

1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
- (b) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
- (c) Para el caso discreto si la variable X toma 8 valores y la variable Y toma 9 valores, entonces su distribución conjunta tiene 73 combinaciones
- (d) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
- (e) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$

Solution

- Incorrecto
- Incorrecto
- Correcto
- Correcto
- Incorrecto, las combinaciones son 72

2. Problem

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x      1      2      3      4
## 1 0.23 0.03 0.04 0.04
## 2 0.23 0.06 0.06 0.02
## 3 0.21 0.03 0.02 0.03
```

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) 1.95
- (c) Falta información
- (d) 1
- (e) 1.63

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux

## [1] 1.95
```

3. Problem

Sean dos variables aleatorias X, Y , con $E[X] = 4$, $E[Y] = 7$, $E[XY] = 31$, la covarianza es:

- (a) Falta información
- (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (c) 59
- (d) 3
- (e) 28

Solution

Por definición $cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

4. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 6)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 16

- (a) Ninguna
- (b) 0.986246
- (c) 0.7950929
- (d) 0.1911532
- (e) Falta información

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.7950929
```

5. Problem

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 13.53$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 11.35$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 61 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 12.86 minutos;

- (a) 1
- (b) 0.322383
- (c) Ninguna
- (d) Información insuficiente
- (e) 0.677617

Solution

$$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.677617
```

6. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 9)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 19

- (a) 0.6212365
- (b) 0.035705
- (c) Falta información

- (d) Ninguna
- (e) 0.9748071

Solution

La respuesta correcta es:

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.9391021
```

Por lo tanto es ninguna

7. Problem

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso basada en comparar las esperanzas con sus equivalentes de la muestra según sus potencias, para encontrar la estimación

- (a) Momentos
- (b) Ambos
- (c) Maxima Verosimilitud
- (d) Depende
- (e) Ninguno

Solution

El método de momentos

8. Problem

La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:

- (a) Son exactamente iguales
- (b) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
- (c) Todas
- (d) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
- (e) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos

Solution

Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

9. Problem

La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

- (a) Un estimador insesgado de la media poblacional
- (b) Un estimador sesgado de la media poblacional
- (c) Un estimador insesgado de la media muestral
- (d) Todas
- (e) Un estimador sesgado de la media muestral

Solution

La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

10. Problem

una muestra aleatoria de tamaño 43 de una población normal tiene media $\bar{X} = 499.73$ y una varianza muestral de $\hat{S}^2 = 53.86$. Encuentre un intervalo de confianza al 99% de confiabilidad.

- (a) Ninguna
- (b) Falta información
- (c) 497.894549, 501.565451
- (d) 496.8425222, 502.6174778
- (e) 497.5364122, 501.9235878

Solution

En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n
xbar+c(-1,1)*2.58*sqrt(s2xbar)

## [1] 496.8425 502.6175
```

11. Problem

Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n_2 = 43$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}_1^2 = 23.92$ y $\hat{S}_2^2 = 55.85$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

- (a) 0.0380946, 0.1926074
- (b) 0.1904728, 0.9630372
- (c) Falta información
- (d) Ninguna
- (e) 0.3904728, 1.1630372

Solution

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)

## [1] 0.1904728 0.9630372
```

12. Problem

Los intervalos de confianza para la proporción usa los siguientes supuestos:

- (a) Se usa el parámetro P para el error estándar del intervalo
- (b) n es grande
- (c) Ninguna
- (d) Los datos son normales
- (e) Falta información

Solution

Los datos son normales y n debe ser grande (> 30)

13. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 91.77 87.72 92.13 89.64 83.98 87.51 90.74 88.84 90.17 87.62
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) No se rechaza H_0
- (b) Ejercicio mal planteado
- (c) Falta información
- (d) Ninguna
- (e) Se rechaza H_0

Solution

Sea $H_0 : \mu = 89$ y $H_1 : \mu < 89$. El estadístico de prueba es $Z_0 = 0.0169706$. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

14. Problem

Seleccione los criterios correctos para controlar los errores de tipo I y de tipo II

- (a) Una vez obtenido la muestra no es posible controlar el error de tipo I
- (b) El error de tipo I reduce con una muestra más grande
- (c) Todas
- (d) El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba
- (e) El error de tipo II reduce con una muestra más grande

Solution

- Falso
- Verdadero
- Verdadero
- Falso
- Falso

15. Problem

Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

- (a) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher
- (b) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales
- (c) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student

- (d) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- (e) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado

Solution

- Falso
- Falso
- Verdadero
- Falso
- Verdadero