Estadística I. EST-133

Alvaro Chirino Gutierrez

10/10/2020

Contents

Primer parcial (9 pts) **2**

Tarea 1 (1pt) 2

Tarea 2 (2pts) 2

Tarea 3 (2pts) 3

Tarea 4 (2pts) 3

Primer parcial (2 pts) 4

Distribuciones discretas (6 pts) **4**

Tarea 1. (2 pts, 29 oct) 4

Tarea 2. (2 pts, 29 oct) 4

Tarea 3. (2 pts, 29 oct) 4

Distribuciones continuas (6 pts) **4**

Tarea 1 (2 pts, 17 nov) 4

Tarea 2 (2 pts, 17 nov) 4

Tarea 3 (2 pts, 17 nov) 4

Primer parcial (9 pts)

Tarea 1 (1pt)

En 2020 de un grupo de 30 trabajadores, existen 15 obreros que tienen un salario de 2000 Bs, 10 técnicos tienen un salario de 4000 Bs. y 5 gerentes un salario de 7000 Bs. Para 2021 se decide darles un incremento de 500 Bs a todos, más un incremento del 15% sobre su salario del 2020. ¿Cuál es el promedio de salario de estos trabajadores para la gestión 2021?

Solución, la información $N = 30$, sabemos $N_{obreros} = 15$, $\bar{x}_{obreros} = 2000$, $N_{tec} = 10$, $\bar{x}_{tec} = 4000$ y $N_{gerentes} = 5$ y $\bar{x}_{gerentes} = 7000$. Es necesario calcular el salario global para 2020.

$$\bar{x}_{2020} = \frac{2000 * 15 + 4000 * 10 + 7000 * 5}{30} = 3500$$

Por propiedades de la media para 2021.

$$\bar{x}_{2021} = \bar{x}_{2020} * 1.15 + 500 = 3500 * 1.15 + 500 = 4525$$

Tarea 2 (2pts)

1. Una compañía de seguros cree que las personas se pueden dividir en dos clases: aquellas que son propensos a los accidentes y los que no lo son. Las estadísticas de la empresa muestran que una persona propensa a accidentes tendrá un accidente en algún momento dentro de un año fijo período con probabilidad 0.6, mientras que esta probabilidad disminuye a 0.25 para una persona que no es propenso a sufrir accidentes. Si asumimos que el 20 por ciento de la población es propensa a accidentes, ¿cuál es la probabilidad de que un nuevo asegurado tenga un accidente dentro de un año de la compra de una póliza?

Solución, sean los eventos PA : persona propensa a accidentes y $\sim PA$ = persona no propensa a accidentes, A : persona se accidenta y $\sim A$: persona no se accidenta.

Como información se tiene $P(A/PA) = 0.6$, $P(A/\sim PA) = 0.25$ $P(PA) = 0.2$ y $P(\sim PA) = 0.8$. Se pide $P(A) =?$. Se emplea el teorema de la probabilidad total, tomando como partición los eventos PA y $\sim PA$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(PA) * P(A/PA) + P(\sim PA) * P(A/\sim PA) \\ &= 0.2 * 0.6 + 0.8 * 0.25 = 0.32 \end{aligned}$$

---

2. Se conduce una investigación detallada de accidentes aéreos. La probabilidad de que un accidente por falla estructural sea detectado es de 0.98 y la probabilidad de que un accidente que no se debe a una falla estructural se identifique en forma incorrecta como un accidente producido por ese tipo de falla es de 0.1. Si el 20 por ciento de los accidentes aéreos se deben a fallas estructurales, determine la probabilidad de que un accidente aéreo, identificado como falla estructural, se haya producido realmente por ese tipo de falla.

Solución, sean los eventos F : Accidente con falla estructural $\sim F$: Accidente sin falla estructural, C : El accidente se detecta de forma correcta y $\sim C$: El accidente no se detecta de forma correcta.

La información, $P(C/F) = 0.98$, $P(\sim C/\sim F) = 0.1$, $P(F) = 0.2$ y $P(\sim F)$. Se pide $P(F/C)$.

$$P(F/C) = \frac{P(F) * P(C/F)}{P(C)} = \frac{0.2 * 0.98}{0.2 * 0.98 + 0.8 * 0.9} = \frac{0.196}{0.916} = 0.214$$

Tarea 3 (2pts)

Se tiene un grupo de 10 parejas de casados, de estas se toma una muestra de forma aleatoria de 4 personas. Calcule la probabilidad para los siguientes eventos:

a) se escojan dos parejas de casados
b) las 4 personas seleccionadas provienen de 4 parejas distintas

Solución, como información tenemos que el grupo es de $N = 20$ personas (10 parejas) y se toma una muestra de $n = 4$ personas. El espacio muestral tiene un tamaño de $\#\Omega = \binom{20}{4} = 4845$.

Para a), tenemos:

$$P(a) = \frac{\binom{10}{2}}{4845} = \frac{45}{4845} = 0.0093$$

Para b), tenemos:

$$P(b) = \frac{2 * 2 * 2 * 2 * \binom{10}{4}}{4845} = \frac{3360}{4845} = 0.69$$

Tarea 4 (2pts)

1. Sea la función: $f(x) = x/6 + k$, definida en $0 < x < 2$. Encuentre el valor de k para que esta sea una función de densidad.

Solución, para ser una función de densidad se debe cumplir $\int_{Rx} f(x)dx = 1$. Así:

$$1 = \int_0^2 \frac{x}{6} + kdx = \left(\frac{x^2}{12} + kx\right)_0^2 = \frac{4}{12} + 2k = \frac{1}{3} + 2k$$

$$2k + \frac{1}{3} = 1$$

$$k = \frac{1}{3}$$

---

2. Del ejercicio anterior obtener la esperanza matemática

Solución, la función de densidad es:

$$f(x) = \frac{x}{6} + \frac{1}{3};\ 0 < x < 2$$

Así:

$$E[X] = \int_0^2 x\left(\frac{x}{6} + \frac{1}{3}\right)dx = \int_0^2 \left(\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3}\right)dx = \left(\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{6}\right)_0^2$$

$$= \frac{8}{18} + \frac{4}{6} = \frac{8+12}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$$

Primer parcial (2 pts)

Un cierto instrumento diagnostica una cierta enfermedad del corazón con 97% de precisión cuando se aplica a aquellas personas que tiene la enfermedad y aquellas que no tienen la enfermedad. Si se sabe que 5 de cada 10000 personas de una cierta población tienen la enfermedad en cuestión, calcule la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad dado que la prueba indica que él la tiene.

Distribuciones discretas (6 pts)

Tarea 1. (2 pts, 29 oct)

Mediante una demostración, encontrar la varianza de una variable aleatoria de tipo Poisson

---

Tarea 2. (2 pts, 29 oct)

Sea X una variable aleatoria, tal que; X~Binomial(n,p). Si E[X]=20 y V(X)=4. Encontrar el valor de n y p

---

Tarea 3. (2 pts, 29 oct)

Un determinado antibiótico se envía a las farmacias en cajas de 24 botellas. El farmacéutico sospecha que la cantidad de antibiótico en algunos frascos es deficiente y decide analizar el contenido de 4 frascos elegidos de forma aleatoria. Suponga que 7 de las 24 botellas tienen cantidad deficiente de antibióticos. a) Encuentre la probabilidad de que ninguno de los frascos analizados tenga una cantidad deficiente de antibióticos b) Encuentre la probabilidad de que exactamente uno de los frascos analizados tenga una cantidad deficiente de antibióticos

---

Distribuciones continuas (6 pts)

Tarea 1 (2 pts, 17 nov)

Demostrar el valor de la esperanza para la distribución Gamma

---

Tarea 2 (2 pts, 17 nov)

El tiempo de vida (en años) de un componente electrónico se distribuye de forma exponencial con parámetro 1/20. Determinar la probabilidad que el componente dure más de 10 años.

Tarea 3 (2 pts, 17 nov)

Los pesos de 150 estudiantes están normalmente distribuidos con media 64 kg y desviación estándar de 10 kg. Encuentre: a) el número de alumnos que pesan más de 70 kg b) el número de alumnos que pesan entre 60 y 75 kg

---