1. **Problem**
   Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cúal de ellos emplea un proceso de optimización para en encontrar la estimación

   (a) Momentos
   (b) Ambos
   (c) Ninguno
   (d) Maxima Verosimilitud
   (e) Depende

   Solution
   El método de máxima verosimilitud plantea un proceso de optimización usando la primera derivada sobre la función logarítmo.

2. **Problem**
   Suponga que $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son estimadores de θ. Se sabe que $\hat{\theta}_1$ es insesgado y que $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$, suponiendo que $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$, que estimador logra un menor error cuadrático medio.

   (a) $\hat{\theta}_1$
   (b) Ninguna
   (c) Ambos
   (d) $\hat{\theta}_2$
   (e) Falta información

   Solution
   La definición del ECM es:

   $$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta})^2]$$

   Así:

```
$$ECM(\hat{\theta}_1)=V(\hat{\theta}_1)$$

$$ECM(\hat{\theta}_2)=V(\hat{\theta}_1)+\frac{\theta^2}{4}$$
```

   Por lo que $\hat{\theta}_1$ es mas pequeño

3. **Problem**
   Supongase que la variable aleatoria X tiene la distribución de probabilidad

   $$f(x) = (\gamma + 2)X^{\gamma} \quad 0 < X < 1$$

   Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un muestra aleatoria de tamaño n. Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de γ

   (a) $\hat{\gamma} = \bar{X}$
   (b) Ninguno
   (c) $\hat{\gamma} = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$
   (d) $\hat{\gamma} = -1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$
   (e) No es una función de probabilidad

Solution
No es una función de probabilidad, ya que:

$$\int_0^1 f(x)dx = (\gamma+2)\int_0^1 X^\gamma dx = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)}X^{\gamma+1}/_0^1 = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)} \neq 1$$

4. **Problem**
una muestra aleatoria de tamaño 59 de una población normal tiene media $\bar{X} = 430.1$ y una varianza muestral de $\hat{S}^2 = 58.99$. Encuentre un intervalo de confianza al 90% de confiabilidad.

(a) 428.1401661, 432.0598339
(b) Falta información
(c) 427.5202187, 432.6797813
(d) Ninguna
(e) 428.460139, 431.739861

Solution
En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n
xbar+c(-1,1)*1.64*sqrt(s2xbar)

## [1] 428.4601 431.7399
```

5. **Problem**
Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n2 = 51$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}^2 = 10.88$ y $\hat{S}^1 = 41.31$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

(a) 0.3503319, 0.6614198
(b) Falta información
(c) 0.0300664, 0.092284
(d) 0.1503319, 0.4614198
(e) Ninguna

Solution
En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)

## [1] 0.1503319 0.4614198
```

6. **Problem**
una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato “Z”, se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en ± 3%. Calcular el tamaño de muestra, suponiendo “n” máxima.

(a) Falta información
(b) 20
(c) Ninguna
(d) 15
(e) 19

Solution
El máximo tamaño de muestra se da cuando $P = 0.5$, si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96^epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)
```

```
## [1] 15
```

7. **Problem**
Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos cinco días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 89.89 88.69 87.03 92.42 92.47 93.41
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 90%? (asuma un error de tipo I del 1%)

(a) Ninguna
(b) No se rechaza H0
(c) Falta información
(d) Ejercicio mal planteado
(e) Se rechaza H0

Solution
Sea $H_0 : \mu = 90$ y $H_1 : \mu < 90$. El estadístico de prueba es $Z_0 = 0.7138651$. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

8. **Problem**
Un fabricante de propulsores está investigando la desviación lateral en yardas de cierto tipo de proyectil mortero. Se han observado los siguientes datos:

```
##  [1]  0.01004897 -6.59719090  4.41499780  8.58090997  0.23606038
##  [6]  8.31640121  1.64489217 -5.48665456  3.18056755 -7.94086184
```

Pruebe la hipótesis de que la desviación lateral media de estos proyectiles de mortero es cero. Suponer que los datos son normales

(a) Ninguna
(b) Falta información
(c) Se rechaza H0
(d) Ejercicio mal planteado
(e) No se rechaza H0

Solution
Sea $H_0 : \mu = 0$ y $H_1 : \mu \neq 0$. El estadístico de prueba es $t_0 = 0.1859383$. se rechaza H_0 si:

$$t_0 < -t_{\alpha/2,n-1} \qquad t_0 > t_{\alpha/2,n-1}$$

por lo que:

```
ifelse(t0<qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F) & t0>-qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F),"No se rechaza H
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

9. **Problem**
Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
26	22
24	24
26	24
23	22
27	22
27	23
25	24

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de t_0

(a) Ninguna
(b) Falta información
(c) 3.1902705
(d) 3.544745
(e) 4.544745

Solution
Con $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0
```

```
## [1] 3.544745
```