

### 1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y) dx = f(y)$
- (b)  $f(x, y) = f(x) * f(y)$  siempre
- (c) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y) dx = f(x)$
- (d) Si dos variables aleatorias  $X, Y$  son independientes, entonces  $cov(x, y) = 0$
- (e) Para el caso discreto si la variable  $X$  toma 6 valores y la variable  $Y$  toma 9 valores, entonces su distribución conjunta tiene 55 combinaciones

### Solution

- (a) Correcto
- (b) Incorrecto. Solo si  $X$  e  $Y$  son independientes
- (c) Incorrecto. el resultado es  $f(y)$
- (d) Correcto
- (e) Incorrecto, las combinaciones son 54

### 2. Problem

Sea  $(X, Y)$  va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal  $f(x)$  es:

- (a) Falta información
- (b)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (c) Ninguna
- (d)  $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (e)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$

### Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y} dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left( x^2 \int_0^\infty ye^{-y} dy + x \int_0^\infty y^2 e^{-y} dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

### 3. Problem

Sean dos variables aleatorias  $X, Y$  independientes, con  $E[X] = 8$ ,  $E[Y] = 3$ ,  $E[X, Y] = 29$ , la covarianza es:

- (a) -5
- (b) 24
- (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (d) Falta información
- (e) 53

**Solution**

Por definición si  $X$  e  $Y$  son independientes  $E[X, Y] = E[X]E[Y]$  y  $cov(X, Y) = 0$

**4. Problem**

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de  $X$

```
##      y
## x      1      2      3      4
##  1  0.23  0.05  0.04  0.03
##  2  0.20  0.04  0.03  0.03
##  3  0.20  0.05  0.04  0.05
```

- (a) 1.68
- (b) Falta información
- (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (d) 1.97
- (e) 0.99

**Solution**

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.97
```

**5. Problem**

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 0.17
- (b) 0
- (c) 3/64
- (d) 1/3
- (e) La función no es una función de probabilidad

**Solution**

Ver página 100 del libro guía

**6. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim \chi^2(v = 4)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  se encuentren entre 4 y 17

- (a) 0.5939942
- (b) 0.4040729
- (c) Ninguna

- (d) Falta información
- (e) 0.9980671

**Solution**

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.4040729
```

**7. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim t(v = 6)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea mayor a 2.53

- (a) 0.0223398
- (b) Falta información
- (c) Ninguna
- (d) 0.9988447
- (e) 0.9776602

**Solution**

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.02233985
```

**8. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim F(v_1 = 25, v_2 = 25)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea 6.2

- (a)  $1.0532193 \times 10^{-5}$
- (b) Falta información
- (c) 0.9999895
- (d) 0.9999895
- (e) Ninguna

**Solution**

Se esta pidiendo que  $P(X = 6.2)$ , dado que  $X$  es continua la probabilidad es cero

**9. Problem**

Si  $\hat{S}_1^2$  y  $\hat{S}_2^2$  representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños  $n_1 = 12$  y  $n_2 = 14$ , tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule:  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 2.68)$

- (a) Ninguna
- (b) 0.9528217
- (c) 0.9892959
- (d) 0.0471783
- (e) Falta información

**Solution**

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 2.68)$  como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9528217
```

10. **Problem**

La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 71.14 centímetros y una desviación estándar de 9.3 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 44.89 centímetros con una desviación estándar de 5.36 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 68 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 68 poodles a lo sumo 26.45 centímetros.

- (a) 0.4389444
- (b) 1.1221111
- (c) 0.5610556
- (d) Información insuficiente
- (e) Ninguna

**Solution**

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) &= P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) = \\ &\approx \phi\left(\frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) \end{aligned}$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.5610556
```