

### 1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a)  $f(x, y) = f(x) * f(y)$  siempre
- (b) Para el caso discreto si la variable  $X$  toma 6 valores y la variable  $Y$  toma 9 valores, entonces su distribución conjunta tiene 55 combinaciones
- (c) Si dos variables aleatorias  $X, Y$  son independientes, entonces  $cov(x, y) = 0$
- (d) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(y)$
- (e) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(x)$

### Solution

- (a) Incorrecto. Solo si  $X$  e  $Y$  son independientes
- (b) Incorrecto, las combinaciones son 54
- (c) Correcto
- (d) Correcto
- (e) Incorrecto. el resultado es  $f(y)$

### 2. Problem

Sea  $(X, Y)$  va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal  $f(x)$  es:

- (a) Ninguna
- (b)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (c)  $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (d) Falta información
- (e)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$

### Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left( x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

### 3. Problem

Sean dos variables aleatorias  $X, Y$  independientes, con  $E[X] = 4$ ,  $E[Y] = 9$ ,  $E[X, Y] = 41$ , la covarianza es:

- (a) 77
- (b) 36
- (c) -5
- (d) Falta información
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

**Solution**

Por definición si  $X$  e  $Y$  son independientes  $E[X, Y] = E[X]E[Y]$  y  $cov(X, Y) = 0$

**4. Problem**

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de  $X$

```
##      y
## x      1      2      3      4
## 1 0.20 0.03 0.05 0.05
## 2 0.19 0.03 0.05 0.04
## 3 0.22 0.04 0.05 0.03
```

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) 0.98
- (c) Falta información
- (d) 1.74
- (e) 1.97

**Solution**

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.97
```

**5. Problem**

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 3/64
- (b) La función no es una función de probabilidad
- (c) 1/3
- (d) 0
- (e) 0.17

**Solution**

Ver página 100 del libro guía

**6. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim \chi^2(v = 12)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  se encuentren entre 7 y 15

- (a) 0.6161771
- (b) Falta información
- (c) 0.7585635

(d) 0.1423864

(e) Ninguna

**Solution**

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.6161771
```

**7. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim t(v = 7)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea mayor a -0.91

(a) 0.8034613

(b) Falta información

(c) Ninguna

(d) 0.0557843

(e) 0.1965387

**Solution**

```
1-pt(b,vv)
```

```
## [1] 0.8034613
```

**8. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim F(v_1 = 19, v_2 = 21)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea 8.94

(a) Falta información

(b) 0.9999941

(c) Ninguna

(d) 0.999997

(e)  $3.0149596 \times 10^{-6}$

**Solution**

Se esta pidiendo que  $P(X = 8.94)$ , dado que  $X$  es continua la probabilidad es cero

**9. Problem**

Si  $\hat{S}_1^2$  y  $\hat{S}_2^2$  representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños  $n_1 = 9$  y  $n_2 = 29$ , tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule:  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.77)$

(a) 0.9972672

(b) Ninguna

(c) 0.9958827

(d) Falta información

(e) 0.0041173

**Solution**

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.77)$  como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9958827
```

10. **Problem**

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media  $\mu = 8.05$  minutos y una desviación estándar  $\sigma = 7.24$  minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 51 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 11.13 minutos;

- (a) Ninguna
- (b) Información insuficiente
- (c) 0
- (d) 0.9988095
- (e) 0.0011905

**Solution**

$$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.001190508
```