

### 1. Problem

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso de optimización para encontrar la estimación

- (a) Ambos
- (b) Momentos
- (c) Ninguno
- (d) Depende
- (e) Maxima Verosimilitud

### Solution

El método de máxima verosimilitud plantea un proceso de optimización usando la primera derivada sobre la función logaritmo.

### 2. Problem

Suponga que  $\hat{\theta}_1$  y  $\hat{\theta}_2$  son estimadores de  $\theta$ . Se sabe que  $\hat{\theta}_1$  es insesgado y que  $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$ , suponiendo que  $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$ , que estimador logra un menor error cuadrático medio.

- (a)  $\hat{\theta}_1$
- (b) Ambos
- (c) Falta información
- (d)  $\hat{\theta}_2$
- (e) Ninguna

### Solution

La definición del ECM es:

$$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta}])^2]$$

Así:

$$ECM(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_1)$$

$$ECM(\hat{\theta}_2) = V(\hat{\theta}_1) + \frac{\theta^2}{4}$$

Por lo que  $\hat{\theta}_1$  es mas pequeño

### 3. Problem

Supongase que la variable aleatoria  $X$  tiene la distribución de probabilidad

$$f(x) = (\gamma + 2)X^\gamma \quad 0 < X < 1$$

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un muestra aleatoria de tamaño  $n$ . Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de  $\gamma$

- (a) Ninguno
- (b) No es una función de probabilidad
- (c)  $\hat{\gamma} = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$
- (d)  $\hat{\gamma} = \bar{X}$
- (e)  $\hat{\gamma} = -1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$

**Solution**

No es una función de probabilidad, ya que:

$$\int_0^1 f(x)dx = (\gamma + 2) \int_0^1 X^\gamma dx = \frac{(\gamma + 2)}{(\gamma + 1)} X^{\gamma+1} /_0^1 = \frac{(\gamma + 2)}{(\gamma + 1)} \neq 1$$

**4. Problem**

una muestra aleatoria de tamaño 53 de una población normal tiene media  $\bar{X} = 466.79$  y una varianza muestral de  $\hat{S}^2 = 69.81$ . Encuentre un intervalo de confianza al 90% de confiabilidad.

- (a) 463.8289851, 469.7510149
- (b) Falta información
- (c) 464.5405468, 469.0394532
- (d) Ninguna
- (e) 464.9078045, 468.6721955

**Solution**

En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n
xbar+c(-1,1)*1.64*sqrt(s2xbar)
```

```
## [1] 464.9078 468.6722
```

**5. Problem**

Se extraen muestras aleatorias de tamaños  $n_1 = n_2 = 53$  de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son  $\hat{S}^2 = 10.93$  y  $\hat{S}^1 = 31.24$ . Construye un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

- (a) 0.4019393, 0.8061743
- (b) Ninguna
- (c) Falta información
- (d) 0.2019393, 0.6061743
- (e) 0.0403879, 0.1212349

**Solution**

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.2019393 0.6061743
```

**6. Problem**

una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato "Z", se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en  $\pm 9\%$ . Calcular el tamaño de muestra, suponiendo "n" máxima.

- (a) Ninguna
- (b)  $4.5557 \times 10^4$
- (c)  $5.6946 \times 10^4$
- (d) Falta información
- (e)  $6.1502 \times 10^4$

#### Solution

El máximo tamaño de muestra se da cuando  $P = 0.5$ , si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96^epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)

## [1] 45557
```

#### 7. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos cinco días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 94.00 88.95 91.97 90.72 91.70 91.52
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 90%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) No se rechaza  $H_0$
- (b) Se rechaza  $H_0$
- (c) Falta información
- (d) Ninguna
- (e) Ejercicio mal planteado

#### Solution

Sea  $H_0 : \mu = 90$  y  $H_1 : \mu < 90$ . El estadístico de prueba es  $Z_0 = 1.6176073$ . Se rechaza  $H_0$  si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")

## [1] "No se rechaza H0"
```

#### 8. Problem

Un fabricante de propulsores está investigando la desviación lateral en yardas de cierto tipo de proyectil mortero. Se han observado los siguientes datos:

```
## [1] -4.5505754 12.2428063 13.4818281 3.1246651 0.5864302 5.3140806
## [7] 14.5121194 12.3153240 1.9893198 -4.9124149
```

Pruebe la hipótesis de que la desviación lateral media de estos proyectiles de mortero es cero. Suponer que los datos son normales

- (a) Ninguna
- (b) Se rechaza  $H_0$
- (c) Falta información
- (d) No se rechaza  $H_0$
- (e) Ejercicio mal planteado

**Solution**

Sea  $H_0 : \mu = 0$  y  $H_1 : \mu \neq 0$ . El estadístico de prueba es  $t_0 = 0.9971196$ . se rechaza  $H_0$  si:

$$t_0 < -t_{\alpha/2, n-1} \quad t_0 > t_{\alpha/2, n-1}$$

por lo que:

```
ifelse(t0<qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F) & t0>-qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F),"No se rechaza H0",
## [1] "No se rechaza H0"
```

**9. Problem**

Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
24	24
24	22
27	25
26	24
26	25
26	23
25	23

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de  $t_0$

- (a) Falta información
- (b) Ninguna
- (c) 2.8549857
- (d) 3.8549857
- (e) 2.5694871

**Solution**

Con  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0

## [1] 2.854986
```