1. **Problem**
Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

   (a) Para el caso discreto si la variable X toma 4 valores y la variable Y toma 8 valores, entonces su distribución conjunta tiene 33 combinaciones
   (b) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
   (c) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   (d) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$
   (e) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$

   Solution
   Las únicas opciones correctas son:

   - Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
   - Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$

   Para el caso de las combinaciones

   - Las combinaciones son 32

2. **Problem**
Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

   La marginal f(x) es:

   (a) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
   (b) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
   (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{x}$
   (d) Falta información
   (e) Ninguna

   Solution

$$f_X(x) = \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x}\left(x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy\right) =$$

$$= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x}$$

3. **Problem**
Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 8$, $E[Y] = 5$, $E[X, Y] = 45$, la covarianza es:

   (a) 85
   (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
   (c) Falta información
   (d) 40
   (e) -5

Solution
Por definición si X e Y son independientes $E[X,Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X,Y) = 0$

4. **Problem**
Si:

$$f(x,y) = x + y \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1$$

Obtenga $E[X^2]$

(a) $\frac{7}{12}$
(b) $\frac{2}{3}$
(c) Ninguna o la información dada es incorrecta
(d) Falta información
(e) $\frac{5}{12}$

Solution

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \quad 0 < x < 1$$

$$E[X^2] = \int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{5}{12}$$

5. **Problem**
Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x,y) = \frac{x(1+3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2|Y = 1/3)$$

(a) 0
(b) La función no es una función de probabilidad
(c) 1/3
(d) 0.17
(e) 3/64

Solution
Ver página 100-101 del libro Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Novena edición Ronald E. Walpole.

6. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 6)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 8 y 20

(a) Ninguna
(b) 0.2353339
(c) 0.9972306
(d) 0.7618967
(e) Falta información

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)

## [1] 0.2353339
```

7. **Problem**
Se toma una muestra aleatoria de tamaño 9 de una población finita de tamaño 73, Calcular para el estimador de la media muestral, su varianza. Los datos son: 8, -2, 27, -33, 24, -28, 28, -31, -31
   (a) 70.5212244
   (b) Falta información
   (c) -4.2222222
   (d) 723.9444444
   (e) Ninguna

   Solution
   La respuesta correcta se obtiene calculando:
$$V(\bar{X}) = (1 - \frac{n}{N})\frac{S_x^2}{n}$$
   Por lo tanto la respuesta es: 70.5212244

8. **Problem**
Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 20, v_2 = 17)$. Calcular la probabilidad que X sea 8.89
   (a) Ninguna
   (b) 1.6601412 × 10-5
   (c) 0.999994
   (d) Falta información
   (e) 0.9999834

   Solution
   Se esta pidiendo que $P(X = 8.89)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

9. **Problem**
Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 6$ y $n_2 = 22$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 3.57)$
   (a) 0.9919782
   (b) 0.0171335
   (c) Ninguna
   (d) Falta información
   (e) 0.9828665

   Solution
   Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 3.57$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9828665
```

10. **Problem**
    Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 13)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 7 y 14

    (a) 0.4413535
    (b) 0.626156
    (c) Ninguna
    (d) 0.0978484
    (e) Falta información

    Solution
    La respuesta correcta es:

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.5283076
```

Por lo tanto es ninguna