1. **Problem**
   Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x       1    2    3    4
##    1 0.18 0.06 0.04 0.06
##    2 0.22 0.04 0.05 0.04
##    3 0.19 0.05 0.04 0.02
```

   (a) 0.99
   (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (c) 1.76
   (d) 1.94
   (e) Falta información

   Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.94
```

2. **Problem**
   Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x,y) = \frac{x(1+3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

   Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

   (a) 3/64
   (b) 1/3
   (c) La función no es una función de probabilidad
   (d) 0
   (e) 0.17

   Solution
   Ver página 100-101 del libro Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Novena edición Ronald E. Walpole.

3. **Problem**
   Sean dos variables aleatorias X, Y, con $E[X] = 9$, $E[Y] = 4$, $E[X, Y] = 39$, la covarianza es:

   (a) 3
   (b) Falta información
   (c) 75
   (d) 36
   (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution
Por definición $cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$, en R; sea $E[XY]$ exy, $E[X]$ ex y $E[Y]$ ey

```
exy-ex*ey
```

```
## [1] 3
```

4. **Problem**
Si:

$$f(x,y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

Obtenga $E[X^2]$

 (a) Falta información
 (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
 (c) $\frac{7}{12}$
 (d) $\frac{2}{3}$
 (e) $\frac{5}{12}$

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X^2] = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{5}{12}$$

5. **Problem**
Si:

$$f(x,y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

Encuentre la densidad $f(x)$.

 (a) $f(x) = \frac{x}{4} + 5$
 (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
 (c) $f(x) = \frac{x^2}{3}$
 (d) Falta información
 (e) $f(x) = 6$

Solution
No es una función de densidad, ya que:

$$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x,y)dydx \neq 1$$

Por lo tanto la opción correcta es "Ninguna o la información dada es incorrecta"

6. **Problem**
Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 24$ y $n_2 = 25$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 4.22)$

(a) 0.9995781
(b) Falta información
(c) Ninguna
(d) 4.2194395 × 10-4
(e) 0.9998373

Solution
Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 4.22$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9995781
```

7. **Problem**
La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 13.81$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 7.69$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 45 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 13.61 minutos;

(a) 0.4307498
(b) Información insuficiente
(c) Ninguna
(d) 0.5692502
(e) 1

Solution
$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.5692502
```

8. **Problem**
La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 63.6 centímetros y una desviación estándar de 14.16 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 46.1 centímetros con una desviación estándar de 9.24 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 65 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 62 poodles a lo sumo 17.7 centímetros.

(a) 0.5377171
(b) 0.4622829
(c) Información insuficiente
(d) Ninguna
(e) 1.0754342

Solution
$P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) = P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right) =$

$$\approx \phi\left(\frac{b-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\right)$$

```
pnorm(z)

## [1] 0.5377171
```

9. **Problem**
   Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 10)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 4 y 16

   (a) Falta información
   (b) 0.5885213
   (c) Ninguna
   (d) 0.052653
   (e) 0.9003676

   Solution
   La respuesta correcta es:

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.8477146
```

   Por lo tanto es ninguna

10. **Problem**
    Sea X una va tal que $X \sim U(a, b)$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n, encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

    (a) $f(x) = \frac{1}{b-a}$
    (b) Ninguna
    (c) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
    (d) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{b-a}$
    (e) $f(x) = \frac{1}{a-b}$

    Solution
    La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1) \ldots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$