1. **Problem**
   Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y $-X$

   (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (b) $\rho = 0$
   (c) $\rho = 1$
   (d) Falta información
   (e) $\rho = -1$

   Solution

$$Cov(X, -X) = E[X * (-X)] - E[X]E[-X] = -E[X^2] + E[X]^2 = -\sigma_x^2$$

$$V(-X) = V(X)$$

$$\rho = \frac{Cov(X, -X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{.\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = -1$$

2. **Problem**
   Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y X

   (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (b) $\rho = 1$
   (c) $\rho = -1$
   (d) Falta información
   (e) $\rho = 0$

   Solution

$$Cov(X, X) = E[XX] - E[X]E[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \sigma_x^2$$

$$\rho = \frac{Cov(X, X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = 1$$

3. **Problem**
   Si:

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

   Obtenga $E[X]$

   (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (b) $\frac{7}{12}$
   (c) Falta información
   (d) $\frac{2}{3}$
   (e) $\frac{5}{12}$

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X] = \int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{12}$$

4. **Problem**
   Si:

   $$f(x,y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

   Encuentre la densidad $f(x)$.

   (a) $f(x) = \frac{x}{4} + 5$
   (b) Falta información
   (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (d) $f(x) = \frac{x^2}{3}$
   (e) $f(x) = 6$

   Solution
   No es una función de densidad, ya que:

   $$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x,y) dy dx \neq 1$$

   Por lo tanto la opción correcta es "Ninguna o la información dada es incorrecta"

5. **Problem**
   Suponga que se toman dos muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 de dos poblaciones normales con medias μ_1 y μ_2 y varianzas σ_1^2 y σ_2^2, respectivamente. Si $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ son las medias de muestra, encuentre la distribución de muestreo de la estadística:

   $$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$$

   (a) $N(0, \sigma_1 + \sigma_2)$
   (b) Falta información
   (c) $N(0,1)$
   (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (e) $N(\mu_1 + \mu_2, 1)$

   Solution
   Ya que:

   $$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)})$$

   Así que:

   $$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \sim N(0,1)$$

   ya que es un proceso de armonización de una variable normal.

6. **Problem**
   Una población de fuentes de energía para una computadora personal tiene un voltaje de salida que se distribuye normalmente con media 9 V y desviación estándar de 0.14. Se selecciona una muestra aleatoria de 41 fuentes de energía. ¿Cuál es la distribución de $\bar{X}$?
   (a) $\bar{X} \sim$ N(9 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.0218643$)
   (b) Ninguna
   (c) $\bar{X} \sim$ N(9 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.0034146$)
   (d) Falta información
   (e) $\bar{X} \sim$ N(9 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.14$)

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene:
   $$\bar{X} \sim N\left(\bar{X}, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$
   Por lo tanto: $\bar{X} \sim$ N(9,0.0218643)

7. **Problem**
   Se toma una muestra aleatoria de tamaño 5 de una población finita de tamaño 74, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: 64, 19, 111, 15, 20
   (a) 1728.7
   (b) Falta información
   (c) 322.3791892
   (d) Ninguna
   (e) 45.8

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene calculando:
   $$V(\bar{X}) = (1 - \frac{n}{N})\frac{S_x^2}{n}$$
   Por lo tanto la respuesta es: 322.3791892

8. **Problem**
   La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:
   (a) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
   (b) Todas
   (c) Son exactamente iguales
   (d) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
   (e) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos

   Solution
   Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

9. **Problem**
   La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

(a) Un estimador insesgado de la media poblacional
(b) Un estimador sesgado de la media poblacional
(c) Un estimador sesgado de la media muestral
(d) Todas
(e) Un estimador insesgado de la media muestral

Solution
La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

10. **Problem**
Se lleva a cabo un estudio para determinar el porcentaje de propietarios de casa que poseen al menos dos aparatos de televisión. ¿Qué tan grande debe ser la muestra si se desea tener una confianza del 95% de que el error al estimar está cantidad sea menor que 0.04? (asuma máxima varianza)

(a) Falta información
(b) 16577
(c) 42
(d) 601
(e) 1041

Solution
En R:

```
ceiling(((1.96/error)^2)*0.5^2)

## [1] 601
```

11. **Problem**
El voltaje de salida de dos tipos diferentes de transformadores se está investigando. 26 transformadores de cada tipo se seleccionan al azar y se mide el voltaje. Las medias de muestras son 10.1 y 10.4 volts respectivamente. Sabemos que las varianzas del voltaje de salida para los dos tipos de transformadores son 0.4 y 0.8 respectivamente, Construya un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto la diferencia en el voltaje medio.

(a) -0.8542729, 0.2542729
(b) -0.6523285, 0.0523285
(c) -0.7210755, 0.1210755
(d) Falta información
(e) Ninguna

Solution
En R

```
(mu1-mu2)+c(-1,1)*1.96*sqrt((v1/n)+(v2/n))

## [1] -0.7210755  0.1210755
```

12. **Problem**
Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n2 = 36$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}_1^2 = 13.88$ y $\hat{S}_2^2 = 58.6$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

(a) 0.2971665, 0.777387

(b) 0.0194333, 0.1154774

(c) 0.0971665, 0.577387

(d) Falta información

(e) Ninguna

Solution
En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.09716652 0.57738705
```

13. **Problem**
El fabricante de una fuente de poder esta interesado en la variabilidad del voltaje de salida. Ha probado 12 unidades, elegidas al azar, con los siguientes resultados:

```
x
```

```
##  [1] 5.07 6.27 4.74 6.25 5.45 5.21 5.95
##  [8] 6.00 5.97 5.99 6.27 4.62
```

Suponiendo normalidad. Pruebe la hipótesis de que $\sigma^2 = 0.27$. Use $\alpha = 0.05$

(a) Se rechaza H0

(b) No se Rechaza H0

(c) Falta información

(d) Ninguna

(e) $\chi_0^2 = \hat{S}^2/\sigma_0^2$

Solution
En R:

```
#El estadístico de prueba:
x2<-(n-1)*var(x)/vv
#valor de tablas
xt<-qchisq(0.05,n-1,lower.tail = F)
#decisión
if(x2>xt){print("Se rechaza H0")} else {print("No se rechaza H0")}
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

14. **Problem**
Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

(a) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

(b) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales

(c) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado

(d) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student

(e) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal

Solution
Las únicas respuestas correctas son:

- Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

15. **Problem**
Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
##  [1] 89.26 88.48 91.74 90.05 88.39 90.45
##  [7] 83.35 86.42 87.41 91.63
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

(a) Ninguna

(b) Falta información

(c) Se rechaza H0

(d) Ejercicio mal planteado

(e) No se rechaza H0

Solution
Sea $H_0 : \mu = 89$ y $H_1 : \mu < 89$. El estadístico de prueba es $Z_0 =$ -0.3988082. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```