

### 1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a)  $f(x, y) = f(x) * f(y)$  siempre
- (b) Para el caso discreto si la variable  $X$  toma 6 valores y la variable  $Y$  toma 4 valores, entonces su distribución conjunta tiene 25 combinaciones
- (c) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(y)$
- (d) Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(x)$
- (e) Si dos variables aleatorias  $X, Y$  son independientes, entonces  $cov(x, y) = 0$

### Solution

Las únicas opciones correctas son:

- Para el caso continuo  $\int_{R^x} f(x, y)dx = f(y)$
- Si dos variables aleatorias  $X, Y$  son independientes, entonces  $cov(x, y) = 0$

Para el caso de las combinaciones

- Las combinaciones son 24

### 2. Problem

Sea  $(X, Y)$  va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal  $f(x)$  es:

- (a)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (b) Falta información
- (c)  $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (d) Ninguna
- (e)  $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$

### Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left( x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

### 3. Problem

Sean dos variables aleatorias  $X, Y$  independientes, con  $E[X] = 7$ ,  $E[Y] = 6$ ,  $E[X, Y] = 47$ , la covarianza es:

- (a) -5
- (b) 42
- (c) 89
- (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (e) Falta información

**Solution**

Por definición si  $X$  e  $Y$  son independientes  $E[X, Y] = E[X]E[Y]$  y  $cov(X, Y) = 0$

**4. Problem**

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de  $X$

```
##      y
## x      1      2      3      4
##  1 0.21 0.05 0.03 0.05
##  2 0.22 0.02 0.05 0.04
##  3 0.21 0.05 0.04 0.02
```

- (a) 1.68
- (b) 0.99
- (c) Falta información
- (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (e) 1.96

**Solution**

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 1.96
```

**5. Problem**

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 1/3
- (b) La función no es una función de probabilidad
- (c) 0
- (d) 3/64
- (e) 0.17

**Solution**

Ver página 100-101 del libro Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Novena edición Ronald E. Walpole.

**6. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim \chi^2(v = 11)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  se encuentren entre 9 y 22

- (a) Falta información
- (b) 0.5975191
- (c) 0.3781077

- (d) Ninguna
- (e) 0.9756268

**Solution**

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.5975191
```

**7. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim t(v = 25)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea mayor a -1.85

- (a) Falta información
- (b) Ninguna
- (c) 0.0380842
- (d)  $5.3295525 \times 10^{-4}$
- (e) 0.9619158

**Solution**

```
1-pt(b,vv)

## [1] 0.9619158
```

**8. Problem**

Sea  $X$  una va tal que  $X \sim F(v_1 = 28, v_2 = 19)$ . Calcular la probabilidad que  $X$  sea 3.66

- (a) Ninguna
- (b) Falta información
- (c) 0.9976354
- (d) 0.9990414
- (e) 0.0023646

**Solution**

Se esta pidiendo que  $P(X = 3.66)$ , dado que  $X$  es continua la probabilidad es cero

**9. Problem**

Si  $\hat{S}_1^2$  y  $\hat{S}_2^2$  representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños  $n_1 = 8$  y  $n_2 = 28$ , tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule:  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 2.24)$

- (a) Ninguna
- (b) 0.9699611
- (c) 0.9378104
- (d) 0.0621896
- (e) Falta información

**Solution**

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular  $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 2.24)$  como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9378104
```

10. **Problem**

La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 75.33 centímetros y una desviación estándar de 7.67 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 39.95 centímetros con una desviación estándar de 11.37 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 46 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 52 poodles a lo sumo 36.18 centímetros.

- (a) Ninguna
- (b) 0.3400615
- (c) 1.3198771
- (d) Información insuficiente
- (e) 0.6599385

**Solution**

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_t < \bar{X}_p + b) &= P(\bar{X}_t - \bar{X}_p < b) = p\left(Z < \frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) = \\ &\approx \phi\left(\frac{b - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}\right) \end{aligned}$$

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 0.6599385
```