

# UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

## FACULTAD DE INGENIERÍA



### 71.14 - Modelos y Optimización I

#### TRABAJO PRÁCTICO

2° cuatrimestre 2020

Apellido y Nombre	Padrón	Mail
Iribarren, Álvaro	101049	airibarren@fi.uba.ar
Mendiola, Franco	95195	fmendiola@fi.uba.ar
Sallis, Nicolás	87236	nsallis@fi.uba.ar
Desuque, Leandro	95836	ldesuque@fi.uba.ar
Cáceres, Julieta	96454	jcaceres@fi.uba.ar

# Análisis previo

Tenemos que organizar el trabajo para 3 días. Tenemos 20 empleados disponibles y 3 tareas a realizar:

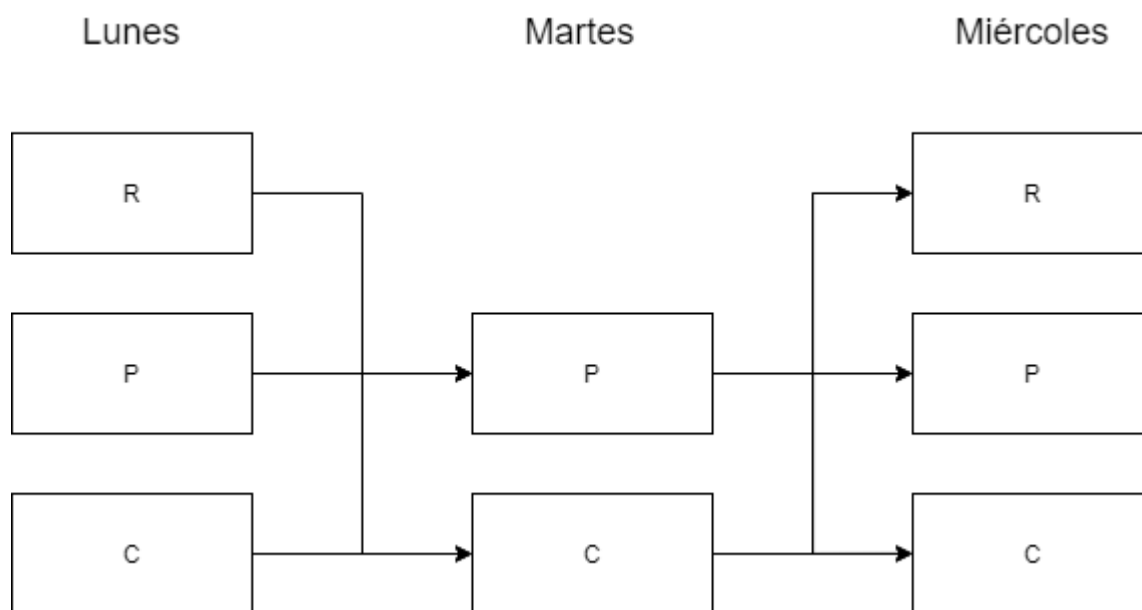
R: Recibir mercadería

P: Preparar pedidos

C: Cargar ofertas

Aquellos empleados que rotan de una tarea son más eficientes. Como en ningún momento hablamos de ingresos, la tarea a realizar es minimizar los costos.

A continuación se deja un esquema de cómo se ejecutan las rotaciones.



Tenemos que decidir qué empleados asignar a qué tareas:

- no se pueden juntar empleados que tengan personalidades conflictivas
- no se puede dejar una tarea sin empleados
- debe haber un empleado de cada categoría trabajando en el día, sin importar la tarea.

## Objetivo

Determinar un plan de producción para reducir los costos y cumplir con el mínimo de las tareas en un período determinado.

## Hipótesis y supuestos

- No tenemos inflación por lo que se pueden considerar precios constantes.
- No tenemos pérdidas ni errores de producción.
- Todo recurso no mencionado no es limitante

- Todos los trabajadores pueden hacer las tareas y tardan lo mismo.
- Puede que haya rotaciones como puede que no.
- Puede que un empleado no trabaje un día.
- Si el empleado trabaja, entonces trabajará un total de 8 horas por día y se les paga lo mismo.
- Los empleados pueden completar más unidades que las que indica la tabla. Los valores son la mínima tarea a realizar.
- Todo empleado que haya tenido un descanso el día previo será más eficiente.
- Un empleado es asignado a una tarea por la totalidad del día. No puede tener un día en el que haga 2 tareas distintas.
- Las personas tienen un único tipo de categoría.
- Aquellas personas sin observaciones se llevan bien con todas las demás.
- En el caso en que 2 personas se lleven mal, puede que elija a uno o puede que no elija a ninguno para realizar la tarea.
- Todos los trabajadores están disponibles en caso de ser llamados.
- Las situaciones de conflicto no varían.
- A los trabajadores se les paga lo mismo independientemente de la tarea que realicen.
- El costo de reemplazo de una persona no varía según el día. Es decir, se le paga lo mismo si realiza la tarea R el lunes que si la realiza el martes.

## Variables

### Rotaciones

i: perteneciente a {R,P,C}

j: perteneciente a {L,M,W}

- $E_j$ : cantidad de empleados que trabajaron el día j.
- $E_{ij}$ : Cantidad de empleados asignados a la tarea "i" en el día "j". [empleados/periodo]
- $ER_{ij}$ : Cantidad de empleados que provienen de una tarea distinta o de un día de descanso (es decir que son más eficientes) asignados a realizar la tarea "i" en el día "j". [empleados/periodo]
- $ENR_{ij}$ : Cantidad de empleados que no rotaron (es decir que NO son más eficientes) asignados a realizar la tarea "i" en el día "j". [empleados/periodo]
- $ER_L R_M$ : Empleados que recibieron mercadería el lunes y el martes. Análogo para los demás trabajos y los demás días.
- $U_{ij}$ : cantidad de unidades realizadas en la tarea i el día j.
- $YP[n, i1, j1, i2, j2]$ : 1 si la persona n trabajo en la tarea i1 en el día j1 y en la tarea i2 en el día j2.

## Grupos

- $P_{nij}$ : 1 si se elige a la persona  $n$  para la tarea  $i$  en el día  $j$ , 0 en caso contrario. Variable bivalente. perteneciente a  $\{1, \dots, 20\}$ .
- $P_{nj}$ : 1 si se elige a la persona  $n$  en el día  $j$ , 0 en caso contrario. Variable bivalente. perteneciente a  $\{1, \dots, 20\}$ .
- $P_n$ : cantidad de veces que el empleado  $n$  trabajó. Variable entera. Puede valer entre 0 y 3. 0 si no trabaja ningún día, 3 si trabaja todos.
- $C_{kj}$ : cantidad de personas de categoría  $k$  trabajando en el día  $j$ .
- $C_{kij}$ : cantidad de personas de categoría  $k$  trabajando en la tarea  $i$  el día  $j$ .  $k$  pertenece  $\{1, 4\}$ . Variable entera.
- $Y_{kij}$ : 1 si se elige al menos una persona de categoría  $k$ , 0 en caso contrario. Variable bivalente.

## Modelo

### Rotaciones

- Cantidad mínima de unidades a realizar por día.  
 $U_{RL} \geq 2200$  unidades/día  
 $U_{RW} \geq 2600$  unidades/día  
 $U_{PL} \geq 1000$  pedidos/día  
 $U_{PM} \geq 1200$  pedidos/día  
 $U_{PW} \geq 1112$  pedidos/día  
 $U_{CL} \geq 1624$  unidades/día  
 $U_{CM} \geq 3200$  unidades/día  
 $U_{CW} \geq 1664$  unidades/día
- Disponibilidad máxima de empleados por día.  
 $E_L = E_{RL} + E_{PL} + E_{CL} \leq 20$  [empleados]  
 $E_M = E_{RM} + E_{PM} + E_{CM} \leq 20$  [empleados]  
 $E_{RM} = 0$   
 $E_W = E_{RW} + E_{PW} + E_{CW} \leq 20$  [empleados]
- Relación empleados eficientes-ineficientes el lunes  
 $E_{RL} = ER_{RL} \quad \text{-----} > \quad ENR_{RL} = 0$   
 $E_{PL} = ER_{PL} \quad \text{-----} > \quad ENR_{PL} = 0$   
 $E_{CL} = ER_{CL} \quad \text{-----} > \quad ENR_{CL} = 0$
- Relación empleados eficientes-ineficientes martes y miércoles  
 $E_{PM} = ER_{PM} + ENR_{PM}$

$$E_{CM} = ER_{CM} + ENR_{CM}$$

$$E_{RW} = ER_{RW} + ENR_{RW}$$

$$E_{PW} = ER_{PW} + ENR_{PW}$$

$$E_{CW} = ER_{CW} + ENR_{CW}$$

- Relación producción del día y empleados

#### Lunes

$$U_{RL} [\text{unidades/día}] = 1.1 E_{RL} * 800$$

$$U_{PL} [\text{pedidos/día}] = 1.1 E_{PL} * 160$$

$$U_{CL} [\text{unidades/día}] = 1.1 E_{CL} * 480$$

#### Martes

$$U_{PM} [\text{pedidos/día}] = 1.1 ER_{PM} * 160 + ENR_{PM} * 160 = 160(1.1ER_{PM} + ENR_{PM})$$

$$U_{CM} [\text{unidades/día}] = 1.1 ER_{CM} * 480 + ENR_{CM} * 480 = 480(1.1ER_{CM} + ENR_{CM})$$

#### Miércoles

$$U_{RW} [\text{unidades/día}] = ER_{RW} * 800 * 1.1 + ENR_{RW} * 800 = 800 (1.1ER_{RW} + ENR_{RW})$$

$$U_{PW} [\text{unidades/día}] = ER_{PW} * 160 * 1.1 + ENR_{PW} * 160 = 160 (1.1ER_{PW} + ENR_{PW})$$

$$U_{CW} [\text{unidades/día}] = ER_{CW} * 480 * 1.1 + ENR_{CW} * 480 = 480 (1.1ER_{CW} + ENR_{CW})$$

- La producción es nula aquellos días que no se trabaja.

$$U_{NL} [\text{unidades/día}] = 0$$

$$U_{NM} [\text{pedidos/día}] = 0$$

$$U_{NW} [\text{pedidos/día}] = 0$$

$$U_{RM} [\text{unidades/día}] = 0$$

- Relación entre la tarea realizada en un día con el siguiente.  
(Declaro YP y E con ambas tareas en ambos días)

$$2 * YP[n, i1, j1, i2, j2] \leq P[n, i1, j1] + P[n, i2, j2] \leq 1 + YP[n, i1, j1, i2, j2]$$

$$E_{i1, j1, i2, j2} = \sum_{n=1}^{20} YP_{n, i1, j1, i2, j2}, \text{ siendo } i1, j1, i2, j2 \text{ todas las combinaciones de tareas}(i)/\text{día}$$

- Los que no trabajan en la tarea R el día martes no toman distinción entre rotados y no rotados.

$$E_{RM} = ER_{RM} = ENR_{RM} = 0$$

- Los que no trabajan no toman distinción entre rotados y no rotados.

$$E_{NL} = ER_{NL} = ENR_{NL}$$

$$E_{NM} = ER_{NM} = ENR_{NM}$$

$$E_{NW} = ER_{NW} = ENR_{NW}$$

- Relación cantidad total de empleados por día

$$E_L + E_{NL} = 20$$

$$E_M + E_{NM} = 20$$

$$E_W + E_{NW} = 20$$

- Relación entre empleados a trabajar en una tarea en un cierto día con la tarea que realizaron antes. Primero los rotados.

#### **Martes**

$$ER_{PM} = E_{RLPM} + E_{CLPM} + E_{NLPM}$$

$$ER_{CM} = E_{RLCM} + E_{PLCM} + E_{NLCM}$$

#### **Miércoles**

$$ER_{RW} = E_{PMRW} + E_{CMRW} + E_{NMRW}$$

$$ER_{PW} = E_{CMPW} + E_{NMPW}$$

$$ER_{CW} = E_{PMCW} + E_{NMCW}$$

#### **No rotados**

##### **Martes**

$$ENR_{PM} = E_{PLPM}$$

$$ENR_{CM} = E_{CLCM}$$

##### **Miércoles**

$$ENR_{RW} = 0$$

$$ENR_{PW} = E_{PMPW}$$

$$ENR_{CW} = E_{CMCW}$$

## **Grupos**

- Cada día no pueden trabajar más de 20 empleados.

$$E_L = \sum_{n=1}^{20} P_{niL} \leq 20$$

$$E_M = \sum_{n=1}^{20} P_{niM} \leq 20$$

$$E_W = \sum_{n=1}^{20} P_{niW} \leq 20$$

- Relación entre cantidad de cada carácter con las personas:  
Lo hago solo para la tarea R. Idem para las demás.

## Lunes

$$C_{1PL} = P_{1PL} + P_{5PL} + P_{9PL} + P_{13PL} + P_{17PL}$$

$$C_{2PL} = P_{2PL} + P_{6PL} + P_{10PL} + P_{14PL} + P_{18PL}$$

$$C_{3PL} = P_{3PL} + P_{7PL} + P_{11PL} + P_{15PL} + P_{19PL}$$

$$C_{4PL} = P_{4PL} + P_{8PL} + P_{12PL} + P_{16PL} + P_{20PL}$$

$$Y_{1PL} \leq C_{1PL} \leq 5Y_{1PL}$$

$$Y_{2PL} \leq C_{2PL} \leq 5Y_{2PL}$$

$$Y_{3PL} \leq C_{3PL} \leq 5Y_{3PL}$$

$$Y_{4PL} \leq C_{4PL} \leq 5Y_{4PL}$$

## Martes

$$C_{1PM} = P_{1PM} + P_{5PM} + P_{9PM} + P_{13PM} + P_{17PM}$$

$$C_{2PM} = P_{2PM} + P_{6PM} + P_{10PM} + P_{14PM} + P_{18PM}$$

$$C_{3PM} = P_{3PM} + P_{7PM} + P_{11PM} + P_{15PM} + P_{19PM}$$

$$C_{4PM} = P_{4PM} + P_{8PM} + P_{12PM} + P_{16PM} + P_{20PM}$$

$$Y_{1PM} \leq C_{1PM} \leq 5Y_{1PM}$$

$$Y_{2PM} \leq C_{2PM} \leq 5Y_{2PM}$$

$$Y_{3PM} \leq C_{3PM} \leq 5Y_{3PM}$$

$$Y_{4PM} \leq C_{4PM} \leq 5Y_{4PM}$$

## Miércoles

$$C_{1PW} = P_{1PW} + P_{5PW} + P_{9PW} + P_{13PW} + P_{17PW}$$

$$C_{2PW} = P_{2PW} + P_{6PW} + P_{10PW} + P_{14PW} + P_{18PW}$$

$$C_{3PW} = P_{3PW} + P_{7PW} + P_{11PW} + P_{15PW} + P_{19PW}$$

$$C_{4PW} = P_{4PW} + P_{8PW} + P_{12PW} + P_{16PW} + P_{20PW}$$

$$Y_{1PW} \leq C_{1PW} \leq 5Y_{1PW}$$

$$Y_{2PW} \leq C_{2PW} \leq 5Y_{2PW}$$

$$Y_{3PW} \leq C_{3PW} \leq 5Y_{3PW}$$

$$Y_{4PW} \leq C_{4PW} \leq 5Y_{4PW}$$

- Personalidades conflictivas no pueden trabajar juntos en ninguna tarea y en ningún día.

1 y 20

Lunes

$$P_{1RL} + P_{20RL} \leq 1$$

$$P_{1PL} + P_{20PL} \leq 1$$

$$P_{1CL} + P_{20CL} \leq 1$$

Martes

$$P_{1PM} + P_{20PM} \leq 1$$

$$P_{1CM} + P_{20CM} \leq 1$$

Miércoles

$$P_{1RW} + P_{20RW} \leq 1$$

$$P_{1PW} + P_{20PW} \leq 1$$

$$P_{1CW} + P_{20CW} \leq 1$$

3 y 6

Lunes

$$P_{3RL} + P_{6RL} \leq 1$$

$$P_{3PL} + P_{6PL} \leq 1$$

$$P_{3CL} + P_{6CL} \leq 1$$

Martes

$$P_{3PM} + P_{6PM} \leq 1$$

$$P_{3CM} + P_{6CM} \leq 1$$

Miércoles

$$P_{3RW} + P_{6RW} \leq 1$$

$$P_{3PW} + P_{6PW} \leq 1$$

$$P_{3CW} + P_{6CW} \leq 1$$

9 y 10

Lunes

$$P_{9RL} + P_{10RL} \leq 1$$

$$P_{9PL} + P_{10PL} \leq 1$$



$$P_{9CL} + P_{10CL} \leq 1$$

Martes

$$P_{9PM} + P_{10PM} \leq 1$$

$$P_{9CM} + P_{10CM} \leq 1$$

Miércoles

$$P_{9RW} + P_{10RW} \leq 1$$

$$P_{9PW} + P_{10PW} \leq 1$$

$$P_{9CW} + P_{10CW} \leq 1$$

- Cada día debe haber un empleado de cada categoría

Categoría 1

$$C_{1L} = C_{1RL} + C_{1PL} + C_{1CL} \geq 1$$

$$C_{1M} = C_{1PM} + C_{1CM} \geq 1$$

$$C_{1W} = C_{1RW} + C_{1PW} + C_{1CW} \geq 1$$

Categoría 2

$$C_{2L} = C_{2RL} + C_{2PL} + C_{2CL} \geq 1$$

$$C_{2M} = C_{2PM} + C_{2CM} \geq 1$$

$$C_{2W} = C_{2RW} + C_{2PW} + C_{2CW} \geq 1$$

Categoría 3

$$C_{3L} = C_{3RL} + C_{3PL} + C_{3CL} \geq 1$$

$$C_{3M} = C_{3PM} + C_{3CM} \geq 1$$

$$C_{3W} = C_{3RW} + C_{3PW} + C_{3CW} \geq 1$$

Categoría 4

$$C_{4L} = C_{4RL} + C_{4PL} + C_{4CL} \geq 1$$

$$C_{4M} = C_{4PM} + C_{4CM} \geq 1$$

$$C_{4W} = C_{4RW} + C_{4PW} + C_{4CW} \geq 1$$

- Persona solo realiza una tarea por día

Para todo n perteneciente a {1,...,20}

$$P_{nL} = P_{nRL} + P_{nPL} + P_{nCL} \leq 1$$

$$P_{nM} = P_{nRM} + P_{nPM} + P_{nCM} \leq 1$$

$$P_{nW} = P_{nRW} + P_{nPW} + P_{nCW} \leq 1$$

- Cantidad de veces que el empleado  $n$  trabajó en el período.

$$P_n = P_{nL} + P_{nM} + P_{nM}, \text{ para todo } n \text{ perteneciente a } \{1, \dots, 20\}$$

- Relación entre la cantidad de empleados y los días que trabajan las personas

$$E_j = \sum_{n=1}^{20} P_{nj}$$

Funcional

Grupos

$$MIN \rightarrow Z = \sum_{n=1}^{20} P_n * Costo(n)$$