

1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
- (b) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
- (c) Para el caso continuo $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(y)$
- (d) Para el caso continuo $\int_{R^x} f(x, y)dy = f(x)$
- (e) Para el caso discreto si la variable X toma 3 valores y la variable Y toma 9 valores, entonces su distribución conjunta tiene 28 combinaciones

Solution

- (a) Correcto
- (b) Incorrecto. Solo si X e Y son independientes
- (c) Incorrecto. el resultado es $f(y)$
- (d) Correcto
- (e) Incorrecto, las combinaciones son 27

2. Problem

Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal $f(x)$ es:

- (a) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (b) Ninguna
- (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (d) Falta información
- (e) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$

Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left(x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

3. Problem

Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 2$, $E[Y] = 4$, $E[X, Y] = 13$, la covarianza es:

- (a) 21
- (b) -5
- (c) 8
- (d) Falta información
- (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution

Por definición si X e Y son independientes $E[X, Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X, Y) = 0$

4. Problem

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x      1      2      3      4
##  1  0.15  0.05  0.04  0.05
##  2  0.23  0.04  0.03  0.04
##  3  0.23  0.04  0.05  0.05
```

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) Falta información
- (c) 1
- (d) 1.79
- (e) 2.08

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 2.08
```

5. Problem

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 1/3
- (b) La función no es una función de probabilidad
- (c) 0.17
- (d) 0
- (e) 3/64

Solution

Ver página 100 del libro guía

6. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 16)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 3 y 19

- (a) 0.7313368
- (b) 0.7311673
- (c) Falta información

- (d) Ninguna
- (e) 1.6956573×10^{-4}

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.7311673
```

7. Problem

Sea X una va tal que $X \sim t(v = 22)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a 0.68

- (a) Ninguna
- (b) 0.7482011
- (c) 0.9061976
- (d) 0.2517989
- (e) Falta información

Solution

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.2517989
```

8. Problem

Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 7, v_2 = 17)$. Calcular la probabilidad que X sea 1.36

- (a) 0.7163441
- (b) 0.6456313
- (c) 0.2836559
- (d) Ninguna
- (e) Falta información

Solution

Se esta pidiendo que $P(X = 1.36)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. Problem

Si \hat{S}_1^2 y \hat{S}_2^2 representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 24$ y $n_2 = 28$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 1.81)$

- (a) 0.0700351
- (b) 0.9583086
- (c) 0.9299649
- (d) Ninguna
- (e) Falta información

Solution

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 1.81)$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9299649
```

10. **Problem**

La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 71.29 centímetros y una desviación estándar de 9.26 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 28.7 centímetros con una desviación estándar de 5.13 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 69 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 70 poodles a lo sumo 44.39 centímetros.

- (a) 1.8428706
- (b) 0.9214353
- (c) 0.0785647
- (d) Información insuficiente
- (e) Ninguna

Solution

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) &= P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) = \\ &\approx \phi\left(\frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) \end{aligned}$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.9214353
```