1. **Problem**
Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

   (a) Para el caso discreto si la variable X toma 10 valores y la variable Y toma 3 valores, entonces su distribución conjunta tiene 31 combinaciones
   (b) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
   (c) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$
   (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   (e) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre

   Solution
   Las únicas opciones correctas son:

   - Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   - Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$

   Para el caso de las combinaciones

   - Las combinaciones son 30

2. **Problem**
Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

   La marginal f(x) es:

   (a) Falta información
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$
   (c) Ninguna
   (d) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (e) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$

   Solution

$$f_X(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2\int_0^{\infty} ye^{-y}dy + x\int_0^{\infty} y^2e^{-y}dy\right) =$$

$$= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 2$, $E[Y] = 3$, $E[X, Y] = 11$, la covarianza es:

   (a) Falta información
   (b) 6
   (c) 17
   (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (e) -5

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X,Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X,Y) = 0$

4. **Problem**
   Si:

   $$f(x,y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

   Obtenga $E[X^2]$

   (a) $\frac{2}{3}$
   (b) Falta información
   (c) $\frac{7}{12}$
   (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (e) $\frac{5}{12}$

   Solution

   $$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

   $$E[X^2] = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{5}{12}$$

5. **Problem**
   Sean dos variables aleatorias X, Y, con $E[X] = 7$, $E[Y] = 6$, $E[X,Y] = 45$, la covarianza es:

   (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (b) Falta información
   (c) 42
   (d) 3
   (e) 87

   Solution
   Por definición $cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

6. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 17)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 6 y 20

   (a) Ninguna
   (b) 0.7189564
   (c) Falta información
   (d) 0.0068143
   (e) 0.7257707

   Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.7189564
```

7. **Problem**
   Se toma una muestra aleatoria de tamaño 8 de una población finita de tamaño 59, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: 10, -12, -2, 30, 12, 5, -5, -28

   (a) Ninguna
   (b) 1.25
   (c) Falta información
   (d) 301.9285714
   (e) 32.623638

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene calculando:

   $$V(\bar{X}) = (1 - \frac{n}{N})\frac{S_x^2}{n}$$

   Por lo tanto la respuesta es: 32.623638

8. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 24, v_2 = 12)$. Calcular la probabilidad que X sea 7.44

   (a) Falta información
   (b) 0.9995792
   (c) 0.9999829
   (d) Ninguna
   (e) 4.2079541 × 10-4

   Solution
   Se esta pidiendo que $P(X = 7.44)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
   La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 8.32$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 12.53$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 54 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 12.89 minutos;

   (a) Ninguna
   (b) Información insuficiente
   (c) 0.0036793
   (d) 0
   (e) 0.9963207

   Solution
   $P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.003679262
```

10. **Problem**
La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 62.91 centímetros y una desviación estándar de 10.04 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 38.08 centímetros con una desviación estándar de 7.99 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 49 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 55 poodles a lo sumo 24.53 centímetros.

    (a) 0.4335914
    (b) 0.8671829
    (c) Ninguna
    (d) 0.5664086
    (e) Información insuficiente

    Solution
$$P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) = P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right) =$$
$$\approx \phi\left(\frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right)$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.4335914
```