1. **Problem**
   Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:
   (a) Para el caso discreto si la variable X toma 8 valores y la variable Y toma 2 valores, entonces su distribución conjunta tiene 17 combinaciones
   (b) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
   (c) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$
   (d) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
   (e) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$

   Solution
   Las únicas opciones correctas son:
   - Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   - Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$

   Para el caso de las combinaciones
   - Las combinaciones son 16

2. **Problem**
   Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:
   $$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$
   La marginal f(x) es:
   (a) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
   (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$
   (d) Ninguna
   (e) Falta información

   Solution
   $$f_X(x) = \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2\int_0^\infty ye^{-y}dy + x\int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right) =$$
   $$= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
   Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 3$, $E[Y] = 3$, $E[X, Y] = 14$, la covarianza es:
   (a) 23
   (b) -5
   (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (d) 9
   (e) Falta información

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X, Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X, Y) = 0$

4. **Problem**
Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##    y
## x     1    2    3    4
##   1 0.19 0.03 0.03 0.04
##   2 0.23 0.04 0.04 0.07
##   3 0.20 0.04 0.06 0.04
```

 (a) 1.01
 (b) 1.83
 (c) 2.07
 (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
 (e) Falta información

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 2.07
```

5. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y, con $E[X] = 2$, $E[Y] = 10$, $E[X, Y] = 23$, la covarianza es:

 (a) 20
 (b) Falta información
 (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
 (d) 43
 (e) 3

Solution
Por definición $cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

6. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim U(a, b)$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n, encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

 (a) $f(x) = \frac{1}{a-b}$
 (b) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{b-a}$
 (c) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
 (d) $f(x) = \frac{1}{b-a}$

(e) Ninguna

Solution
La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1) \ldots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$

7. **Problem**
Se toma una muestra aleatoria de tamaño 5 de una población finita de tamaño 65, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: 10, -18, 4, 15, 32

   (a) 60.8861538
   (b) Ninguna
   (c) Falta información
   (d) 329.8
   (e) 8.6

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene calculando:

$$V(\bar{X}) = (1 - \frac{n}{N})\frac{S_x^2}{n}$$

   Por lo tanto la respuesta es: 60.8861538

8. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 7, v_2 = 15)$. Calcular la probabilidad que X sea 3.27

   (a) 0.9402716
   (b) Falta información
   (c) 0.9743251
   (d) 0.0256749
   (e) Ninguna

   Solution
   Se esta pidiendo que $P(X = 3.27)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 16$ y $n_2 = 26$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 2.65)$

   (a) 0.9909043
   (b) 0.9848893
   (c) Ninguna
   (d) Falta información
   (e) 0.0151107

   Solution
   Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 2.65$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9848893
```

10. **Problem**
La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 71.69 centímetros y una desviación estándar de 10.65 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 41.51 centímetros con una desviación estándar de 9.96 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 42 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 60 poodles a lo sumo 28.88 centímetros.
    (a) 0.2666346
    (b) 0.7333654
    (c) Información insuficiente
    (d) Ninguna
    (e) 0.5332692

Solution
$P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) = P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right) =$

$$\approx \phi\left(\frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right)$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.2666346
```