

**1. Problem**

Sea  $X$  una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre  $X$  y  $-X$

- (a)  $\rho = 0$
- (b)  $\rho = 1$
- (c)  $\rho = -1$
- (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (e) Falta información

**Solution**

$$Cov(X, -X) = E[X * (-X)] - E[X]E[-X] = -E[X^2] + E[X]^2 = -\sigma_x^2$$

$$V(-X) = V(X)$$

$$\rho = \frac{Cov(X, -X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{-\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = -1$$

**2. Problem**

Sea  $X$  una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre  $X$  y  $X$

- (a) Falta información
- (b)  $\rho = 0$
- (c)  $\rho = 1$
- (d)  $\rho = -1$
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

**Solution**

$$Cov(X, X) = E[XX] - E[X]E[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \sigma_x^2$$

$$\rho = \frac{Cov(X, X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = 1$$

**3. Problem**

Si:

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

Obtenga  $E[X]$

- (a) Falta información
- (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (c)  $\frac{2}{3}$
- (d)  $\frac{7}{12}$
- (e)  $\frac{5}{12}$

**Solution**

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X] = \int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{12}$$

**4. Problem**

Si:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

Encuentre la densidad  $f(x)$ .

- (a)  $f(x) = 6$
- (b) Falta información
- (c)  $f(x) = \frac{x}{4} + 5$
- (d)  $f(x) = \frac{x^2}{3}$
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

**Solution**

No es una función de densidad, ya que:

$$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x, y) dy dx \neq 1$$

Por lo tanto la opción correcta es “Ninguna o la información dada es incorrecta”

**5. Problem**

Suponga que se toman dos muestras aleatorias independientes de tamaño  $n_1$  y  $n_2$  de dos poblaciones normales con medias  $\mu_1$  y  $\mu_2$  y varianzas  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$ , respectivamente. Si  $\bar{X}_1$  y  $\bar{X}_2$  son las medias de muestra, encuentre la distribución de muestreo de la estadística:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$$

- (a)  $N(\mu_1 + \mu_2, 1)$
- (b) Falta información
- (c)  $N(0, \sigma_1 + \sigma_2)$
- (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (e)  $N(0, 1)$

**Solution**

Ya que:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)})$$

Así que:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \sim N(0, 1)$$

ya que es un proceso de armonización de una variable normal.

**6. Problem**

Una población de fuentes de energía para una computadora personal tiene un voltaje de salida que se distribuye normalmente con media 5 V y desviación estándar de 0.69. Se selecciona una muestra aleatoria de 64 fuentes de energía. ¿Cuál es la distribución de  $\bar{X}$ ?

- (a) Falta información
- (b)  $\bar{X} \sim N(5, \sigma_{\bar{x}} = 0.0107812)$
- (c) Ninguna
- (d)  $\bar{X} \sim N(5, \sigma_{\bar{x}} = 0.08625)$
- (e)  $\bar{X} \sim N(5, \sigma_{\bar{x}} = 0.69)$

**Solution**

La respuesta correcta se obtiene:

$$\bar{X} \sim N\left(\bar{X}, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Por lo tanto:  $\bar{X} \sim N(5, 0.08625)$

**7. Problem**

Sea  $X$  una variable tal que  $X \sim U(a, b)$ . Se toma una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

- (a)  $f(x) = \frac{1}{b-a}$
- (b) Ninguna
- (c)  $f(x) = \frac{1}{a-b}$
- (d)  $f(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
- (e)  $f(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{b-a}$

**Solution**

La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) \dots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$

**8. Problem**

La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:

- (a) Son exactamente iguales
- (b) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
- (c) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
- (d) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos
- (e) Todas

**Solution**

Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

**9. Problem**

La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

- (a) Un estimador insesgado de la media muestral
- (b) Todas
- (c) Un estimador sesgado de la media muestral
- (d) Un estimador insesgado de la media poblacional
- (e) Un estimador sesgado de la media poblacional

**Solution**

La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

**10. Problem**

Se lleva a cabo un estudio para determinar el porcentaje de propietarios de casa que poseen al menos dos aparatos de televisión. ¿Qué tan grande debe ser la muestra si se desea tener una confianza del 95% de que el error al estimar está cantidad sea menor que 0.07? (asuma máxima varianza)

- (a) 24
- (b) 340
- (c) 196
- (d) Falta información
- (e) 16577

**Solution**

En R:

```
ceiling(((1.96/error)^2)*0.5^2)
```

```
## [1] 196
```

**11. Problem**

El voltaje de salida de dos tipos diferentes de transformadores se está investigando. 23 transformadores de cada tipo se seleccionan al azar y se mide el voltaje. Las medias de muestras son 10.9 y 10.1 volts respectivamente. Sabemos que las varianzas del voltaje de salida para los dos tipos de transformadores son 0.8 y 0.2 respectivamente, Construya un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto la diferencia en el voltaje medio.

- (a) 0.3913117, 1.2086883
- (b) 0.2620328, 1.3379672
- (c) Ninguna
- (d) 0.4580364, 1.1419636
- (e) Falta información

**Solution**

En R

```
(mu1-mu2)+c(-1,1)*1.96*sqrt((v1/n)+(v2/n))
```

```
## [1] 0.3913117 1.2086883
```

**12. Problem**

una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato "Z", se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en  $\pm 0.07\%$ . Calcular el tamaño de muestra, suponiendo "n" máxima.

- (a) 245
- (b) 196
- (c) Falta información
- (d) 265
- (e) Ninguna

**Solution**

El máximo tamaño de muestra se da cuando  $P = 0.5$ , si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96/epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)

## [1] 196
```

**13. Problem**

El fabricante de una fuente de poder esta interesado en la variabilidad del voltaje de salida. Ha probado 9 unidades, elegidas al azar, con los siguientes resultados:

```
x

## [1] 4.60 5.24 4.67 5.04 5.25 5.60 5.03
## [8] 4.99 5.31
```

Suponiendo normalidad. Pruebe la hipótesis de que  $\sigma^2 = 0.14$ . Use  $\alpha = 0.05$

- (a) Ninguna
- (b)  $\chi_0^2 = \hat{S}^2/\sigma_0^2$
- (c) Falta información
- (d) Se rechaza  $H_0$
- (e) No se Rechaza  $H_0$

**Solution**

En R:

```
#El estadístico de prueba:
x2<-(n-1)*var(x)/vv
#valor de tablas
xt<-qchisq(0.05,n-1,lower.tail = F)
#decisión
if(x2>xt){print("Se rechaza H0")} else {print("No se rechaza H0")}

## [1] "No se rechaza H0"
```

**14. Problem**

Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

- (a) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student
- (b) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- (c) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales
- (d) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher
- (e) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado

**Solution**

Las únicas respuestas correctas son:

- Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

**15. Problem**

Seleccione los criterios correctos para controlar los errores de tipo I y de tipo II

- (a) Una vez obtenido la muestra no es posible controlar el error de tipo I
- (b) El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba
- (c) El error de tipo I reduce con una muestra más grande
- (d) Todas
- (e) El error de tipo II reduce con una muestra más grande

**Solution**

Las únicas respuestas correctas son:

- El error de tipo II reduce con una muestra más grande
- El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba