

### 1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Para el caso discreto si la variable  $X$  toma 4 valores y la variable  $Y$  toma 5 valores, entonces su distribución conjunta tiene 21 combinaciones
- (b)  $f(x, y) = f(x) * f(y)$  siempre
- (c) Para el caso continuo  $\int_{R_x} f(x, y) dx = f(y)$
- (d) Si dos variables aleatorias  $X, Y$  son independientes, entonces  $cov(x, y) = 0$
- (e) Para el caso continuo  $\int_{R_x} f(x, y) dx = f(x)$

### Solution

- Incorrecto
- Incorrecto
- Correcto
- Correcto
- Incorrecto, las combinaciones son 20

### 2. Problem

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de  $X$

```
##      y
## x      1      2      3      4
## 1 0.20 0.03 0.05 0.03
## 2 0.22 0.04 0.05 0.03
## 3 0.21 0.03 0.04 0.07
```

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) 1.77
- (c) 2.04
- (d) 1
- (e) Falta información

### Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux

## [1] 2.04
```

### 3. Problem

Sean dos variables aleatorias  $X, Y$ , con  $E[X] = 3$ ,  $E[Y] = 6$ ,  $E[XY] = 21$ , la covarianza es:

- (a) Falta información
- (b) 39
- (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (d) 18
- (e) 3

**Solution**

Por definición  $cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$ , en R; sea  $E[XY]$  exy,  $E[X]$  ex y  $E[Y]$  ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

**4. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim \chi^2(v = 13)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  se encuentren entre 3 y 22

- (a) 0.0020657
- (b) 0.9425725
- (c) Ninguna
- (d) 0.9446382
- (e) Falta información

**Solution**

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.9425725
```

**5. Problem**

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media  $\mu = 6.99$  minutos y una desviación estándar  $\sigma = 14.99$  minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 64 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 11.87 minutos;

- (a) Información insuficiente
- (b) 0
- (c) Ninguna
- (d) 0.0046017
- (e) 0.9953983

**Solution**

$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.004601724
```

**6. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim \chi^2(v = 14)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  se encuentren entre 8 y 23

- (a) 0.9397303
- (b) 0.5807289
- (c) 0.110674

- (d) Ninguna
- (e) Falta información

**Solution**

La respuesta correcta es:

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.8290563
```

Por lo tanto es ninguna

**7. Problem**

Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cuál de ellos emplea un proceso basada en comparar las esperanzas con sus equivalentes de la muestra según sus potencias, para encontrar la estimación

- (a) Ninguno
- (b) Momentos
- (c) Ambos
- (d) Maxima Verosimilitud
- (e) Depende

**Solution**

El método de momentos

**8. Problem**

La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:

- (a) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
- (b) Todas
- (c) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
- (d) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos
- (e) Son exactamente iguales

**Solution**

Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

**9. Problem**

La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

- (a) Un estimador sesgado de la media muestral
- (b) Un estimador insesgado de la media muestral
- (c) Un estimador insesgado de la media poblacional
- (d) Un estimador sesgado de la media poblacional
- (e) Todas

**Solution**

La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

**10. Problem**

una muestra aleatoria de tamaño 46 de una población normal tiene media  $\bar{X} = 426.68$  y una varianza muestral de  $\hat{S}^2 = 68.54$ . Encuentre un intervalo de confianza al 99% de confiabilidad.

- (a) 424.6781249, 428.6818751
- (b) Falta información
- (c) 424.2875151, 429.0724849
- (d) Ninguna
- (e) 423.5307087, 429.8292913

**Solution**

En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n  
xbar+c(-1,1)*2.58*sqrt(s2xbar)
```

```
## [1] 423.5307 429.8293
```

**11. Problem**

Se extraen muestras aleatorias de tamaños  $n_1 = n_2 = 66$  de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son  $\hat{S}_1^2 = 10.18$  y  $\hat{S}_2^2 = 58.92$ . Construye un intervalo de confianza de dos lados del 99% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$

- (a) Falta información
- (b) 0.090474, 0.3299487
- (c) 0.290474, 0.5299487
- (d) 0.0180948, 0.0659897
- (e) Ninguna

**Solution**

En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)  
ls<-s21/s22*qf(0.01/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)  
c(li,ls)
```

```
## [1] 0.09047398 0.32994866
```

**12. Problem**

Los intervalos de confianza para la proporción usa los siguientes supuestos:

- (a) Los datos son normales
- (b) n es grande
- (c) Se usa el parámetro  $P$  para el error estándar del intervalo
- (d) Ninguna
- (e) Falta información

**Solution**

Los datos son normales y n debe ser grande ( $> 30$ )

**13. Problem**

Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos diez días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 90.95 85.72 89.07 86.82 89.80 85.13 87.04 90.64 87.97 88.35
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 89%? (asuma un error de tipo I del 1%)

- (a) Ninguna
- (b) No se rechaza  $H_0$
- (c) Se rechaza  $H_0$
- (d) Falta información
- (e) Ejercicio mal planteado

**Solution**

Sea  $H_0 : \mu = 89$  y  $H_1 : \mu < 89$ . El estadístico de prueba es  $Z_0 = -1.2034957$ . Se rechaza  $H_0$  si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

**14. Problem**

Seleccione los criterios correctos para controlar los errores de tipo I y de tipo II

- (a) El error de tipo I reduce con una muestra más grande
- (b) Todas
- (c) El error de tipo I y II se fijan al momento de calcular el tamaño de muestra para la prueba
- (d) Una vez obtenido la muestra no es posible controlar el error de tipo I
- (e) El error de tipo II reduce con una muestra más grande

**Solution**

- Falso
- Verdadero
- Verdadero
- Falso
- Falso

**15. Problem**

Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

- (a) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado
- (b) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student
- (c) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales

- (d) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher
- (e) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal

**Solution**

- Falso
- Falso
- Verdadero
- Falso
- Verdadero