1. **Problem**
   Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y $-X$
   (a) $\rho = -1$
   (b) $\rho = 0$
   (c) $\rho = 1$
   (d) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (e) Falta información

   Solution

$$Cov(X, -X) = E[X * (-X)] - E[X]E[-X] = -E[X^2] + E[X]^2 = -\sigma_x^2$$

$$V(-X) = V(X)$$

$$\rho = \frac{Cov(X, -X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{.\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = -1$$

2. **Problem**
   Sea X una variable aleatorio con varianza finita. Encuentre la correlación entre X y X
   (a) $\rho = -1$
   (b) $\rho = 1$
   (c) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (d) $\rho = 0$
   (e) Falta información

   Solution

$$Cov(X, X) = E[XX] - E[X]E[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \sigma_x^2$$

$$\rho = \frac{Cov(X, X)}{\sigma_x \sigma_x} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} = 1$$

3. **Problem**
   Si:

$$f(x, y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

   Obtenga $E[X]$
   (a) $\frac{2}{3}$
   (b) $\frac{5}{12}$
   (c) $\frac{7}{12}$
   (d) Falta información
   (e) Ninguna o la información dada es incorrecta

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X] = \int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{12}$$

4. **Problem**
Si:

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(6 - x - y) \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 2 \leq y \leq 6$$

Encuentre la densidad $f(x)$.

(a) Falta información
(b) Ninguna o la información dada es incorrecta
(c) $f(x) = 6$
(d) $f(x) = \frac{x^2}{3}$
(e) $f(x) = \frac{x}{4} + 5$

Solution
No es una función de densidad, ya que:

$$\int_{Rx} \int_{Ry} f(x, y) dy dx \neq 1$$

Por lo tanto la opción correcta es "Ninguna o la información dada es incorrecta"

5. **Problem**
Suponga que se toman dos muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 de dos poblaciones normales con medias μ_1 y μ_2 y varianzas σ_1^2 y σ_2^2, respectivamente. Si $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ son las medias de muestra, encuentre la distribución de muestreo de la estadística:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}}$$

(a) Falta información
(b) Ninguna o la información dada es incorrecta
(c) $N(\mu_1 + \mu_2, 1)$
(d) $N(0, 1)$
(e) $N(0, \sigma_1 + \sigma_2)$

Solution
Ya que:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)})$$

Así que:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2/n_1) + (\sigma_2^2/n_2)}} \sim N(0, 1)$$

ya que es un proceso de armonización de una variable normal.

6. **Problem**
Una población de fuentes de energía para una computadora personal tiene un voltaje de salida que se distribuye normalmente con media 6 V y desviación estándar de 0.99. Se selecciona una muestra aleatoria de 36 fuentes de energía. ¿Cuál es la distribución de $\bar{X}$?

(a) $\bar{X} \sim$ N(6 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.165$)
(b) Ninguna
(c) Falta información
(d) $\bar{X} \sim$ N(6 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.99$)
(e) $\bar{X} \sim$ N(6 ,$\sigma_{\bar{x}} = 0.0275$)

Solution
La respuesta correcta se obtiene:

$$\bar{X} \sim N\left(\bar{X}, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Por lo tanto: $\bar{X} \sim$ N(6,0.165)

7. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim U(a, b)$. Se toma una muestra aleatoria de tamaño n, encontrar la función de densidad conjunta de la muestra.

(a) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{b-a}$
(b) $f(x) = \frac{1}{b-a}$
(c) $f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$
(d) Ninguna
(e) $f(x) = \frac{1}{a-b}$

Solution
La respuesta por el principio de independencia de muestras aleatorias es:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1) \ldots f(x_n) = \frac{1}{(b-a)^n}$$

8. **Problem**
La diferencia entre las estimaciones puntuales y las estimaciones por intervalos es:

(a) Las estimaciones puntuales trabajan en base a un margen de error y los intervalos no
(b) Las estimaciones por intervalos trabajan en base métodos de optimización e igualdad de momentos
(c) Son exactamente iguales
(d) Para ambos casos se requiere una muestra aleatoria
(e) Todas

Solution
Ninguna es correcta, las puntuales buscan un único estimado y el por intervalos se basa en establecer un margen de error

9. **Problem**
La media muestral de una muestra tomada de una población normal con desviación estándar de 29, siempre es: (Seleccione una o más de una)

(a) Un estimador sesgado de la media poblacional
(b) Todas
(c) Un estimador insesgado de la media poblacional
(d) Un estimador sesgado de la media muestral
(e) Un estimador insesgado de la media muestral

Solution
La respuesta correcta: Un estimador insesgado de la media poblacional

10. **Problem**
Se lleva a cabo un estudio para determinar el porcentaje de propietarios de casa que poseen al menos dos aparatos de televisión. ¿Qué tan grande debe ser la muestra si se desea tener una confianza del 95% de que el error al estimar está cantidad sea menor que 0.04? (asuma máxima varianza)

(a) Falta información
(b) 601
(c) 16577
(d) 42
(e) 1041

Solution
En R:

```
ceiling(((1.96/error)^2)*0.5^2)
```

```
## [1] 601
```

11. **Problem**
El voltaje de salida de dos tipos diferentes de transformadores se está investigando. 26 transformadores de cada tipo se seleccionan al azar y se mide el voltaje. Las medias de muestras son 11.5 y 11.7 volts respectivamente. Sabemos que las varianzas del voltaje de salida para los dos tipos de transformadores son 0.5 y 0.3 respectivamente, Construya un intervalo de confianza de dos lados del 95% respecto la diferencia en el voltaje medio.

(a) -0.6525619, 0.2525619
(b) -0.487675, 0.087675
(c) Falta información
(d) -0.5438067, 0.1438067
(e) Ninguna

Solution
En R

```
(mu1-mu2)+c(-1,1)*1.96*sqrt((v1/n)+(v2/n))
```

```
## [1] -0.5438067  0.1438067
```

12. **Problem**
Los intervalos de confianza para la proporción usa los siguientes supuestos:

(a) n es grande

(b) Ninguna
(c) Se usa el parámetro P para el error estándar del intervalo
(d) Los datos son normales
(e) Falta información

Solution
Los datos son normales y n debe ser grande (> 30)

13. **Problem**
El fabricante de una fuente de poder esta interesado en la variabilidad del voltaje de salida. Ha probado 11 unidades, elegidas al azar, con los siguientes resultados:

```
x
```

```
##  [1] 4.69 4.86 5.04 5.37 5.92 4.66 5.31
##  [8] 4.81 5.45 5.18 5.96
```

Suponiendo normalidad. Pruebe la hipótesis de que $\sigma^2 = 0.21$. Use $\alpha = 0.05$

(a) No se Rechaza H0
(b) Falta información
(c) Ninguna
(d) $\chi_0^2 = \hat{S}^2/\sigma_0^2$
(e) Se rechaza H0

Solution
En R:

```
#El estadístico de prueba:
x2<-(n-1)*var(x)/vv
#valor de tablas
xt<-qchisq(0.05,n-1,lower.tail = F)
#decisión
if(x2>xt){print("Se rechaza H0")} else {print("No se rechaza H0")}
```

```
## [1] "No se rechaza H0"
```

14. **Problem**
Seleccione los supuestos correctos para la prueba de hipótesis de igualdad de dos varianzas

(a) El tamaño de muestra de ambas poblaciones son iguales
(b) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
(c) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como t student
(d) Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como chi cuadrado
(e) La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

Solution
Las únicas respuestas correctas son:

- Las variables de las dos poblaciones se distribuyen como normal
- La estadística de prueba se distribuye como una F de Fisher

15. **Problem**
Se están investigando dos métodos para producir gasolina a partir de petróleo crudo. Se supone que el rendimiento de ambos procesos se distribuye normalmente, los siguientes datos se han obtenido de la planta piloto:

Table 1: Rendimientos

x1	x2
26	22
23	22
25	24
27	23
24	23
25	24
25	23

Suponer igualdad de varianzas, encontrar el valor de t_0

(a) 4.4641016
(b) 3.4641016
(c) Ninguna
(d) 3.1176915
(e) Falta información

Solution
Con $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ y varianzas iguales, el estadístico de prueba es:

$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{S}_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$\hat{S}_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{S}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

En R:

```
s2p<-((n1-1)*var(x1)+(n2-1)*var(x2))/(n1+n2-2)
t0<-(mean(x1)-mean(x2))/sqrt(s2p/n1+s2p/n2)
t0

## [1] 3.464102
```