1. **Problem**
   Entre los métodos de momentos y máxima verosimilitud cúal de ellos emplea un proceso de optimización para en encontrar la estimación

   (a) Depende
   (b) Ninguno
   (c) Momentos
   (d) Ambos
   (e) Maxima Verosimilitud

   Solution
   El método de máxima verosimilitud plantea un proceso de optimización usando la primera derivada sobre la función logarítmo.

2. **Problem**
   Suponga que $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son estimadores de θ. Se sabe que $\hat{\theta}_1$ es insesgado y que $E[\hat{\theta}_2] = \theta/2$, suponiendo que $V(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_2)$, que estimador logra un menor error cuadrático medio.

   (a) Ambos
   (b) Ninguna
   (c) $\hat{\theta}_2$
   (d) Falta información
   (e) $\hat{\theta}_1$

   Solution
   La definición del ECM es:

   $$ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + E[(\theta - E[\hat{\theta})^2]$$

   Así:

   $$ECM(\hat{\theta}_1) = V(\hat{\theta}_1)$$

   $$ECM(\hat{\theta}_2) = V(\hat{\theta}_1) + \frac{\theta^2}{4}$$

   Por lo que $\hat{\theta}_1$ es mas pequeño

3. **Problem**
   Supongase que la variable aleatoria X tiene la distribución de probabilidad

   $$f(x) = (\gamma + 2)X^{\gamma} \quad 0 < X < 1$$

   Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un muestra aleatoria de tamaño n. Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de γ

   (a) Ninguno
   (b) No es una función de probabilidad
   (c) $\hat{\gamma} = -1 - \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$
   (d) $\hat{\gamma} = \bar{X}$
   (e) $\hat{\gamma} = -1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} lnX_i}$

Solution
No es una función de probabilidad, ya que:

$$\int_0^1 f(x)dx = (\gamma+2)\int_0^1 X^\gamma dx = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)}X^{\gamma+1}/_0^1 = \frac{(\gamma+2)}{(\gamma+1)} \neq 1$$

4. **Problem**
una muestra aleatoria de tamaño 36 de una población normal tiene media $\bar{X} = 460.3$ y una varianza muestral de $\hat{S}^2 = 51.45$. Encuentre un intervalo de confianza al 90% de confiabilidad.

   (a) 457.2156678, 463.3843322
   (b) Falta información
   (c) Ninguna
   (d) 457.9568639, 462.6431361
   (e) 458.3394168, 462.2605832

   Solution
   En R, sean n el tamaño de la muestra, xbar la media y s2 la varianza muestra.

```
s2xbar<-s2/n
xbar+c(-1,1)*1.64*sqrt(s2xbar)

## [1] 458.3394 462.2606
```

5. **Problem**
Se extraen muestras aleatorias de tamaños $n_1 = n2 = 28$ de dos poblaciones normales independientes. Las varianzas muestrales son $\hat{S}_1^2 = 29.65$ y $\hat{S}_2^2 = 55.14$. Construye un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto al cociente de las varianzas de las poblaciones σ_1^2/σ_2^2

   (a) Ninguna
   (b) 0.0497673, 0.2323975
   (c) Falta información
   (d) 0.4488367, 1.3619876
   (e) 0.2488367, 1.1619876

   Solution
   En R, sean n1 y n2 los tamaños de muestra por población y s21 y s22 las varianzas muestrales por población

```
li<-s21/s22*qf(1-0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
ls<-s21/s22*qf(0.05/2,n2-1,n1-1,lower.tail = F)
c(li,ls)

## [1] 0.2488367 1.1619876
```

6. **Problem**
una carrera en la universidad esta a punto de elegir a sus autoridades, se busca hacer una encuesta de intención de votos en los estudiantes para el candidato "Z", se quiere un nivel de confianza del 95%, y no errar en ± 5%. Calcular el tamaño de muestra, suponiendo "n" máxima.

(a) Falta información
(b) 262
(c) 284
(d) Ninguna
(e) 210

Solution
El máximo tamaño de muestra se da cuando $P = 0.5$, si el error es epsilon, en R.

```
n<-((1.96^epsilon)^2)*0.5^2
ceiling(n)

## [1] 210
```

7. **Problem**
Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. De la experiencia previa se sabe que la varianza del rendimiento con este proceso es 5. Los últimos seis días de operación de la planta han dado como resultado los siguientes rendimientos (en porcentajes):

```
## [1] 89.03 89.18 87.95 91.36 86.78 88.88
```

¿Hay razón para creer que el rendimiento es menor al 90%? (asuma un error de tipo I del 1%)

(a) Falta información
(b) No se rechaza H0
(c) Ejercicio mal planteado
(d) Se rechaza H0
(e) Ninguna

Solution
Sea $H_0 : \mu = 90$ y $H_1 : \mu < 90$. El estadístico de prueba es Z_0 = -1.2451559. Se rechaza H_0 si:

$$Z_0 < -2.58$$

por lo que:

```
ifelse(z0< (-2.58),"Se rechaza H0","No se rechaza H0")

## [1] "No se rechaza H0"
```

8. **Problem**
Un fabricante de propulsores está investigando la desviación lateral en yardas de cierto tipo de proyectil mortero. Se han observado los siguientes datos:

```
##  [1]   6.1727646  26.1223826  -4.5355052  -0.3252705   3.7509443
##  [6]  -0.0288342  21.0170446  -0.2640578  15.9186890 -11.0461337
```

Pruebe la hipótesis de que la desviación lateral media de estos proyectiles de mortero es cero. Suponer que los datos son normales

(a) No se rechaza H0
(b) Falta información
(c) Se rechaza H0
(d) Ninguna
(e) Ejercicio mal planteado

Solution
Sea $H_0 : \mu = 0$ y $H_1 : \mu \neq 0$. El estadístico de prueba es $t_0 = 0.4088251$. se rechaza H_0 si:

$$t_0 < -t_{\alpha/2,n-1} \qquad t_0 > t_{\alpha/2,n-1}$$

por lo que:

```
ifelse(t0<qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F) & t0>-qt(0.05/2,n-1,lower.tail = F),"No se rechaza H
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

9. **Problem**
Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
24	24
27	24
27	25
26	22
25	24
25	25
25	23

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de t_0

(a) Falta información
(b) Ninguna
(c) 2.9104275
(d) 3.9104275
(e) 2.6193848

Solution
Con $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0
```

```
## [1] 2.910428
```