1. **Problem**
Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

   (a) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x,y)dx = f(x)$
   (b) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x,y) = 0$
   (c) $f(x,y) = f(x) * f(y)$ siempre
   (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x,y)dx = f(y)$
   (e) Para el caso discreto si la variable X toma 2 valores y la variable Y toma 4 valores, entonces su distribución conjunta tiene 9 combinaciones

   Solution
   Las únicas opciones correctas son:

   - Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x,y)dx = f(y)$
   - Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x,y) = 0$

   Para el caso de las combinaciones

   - Las combinaciones son 8

2. **Problem**
Sea (X,Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x,y) = \frac{1}{4}(x+y)xye^{-x-y}$$

   La marginal f(x) es:

   (a) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
   (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$
   (d) Falta información
   (e) Ninguna

   Solution

$$f_X(x) = \int_0^\infty \frac{1}{4}(x+y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2\int_0^\infty ye^{-y}dy + x\int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right) =$$

$$= \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 5$, $E[Y] = 8$, $E[X,Y] = 45$, la covarianza es:

   (a) -5
   (b) Falta información
   (c) 85
   (d) 40
   (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X,Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X,Y) = 0$

4. **Problem**
Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x       1    2    3    4
##    1 0.20 0.04 0.05 0.08
##    2 0.17 0.05 0.05 0.05
##    3 0.19 0.04 0.03 0.05
```

   (a) 1.94
   (b) Falta información
   (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (d) 1
   (e) 1.93

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.94
```

5. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y, con $E[X] = 7$, $E[Y] = 7$, $E[X,Y] = 52$, la covarianza es:

   (a) 3
   (b) Falta información
   (c) 101
   (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (e) 49

Solution
Por definición $cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

6. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim U(a,b)$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n, encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

   (a) $f(x_1,\ldots,x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
   (b) Ninguna
   (c) $f(x) = \frac{1}{a-b}$
   (d) $f(x_1,\ldots,x_n) = \frac{1}{b-a}$

(e) $f(x) = \frac{1}{b-a}$

Solution
La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1) \ldots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$

7. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim t(v = 22)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a 0.9

   (a) 0.9572049
   (b) Ninguna
   (c) 0.1889333
   (d) 0.8110667
   (e) Falta información

Solution

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.1889333
```

8. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 30, \, v_2 = 20)$. Calcular la probabilidad que X sea 2.66

   (a) 0.9872009
   (b) 0.9924681
   (c) Ninguna
   (d) Falta información
   (e) 0.0127991

Solution
Se esta pidiendo que $P(X = 2.66)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 7.22$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 7.74$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 46 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 9.11 minutos;

   (a) 0
   (b) Ninguna
   (c) Información insuficiente
   (d) 0.9511543
   (e) 0.0488457

Solution
$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.04884569
```

10. **Problem**
La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 70.78 centímetros y una desviación estándar de 7.14 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 34.93 centímetros con una desviación estándar de 9.85 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 61 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 60 poodles a lo sumo 34.05 centímetros.

    (a) 0.8747895
    (b) 0.2504209
    (c) Ninguna
    (d) Información insuficiente
    (e) 0.1252105

    Solution

$$P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) = P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right) =$$

$$\approx \phi\left(\frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right)$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.1252105
```