

1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
- (b) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(y)$
- (c) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
- (d) Para el caso discreto si la variable X toma 7 valores y la variable Y toma 7 valores, entonces su distribución conjunta tiene 50 combinaciones
- (e) Para el caso continuo $\int_{Rx} f(x, y)dx = f(x)$

Solution

- (a) Correcto
- (b) Correcto
- (c) Incorrecto. Solo si X e Y son independientes
- (d) Incorrecto, las combinaciones son 49
- (e) Incorrecto. el resultado es $f(y)$

2. Problem

Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal $f(x)$ es:

- (a) Ninguna
- (b) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (c) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$
- (d) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (e) Falta información

Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left(x^2 \int_0^\infty ye^{-y}dy + x \int_0^\infty y^2e^{-y}dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

3. Problem

Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 3$, $E[Y] = 9$, $E[X, Y] = 32$, la covarianza es:

- (a) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (b) 59
- (c) -5
- (d) Falta información
- (e) 27

Solution

Por definición si X e Y son independientes $E[X, Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X, Y) = 0$

4. Problem

Para la siguiente tabla de probabilidad conjunta, calcule la esperanza de X

```
##      y
## x      1      2      3      4
##  1  0.19  0.04  0.04  0.03
##  2  0.22  0.05  0.02  0.03
##  3  0.25  0.04  0.03  0.05
```

- (a) 0.99
- (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (c) 1.63
- (d) Falta información
- (e) 2.05

Solution

```
ux<-sum(apply(tt,1,sum)*1:3)
ux
```

```
## [1] 2.05
```

5. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 13)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 6 y 15

- (a) Falta información
- (b) 0.6388002
- (c) Ninguna
- (d) 0.6926472
- (e) 0.053847

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.6388002
```

6. Problem

Sea X una va tal que $X \sim t(v = 8)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a 1.31

- (a) Falta información
- (b) 0.1132793
- (c) 0.8867207
- (d) 0.9846748
- (e) Ninguna

Solution

```
1-pt(b,vv)
```

```
## [1] 0.1132793
```

7. Problem

Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 29, v_2 = 12)$. Calcular la probabilidad que X sea 8.59

- (a) Falta información
- (b) 1.7862216×10^{-4}
- (c) Ninguna
- (d) 0.9998214
- (e) 0.9999988

Solution

Se esta pidiendo que $P(X = 8.59)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

8. Problem

Si \hat{S}_1^2 y \hat{S}_2^2 representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 9$ y $n_2 = 17$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 1.04)$

- (a) Falta información
- (b) 0.4476351
- (c) Ninguna
- (d) 0.5523649
- (e) 0.835626

Solution

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 1.04)$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.5523649
```

9. Problem

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 7.19$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 12.22$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 56 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 8.4 minutos;

- (a) Ninguna
- (b) 0
- (c) 0.7706481
- (d) Información insuficiente
- (e) 0.2293519

Solution

$$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 0.2293519
```