcta y si no false
    } else {
        if (arr1[i1] == arr2[f2]) { //recursividad
            return calcular(arr1, arr2, i1+1, i2, f1, f2-1);
        } else {
            return false;
        }
    }
}
```

### Segunda Parte

Calcular razonadamente su complejidad, detallando las reducciones o sumatorios necesarios para su desarrollo, y comparar el resultado con el que obtendríamos si aplicásemos una estrategia iterativa tradicional.

CASO BASE		
A	<pre>if (arr1.length != arr2.length) {     return false; }</pre>	$T(A) = T(\text{cond}) + T(\text{cuerpo})$ , por tanto, $T(A) = 1 + 1 = 2$
B	<pre>} else if (i1==f1 &amp;&amp; i2==f2){ //     return arr1[i1] == arr2[f2];</pre>	$T(B) = T(\text{cond}) + T(\text{cuerpo})$ , por tanto, $T(B) = 1 + 1 = 2$
De estos dos ifs, cogemos el valor máximo por tanto, $\text{MAX}(A, B) = 2$		
CASO GENERAL		
C	<pre>} else {     if (arr1[i1] == arr2[f2]) { //recursividad         return calcular(arr1, arr2, i1+1, i2, f1, f2-1);     } else {         return false;     } }</pre>	<p>Al ser el caso general, tenemos que obtener el valor de a,b,k.</p> <p>A = el numero de veces que llamamos a la función recursiva dentro de nuestro cuerpo, <b>A=1</b></p> <p>B = el numero por el q sustraes el problema, en nuestro caso, <b>B=1</b></p> <p>K= resolver el general como si no hubiese recursividad. Por tanto, obtenemos dos ifs.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>T(c1) = 1+1 = 2</math></li><li>• <math>T(c2) = 1+1 = 2</math></li><li>• <math>\text{MAX}(c1, c2) = 2</math></li></ul>

		Por tanto, $O(1)$ y como tenemos que obtener el valor de $k$ , $O(1 * n^0) \rightarrow k=0$
Una vez tenemos $a, b, k$ utilizamos la fórmula para obtener la recursividad. Como $a = 1$ , $O(n^{k+1})$ por lo que $O(n)$		

### Ejercicio 3

$$H(K) = H_1(K) + (c \cdot H_2(K))$$

$$H_1(K) = K \bmod N$$

$$H_2(K) = 3 - (K \bmod 3)$$

0	
1	27
2	30
3	
4	2
5	12
6	16

$N=7$

$$H(16) = 2 + (0 \cdot 2) = 2$$

$$H(16) = 2 + (1 \cdot 2) = 4$$

$$H(16) = 2 + (2 \cdot 2) = 6$$

$$H(12) = 5 + (0 \cdot 3) = 5$$

$$H(27) = 6 + (0 \cdot 3) = 6$$

$$H(27) = 6 + (1 \cdot 3) = 9$$

$$H(27) = 6 + (2 \cdot 3) = 12$$

$$H(27) = 6 + (3 \cdot 3) = 15$$

Si introducimos el siguiente valor, va a superar el factor de carga del 80%. Por tanto, redimensionamos la tabla para poder introducir más valores.

$$N \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$$

Siguiente número primo es el 17, por lo que  $N=17$ .

Calculamos los valores y lo insertamos en la tabla:

$$H(30) = 13 + (0 \cdot 3) = 13$$

$$H(2) = 2 + (0 \cdot 1) = 2$$

$$H(16) = 16 + (0 \cdot 2) = 16$$

$$H(12) = 12 + (0 \cdot 3) = 12$$

$$H(27) = 10 + (0 \cdot 3) = 10$$

$$H(29) = 12 + (0 \cdot 1) = 12$$

$$H(29) = 12 + (1 \cdot 1) = 13$$

$$H(29) = 12 + (2 \cdot 1) = 14$$

0	
1	
2	2
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	27
11	
12	12
13	30
14	29
15	
16	16