$q_0 = 0 \quad q_1 = 0$ Debemos demostrar que

$$\frac{1}{4}\left(S|\psi\rangle \otimes TST|\psi\rangle\right) = R_z((\phi))|\psi\rangle \quad \text{, con } \cos\phi = 3/5$$

Para el resto de los casos hay que demostrar que:

$$\frac{1}{4}\left[(-|01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) \otimes S|\psi\rangle + (-|01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) \otimes TST|\psi\rangle = \right.$$

$$= Z|\psi\rangle$$

$$\frac{1}{4}\left[(-|01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) \otimes (S|\psi\rangle + TST|\psi\rangle)\right] = Z|\psi\rangle$$

$$\frac{1}{4}\left[(-|01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) \otimes ((S + TST)|\psi\rangle)\right] = Z|\psi\rangle$$

Sabiendo que en cualquiera de los estados de los dos primeros qubits debe dar $Z|\psi\rangle$, se debe cumplir que

$$(S + XSX) = Z$$

(T se sustituye por X porque ya no influyen los qubits)

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$XSX = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S + XSX = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+i & 0 \\ 0 & i+1 \end{pmatrix} = \underbrace{(1+i)}_{\text{Fase Global}}\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{Z}$$