

1. Problem

Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y $-X$

- (a) Falta información
- (b) $\rho = 0$
- (c) $\rho = -1$
- (d) $\rho = 1$
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution

$$Cov(X, -X) = E[X * (-X)] - E[X]E[-X] = -E[X^2] + E[X]^2 = -\sigma_x^2$$

$$V(-X) = V(X)$$

$$\rho = \frac{Cov(X, -X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{-\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = -1$$

2. Problem

Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y X

- (a) $\rho = 0$
- (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (c) Falta información
- (d) $\rho = 1$
- (e) $\rho = -1$

Solution

$$Cov(X, X) = E[XX] - E[X]E[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \sigma_x^2$$

$$\rho = \frac{Cov(X, X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = 1$$

3. Problem

Si:

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

Obtenga $E[X]$

- (a) $\frac{2}{3}$
- (b) $\frac{5}{12}$
- (c) $\frac{7}{12}$
- (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (e) Falta información

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X] = \int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{12}$$

4. Problem

Si:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

Encuentre la densidad $f(x)$.

- (a) $f(x) = \frac{x^2}{3}$
- (b) $f(x) = \frac{x}{4} + 5$
- (c) $f(x) = 6$
- (d) Falta información
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution

No es una función de densidad, ya que:

$$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x, y) dy dx \neq 1$$

Por lo tanto la opción correcta es “Ninguna o la información dada es incorrecta”

5. Problem

Suponga que se toman dos muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 de dos poblaciones normales con medias μ_1 y μ_2 y varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. Si \bar{X}_1 y \bar{X}_2 son las medias de muestra, encuentre la distribución de muestreo de la estadística:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$$

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) Falta información
- (c) $N(0, 1)$
- (d) $N(0, \sigma_1 + \sigma_2)$
- (e) $N(\mu_1 + \mu_2, 1)$

Solution

Ya que:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)})$$

Así que:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \sim N(0, 1)$$

ya que es un proceso de armonización de una variable normal.

6. Problem

Una población de fuentes de energía para una computadora personal tiene un voltaje de salida que se distribuye normalmente con media 9 V y desviación estándar de 0.06. Se selecciona una muestra aleatoria de 36 fuentes de energía. ¿Cuál es la distribución de \bar{X} ?

- (a) $\bar{X} \sim N(9, \sigma_{\bar{x}} = 0.01)$
- (b) Falta información
- (c) $\bar{X} \sim N(9, \sigma_{\bar{x}} = 0.06)$
- (d) $\bar{X} \sim N(9, \sigma_{\bar{x}} = 0.0016667)$
- (e) Ninguna

Solution

La respuesta correcta se obtiene:

$$\bar{X} \sim N\left(\bar{X}, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Por lo tanto: $\bar{X} \sim N(9, 0.01)$

7. Problem

Se toma una muestra aleatoria de tamaño 8 de una población finita de tamaño 59, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: -13, 35, 8, -1, 25, 38, 21, 23

- (a) 33.7427361
- (b) 312.2857143
- (c) Falta información
- (d) 17
- (e) Ninguna

Solution

La respuesta correcta se obtiene calculando:

$$V(\bar{X}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{S_x^2}{n}$$

Por lo tanto la respuesta es: 33.7427361

8. Problem

La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:

- (a) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
- (b) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
- (c) Todas
- (d) Son exactamente iguales
- (e) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos

Solution

Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

9. Problem

La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

- (a) Un estimador sesgado de la media poblacional
- (b) Un estimador sesgado de la media muestral
- (c) Todas
- (d) Un estimador insesgado de la media poblacional
- (e) Un estimador insesgado de la media muestral

Solution

La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

10. Problem

Se lleva a cabo un estudio para determinar el porcentaje de propietarios de casa que poseen al menos dos aparatos de televisión. ¿Qué tan grande debe ser la muestra si se desea tener una confianza del 95% de que el error al estimar esta cantidad sea menor que 0.14? (asuma máxima varianza)

- (a) 16577
- (b) 49
- (c) 85
- (d) 12
- (e) Falta información

Solution

En R:

```
ceiling(((1.96/error)^2)*0.5^2)
```

```
## [1] 49
```

11. Problem

El voltaje de salida de dos tipos diferentes de transformadores se está investigando. 22 transformadores de cada tipo se seleccionan al azar y se mide el voltaje. Las medias de muestras son 10.7 y 10.5 volts respectivamente. Sabemos que las varianzas del voltaje de salida para los dos tipos de transformadores son 0.4 y 0.5 respectivamente, Construya un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto la diferencia en el voltaje medio.

- (a) Falta información
- (b) -0.1317063, 0.5317063
- (c) -0.1964295, 0.5964295
- (d) -0.3218307, 0.7218307
- (e) Ninguna

Solution

En R

```
(mu1-mu2)+c(-1,1)*1.96*sqrt((v1/n)+(v2/n))
```

```
## [1] -0.1964295 0.5964295
```

12. Problem

Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n_2 = 25$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}_1^2 = 25.33$ y $\hat{S}_2^2 = 41.47$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

- (a) 0.2058834, 1.8120947
- (b) Ninguna
- (c) 0.0411767, 0.3624189
- (d) Falta información
- (e) 0.4058834, 2.0120947

Solution

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)

## [1] 0.2058834 1.8120947
```

13. Problem

El fabricante de una fuente de poder esta interesado en la variabilidad del voltaje de salida. Ha probado 15 unidades, elegidas al azar, con los siguientes resultados:

```
x

## [1] 5.15 5.29 5.68 5.26 5.37 4.81 4.70
## [8] 4.85 4.53 5.01 4.97 5.20 5.58 4.82
## [15] 4.85
```

Suponiendo normalidad. Pruebe la hipótesis de que $\sigma^2 = 0.12$. Use $\alpha = 0.05$

- (a) Ninguna
- (b) Se rechaza H_0
- (c) No se Rechaza H_0
- (d) Falta información
- (e) $\chi_0^2 = \hat{S}^2/\sigma_0^2$

Solution

En R:

```
#El estadístico de prueba:
x2<-(n-1)*var(x)/vv
#valor de tablas
xt<-qchisq(0.05,n-1,lower.tail = F)
#decisión
if(x2>xt){print("Se rechaza H0")} else {print("No se rechaza H0")}

## [1] "No se rechaza H0"
```

14. Problem

Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

- (a) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher
- (b) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student
- (c) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales
- (d) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- (e) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado

Solution

Las únicas respuestas correctas son:

- Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

15. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 89.60 89.84 85.27 90.74 89.67 87.52
## [7] 85.97 91.83 88.98 86.47
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) Ninguna
- (b) Ejercicio mal planteado
- (c) No se rechaza H_0
- (d) Se rechaza H_0
- (e) Falta información

Solution

Sea $H_0 : \mu = 89$ y $H_1 : \mu < 89$. El estadístico de prueba es $Z_0 = -0.5812418$. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```