Solucionario: Parcial 3. Estadística I.

Alvaro Chirino Gutierrez

22/7/2020

Contents

Distribuciones discretas

(BINOMIAL)

1a.

Si $X \sim Binomial(n, p)$, tal que $E[X] = 6$ y $V(X) = 2.4$, determinar: $P(X = 3)$ ## 1b. Si $X \sim Binomial(n, p)$, tal que $E[X] = 6$ y $V(X) = 2.4$, determinar: $P(X = 5)$

1. 0.25
2. 0.20
3. 0.04
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, $E[X] = np = 6$, $V(X) = np(1-p) = 2.4 = 6 * (1-p)$, así $p = 0.6$ y $n = 6/0.6 = 10$. Así $X \sim Binomial(n = 10, p = 0.6)$

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} 0.6^3 0.4^7 = 0.04246 = 0.04$$
$$P(X = 5) = \binom{10}{5} 0.6^5 0.4^5 = 0.2006 = 0.20$$

(Geométrica)

2a.

Una persona se compra un boleto de lotería cada mes, se conoce que en cada sorteo participan 100 boletos de lotería, calcule la probabilidad que esta persona gane la lotería durante el primer año

2b.

Una persona se compra un boleto de lotería cada mes, se conoce que en cada sorteo participan 100 boletos de lotería, calcule la probabilidad que esta persona gane la lotería durante el primer semestre

1. 0.01
2. 0.07
3. 0.12
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, $X \sim G(p = 1/100)$

Ganar durante el primer año:

$$P(X < 12) = P(X \leq 11) = P(X = 0) + \ldots + P(X = 11) = \sum_{x=0}^{11} 0.01 * 0.99^x = 0.1136 = 0.11$$

Se toma como válida en esta pregunta la opción Ninguna y 0.12

Ganar durante el primer semestre:

$$P(X < 6) = P(X \leq 5) = P(X = 0) + \ldots + P(X = 5) = \sum_{x=0}^{5} 0.01 * 0.99^x == 0.0585 = 0.06$$

Se toma como válida en esta pregunta la opción Ninguna y 0.07

(Hipergeométrica)

3a.

Un determinado antibiótico se envía a las farmacias en cajas de 30 botellas. El farmacéutico sospecha que la cantidad de antibiótico en algunos frascos es deficiente y decide analizar el contenido de 6 frascos. Suponga que 10 de las 30 botellas tienen cantidad deficiente de antibióticos. ¿Cuál es la probabilidad que ninguno de los frascos analizados tenga una cantidad deficiente? ## 3b. Un determinado antibiótico se envía a las farmacias en cajas de 20 botellas. El farmacéutico sospecha que la cantidad de antibiótico en algunos frascos es deficiente y decide analizar el contenido de 5 frascos. Suponga que 10 de las 20 botellas tienen cantidad deficiente de antibióticos. ¿Cuál es la probabilidad que ninguno de los frascos analizados tenga una cantidad deficiente?

1. 0.065
2. 0.016
3. 0.047
4. Ninguna
5. Falta información

Solución:

a) Sea $X \sim H(N = 30, n = 6, r = 20)$, se pide $P(X = 6)$.

$$P(X = 6) = \frac{\binom{20}{6}\binom{10}{0}}{\binom{30}{6}} = 0.0652 = 0.065$$

b) Sea $X \sim H(N = 20, n = 5, r = 10)$, se pide $P(X = 5)$.

$$P(X = 5) = \frac{\binom{10}{5}\binom{10}{0}}{\binom{20}{5}} = 0.0162 = 0.016$$

(Poisson)

4a.

Supongamos que hay 600 errores de impresión distribuidos aleatoriamente en un libro de 1100 páginas. Encuentre la probabilidad de que una página dada contenga ningún error

4b.

Supongamos que hay 600 errores de impresión distribuidos aleatoriamente en un libro de 700 páginas. Encuentre la probabilidad de que una página dada contenga a lo sumo 1 error

1. 0.1437
2. 0.8957
3. 0.7881
4. Ninguna
5. Falta información

Solución,

a) Sea $X \sim P(\lambda = 600/1100)$, se pide $P(X = 0)$.

$$P(X = 0) = \frac{e^{-600/1100}(600/1100)^0}{0!} = 0.5795$$

b) Sea $X \sim P(\lambda = 600/700)$, se pide $P(X \leq 1)$.

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{e^{-600/700}(600/700)^0}{0!} + \frac{e^{-600/700}(600/700)^1}{1!} = 0.7881$$

Distribuciones continuas

(Uniforme)

1a.

La clase de un profesor esta programada para comenzar a las 10:00 am; pero él comienza su clase en un tiempo X que tiene distribución uniforme en el intervalo de 9:55 am. a 10:15 am. ¿Cuál es la probabilidad de que él comience su clase entre las 10:10 y las 10:15.

1b.

La clase de un profesor esta programada para comenzar a las 10:00 am; pero él comienza su clase en un tiempo X que tiene distribución uniforme en el intervalo de 9:55 am. a 10:15 am. ¿Cuál es la probabilidad de que él comience su clase entre las 10:00 y las 10:10

1. 0.30
2. 0.25
3. 0.50
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, si definimos a las 9:55 como el punto inicial $a = 0$, entonces $b = 20$, así, $X \sim U(0, 20)$.

a) $P(15 < X < 20) = F(20) - F(15) = \frac{20}{20} - \frac{15}{20} = 0.25$
b) $P(5 < X < 15) = F(15) - F(5) = \frac{15}{20} - \frac{5}{20} = 0.5$

(Exponencial)

2a.

El número de años que un radio funciona tiene distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/8$. Si Carlos compra un radio, ¿Cuál es la probabilidad de que dicha radio funcione más de 6 años?

2b.

El número de años que un radio funciona tiene distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/8$. Si Carlos compra un radio, ¿Cuál es la probabilidad de que dicha radio funcione más de 4 años?

1. 0.368
2. 0.472
3. 0.606
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, sea $X \sim exp(\lambda = 1/8)$

a) $P(X \geq 6) = 1 - P(X < 6) = 1 - F(6) = 1 - (1 - e^{-0.125*6}) = 0.47236 = 0.472$
b) $P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - F(4) = 1 - (1 - e^{-0.125*4}) = 0.60653 = 0.606$

(Normal)

3a.

La duración de un cierto componente eléctrico esta normalmente distribuido con media 850 y desviación estándar de 45 días. Calcular la probabilidad de que el componente dure entre 800 y 900 días.

3b.

La duración de un cierto componente eléctrico esta normalmente distribuido con media 850 y desviación estándar de 45 días. Calcular la probabilidad de que el componente dure entre 790 y 910 días.

1. 0.73
2. 0.82
3. 0.87
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, sea $X \sim Normal(\mu = 850, \sigma = 45)$

a) $P(800 < X < 900) = P(\frac{800-850}{45} < Z < \frac{900-850}{45}) = P(-1.11 < Z < 1.11) = \phi(1.11) - \phi(-1.11) = 0.8665 - 0.1335 = 0.733$
b) $P(790 < X < 910) = P(\frac{790-850}{45} < Z < \frac{910-850}{45}) = P(-1.33 < Z < 1.33) = \phi(1.33) - \phi(-1.33) = 0.9082 - 0.0918 = 0.8164 = 0.82$

(Normal estándar)

4ab.

Suponga que la duración de dos equipamientos E1 y E2 tienen respectivamente distribuciones: Normal(45,36) y Normal(50,16). Si el equipamiento tuviera que ser usado por un periodo de 45 horas. ¿Cuál de ellos debe ser preferido?

1. E1
2. E2
3. Iguales
4. Ninguna
5. Falta información

Solución, sea $E1 \sim N(\mu = 45, \sigma^2 = 36)$ y $E2 \sim N(\mu = 50, \sigma^2 = 16)$. Se debe preferir el que logre $P(E > 45)$ mayor.

$P(E1 > 45) = P(Z > \frac{45-45}{6}) = P(Z > 0) = 1 - P(Z \leq 0) = 1 - \phi(0) = 1 - 0.5 = 0.5$ $P(E2 > 45) = P(Z > \frac{45-50}{4}) = P(Z > -1.25) = 1 - P(Z \leq -1.25) = 1 - \phi(-1.25) = 1 - 0.1056 = 0 - 8944$

Se debe preferir E2