1. **Problem**
   Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##     y
## x      1    2    3    4
##   1 0.17 0.03 0.05 0.04
##   2 0.23 0.03 0.04 0.05
##   3 0.25 0.04 0.03 0.04
```

   (a) Falta información
   (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (c) 1.73
   (d) 1
   (e) 2.07

   Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 2.07
```

2. **Problem**
   Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x,y) = \frac{x(1+3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

   Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

   (a) 0.17
   (b) 3/64
   (c) 0
   (d) La función no es una función de probabilidad
   (e) 1/3

   Solution
   Ver página 100-101 del libro Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Novena edición Ronald E. Walpole.

3. **Problem**
   Sean dos variables aleatorias X, Y, con $E[X] = 2$, $E[Y] = 8$, $E[X, Y] = 19$, la covarianza es:

   (a) 3
   (b) 16
   (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (d) 35
   (e) Falta información

Solution
Por definición $cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

4. **Problem**
Si:

$$f(x,y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

Obtenga $E[X^2]$

(a) $\frac{2}{3}$
(b) Ninguna o la información dada es incorrecta
(c) $\frac{5}{12}$
(d) $\frac{7}{12}$
(e) Falta información

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X^2] = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{5}{12}$$

5. **Problem**
Si:

$$f(x,y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

Encuentre la densidad $f(x)$.

(a) $f(x) = \frac{x^2}{3}$
(b) $f(x) = \frac{x}{4} + 5$
(c) $f(x) = 6$
(d) Falta información
(e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution
No es una función de densidad, ya que:

$$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x,y)dydx \neq 1$$

Por lo tanto la opción correcta es "Ninguna o la información dada es incorrecta"

6. **Problem**
Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 18$ y $n_2 = 10$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 4.41)$

(a) Falta información
(b) Ninguna
(c) 0.9857329
(d) 0.0142671
(e) 0.9998086

Solution
Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 4.41$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9857329
```

7. **Problem**
La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 7.24$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 8.62$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 55 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 12.63 minutos;

(a) 0.9999982
(b) 1.7651635 $\times$ 10-6
(c) 0
(d) Información insuficiente
(e) Ninguna

Solution
$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 1.765164e-06
```

8. **Problem**
La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 76.65 centímetros y una desviación estándar de 14.9 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 40.25 centímetros con una desviación estándar de 11.6 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 52 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 62 poodles a lo sumo 37.5 centímetros.

(a) 0.6676631
(b) Información insuficiente
(c) 1.3353261
(d) Ninguna
(e) 0.3323369

Solution
$P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) = P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right) =$

$$\approx \phi\left(\frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right)$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.6676631
```

9. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 13)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 8 y 23

   (a) 0.1563997
   (b) 0.9583237
   (c) Ninguna
   (d) 0.5122957
   (e) Falta información

   Solution
   La respuesta correcta es:

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.801924
```

   Por lo tanto es ninguna

10. **Problem**
    Sea X una va tal que $X \sim U(a, b)$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n, encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

    (a) Ninguna
    (b) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
    (c) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{b-a}$
    (d) $f(x) = \frac{1}{a-b}$
    (e) $f(x) = \frac{1}{b-a}$

    Solution
    La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1) \ldots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$