

# Medición del bienestar

Seminario de Políticas Públicas

Curso de Extensión de Economía Avanzada

2025

# ¿Qué es el bienestar?

- A pesar de que el concepto de **bienestar** es ampliamente utilizado, no hay una definición consensuada.

Definición	Fuente
“This is a dynamic state, in which the individual is able to develop their potential, work productively and creatively, build strong and positive relationships with others, and contribute to their community. It is enhanced when an individual is able to fulfil their personal and social goals and achieve a sense of purpose in society.”	New Economics Foundation, 2008
“Well-being is a state of being with others, where human needs are met, where one can act meaningfully to pursue one’s goals, and where one enjoys a satisfactory quality of life.”	ESRC Research Group on Wellbeing in Developing Countries <a href="http://www.welldev.org.uk">www.welldev.org.uk</a>
“The individual’s experience, or perception, of how well he or she lives is taken as the criterion of quality of life.”	Naess, 1999
“Subjective well-being consists of three interrelated components: life satisfaction, pleasant affect, and unpleasant affect. Affect refers to pleasant and unpleasant moods and emotions, whereas life satisfaction refers to a cognitive sense of satisfaction with life.” Differently from the “traditional clinical models of mental health, subjective well-being does not simply refer to an absence of negative experiences”.	Diener, Suh, Lucas and Smith, 1999

# Enfoque de necesidades

- El enfoque predominante relaciona el bienestar con **satisfacer diversas necesidades humanas**.
- Algunas de estas necesidades son **esenciales**, como estar en buena salud, y también incluyen otras **más complejas**, como la capacidad de perseguir metas, prosperar y sentirse satisfecho con la vida.
- En general, el bienestar es un fenómeno complejo con determinantes **fuertemente correlacionados entre sí**, lo que requiere un marco integral para su evaluación.
- OECD \* identifica tres pilares para comprender y medir el bienestar:
  - **Condiciones de vida materiales** (o **bienestar económico**): determinan las posibilidades de consumo y el control sobre los recursos.
  - **Calidad de vida**: conjunto de atributos no monetarios que dan forma a las oportunidades y posibilidades de vida.
  - **Sostenibilidad de los sistemas socioeconómicos y naturales**: importante para que el bienestar perdure en el tiempo, dependiendo del impacto de las actividades humanas en diferentes tipos de capital (natural, económico, humano y social).

\*OECD (2013) Framework for Statistics on the Distribution of Household Income, Consumption and Wealth

# Bienestar económico

- Dada su relevancia, nos centraremos en las **condiciones de vida materiales o bienestar económico**.
- Nueva pregunta: **¿cómo medir el bienestar económico?** Difícil responder en función de una única variable.
- La literatura ofrece dos opciones:
  - Elegir ciertos bienes y servicios para medir **directamente** el control de recursos para satisfacer necesidades. Por ejemplo, acceso a comida, vivienda, educación, salud, etc.
  - Usar datos de ingresos o consumo como **proxy** de la habilidad para comandar recursos.
    - Gran parte del trabajo de economistas se ha centrado en esta segunda opción.
    - Ventaja: simplicidad, transparencia.
    - Desventaja:
      - ¿Cómo es la capacidad de cada individuo para transformar dinero en bienestar?
      - ¿Bienes y servicios que no son adquiridos a través del mercado?

# Bienestar económico: Función de bienestar social

- Desde el punto de vista del hacedor de políticas, importa analizar la **distribución del bienestar económico**.
- En particular, quisiéramos tener una métrica para saber **qué distribución de bienestar económico es mejor que otra**, tal que sirvan de guía para saber qué políticas/reformas/acciones tomar.
- En esta línea, una primera aproximación es utilizar la **función de bienestar social**.
  - Dos características: (i) sus argumentos son la utilidad de los varios individuos, y (ii) solo la utilidad de los varios individuos entra la función.
  - Formalmente, teniendo una sociedad con  $n$  individuos, donde cada individuo  $i$  obtiene bienestar a partir de un vector de bienes y servicios  $x = (x_1, x_2, \dots, x_K)$  a través de la función  $U_i(x): \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}$ , la función de bienestar social  $W: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  está denotada por:

$$W = f(U_1, U_2, \dots, U_n)$$

- En este caso, se estará mejor mientras el **nivel de bienestar social aumente**.
- **Para pensar:** ¿Qué funciones de bienestar se le ocurren? ¿Es trivial la elección del tipo de función? Piensen en la corriente utilitarista frente a la Rawlsiana.

# Bienestar económico: Indicadores de bienestar

- Una forma alternativa de medir el bienestar es utilizar la función de bienestar social **abreviada**.
- Esta función es expresada en función de **estadísticos calculados directamente del vector de distribución de recursos o de ingresos** (según la forma de medición).
- Por ejemplo:

$$W = w(\text{PBI}, \text{Desigualdad}, \text{Pobreza})$$

En este caso, utilizar esta función sería bajo el supuesto típico de que:  $w_1 > 0$ ,  $w_2 < 0$ ,  $w_3 < 0$

- ¿Qué es la desigualdad? ¿Qué es la pobreza? ¿Cómo medirlas? Nos centraremos en el **enfoque monetario**.

# Desigualdad

- No hay un enfoque teórico generalizado para definir, medir e interpretar la desigualdad.
- En general, el consenso es que la desigualdad es... la **falta de igualdad**. Por ejemplo, que diferentes personas tengan diferentes niveles de condiciones de vida materiales.
- La desigualdad implica además varias **complejidades**:
  - ¿Desigualdad de qué? Se necesita definir qué dimensión es relevante. ¿Desigualdad económica o de bienestar? ¿Resultados o oportunidades?
    - Por suerte, nos estamos enfocando en la desigualdad de ingresos.
  - ¿Desigualdad entre quiénes? Individuos o grupos.
  - ¿Horizonte temporal? Estático o dinámico.
- ¿Qué es lo mejor que podemos hacer para medirla entonces?
  - Pues preguntarnos **cómo la desigualdad en una situación se compara con otra**, y usar esto para imponer ciertas propiedades o “**axiomas**”.
- Buscamos medidas que satisfagan estos axiomas.

# Desigualdad

- Para el desarrollo de los axiomas, necesitamos la siguiente notación:
  - $y_i$  es el ingreso (aunque, en términos generales, podría ser cualquier medida de bienestar económico) del individuo  $i$ .
  - Una distribución de ingreso es un vector de la forma  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ .
  - El set de todas las distribuciones de ingreso es representado por  $\Omega = \{Y | Y \in \mathbb{R}^n\}$ .
  - Estas distribuciones están expresadas en la misma unidad real, tal que son directamente comparables.
- Ahora definamos las relaciones entre vectores:
  - Dados dos vectores  $X, Y \in \Omega$ , la relación  $\succsim$  (“al menos tan igual que”) es la base para comparar desigualdades de distribuciones de ingresos.
  - Si se cumple tanto que  $X \succsim Y$  y que  $Y \succsim X$ , entonces se cumple que ambas distribuciones son igual de desiguales. Esta relación se puede escribir como  $X \sim Y$ .
  - Si se da el caso que  $X \succsim Y$ , pero no se cumple que  $X \sim Y$ , entonces se tiene que  $X$  es más igual (menos desigual) que  $Y$  o  $X \succ Y$ .
  - Se asume que estas relaciones satisfacen reflexividad (**R**), tal que  $X \succsim X$ ; así como transitividad (**Tr**), tal que si  $X \succsim Y$  e  $Y \succsim Z$ , entonces  $X \succsim Z$ .



# Desigualdad: Axiomas

**Axioma 1 – Anonimidad (A):** Si  $X \in \Omega$  es obtenido de  $Y \in \Omega$  a través de una permutación de  $Y$ , entonces  $X \sim Y$

- Consideremos una población compuesta por cuatro individuos nombrados  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , con ingresos  $S/1, S/2, S/3$  y  $S/4$ , respectivamente.

$$Y_1 = \begin{matrix} (1, 2, 3, 4) \\ \alpha, \beta, \gamma, \delta \end{matrix}$$

- Ahora consideremos una segunda población en la cual los ingresos también son  $S/1, S/2, S/3$  y  $S/4$ , pero estos montos son asignados a diferentes receptores de ingresos, por ejemplo:

$$Y_2 = \begin{matrix} (1, 2, 3, 4) \\ \delta, \gamma, \beta, \alpha \end{matrix}$$

- ¿Cómo se comparan las desigualdades de  $Y_1$  y  $Y_2$ ? Generalmente, solo observamos los montos de ingresos recibidos (cuando es posible, ajustados por el tamaño y la composición familiar) **sin prestar atención a los nombres de los individuos particulares**.
- Esta es la propiedad de la anonimidad. Por lo tanto, si una distribución de ingresos es una permutación de otra, entonces ambas son igualmente desiguales.

# Desigualdad: Axiomas

**Axioma 2 – Homogeneidad de ingresos o Independencia de escala (H):** Si  $X \in \Omega$  es obtenido de  $Y \in \Omega$  multiplicando los ingresos de todos los receptores por el mismo escalar positivo  $\lambda$ , entonces  $X \sim Y$

- Este axioma se relaciona con el problema de comparar economías con diferente nivel de ingreso promedio.
- Dados:

$$Y_1 = (1, 2, 3, 4)$$

$$Y_3 = (2, 4, 6, 8)$$

- ¿Cómo se compara la desigualdad de  $Y_3$  con la de  $Y_1$ ? ¿Es  $Y_3$  más desigual que  $Y_1$ ?
- ¿Más desigual?
  - La diferencia de ingresos entre la persona más rica y la más pobre en  $Y_3$  es el doble de lo que es en  $Y_1$ .
  - La varianza de los ingresos en  $Y_3$  es cuatro veces la varianza en  $Y_1$ .
- ¿Igual?
  - En ambos casos, la persona más rica es cuatro veces más rica que la más pobre.
  - Tanto en  $Y_3$  como en  $Y_1$ , la persona más rica recibe el 40% del ingreso total y la más pobre el 10%.
  - El coeficiente de variación es de 0,447 en ambos casos.

# Desigualdad: Axiomas

**Axioma 2 – Homogeneidad de ingresos o Independencia de escala (H):** Si  $X \in \Omega$  es obtenido de  $Y \in \Omega$  multiplicando los ingresos de todos los receptores por el mismo escalar positivo  $\lambda$ , entonces  $X \sim Y$

- La distinción aquí radica entre:
  - 1) la desigualdad **absoluta**, medida en diferencias en soles de ingreso real
  - 2) la desigualdad **relativa**, medida en términos de ratios de ingresos.
- Estas miden conceptos diferentes.
- La mayoría de los analistas de desigualdad utilizan la desigualdad relativa y consideran que  $Y_1$  e  $Y_3$  son igualmente desiguales. Hacen esta elección clara al aceptar la propiedad de Independencia de Escala.
- ¿Cuál sería la lógica? ¿Qué pasa con la relación entre crecimiento económico y desigualdad?

# Desigualdad: Axiomas

**Axioma 3 – Homogeneidad o Independencia de población (P): Si  $X \in \Omega$  es obtenido de  $Y \in \Omega$  al replicar cada ingreso en un número entero de veces, entonces  $X \sim Y$**

- ¿Cómo comparas poblaciones de diferentes tamaños?
- Supongamos que una población es una réplica a escala de otra:
$$Y_4 = (2, 2, 4, 4, 6, 6, 8, 8)$$
$$Y_3 = (2, 4, 6, 8)$$
- $Y_4$  se obtiene de  $Y_3$  replicando cada ingreso una segunda vez.
- ¿Cómo se comparan las desigualdades de  $Y_3$  y  $Y_4$ ? Probablemente, no sea atractivo decir que  $Y_4$  es más desigual que  $Y_3$  solo porque tiene más personas.
- Cuando una distribución de ingresos es una replicación  $n$  veces de otra y consideramos que las dos distribuciones son igualmente desiguales, estamos aceptando el Principio de Independencia de la Población.

# Desigualdad: Axiomas

**Axioma 4 – Principio de transferencia o Condición de Pigou-Dalton (T):** Si manteniendo todos los otros ingresos constantes,  $X \in \Omega$  es obtenido de  $Y \in \Omega$  al transferir una cantidad positiva de ingresos de una persona relativamente rica  $\alpha$  a una persona relativamente pobre  $\beta$ , manteniendo la posición relativa de  $\alpha$  y  $\beta$  en la distribución de ingresos, entonces  $X \succ Y$ .

- ¿Qué sucede cuando se realiza una transferencia de ingresos de alguien que es relativamente rico a alguien que es relativamente pobre, manteniendo sus rangos en la distribución de ingresos iguales?
- Por ejemplo, la persona más rica en  $Y_3 = (2, 4, 6, 8)$  transfiere un dólar de ingreso a la persona más pobre, produciendo la nueva distribución de ingresos  $Y_5 = (3, 4, 6, 7)$ .
- El juicio de que tal transferencia reduce la desigualdad, y por lo tanto  $Y_5$  es más igual (menos desigual) que  $Y_3$ , cuenta con un amplio apoyo.
- Esta idea ha sido llamada el Principio de Transferencia.

# Desigualdad

- Se espera que las medidas de desigualdad cumplan con:
  - 1) La Propiedad de Anonimato
  - 2) La Propiedad de Independencia de Escala
  - 3) Independencia de la Población
  - 4) El Principio de Transferencia
- [Además:
  - Reflexividad
  - Transitividad]
- Esta discusión tiene una conexión importante con la **curva de Lorenz**. Esta curva es fundamental para la medición de la desigualdad.

# Curva de Lorenz

- Una curva de Lorenz es una **representación gráfica** de una distribución de ingresos. Fue sugerida por primera vez por Lorenz (1905).
- Se construye de la siguiente manera:
  - 1) La población (de tamaño  $n$ ) se ordena desde el ingreso más bajo hasta el más alto.
  - 2) En el eje horizontal, se traza el porcentaje acumulado de la población: desde el  $1/n$ -ésimo más pobre, el  $2/n$ -ésimo más pobre, etc.
  - 3) En el eje vertical, se traza el porcentaje acumulado de ingresos recibidos por cada porcentaje acumulado de la población.
  - 4) El gráfico del porcentaje acumulado de ingresos contra el porcentaje acumulado de la población (ordenada) es la curva de Lorenz.

# Curva de Lorenz: Ejemplo

$$Y_1 = (1,2,3,4)$$

Ingreso del hogar	Porcentaje acumulado de la población	Porcentaje acumulado del ingreso
	0%	0%
1		
2		
3		
4		



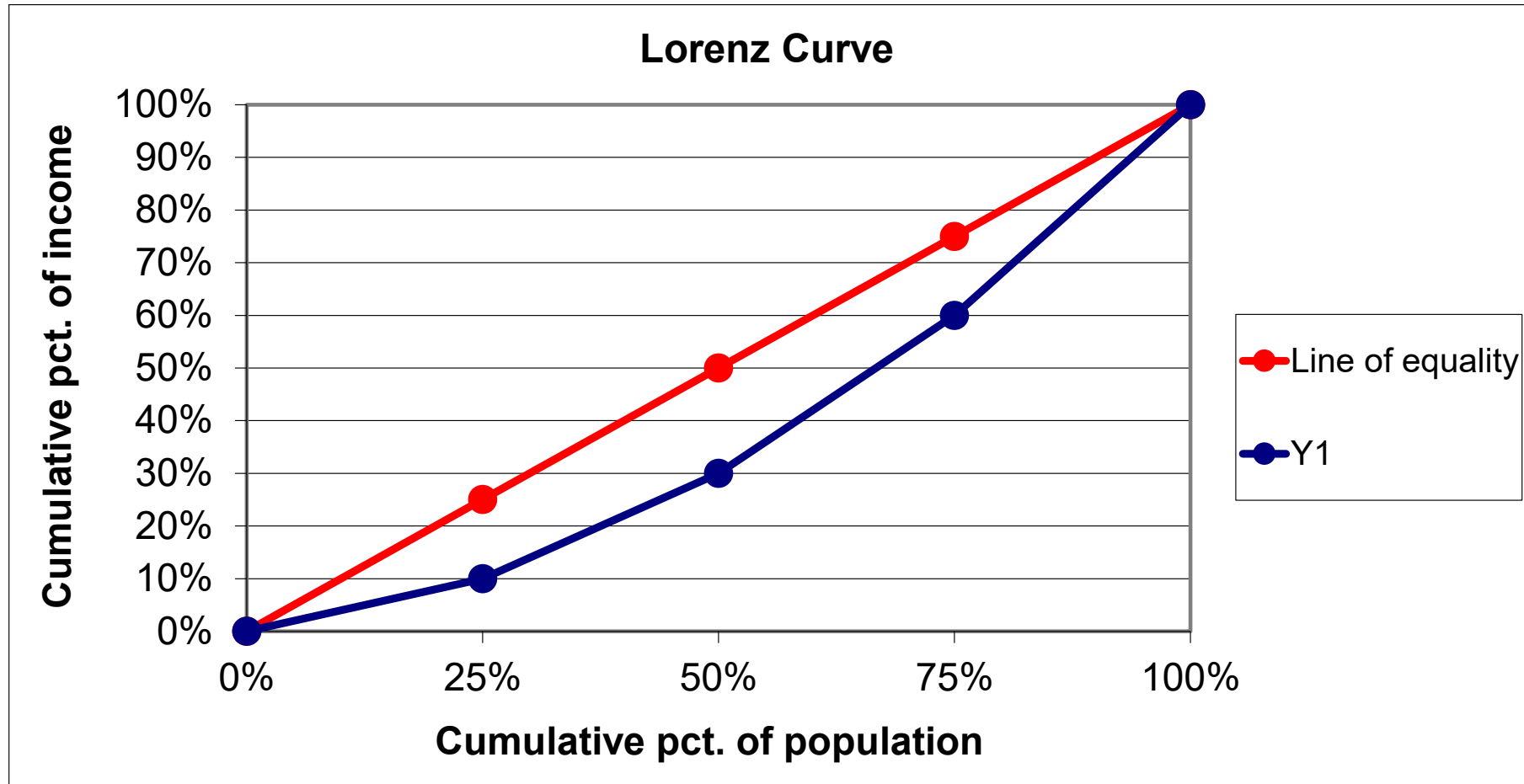
# Curva de Lorenz: Ejemplo

$$Y_1 = (1,2,3,4)$$

Ingreso del hogar	Porcentaje acumulado de la población	Porcentaje acumulado del ingreso
	0%	0%
1	25%	10%
2	50%	30%
3	75%	60%
4	100%	100%

- Conecta los puntos con líneas rectas.
- Vamos a trazar la línea de igualdad.
- ¿Cómo se vería la curva de Lorenz para la "desigualdad perfecta"?

# Curva de Lorenz



# Comparación bajo el criterio de Lorenz

- Cuanto más cerca esté la curva de Lorenz de la línea de cuarenta y cinco grados, más igual (menos desigual) es la distribución subyacente de ingresos.
- Por la misma lógica, si la curva de Lorenz para la distribución  $Y_1$  se encuentra en algún punto por encima y nunca por debajo de la curva de Lorenz para la distribución  $Y_2$ , entonces se dice que  $Y_1$  domina a  $Y_2$  en el sentido de Lorenz:  $L_{Y_1} > L_{Y_2}$
- Cuando una distribución Lorenz domina a otra, entonces la que domina es más igual (menos desigual) que la que es dominada.

**Comparación de desigualdad en el caso de dominancia a lo Lorenz: Para dos distribuciones  $X, Y \in \Omega$ , si la distribución  $X$  domina en el sentido de Lorenz a la distribución  $Y$  (que se escribe como  $L_X > L_Y$ ), entonces  $X$  es más igual que  $Y$  bajo el criterio de Lorenz.**

# Comparación bajo el criterio de Lorenz

- Aunque la curva de Lorenz de una distribución de ingresos puede dominar a la de otra, no es necesario que esto suceda.
- Compara las siguientes tres distribuciones:

$$Y_1 = (10, 20, 30, 40)$$

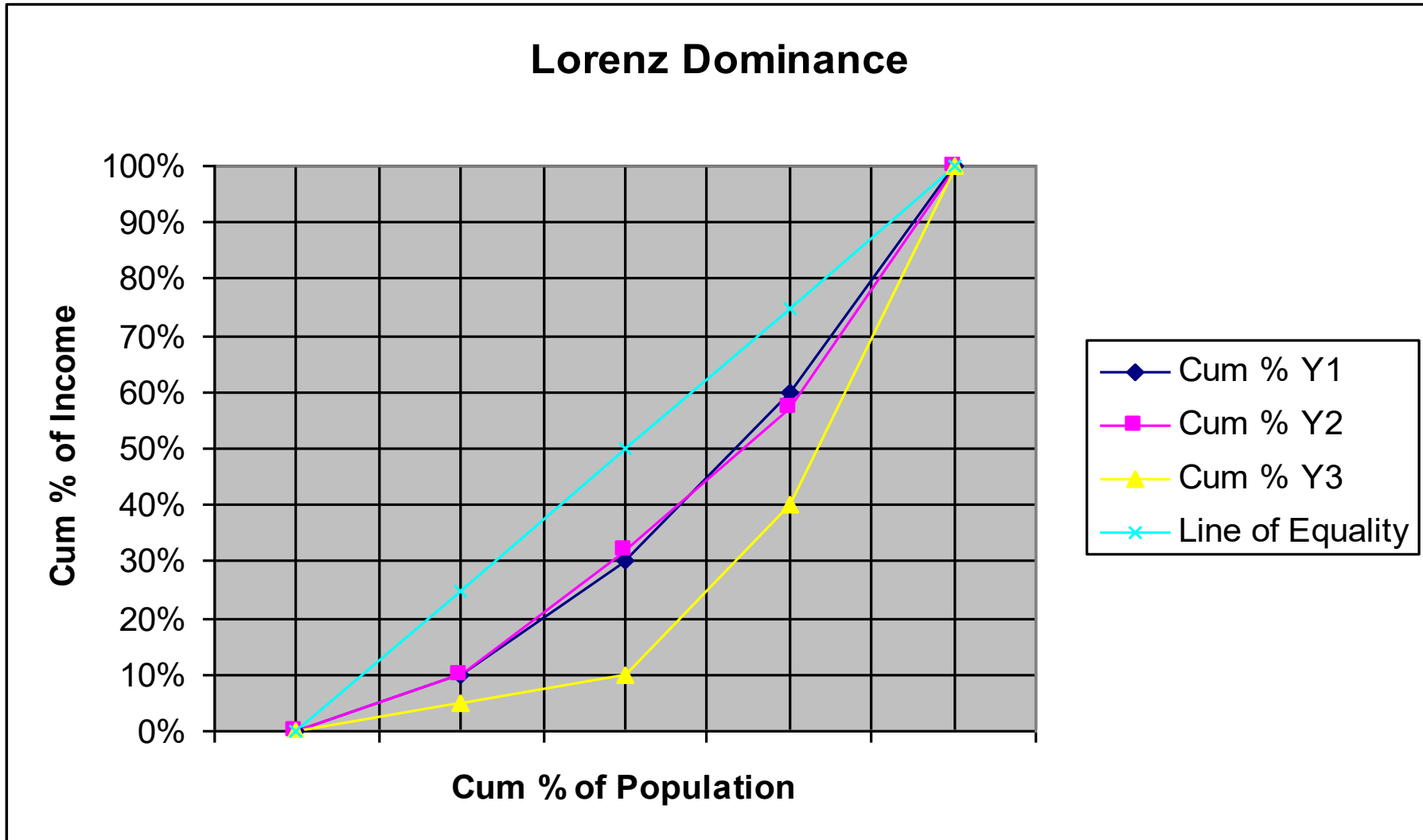
$$Y_2 = (10, 22, 25, 43)$$

$$Y_3 = (5, 10, 25, 60)$$

Cum % Pob	Line of Equality	Cum % Y1	Cum % Y2	Cum % Y3
0%	0%	0%	0%	0%
25%	25%	10%	10%	5%
50%	50%	30%	32%	15%
75%	75%	60%	57%	40%
100%	100%	100%	100%	100%

# Comparación bajo el criterio de Lorenz

- ¿Hay dominancia? ¿Se puede tener un ranking claro de desigualdad? Los rankings **no son completas**.



# Curva de Lorenz y comparación de desigualdad

- Habíamos considerado aspectos de "desigualdad" que muchos observadores consideran deseables.
- Luego, consideramos comparaciones de Lorenz de la desigualdad.
- ¿Cómo se relacionan estos aspectos de "desigualdad" y los criterios de Lorenz entre sí?
- Cuando clasificas las desigualdades de dos distribuciones de ingresos según sus curvas de Lorenz, **estás aceptando los cuatro aspectos deseables**.
- Por tanto, cuando hay dominancia de Lorenz, obtendrás la misma clasificación con una amplia gama de medidas de desigualdad que cumplan con los cuatro criterios.

**Teorema: El ranking de desigualdad con las seis propiedades deseables y el ranking con el criterio de Lorenz son equivalentes.**

- Por ello, en la “jerga” común, se llama a las 6 propiedades (R, Tr, A, H, P, T) como propiedades de Lorenz.
- Ventaja: Amplio consenso en el uso de curvas de Lorenz.
- Desventaja: Ranking incompleto → Necesitas indicadores que concluirán cosas diferentes.

# Medidas numéricas de desigualdad

- No hay escapatoria al hecho de que el uso de una medida particular de desigualdad incorpora un juicio subjetivo.
- Para algunos índices de desigualdad, un juicio de valor entra explícitamente.
- No pienses que cuando no aparece tal juicio de valor explícitamente, la medida de desigualdad es objetiva
- Esto es incorrecto: **¡todas las medidas de desigualdad tienen juicios de valor!**.

# Medidas numéricas de desigualdad

- Formalmente, una medida numérica de desigualdad es definida como una función  $I(.): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  que determina cuánto desigualdad hay para un vector de ingresos  $X$ .
  - Una medida de desigualdad es relativa si satisface independencia de escala  $I(\lambda X) = I(X)$
- Tres tipos de medidas de desigualdad se distinguen según cómo tratan situaciones de dominancia a lo Lorenz:
  - 1) Una medida de desigualdad  $I(.)$  es fuertemente consistente en el sentido de Lorenz si: (i) cada vez que la curva de Lorenz  $L(X)$  domina otra  $L(Y)$ ,  $I(X) < I(Y)$ , y (ii) cada vez que dos curvas de Lorenz coinciden,  $I(X) = I(Y)$ .
  - 2) Una medida de desigualdad  $I(.)$  es débilmente consistente en el sentido de Lorenz si: (i) cada vez que la curva de Lorenz  $L(X)$  domina otra  $L(Y)$ ,  $I(X) \leq I(Y)$ , y (ii) cada vez que dos curvas de Lorenz coinciden,  $I(X) = I(Y)$ .
  - 3) Una medida de desigualdad  $I(.)$  es inconsistente en el sentido de Lorenz si alguna vez que la curva de Lorenz  $L(X)$  domina otra  $L(Y)$ ,  $I(X) > I(Y)$ ,



# Medidas numéricas de desigualdad

- Entre las medidas de desigualdad que son fuertemente consistentes con Lorenz se encuentran:
  - El coeficiente de Gini
  - Las medidas de entropía de Theil
  - El índice de Atkinson
  - El coeficiente de variación
- Entre las medidas débilmente consistentes con Lorenz se encuentran:
  - Las participaciones de ingresos del  $x\%$  más rico y del  $y\%$  más pobre (por ejemplo, la relación 90/10)
  - Desviación media relativa
- Entre las medidas de desigualdad que son inconsistentes con Lorenz se encuentran:
  - La varianza
  - La desviación estándar
  - La participación de ingresos de la persona más pobre/más rica (medida bastante difundida)

# Medidas numéricas de desigualdad

- Coeficiente de Gini:

$$G(Y, N) = \frac{1}{2N^2\mu} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |y_i - y_j|$$

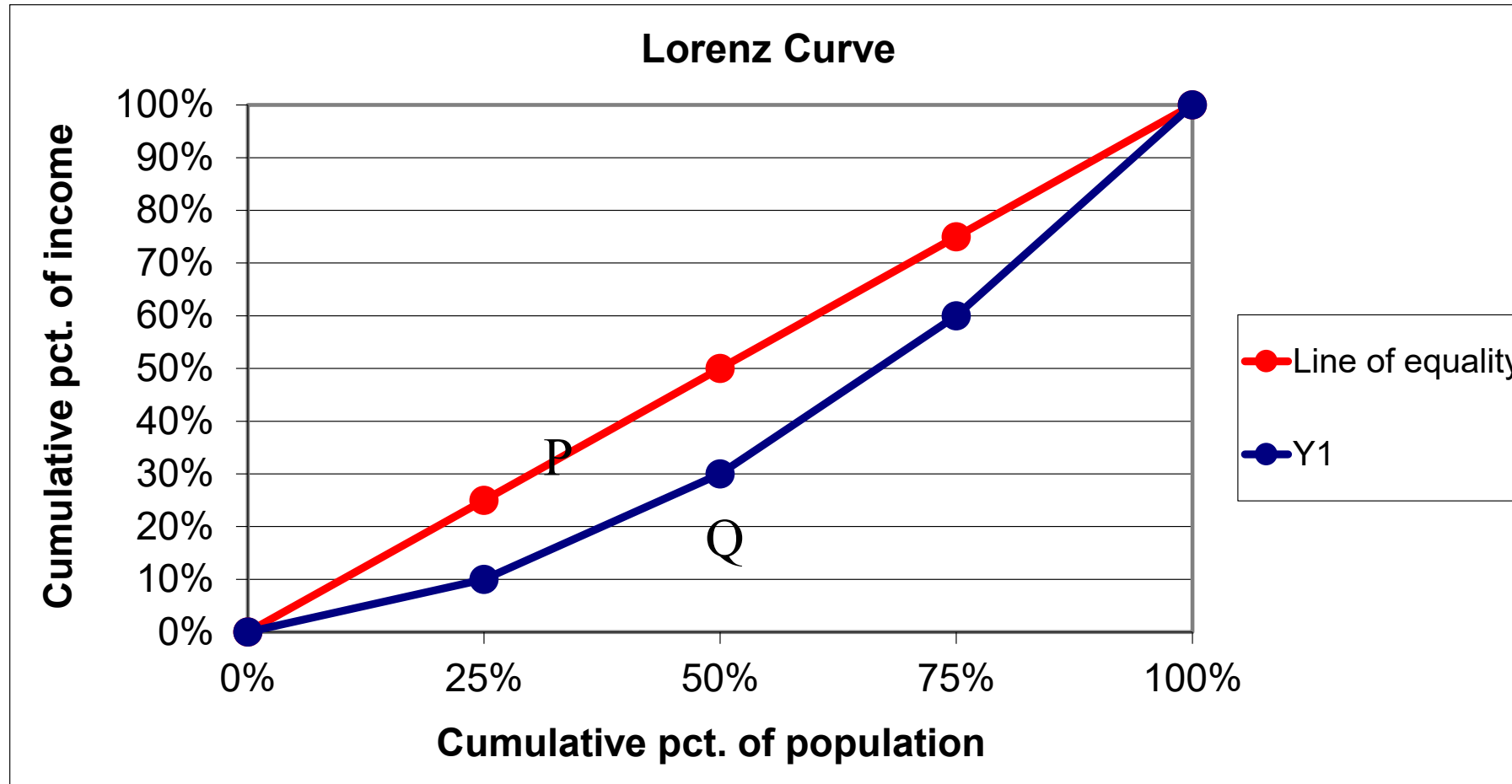
- Theil T (GE(1)) :

$$T_T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i}{\mu} \right) \ln \left( \frac{y_i}{\mu} \right)$$

- Theil L i (GE(0)) :

$$T_L = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left( \frac{y_i}{\mu} \right)$$

# Coeficiente de Gini



$$G = P / (P + Q)$$

$G = 0$  para perfecta igualdad;  $G = 1$  para máxima desigualdad

# Coeficiente de Gini

- El coeficiente de Gini es la diferencia esperada (absoluta) entre dos ingresos seleccionados al azar dividida por dos veces la media.

$$G(Y, N) = \frac{1}{2N^2\mu} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |y_i - y_j|$$

- Debido a que el coeficiente de Gini siempre se puede calcular, sabemos que podemos clasificar las desigualdades de dos distribuciones de ingresos incluso cuando las curvas de Lorenz se cruzan.
- Por lo tanto, el coeficiente de Gini **completa el ranking ordinal** que Lorenz deja incompleto.
- Cuando las curvas de Lorenz se cruzan, ¿es la respuesta dada por comparaciones de coeficientes de Gini "mejor" o "peor" que la respuesta dada por otras medidas de desigualdad consistentes con Lorenz?
- Todo lo que se puede decir es que **el coeficiente de Gini es tan bueno como cualquier otra medida consistente en el sentido de Lorenz.**

# Coeficiente de Gini

- El coeficiente de Gini tiene una limitación importante: no se puede descomponer para subpoblaciones.
- Una descomposición útil para el estudio de la desigualdad es expresar la desigualdad total de una población en un promedio ponderado de:
  - i. la desigualdad existente dentro de subgrupos de la población
  - ii. la desigualdad existente entre los subgrupos
- El coeficiente de Gini solo puede **descomponer por fuentes de ingreso**.

# Índices de Theil

- Los índices de Theil pertenecen a la familia de medidas de desigualdad de entropía generalizada. La fórmula general se expresa como sigue:

$$GE(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i}{\mu} \right)^\alpha - 1 \right]$$

- "Entropía": una medida de desorden: desviaciones de la igualdad perfecta. El valor de GE varía de 0 (igualdad) a infinito (mayor desigualdad).
- El parámetro  $\alpha$  captura la sensibilidad del índice a diferentes partes de la distribución de ingresos, y puede tomar cualquier valor real.
- Para valores más bajos de  $\alpha$ , GE es más sensible a cambios en la cola inferior de la distribución, y para valores más altos, GE es más sensible a cambios que afectan la cola superior.
- Los valores más comunes de  $\alpha$  utilizados son 0, 1 y 2. GE(1) es el índice T de Theil. GE(0) es el índice L de Theil.

# Índices de Theil

- El índice Theil T (GE(1)) está dado por:

$$T_T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i}{\mu} \right) \ln \left( \frac{y_i}{\mu} \right)$$

- El índice Theil L (GE(0)) está dado por:

$$T_L = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left( \frac{y_i}{\mu} \right)$$

- Los índices de Theil nos permiten "descomponer la medida de desigualdad en un promedio ponderado de la desigualdad existente dentro de los subgrupos de la población y la desigualdad existente entre ellos" (Bourguignon, 1979, p. 1).

# Descomposición entre grupos

El índice de Theil-T se puede descomponer en desigualdad entre grupos y dentro de grupos de la siguiente manera:

$$T = T_B + T_W$$

Donde:

$$T_B = \sum_q q_j \ln \left( \frac{\mu_j}{\mu} \right)$$
$$T_W = \sum_q q_j T_j$$

- $q_j$  es la proporción de ingresos que corresponde al grupo  $j$  ( $Y_j/Y$ ).
- $\mu_j$  es el ingreso medio del grupo  $j$  ( $Y_j/N_j$ ).
- $\mu$  es el ingreso medio de toda la distribución ( $Y/N$ ).
- $T_j$  es la medida de desigualdad de Theil-T dentro del grupo  $j$ .
- $T_B$  es la medida de desigualdad de Theil-T entre grupos.

La desigualdad de Theil L se descompone de manera similar a Theil T, excepto que las estadísticas del grupo están ponderadas por la proporción de individuos en lugar de la proporción de ingresos en cada grupo ( $p_j$  en vez de  $q_j$ )



# Medición del bienestar y curva de Lorenz

- La curva generalizada de Lorenz es la curva de Lorenz escalada por la media de la población.

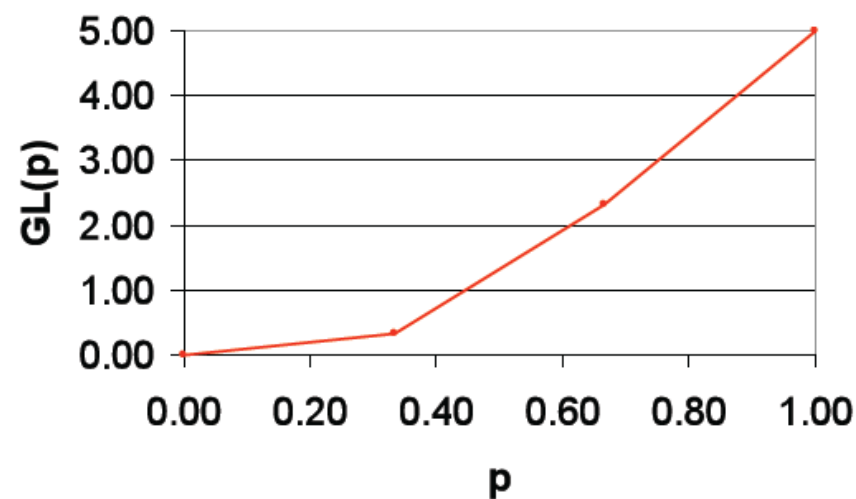
$$GL_X(p) = \mu_X L(p)$$

- Se utiliza como una medida de bienestar económico.

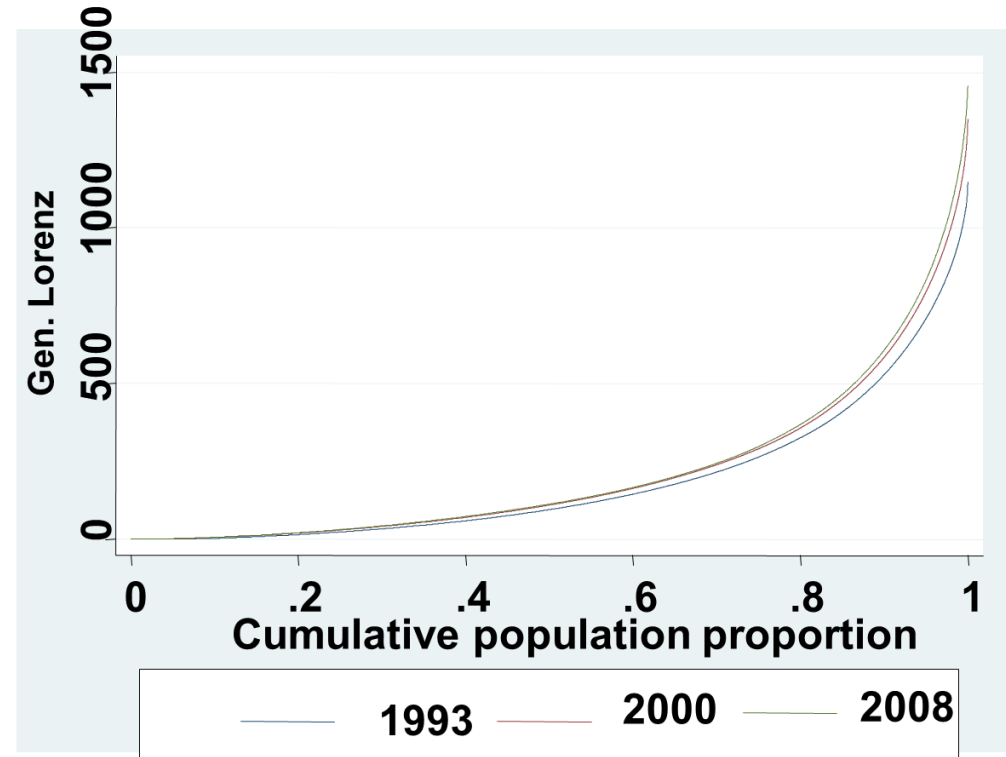
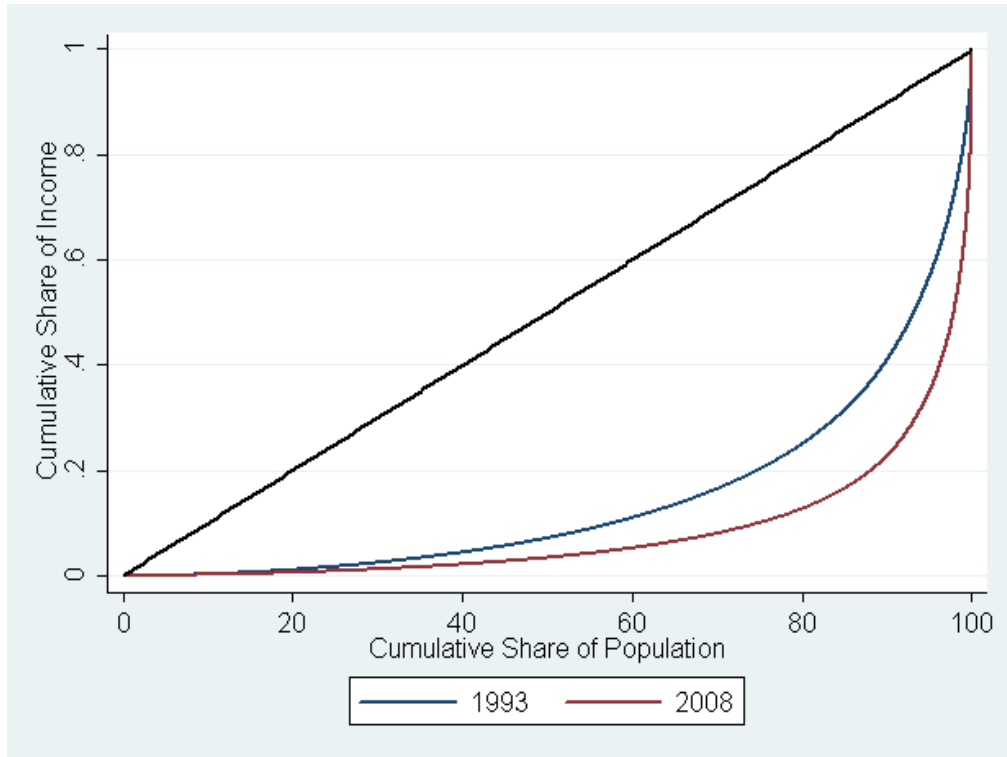
Example:  $\hat{x} = (1, 6, 8)$

$p$	$L(p)$	$GL(p)$
1/3	1/15	1/3
2/3	7/15	7/3
1	15/15	5

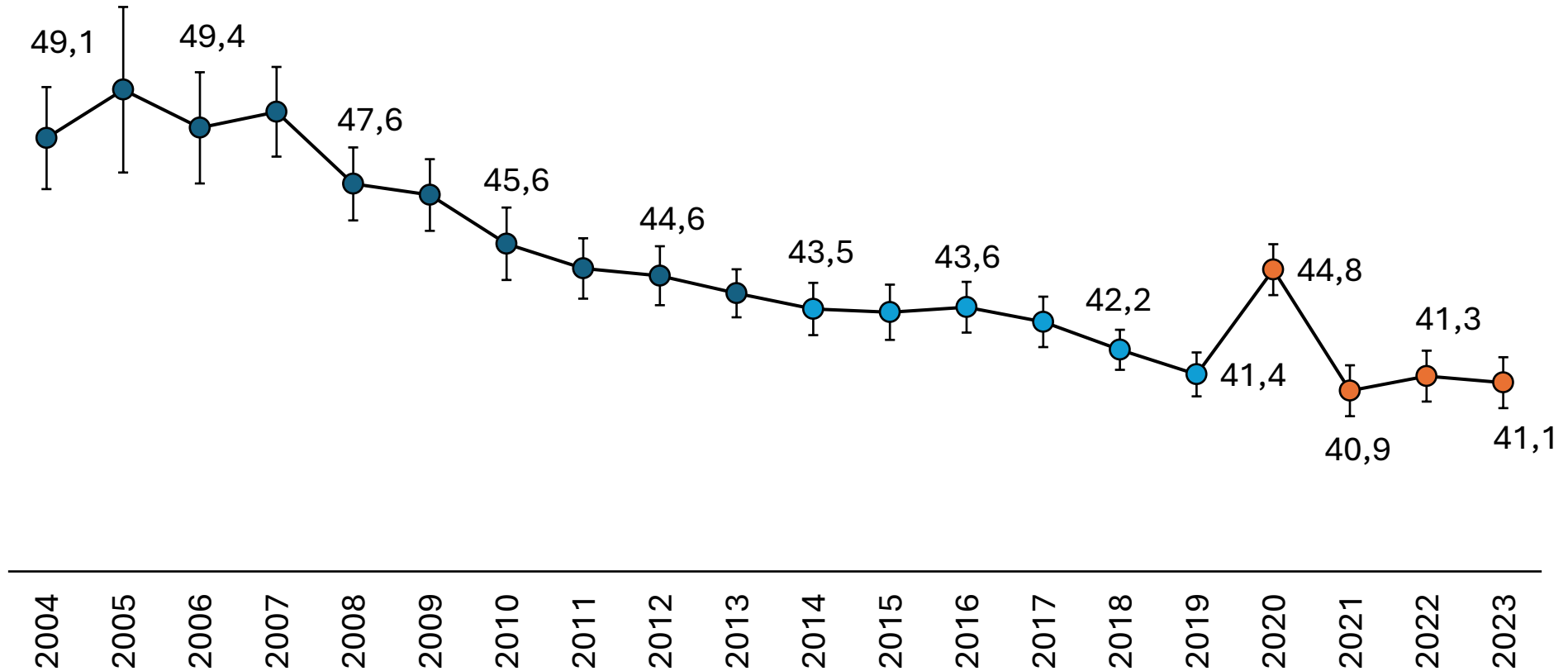
**Generalized Lorenz Curve**



# Ejemplo



## Índice de Gini (En puntos porcentuales)



Fuente: INEI – ENAHO.

# Pobreza: Cuestiones básicas

<b>Definición</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ La falta de recursos para satisfacer necesidades básicas (enfoque de necesidades)</li><li>▪ La incapacidad para alcanzar capacidades básicas</li></ul>
<b>Medición</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Directo vs indirecto (ingreso, consumo, necesidades básicas)</li><li>▪ Unidimensional vs multidimensional</li></ul>
<b>Identificación</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ ¿Cómo determinamos el umbral por debajo del cual las personas son consideradas pobres?</li><li>▪ ¿Absoluto vs relativo?</li><li>▪ ¿Línea de pobreza subjetiva?</li></ul>
<b>Agregación</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ ¿Cómo determinamos el alcance de la pobreza en una sociedad?</li></ul>

# Pobreza

- ¿Qué es la pobreza?
- "En su nivel más general, la pobreza es la ausencia de opciones aceptables en una amplia gama de decisiones importantes en la vida" (Foster et al., 2013).
- En esta clase, definamos la pobreza como la **falta de recursos para satisfacer necesidades básicas** (por ejemplo, comida, refugio, ropa) - el enfoque convencional.
- Utilizaremos un enfoque **unidimensional** para medir la pobreza (por ejemplo, ingreso o consumo).
- Utilizamos **enfoques per cápita o equivalentes a adultos** para convertir la información a nivel de hogar en nivel individual.
- En Perú, el indicador de pobreza más comúnmente utilizado se mide a partir del **gasto per cápita del hogar**.

# Identificación de pobres

- Una **línea de pobreza** divide a la población en dos grupos en función de alguna medida.
  - Por debajo de la línea de pobreza, un hogar/individuo se considera pobre, y por encima de la línea se considera no pobre.
- Tomando el gasto como medida de bienestar, la línea de pobreza puede definirse como el gasto mínimo requerido por un individuo para satisfacer sus necesidades básicas (por ejemplo, comida, refugio, ropa).
- La pregunta clave aquí es **¿qué constituye el estándar de vida "mínimo"?**
- Para variar, **¡no hay una teoría definitiva sobre la forma correcta de elegir una línea de pobreza!**
- Un problema clave es la elección entre la pobreza absoluta y relativa.
- Otras consideraciones:
  - ¿Cuál es la unidad receptora? ¿Individuo u hogar?
  - ¿Habrá una única línea de pobreza? ¿Separación por regiones?
  - ¿Se determinará “científicamente”, políticamente, subjetivamente o convenientemente?

# Línea de pobreza

- **Línea de pobreza absoluta:** el valor de una línea de pobreza está fijado en relación con el cumplimiento de algunas necesidades absolutas. Las personas se definen como pobres cuando carecen del control sobre los recursos para satisfacer algunas necesidades absolutas. Se puede entender que se trata de la supervivencia física y la subsistencia.
- **Línea de pobreza relativa:** definida en relación con las condiciones de vida prevalecientes en una sociedad (privación relativa). Una línea de pobreza relativa se moverá con los estándares de vida; entonces, se considera que los pobres son aquellas personas que sufren de privación relativa (por ejemplo, si los ingresos son  $<60\%$  del ingreso mediano).
- La línea de pobreza absoluta se usa comúnmente en países en desarrollo, mientras que la línea de pobreza relativa se utiliza principalmente en naciones desarrolladas (por ejemplo, la UE). ¿Por qué?
- **Líneas subjetivas:** definidas en función de la percepción de las personas sobre lo que constituye el mínimo de recursos necesarios para satisfacer las necesidades básicas. Es difícil derivar una medida monetaria de ella y difícil de interpretar para fines de política.

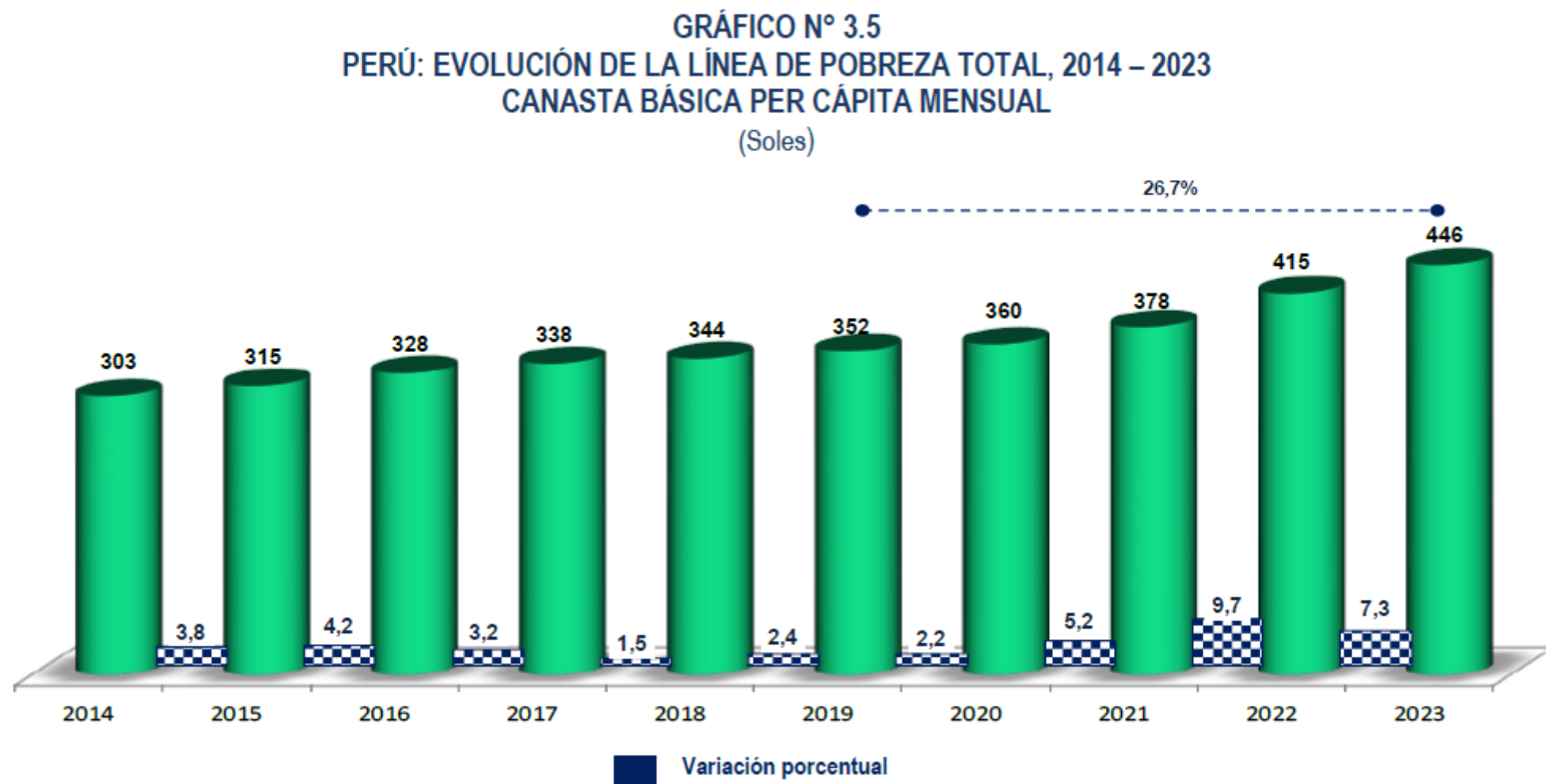
# Línea de pobreza en Perú



Fuente: INEI - Encuesta Nacional de Hogares 2014 - 2023.



# Línea de pobreza en Perú



Fuente: INEI - Encuesta Nacional de Hogares, 2014 - 2023.

# Agregación

- Una vez que elijas una medida de pobreza y una línea de pobreza, puedes proceder a derivar una medida de pobreza que calcule el alcance de la pobreza en una sociedad.
- Existen varias formas funcionales de un índice de pobreza.
- ¿Cómo elegimos entre estos índices de pobreza? Esta es un área muy controvertida y solo consideraremos un conjunto de indicadores ampliamente utilizados hoy.
- Usamos diferentes axiomas (reglas) para seleccionar los "buenos" entre los diferentes índices de pobreza:
  - Anonimato
  - Axiomas de enfoque
  - Homogeneidad de ingresos
  - Independencia de la población
  - Principios de transferencia

# Axiomas

- Anonimato (A): La anonimidad se aplica como lo hizo en la medición de la desigualdad.
- Homogeneidad o Independencia de la población (P): Misma suposición que en desigualdad.
  - ¿Qué sucede si el número de personas en la sociedad se duplica, pero la distribución de ingresos se reproduce? Por ejemplo, pasar de:  $Y_1 = (2, 4, 6, 8)$  a  $Y_2 = (2, 2, 4, 4, 6, 6, 8, 8)$
  - Si asumimos una línea de pobreza de S/2,50, podríamos decir que  $Y_2$  tiene el doble de pobreza que  $Y_1$ , ya que el doble de personas es pobre. Alternativamente, podríamos decir que tienen el mismo nivel de pobreza porque la misma proporción de la población (25%) se considera pobre.
  - Queremos que la medida de la pobreza sea independiente del número de personas en la sociedad. Debería medir la **tasa o incidencia de la pobreza**.
  - Por lo tanto, el cambio de  $Y_1$  a  $Y_2$  no debería hacer ninguna diferencia.
- Axiomas de enfoque (F): Los índices de pobreza no se preocupan por lo que sucede por encima de la línea de pobreza.
- ¿Qué pasa con la homogeneidad de ingresos? ¿Qué sucede con la pobreza si los ingresos reales de todos se duplican? Si estamos trabajando con la pobreza como un **concepto absoluto**, entonces la pobreza **debe disminuir** (o al menos no aumentar). Por tanto, no se propone como axioma.

# Axiomas

- **Principios de transferencia:** Los principios de transferencia siguientes son de Sen (1976).
  - 1) **Monotocidad estricta (SM):** Si se agrega ingresos a alguien que está por debajo de la línea de pobreza manteniendo a todos los demás igual, entonces la pobreza medida debe disminuir (también existe en su versión débil).
  - 2) **Sensibilidad distributiva (DS):** Si se realiza una transferencia de una persona pobre a alguien que es menos pobre (transferencia que aumenta la desigualdad), entonces la pobreza medida debe aumentar.
- Echemos un vistazo al segundo principio con un poco más de detalle.
  - Digamos que tenemos  $Y_1 = (2, 4, 6, 8)$  y establecemos la línea de pobreza en  $S/2,50$ . Ahora dejemos que la persona más pobre transfiera 25 centavos a la segunda persona más pobre, de modo que tengamos  $Y_3 = (0.75, 2.25, 3, 4)$ .
  - Nos gustaría pensar que la pobreza aumenta en esta situación.
  - Aunque el número de personas pobres es el mismo en ambas distribuciones, y hay el mismo déficit promedio de ingresos entre los pobres ( $S/1$ ), se puede decir que la transferencia aumenta el bienestar del receptor en menor magnitud de lo que disminuye el bienestar del donante.

# Medidas de pobreza

- Supongamos que la pobreza se determina comparando el ingreso de un individuo  $y_i$  con la línea de pobreza  $z$ :
  - La función de pobreza individual  $p(y_i, z)$  nos indica cuánta pobreza está asociada con el ingreso individual  $y_i$  cuando la línea de pobreza es  $z$ .
- Tres funciones de pobreza individual comúnmente utilizadas:

## 1) La Función de Indicador

$$p_1(y_i, z) = \begin{cases} 1 & \text{si } y_i < z \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

## 2) La Función de Brecha de Pobreza

$$p_2(y_i, z) = \begin{cases} z - y_i & \text{si } y_i < z \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

## 3) La Función de Brecha Normalizada

$$p_3(y_i, z) = \begin{cases} \frac{z - y_i}{z} & \text{si } y_i < z \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

# Agregación y selección de indicador

- La función de agregación luego nos proporciona una medida de pobreza en toda la población.
- El problema es qué propiedades deben tener la función de pobreza individual y la función de agregación para producir una medida de pobreza 'buena'.
- Existen varios tipos de métodos de agregación de pobreza:
  - La incidencia de la pobreza (headcount ratio)
  - La Clase FGT (índice FGT de Foster, Greer y Thorbecke, Clase Pa de medidas de pobreza)
  - El Índice Sen
  - Otros
- Hoy solo exploraremos las medidas FGT.

# Indicadores FGT o $P_\alpha$

- Este es probablemente el enfoque contemporáneo más popular para medir la pobreza. Se describe mediante una fórmula genérica:

$$P_\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z - y_i}{z} \right]^\alpha$$

Variables:

- $z$ : La línea de pobreza.
  - $y_i$ : El indicador de nivel de vida del  $i$ -ésimo individuo o hogar.
  - $\alpha \geq 0$ : El parámetro de 'aversión a la pobreza'. Cuanto mayor sea el valor de  $\alpha$ , más sensible será la medida al bienestar de la persona más pobre. A medida que  $\alpha$  se aproxima a infinito, la medida refleja únicamente la pobreza de la persona más pobre.
  - $q$ : El número de personas que se consideran pobres utilizando la línea de pobreza  $z$ .
- Medidas comunes:
    - $P_0$ : La proporción de personas en situación de pobreza ( $\alpha = 0$ ).
    - $P_1$ : Déficit o brecha de pobreza ( $\alpha = 1$ ).
    - $P_2$ : Severidad de la pobreza ( $\alpha = 2$ ).

# Descomposición de la pobreza

- La clase de medidas  $P_\alpha$  es aditivamente descomponible.
- Esto significa que podemos calcular fácilmente las participaciones de pobreza para subgrupos de la población, es decir, ¿cuánto contribuye cada subgrupo a la medida general de pobreza de una población?
- La fórmula para hacerlo es la siguiente:

$$P_\alpha = \sum_{i=1}^m P_{\alpha,i} \frac{n_i}{n}$$



# Headcount ratio

$$P_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q 1 = \frac{q}{n}$$

- Muy popular.
- No satisface ningún principio de transferencia

País	Línea de 125				P0
	1	2	3	4	
A	124	124	150	150	50%
B	99	101	150	150	50%
C	79	121	150	150	50%
D	70	130	150	150	25%

- Si esta es la única medida utilizada para evaluar el éxito de las políticas para reducir la pobreza, podría llevar a dirigirse a aquellos que están justo por debajo de la línea de pobreza, ya que son los más fáciles de elevar por encima de la línea.

# Brecha de pobreza

$$P_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z - y_i}{z} \right]$$

- Es la suma de todas las deficiencias ( $z - y_i$ ) dividida por la población ( $n$ ) y expresada como una proporción de la línea de pobreza. La brecha de pobreza proporcional media en la población.
- $P_1 * z$  = Ingreso per cápita necesario para llevar a los que están en situación de pobreza hasta la línea de pobreza.
- Considera la **profundidad** de la pobreza: cuanto más pobre es un individuo, mayor es su contribución a la medida de pobreza.
- ¿Cuál sería el costo mínimo de eliminar la pobreza si se utiliza un enfoque de targeting perfecto?
- ¿Podemos eliminar la pobreza gastando la cantidad mínima de dinero requerida para llevar a aquellos en situación de pobreza hasta la línea de pobreza?

# Severidad de la pobreza

$$P_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z - y_i}{z} \right]^2$$

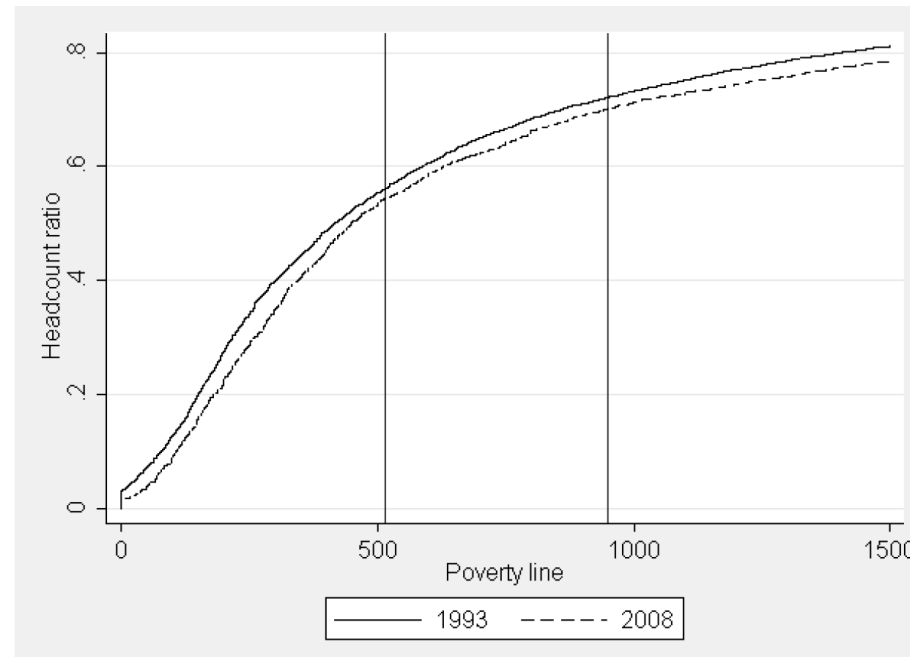
- Esta medida pondera la función de brecha normalizada de cada individuo consigo misma (elevando el corchete a la potencia de 2).
- Por ejemplo, alguien cuyo ingreso está un 10% por debajo de la línea de pobreza se pondera por el 10%, y alguien que está un 50% por debajo de la línea de pobreza se pondera por el 50%, etc.
- Punto clave: **aquellas personas más alejadas de la línea de pobreza tienen un peso más importante que aquellas más cercanas.**
- Si promedias las deficiencias porcentuales al cuadrado en toda la población, obtienes la medida  $P_2$ .
- A diferencia de las otras medidas, considera los aspectos distributivos de la pobreza.

# Comparación

País	Línea de 125				P0	P1	P2
	1	2	3	4			
A	124	124	150	150	50%	0.004	0.000032
B	99	101	150	150	50%	0.100	0.0200
C	79	121	150	150	50%	0.100	0.0341
D	70	130	150	150	25%	0.110	0.0484

# Dominancia de pobreza

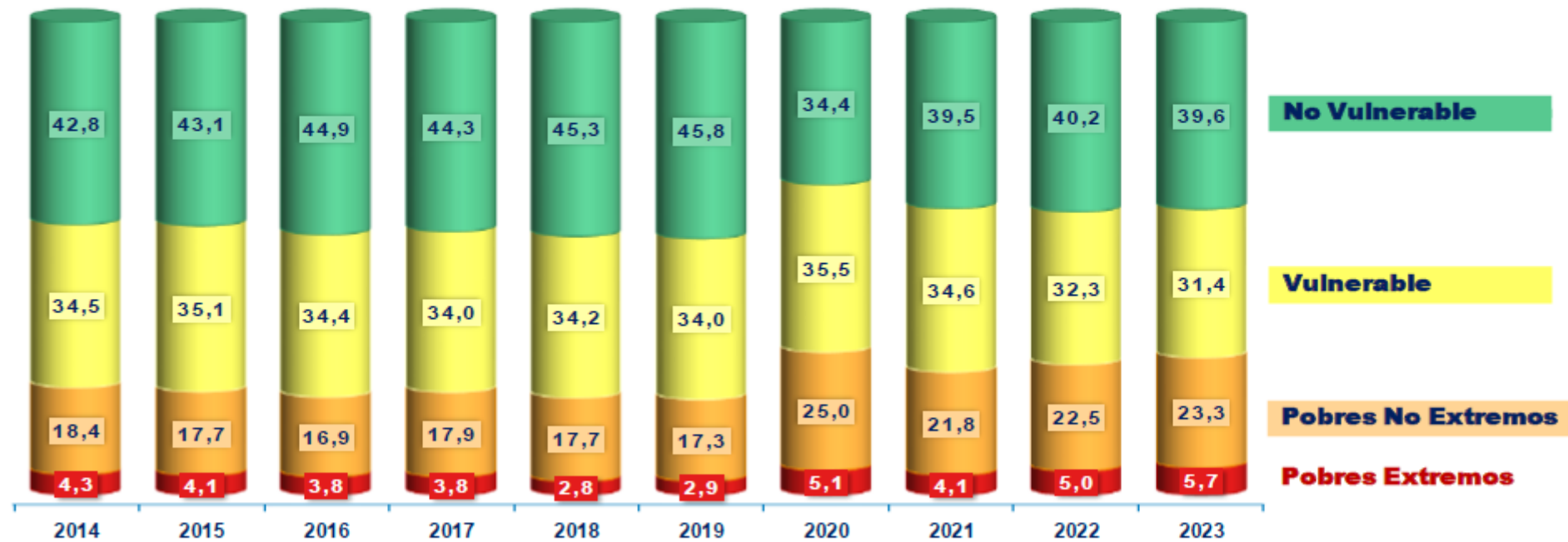
- Si la función de distribución acumulada (CDF, por sus siglas en inglés) de A nunca está por debajo de la CDF de B, entonces A domina de **primer orden** a B.
- Ejemplo: A = 1993 y B = 2008.
- En otras palabras, no importa qué línea de pobreza elijamos ( $< 1500$ ), siempre hay más pobreza en 1993 que en 2008.
- Solo podemos hablar de dominio de primer orden cuando las CDF no se cruzan.
- ¿Qué sucede si las curvas se cruzan?



# Dominancia de pobreza

- Dominancia de Segundo Orden (SOD)
- Tomamos las áreas bajo la curva del índice de brecha de pobreza y lo llamamos una curva de déficit de pobreza (eje y: índice de brecha de pobreza multiplicado por Z).
- Una vez más, si la curva de déficit de pobreza para A está en algún lugar arriba y nunca por debajo de la curva para B, entonces A SOD B.
- ¿Qué sucede si las curvas de déficit de pobreza se cruzan? Tendremos que recurrir a la Dominancia de Tercer Orden (TOD).
- Si la curva de severidad de pobreza para A está en algún lugar arriba y nunca por debajo de la curva de severidad de pobreza para B, entonces A TOD B.

GRÁFICO N° 4.15  
PERÚ: INCIDENCIA DE LA POBREZA Y VULNERABILIDAD MONETARIA, 2014-2023  
(Porcentaje respecto del total de población)



Fuente: INEI - Encuesta Nacional de Hogares, 2014 - 2023.

# Hablemos de la ENAHO

- **OBJETIVOS**

- Generar indicadores que permitan conocer la evolución de la pobreza, del bienestar y de las condiciones de vida de los hogares.
- Efectuar diagnósticos sobre las condiciones de vida y pobreza de la población.
- Medir el alcance de los programas sociales alimentarios y no alimentarios en la mejora de las condiciones de vida de la población.
- Servir de fuente de información a instituciones públicas y privadas, así como a investigadores.
- Permitir la comparabilidad con investigaciones similares, en relación con las variables investigadas.

- **COBERTURA**

- La encuesta se realiza en el ámbito nacional, en el área urbana y rural, en los 24 departamentos del país y en la Provincia Constitucional del Callao.

- **POBLACIÓN OBJETIVO**

- La población de estudio está definida como el conjunto de todas las viviendas particulares y sus ocupantes residentes en el área urbana y rural del país.
- Por no ser parte de la población de estudio, se excluye a los miembros de las fuerzas armadas que viven en cuarteles, campamentos, barcos, y otros. También se excluye a las personas que residen en viviendas colectivas (hoteles, hospitales, asilos y claustros religiosos, cárceles, etc.).



# Hablemos de la ENAHO

## ▪ MUESTREO

- Marco muestral:
  - El marco muestral para la selección de la muestra lo constituye la información estadística proveniente de los Censos de Población y Vivienda y material cartográfico actualizado para tal fin.
- Tipo de muestra:
  - La muestra es del tipo probabilística, de áreas, estratificada, multietápica e independiente en cada departamento de estudio.
  - A fin de medir los cambios en el comportamiento de algunas características de la población, desde el año 2008 se viene implementando muestras panel de viviendas, en la cual viviendas encuestadas son nuevamente investigadas cada año.
  - En la muestra no panel se visitan cada año los mismos conglomerados en el mismo mes de encuesta, pero se seleccionan distintas viviendas.
  - El nivel de confianza de los resultados muestrales, es del 95%.

# Hablemos de la ENAHO

## ▪ MUESTREO

- Unidades de Muestreo:
- En el Área Urbana
  - La Unidad Primaria de Muestreo (UPM) es el conglomerado que tiene en promedio 140 viviendas particulares.
  - La Unidad Secundaria de Muestreo (USM) es la vivienda particular.
- En el Área Rural
  - La Unidad Primaria de Muestreo (UPM) es de dos tipos:
  - El centro poblado urbano con 500 a menos de 2 mil habitantes.
  - El Área de Empadronamiento Rural (AER) el cual tiene en promedio 140 viviendas particulares.
  - La Unidad Secundaria de Muestreo (USM) es de dos tipos:
  - El conglomerado que tiene en promedio 100 viviendas particulares.
  - La vivienda particular
  - La Unidad Terciaria de Muestreo (UTM) es la vivienda particular.

# Hablemos de la ENAHO

- **NIVELES DE INFERENCIA**

- Nacional
  - Urbano Nacional
  - Rural Nacional
  - 24 departamentos, cada uno como dominio de estudio
  - Costa Urbana
  - Costa Rural
  - Sierra Urbana
  - Sierra Rural
  - Selva Urbana
  - Selva Rural
  - Área Metropolitana de Lima y Callao
- 
- Si la encuesta es clusterizada y estratificada, ¿cómo serán los errores estándar respecto a un muestreo simple?

# Problemas de la ENAHO en términos de desigualdad

**Índice de Gini**  
(En puntos porcentuales)

