

**1. Problem**

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso de optimización para encontrar la estimación

- (a) Momentos
- (b) Ninguno
- (c) Ambos
- (d) Maxima Verosimilitud
- (e) Depende

**Solution**

El método de máxima verosimilitud plantea un proceso de optimización usando la primera derivada sobre la función logaritmo.

**2. Problem**

Suponga que  $\hat{\theta}_1$  y  $\hat{\theta}_2$  son estimadores de  $\theta$ . Se sabe que  $\hat{\theta}_1$  es insesgado y que  $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$ , suponiendo que  $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$ , que estimador logra un menor error cuadrático medio.

- (a) Ambos
- (b)  $\hat{\theta}_1$
- (c)  $\hat{\theta}_2$
- (d) Falta información
- (e) Ninguna

**Solution**

La definición del ECM es:

$$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta}])^2]$$

Así:

$$ECM(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_1)$$

$$ECM(\hat{\theta}_2) = V(\hat{\theta}_1) + \frac{\theta^2}{4}$$

Por lo que  $\hat{\theta}_1$  es mas pequeño

**3. Problem**

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso basada en comparar las esperanzas con sus equivalentes de la muestra según sus potencias, para encontrar la estimación

- (a) Depende
- (b) Maxima Verosimilitud
- (c) Ninguno
- (d) Ambos
- (e) Momentos

**Solution**

El método de momentos

**4. Problem**

La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

- (a) Un estimador sesgado de la media poblacional
- (b) Un estimador sesgado de la media muestral
- (c) Un estimador insesgado de la media poblacional
- (d) Un estimador insesgado de la media muestral
- (e) Todas

**Solution**

La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

**5. Problem**

una muestra aleatoria de tamaño 54 de una población normal tiene media  $\bar{X} = 529.4$  y una varianza muestral de  $\hat{S}^2 = 67.89$ . Encuentre un intervalo de confianza al 99% de confiabilidad.

- (a) Ninguna
- (b) 527.5611349, 531.2388651
- (c) Falta información
- (d) 526.5071512, 532.2928488
- (e) 527.2023319, 531.5976681

**Solution**

En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n  
xbar+c(-1,1)*2.58*sqrt(s2xbar)
```

```
## [1] 526.5072 532.2928
```

**6. Problem**

Se extraen muestras aleatorias de tamaños  $n_1 = n_2 = 31$  de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son  $\hat{S}_1^2 = 10.54$  y  $\hat{S}_2^2 = 49.1$ . Construye un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

- (a) Falta información
- (b) Ninguna
- (c) 0.1035052, 0.445201
- (d) 0.3035052, 0.645201
- (e) 0.020701, 0.0890402

**Solution**

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)  
ls<-s21/s22*qf(0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)  
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.1035052 0.4452010
```

### 7. Problem

Se extraen muestras aleatorias de tamaños  $n_1 = n_2 = 23$  de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son  $\hat{S}_1^2 = 28.99$  y  $\hat{S}_2^2 = 42.72$ . Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

- (a) Ninguna
- (b) Falta información
- (c) 0.2171833, 2.1203496
- (d) 0.0434367, 0.4240699
- (e) 0.4171833, 2.3203496

### Solution

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qt(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qt(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.2171833 2.1203496
```

### 8. Problem

Los intervalos de confianza para la proporción usa los siguientes supuestos:

- (a) Ninguna
- (b) Falta información
- (c) Se usa el parámetro  $P$  para el error estándar del intervalo
- (d) Los datos son normales
- (e)  $n$  es grande

### Solution

Los datos son normales y  $n$  debe ser grande ( $> 30$ )

### 9. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos seis días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 92.49 92.46 91.80 91.64
## [5] 88.74 92.46
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 90%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) Falta información
- (b) Ejercicio mal planteado
- (c) Se rechaza  $H_0$
- (d) No se rechaza  $H_0$
- (e) Ninguna

**Solution**

Sea  $H_0 : \mu = 90$  y  $H_1 : \mu < 90$ . El estadístico de prueba es  $Z_0 = 1.7508864$ . Se rechaza  $H_0$  si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

**10. Problem**

Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
25	25
23	25
24	25
25	24
27	21
24	24
23	23

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de  $t_0$

- (a) Ninguna
- (b) 0.7470874
- (c) 0.6723786
- (d) Falta información
- (e) 1.7470874

**Solution**

Con  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0
```

```
## [1] 0.7470874
```

### 11. Problem

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 88.17 90.65 93.32 86.96
## [5] 89.96 88.09 89.37 93.04
## [9] 89.71 96.12
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) Ejercicio mal planteado
- (b) No se rechaza  $H_0$
- (c) Ninguna
- (d) Falta información
- (e) Se rechaza  $H_0$

### Solution

Sea  $H_0 : \mu = 89$  y  $H_1 : \mu < 89$ . El estadístico de prueba es  $Z_0 = 2.1764747$ . Se rechaza  $H_0$  si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

### 12. Problem

Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

- (a) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student
- (b) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- (c) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado
- (d) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales
- (e) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

### Solution

Las únicas respuestas correctas son:

- Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher