1. **Problem**
   Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

   (a) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
   (b) Para el caso discreto si la variable X toma 4 valores y la variable Y toma 10 valores, entonces su distribución conjunta tiene 41 combinaciones
   (c) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
   (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   (e) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$

   Solution
   Las únicas opciones correctas son:

   - Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   - Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$

   Para el caso de las combinaciones

   - Las combinaciones son 40

2. **Problem**
   Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

   $$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

   La marginal f(x) es:

   (a) Falta información
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
   (c) Ninguna
   (d) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (e) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$

   Solution

   $$f_X(x) = \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2\int_0^\infty ye^{-y}dy + x\int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right) =$$

   $$= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
   Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 9$, $E[Y] = 4$, $E[X, Y] = 41$, la covarianza es:

   (a) Falta información
   (b) 77
   (c) -5
   (d) 36
   (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X,Y]=E[X]E[Y]$ y $cov(X,Y)=0$

4. **Problem**
Si:

$$f(x,y)=x+y \quad 0<x<1 \quad 0<y<1$$

Obtenga $E[X^2]$

(a) $\frac{5}{12}$
(b) Ninguna o la información dada es incorrecta
(c) $\frac{2}{3}$
(d) Falta información
(e) $\frac{7}{12}$

Solution

$$f(x)=x+\frac{1}{2} \quad 0<x<1$$

$$E[X^2]=\int_0^1 x^2 f(x)dx=\frac{5}{12}$$

5. **Problem**
Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x,y)=\frac{x(1+3y^2)}{4}, \quad 0<x<2, \quad 0<y<1$$

Calcule

$$P(1/4<X<1/2|Y=1/3)$$

(a) 0
(b) 0.17
(c) La función no es una función de probabilidad
(d) 3/64
(e) 1/3

Solution
Ver página 100-101 del libro Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Novena edición Ronald E. Walpole.

6. **Problem**
Sea X una va tal que $X\sim\chi^2(v=6)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 11

(a) 0.1911532
(b) Ninguna
(c) 0.7204704
(d) 0.9116236
(e) Falta información

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.7204704
```

7. **Problem**
   Se toma una muestra aleatoria de tamaño 8 de una población finita de tamaño 75, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: 15, 35, 21, 20, 11, 28, 38, 25

   (a) Ninguna
   (b) 24.125
   (c) Falta información
   (d) 9.713006
   (e) 86.9821429

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene calculando:

$$V(\bar{X}) = (1 - \frac{n}{N})\frac{S_x^2}{n}$$

   Por lo tanto la respuesta es: 9.713006

8. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 16, v_2 = 13)$. Calcular la probabilidad que X sea 8.99

   (a) Ninguna
   (b) 1.3597301 × 10-4
   (c) 0.999864
   (d) 0.9999527
   (e) Falta información

   Solution
   Se esta pidiendo que $P(X = 8.99)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
   La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 6.21$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 8.22$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 41 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 13.33 minutos;

   (a) 1
   (b) Información insuficiente
   (c) 0
   (d) 1.4592366 × 10-8
   (e) Ninguna

   Solution
   $P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 1.459237e-08
```

10. **Problem**
    Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 7)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 23

    (a) 0.4329959
    (b) 0.1149978
    (c) Falta información
    (d) Ninguna
    (e) 0.9982954

    Solution
    La respuesta correcta es:

    ```
    pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
    ```

    ```
    ## [1] 0.8832976
    ```

    Por lo tanto es ninguna