

1. Problem

Debe responder de forma correcta todas las sentencias para que la pregunta sea considerada correcta. Determine la veracidad de las siguientes sentencias:

- (a) Para el caso continuo $\int_{R^x} f(x, y) dx = f(y)$
- (b) $f(x, y) = f(x) * f(y)$ siempre
- (c) Para el caso continuo $\int_{R^x} f(x, y) dx = f(x)$
- (d) Si dos variables aleatorias X, Y son independientes, entonces $cov(x, y) = 0$
- (e) Para el caso discreto si la variable X toma 3 valores y la variable Y toma 6 valores, entonces su distribución conjunta tiene 19 combinaciones

Solution

- (a) Correcto
- (b) Incorrecto. Solo si X e Y son independientes
- (c) Incorrecto. el resultado es $f(y)$
- (d) Correcto
- (e) Incorrecto, las combinaciones son 18

2. Problem

Sea (X, Y) va continuas definidas ambas para los reales positivos, con función de densidad:

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y}$$

La marginal $f(x)$ es:

- (a) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^x$
- (b) Ninguna
- (c) $f_X(x) = \frac{x^2+x}{4}e^{-x}$
- (d) $f_X(x) = \frac{x^2+2x}{4}e^{-x}$
- (e) Falta información

Solution

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \int_0^\infty \frac{1}{4}(x + y)xye^{-x-y} dy = \frac{1}{4}e^{-x} \left(x^2 \int_0^\infty ye^{-y} dy + x \int_0^\infty y^2 e^{-y} dy \right) = \\ &= \frac{x^2 + 2x}{4}e^{-x} \end{aligned}$$

3. Problem

Sean dos variables aleatorias X, Y independientes, con $E[X] = 6$, $E[Y] = 9$, $E[X, Y] = 59$, la covarianza es:

- (a) 54
- (b) Ninguna o la información dada es incorrecta
- (c) Falta información
- (d) 113
- (e) -5

Solution

Por definición si X e Y son independientes $E[X, Y] = E[X]E[Y]$ y $cov(X, Y) = 0$

4. Problem

Dada la función de distribución conjunta:

$$f(x, y) = \frac{x(1 + 3y^2)}{4}, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1$$

Calcule

$$P(1/4 < X < 1/2 | Y = 1/3)$$

- (a) 0.17
- (b) 3/64
- (c) 0
- (d) La función no es una función de probabilidad
- (e) 1/3

Solution

Ver página 100 del libro guía

5. Problem

Sea X una va tal que $X \sim \chi^2(v = 18)$. Calcular la probabilidad que X se encuentren entre 4 y 13

- (a) Falta información
- (b) Ninguna
- (c) 0.2081895
- (d) 2.3744733×10^{-4}
- (e) 0.208427

Solution

```
pchisq(b,vv)-pchisq(a,vv)
```

```
## [1] 0.2081895
```

6. Problem

Sea X una va tal que $X \sim t(v = 9)$. Calcular la probabilidad que X sea mayor a 1.8

- (a) 0.9473047
- (b) 0.0526953
- (c) Ninguna
- (d) 0.9971258
- (e) Falta información

Solution

```
1-pt(b,vv)
```

```
## [1] 0.05269534
```

7. Problem

Sea X una va tal que $X \sim F(v_1 = 23, v_2 = 25)$. Calcular la probabilidad que X sea 9.8

- (a) 0.9999999
- (b) 1.4259569×10^{-7}
- (c) Falta información
- (d) Ninguna
- (e) 0.9999997

Solution

Se esta pidiendo que $P(X = 9.8)$, dado que X es continua la probabilidad es cero

8. Problem

Si \hat{S}_1^2 y \hat{S}_2^2 representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 20$ y $n_2 = 7$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.91)$

- (a) Ninguna
- (b) 0.0492435
- (c) 0.9995295
- (d) Falta información
- (e) 0.9507565

Solution

Al ser las varianzas iguales, todo se reduce a calcular $P(\hat{S}_1^2 / \hat{S}_2^2 < 3.91)$ como una F sin más ajustes.

```
pf(b,n1-1,n2-1)
```

```
## [1] 0.9507565
```

9. Problem

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 8.15$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 5.44$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 54 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 13.15 minutos;

- (a) 1
- (b) $7.1858075 \times 10^{-12}$
- (c) 0
- (d) Ninguna
- (e) Información insuficiente

Solution

$P(\bar{X} > b) = 1 - P(Z < \frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}) \approx 1 - \phi(\frac{b-\mu}{\sigma/\sqrt{n}})$

```
1-pnorm((b-mu)/(sigma/sqrt(n)))
```

```
## [1] 7.185808e-12
```