1. **Problem**
Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:
   (a) Para el caso discreto si la variable X toma 6 valores y la variable Y toma 5 valores, entonces su distribución conjunta tiene 31 combinaciones
   (b) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
   (c) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$
   (e) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre

   Solution

   (a) Incorrecto, las combinaciones son 30
   (b) Correcto
   (c) Correcto
   (d) Incorrecto. el resultado es $f(y)$
   (e) Incorrecto. Solo si X e Y son independientes

2. **Problem**
Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

   La marginal f(x) es:
   (a) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$
   (c) Falta información
   (d) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (e) Ninguna

   Solution

$$f_X(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2\int_0^{\infty} ye^{-y}dy + x\int_0^{\infty} y^2e^{-y}dy\right) =$$

$$= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 9$, $E[Y] = 6$, $E[X, Y] = 59$, la covarianza es:
   (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (b) Falta información
   (c) 113
   (d) -5
   (e) 54

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X,Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X,Y) = 0$

4. **Problem**
Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##    y
## x     1    2    3    4
##   1 0.17 0.05 0.05 0.06
##   2 0.15 0.05 0.03 0.05
##   3 0.25 0.05 0.03 0.06
```

(a) Falta información
(b) 2.06
(c) 1.88
(d) Ninguna o la información dada es incorrecta
(e) 1

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux

## [1] 2.06
```

5. **Problem**
Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x,y) = \frac{x(1+3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2|Y = 1/3)$$

(a) La función no es una función de probabilidad
(b) 0.17
(c) 0
(d) 3/64
(e) 1/3

Solution
Ver página 100 del libro guía

6. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 15)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 15

(a) 0.5481806
(b) 4.0219855 × 10-4
(c) Falta información

(d) Ninguna
(e) 0.5485828

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.5481806
```

7. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim t(v = 28)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a 1.64

   (a) 0.9986106
   (b) 0.9439032
   (c) Ninguna
   (d) 0.0560968
   (e) Falta información

   Solution

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.05609676
```

8. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 14, v_2 = 21)$. Calcular la probabilidad que X sea 6.45

   (a) Falta información
   (b) 0.9995766
   (c) Ninguna
   (d) 0.9999197
   (e) 8.0250805 × 10-5

   Solution
   Se esta pidiendo que $P(X = 6.45)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
   Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 5$ y $n_2 = 17$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 2.69)$

   (a) 0.972671
   (b) 0.0688728
   (c) Falta información
   (d) Ninguna
   (e) 0.9311272

   Solution
   Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 2.69$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9311272
```

10. **Problem**

    La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 12.25$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 14.79$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 67 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 10.18 minutos;

    (a) 0.8740232
    (b) 0.1259768
    (c) Información insuficiente
    (d) 1
    (e) Ninguna

    Solution

    $P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.8740232
```