

1. Problem

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso de optimización para encontrar la estimación

- (a) Momentos
- (b) Ambos
- (c) Maxima Verosimilitud
- (d) Depende
- (e) Ninguno

Solution

El método de máxima verosimilitud plantea un proceso de optimización usando la primera derivada sobre la función logaritmo.

2. Problem

Suponga que $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son estimadores de θ . Se sabe que $\hat{\theta}_1$ es insesgado y que $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$, suponiendo que $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$, que estimador logra un menor error cuadrático medio.

- (a) $\hat{\theta}_2$
- (b) Ninguna
- (c) Falta información
- (d) $\hat{\theta}_1$
- (e) Ambos

Solution

La definición del ECM es:

$$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta}])^2]$$

Así:

$$ECM(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_1)$$

$$ECM(\hat{\theta}_2) = V(\hat{\theta}_1) + \frac{\theta^2}{4}$$

Por lo que $\hat{\theta}_1$ es mas pequeño

3. Problem

Supongase que la variable aleatoria X tiene la distribución de probabilidad

$$f(x) = (\gamma + 2)X^\gamma \quad 0 < X < 1$$

Sea X_1, X_2, \dots, X_n un muestra aleatoria de tamaño n . Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de γ

- (a) $\hat{\gamma} = \bar{X}$
- (b) $\hat{\gamma} = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$
- (c) $\hat{\gamma} = -1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$
- (d) Ninguno
- (e) No es una función de probabilidad

Solution

No es una función de probabilidad, ya que:

$$\int_0^1 f(x)dx = (\gamma + 2) \int_0^1 X^\gamma dx = \frac{(\gamma + 2)}{(\gamma + 1)} X^{\gamma+1} /_0^1 = \frac{(\gamma + 2)}{(\gamma + 1)} \neq 1$$

4. Problem

una muestra aleatoria de tamaño 48 de una población normal tiene media $\bar{X} = 418.42$ y una varianza muestral de $\hat{S}^2 = 50.8$. Encuentre un intervalo de confianza al 90% de confiabilidad.

- (a) Ninguna
- (b) 416.4036436, 420.4363564
- (c) Falta información
- (d) 416.7328446, 420.1071554
- (e) 415.7658165, 421.0741835

Solution

En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestral.

```
s2xbar<-s2/n
xbar+c(-1,1)*1.64*sqrt(s2xbar)
```

```
## [1] 416.7328 420.1072
```

5. Problem

Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n_2 = 65$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}^2 = 14.04$ y $\hat{S}^1 = 35.24$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

- (a) 0.4430098, 0.8531888
- (b) 0.2430098, 0.6531888
- (c) Ninguna
- (d) 0.048602, 0.1306378
- (e) Falta información

Solution

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.2430098 0.6531888
```

6. Problem

una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato "Z", se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en $\pm 2\%$. Calcular el tamaño de muestra, suponiendo "n" máxima.

- (a) 5
- (b) Falta información
- (c) 5
- (d) Ninguna
- (e) 4

Solution

El máximo tamaño de muestra se da cuando $P = 0.5$, si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96^epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)

## [1] 4
```

7. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos cinco días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 89.06 91.58 89.18 89.25 87.19 92.08
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 90%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) Se rechaza H_0
- (b) No se rechaza H_0
- (c) Ejercicio mal planteado
- (d) Ninguna
- (e) Falta información

Solution

Sea $H_0 : \mu = 90$ y $H_1 : \mu < 90$. El estadístico de prueba es $Z_0 = -0.3030731$. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")

## [1] "No se rechaza H0"
```

8. Problem

Un fabricante de propulsores está investigando la desviación lateral en yardas de cierto tipo de proyectil mortero. Se han observado los siguientes datos:

```
## [1] -7.323854 11.493391 -1.158040 -15.381562 -17.161568 2.716594
## [7] 3.631289 21.754624 11.437638 -3.949716
```

Pruebe la hipótesis de que la desviación lateral media de estos proyectiles de mortero es cero. Suponer que los datos son normales

- (a) Se rechaza H_0
- (b) No se rechaza H_0
- (c) Ejercicio mal planteado
- (d) Falta información
- (e) Ninguna

Solution

Sea $H_0 : \mu = 0$ y $H_1 : \mu \neq 0$. El estadístico de prueba es $t_0 = 0.0402498$. se rechaza H_0 si:

$$t_0 < -t_{\alpha/2, n-1} \quad t_0 > t_{\alpha/2, n-1}$$

por lo que:

```
ifelse(t0<qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F) & t0>qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F),"No se rechaza H0",
      ## [1] "No se rechaza H0")
```

9. Problem

Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
26	21
23	22
23	21
26	22
24	24
25	23
25	25

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de t_0

- (a) 3.6778222
- (b) Falta información
- (c) 2.6778222
- (d) Ninguna
- (e) 2.41004

Solution

Con $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0

## [1] 2.677822
```