

1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
- (b) Para el caso discreto si la variable X toma 9 valores y la variable Y toma 6 valores, entonces su distribución conjunta tiene 55 combinaciones
- (c) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
- (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$
- (e) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$

Solution

- (a) Incorrecto. Solo si X e Y son independientes
- (b) Incorrecto, las combinaciones son 54
- (c) Correcto
- (d) Incorrecto. el resultado es $f(y)$
- (e) Correcto

2. Problem

Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal $f(x)$ es:

- (a) Ninguna
- (b) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$
- (d) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (e) Falta información

Solution

$$\begin{aligned}f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left(x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy \right) = \\&= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}\end{aligned}$$

3. Problem

Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 3$, $E[Y] = 8$, $E[X, Y] = 29$, la covarianza es:

- (a) 53
- (b) -5
- (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (d) Falta información
- (e) 24

Solution

Por definición si X e Y son independientes $E[X, Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X, Y) = 0$

4. Problem

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x      1      2      3      4
##  1  0.23  0.04  0.04  0.03
##  2  0.24  0.05  0.04  0.02
##  3  0.20  0.02  0.04  0.05
```

- (a) 1.65
- (b) 1
- (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (d) Falta información
- (e) 1.97

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.97
```

5. Problem

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 1/3
- (b) 0.17
- (c) 3/64
- (d) La función no es una función de probabilidad
- (e) 0

Solution

Ver página 100 del libro guía

6. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 18)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 10 y 17

- (a) Falta información
- (b) Ninguna
- (c) 0.0680936

- (d) 0.476895
- (e) 0.4088013

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.4088013
```

7. Problem

Sea X una va tal que $X \sim t(v = 10)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a -1.48

- (a) Ninguna
- (b) 0.9151629
- (c) 0.0848371
- (d) 0.0071441
- (e) Falta información

Solution

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.9151629
```

8. Problem

Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 19, v_2 = 26)$. Calcular la probabilidad que X sea 3.06

- (a) Ninguna
- (b) 0.0043658
- (c) Falta información
- (d) 0.9926806
- (e) 0.9956342

Solution

Se esta pidiendo que $P(X = 3.06)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. Problem

Si \hat{S}_1^2 y \hat{S}_2^2 representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 14$ y $n_2 = 25$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.26)$

- (a) 0.0059268
- (b) 0.9940732
- (c) 0.9968962
- (d) Falta información
- (e) Ninguna

Solution

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.26)$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9940732
```

10. **Problem**

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 7.82$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 11.49$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 43 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 8.73 minutos;

- (a) 0.3017602
- (b) 0
- (c) Ninguna
- (d) Información insuficiente
- (e) 0.6982398

Solution

$$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.3017602
```