Solucionario: Final, Estadística I.

Alvaro Chirino Gutierrez

23/6/2020

Contents

Tema 1

Pregunta 1

Dada la siguiente serie de edades de un grupo de personas: 25, 30, 52, 42, 28, 42, 23, 51, 51, 56, 48, 59, 55, 49, 40. Después de 15 años, las personas mayores de 60 años fallecieron, ¿cuál es el valor de la media?

- 50.25
- 50.69
- 43.40
- 47.86 (correcto)
- 62.12

Solución, los casos que quedan son 40, 45, 57, 43, 57, 38, 55, por lo tanto la media es $\bar{X}_{+15} = 47.86$

Dada la siguiente tabla de distribución de peso en kilogramos de 79 estudiantes

Li	Ls	fi
30	40	7
40	50	11
50	60	8
60	70	13
70	80	14
80	90	4
90	100	9
100	110	13

Pregunta 2

Encontrar el cuantil 13. Q_{13}

- 92.50
- 42.97 (Correcto)
- 30.45
- 52.01
- 39.52

```
## [1] 42.97273
```

Solución, el cuantil 13 es $Q_{13} = 42.97$

Pregunta 3

Que puede decir acerca de la asimetría:

- Simétrica
- Asimétrica negativa
- Asimétrica positiva (Correcta)
- Falta información
- Ninguna de las alternativas

```
## [1] 0.05727467
```

Solución, $As = 0.0573$ es asimétrica positiva

Tema 2 y 3.

Pregunta 1

Una urna contiene 15 bolas, otra urna contiene 14 bolas. Una bola es seleccionada de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad que las bolas sean del mismo color?. La estructura de las urnas es:

- (Urna 1) Blancas: 6, Negras: 7, Rojas: 2.
- (Urna 2) Blancas: 2, Negras: 2, Rojas: 10

Solución, sean los eventos B1=Bola Blanca seleccionada de la urna 1, N1=Bola Negra seleccionada de la urna 1 y R1=Bola Roja seleccionada de la urna 1, de manera análoga para la urna 2.

$$P(MismoColor) = P((B1 \cap B2) \cup (N1 \cap N2) \cup (R1 \cap R2))$$

Por ser eventos mutuamente excluyentes y por independencia entre las urnas.

$$= P(B1 \cap B2) + P(N1 \cap N2) + P(R1 \cap R2) = P(B1)P(B2) + P(N1)P(N2)P(R1)P(R2)$$

$$= \frac{6}{15}\frac{2}{14} + \frac{7}{15}\frac{2}{14} + \frac{2}{15}\frac{10}{14} = 0.2190$$

Pregunta 2

Un niño desayuna leche descremada o leche natural, con probabilidad 0.35 y 0.65 respectivamente. 20% de las veces que toma leche descremada le genera molestias estomacales, mientras que el 10% de las veces que toma leche natural le genera molestias estomacales. Si el niño tiene molestias estomacales un día en particular ¿Cuál es la probabilidad que haya tomado leche descremada?

Solución, sean los eventos LD = leche descremanda y LN = leche Natural y $M = Molestias$, entonces, $P(LD) = 0.35$ $P(LN) = 0.65$, $P(M/LD) = 0.2$ y $P(M/LN) = 0.1$

Por Bayes,

$$P(LD/M) = \frac{P(LD)P(M/LD)}{P(M)}$$

Por el teorema de la probabilidad total

$$P(M) = P(LD) * P(M/LD) + P(LN) * P(M/LN) = 0.35 * 0.2 + 0.65 * 0.1 = 0.135$$

Asi,

$$P(LD/M) = \frac{0.35 * 0.2}{0.135} = 0.5185$$

Pregunta 3

Sea la función generatriz de momentos de una va X, Encontrar la varianza.

$$M_x(t) = \frac{25}{25 - t^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

- 0
- 0.0800 (correcto)
- 0.0064
- 0.2828

- 0.3722

Solución,

$$E(X) = \frac{dM_x(t=0)}{dt} = \frac{-25*(-2t)}{(25-t^2)^2} = \left(\frac{50t}{(25-t^2)^2}\right)_{t=0} = 0$$

$$E[X^2] = \frac{d^2M_x(t=0)}{d^2t} = \left(\frac{-150t^2-1250}{t^6-75t^4+1875t^2-15625}\right)_{t=0} = \frac{1250}{15625} = 0.08$$

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 = 0.08$$

Tema 4 y 5.

Pregunta 1

Supongamos que hay 900 errores de impresión distribuidos aleatoriamente en un libro de 1100 páginas. Encuentre la varianza de los errores en 10 páginas dadas del libro.

1. 0.8181
2. 0.7881
3. 8.1818
4. 0.5050
5. Ninguna

Solución,

a) Sea la variable X =Errores en 10 páginas, así, $X \sim P(\lambda = (900/1100) * 10 = 8.1818)$, se pide $V(X)$.

Por propiedades de la Poisson $V(X) = \lambda = 8.1818$

Pregunta 2

El tiempo en minutos que tarda en atender una cajera en un banco tiene distribución exponencial con $E[X] = 16$. Un cliente con mucha prisa llega donde la cajera, ¿Cuál es la probabilidad de que la cajera tarde exactamente 8 minutos en atenderla?

1. 0
2. 0.4723
3. 0.3934
4. 0.6065
5. Ninguna

Solución, como $E[X] = 1/\lambda$, entonces, $X \sim exp(\lambda = 1/16)$. Se pide $P(X = 8)$ que para distribuciones continuas $P(X = c) = 0$ para cualquier constante c, ya que la probabilidad para lo continuo es el área debajo de la curva de densidad.

Pregunta 3

Los alturas de 1500 estudiantes están normalmente distribuidos con media 165 cm y desviación estándar de 17. Encuentre el número de alumnos que miden entre 157 cm y 169:

- 275
- 0.275
- 413
- 833
- 675

Solución, sea $X \sim N(\mu = 165, \sigma = 17)$. Para encontrar el número de estudiantes debemos aproximarnos por $P(157 < X < 169)$, Así:

$$P(157 < X < 169) = P(\frac{157-165}{17} < Z < \frac{169-165}{17}) = P(-0.4705 < Z < 0.2353) = \phi(0.24) - \phi(-0.47) =$$

$$= 0.5948 - 0.3192 = 0.2756$$

Para tener el número estimado de estudiantes $0.2756 * 1500 = 413.4 = 413$