1. **Problem**
Suponga que $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son estimadores de $\theta$. Se sabe que $\hat{\theta}_1$ es insesgado y que $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$, suponiendo que $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$, que estimador logra un menor error cuadrático medio.

   (a) Falta información
   (b) $\hat{\theta}_2$
   (c) $\hat{\theta}_1$
   (d) Ambos
   (e) Ninguna

   **Solution**
La definición del ECM es:

$$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta})^2]$$

Así:

$$ECM(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_1)$$

$$ECM(\hat{\theta}_2) = V(\hat{\theta}_1) + \frac{\theta^2}{4}$$

Por lo que $\hat{\theta}_1$ es mas pequeño

2. **Problem**
Supongase que la variable aleatoria $X$ tiene la distribución de probabilidad

$$f(x) = (\gamma + 2)X^\gamma \quad 0 < X < 1$$

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un muestra aleatoria de tamaño $n$. Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de $\gamma$

   (a) $\hat{\gamma} = \bar{X}$
   (b) $\hat{\gamma} = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$
   (c) No es una función de probabilidad
   (d) $\hat{\gamma} = -1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$
   (e) Ninguno

   **Solution**
No es una función de probabilidad, ya que:

$$\int_0^1 f(x)dx = (\gamma + 2)\int_0^1 X^\gamma dx = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)}X^{\gamma+1}/_0^1 = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)} \neq 1$$

3. **Problem**
Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cúal de ellos emplea un proceso basada en comparar las esperanzas con sus equivalentes de la muestra según sus potencias, para en encontrar la estimación

   (a) Ninguno
   (b) Momentos

(c) Ambos
(d) Depende
(e) Maxima Verosimilitud

**Solution**
El método de momentos

4. **Problem**
una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato "Z", se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en ± 0.04%. Calcular el tamaño de muestra, suponiendo "n" máxima.

(a) Falta información
(b) 811
(c) 601
(d) Ninguna
(e) 751

**Solution**
El máximo tamaño de muestra se da cuando $P = 0.5$, si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96/epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)

## [1] 601
```

5. **Problem**
Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n2 = 53$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}_1^2 = 13.68$ y $\hat{S}_2^2 = 50.81$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

(a) 0.3303282, 0.7562058
(b) Falta información
(c) 0.1303282, 0.5562058
(d) Ninguna
(e) 0.0260656, 0.1112412

**Solution**
En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)

## [1] 0.1303282 0.5562058
```

6. **Problem**
Los intervalos de confianza para la proporción usa los siguientes supuestos:

(a) Falta información

(b) n es grande
(c) Ninguna
(d) Los datos son normales
(e) Se usa el parámetro $P$ para el error estándar del intervalo

**Solution**
Los datos son normales y n debe ser grande ($> 30$)

7. **Problem**
Un fabricante de propulsores está investigando la desviación lateral en yardas de cierto tipo de proyectil mortero. Se han observado los siguientes datos:

```
##  [1]  -5.4123656  -9.4164363
##  [3]  -8.1738080 -10.2854663
##  [5] -10.9064954  -6.1400637
##  [7]   0.5297588   2.0547944
##  [9]   3.1129795  -7.9500814
```

Pruebe la hipótesis de que la desviación lateral media de estos proyectiles de mortero es cero. Suponer que los datos son normales

(a) Se rechaza H0
(b) Ejercicio mal planteado
(c) Falta información
(d) No se rechaza H0
(e) Ninguna

**Solution**
Sea $H_0 : \mu = 0$ y $H_1 : \mu \neq 0$. El estadístico de prueba es $t_0 =$ -1.9078441. se rechaza $H_0$ si:

$$t_0 < -t_{\alpha/2,n-1} \qquad t_0 > t_{\alpha/2,n-1}$$

por lo que:

```
ifelse(t0<qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F) & t0>-qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F),"No se rechaza H
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

8. **Problem**
Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

| x1 | x2 |
|---|---|
| 25 | 23 |
| 26 | 24 |
| 26 | 22 |
| 26 | 24 |
| 26 | 24 |
| 24 | 25 |

| x1 | x2 |
|---|---|
| 25 | 22 |

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de $t_0$

(a) Ninguna
(b) Falta información
(c) 3.8340579
(d) 3.4506521
(e) 4.8340579

**Solution**
Con $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0
```

```
## [1] 3.834058
```

9. **Problem**
Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
##  [1] 93.57 92.11 89.84 88.58 90.51
##  [6] 90.71 88.98 84.96 89.25 87.50
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

(a) Se rechaza H0
(b) Falta información
(c) Ninguna
(d) Ejercicio mal planteado
(e) No se rechaza H0

**Solution**
Sea $H_0 : \mu = 89$ y $H_1 : \mu < 89$. El estadístico de prueba es $Z_0 = 0.8499424$. Se rechaza $H_0$ si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

10. **Problem**
    Seleccione los criterios correctos para controlar los errores de tipo I y de tipo II

    (a) Una vez obtenido la muestra no es posible controlar el error de tipo I
    (b) El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba
    (c) El error de tipo I reduce con una muestra más grande
    (d) El error de tipo II reduce con una muestra más grande
    (e) Todas

    **Solution**
    Las únicas respuestas correctas son:

    - El error de tipo II reduce con una muestra más grande
    - El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba