

Métodos para estimar Productividad

Mario Huarancca Bellido

Curso de Extensión BCRP 2025

Marzo 2025

Contenido

1 Conceptos

- ¿Qué es la Productividad?
- ¿Por qué es importante la productividad?
- Determinantes de la Productividad

2 Medición

- Productividad Laboral
- Productividad Multifactor (o PTF)

3 Productividad Laboral

4 PTF a nivel agregado

- Estimación
- Stock de Capital (K_t)
- Calidad del factor trabajo
- Participación del Capital Físico en el Producto
- Fuentes de información

5 PTF a nivel de firmas

- Conceptos
- Problemas metodológicos
- Métodos de estimación
- Fuentes de información

¿Qué es la Productividad?

- La Productividad es un termino comunmente utilizado, pero es a menudo no muy bien entendido (ingenieros, financistas, etc).
- En Economía, la productividad esta relacionada a la transformación de **INPUTS** en **OUTPUTS**. Esto es una medida de cuan eficiente se utiliza los recursos en el proceso de transformación.
- Así, la productividad puede ser definida como la eficiencia con la cual una entidad (empresas, ...) esta utilizando sus recursos (trabajo, capital, materiales) en el proceso de producción para generar un **OUTPUT** tal como bienes y servicios.
- La productividad es un concepto relativo y no debe ser confundido con producción. El crecimiento de la productividad o mejoras en productividad implican:
 - 1 Más **OUTPUT** es producido con la misma cantidad de **INPUTS**.
 - 2 Menos **INPUTS** son requeridos para producir el mismo nivel de **OUTPUT**.

¿Por qué es importante la productividad?

- El crecimiento de la productividad es el mayor determinantes del crecimiento del producto en el largo plazo.
- De acuerdo a Krugman: *Productivity isn't everything, but in long-run, it's almost everything. A country's ability to improve its standard of living overtime depends almost entirely on its ability to raise output per worker.*
- Para toda la economía, el crecimiento de la productividad genera mayores retornos a todos los INPUTS y genera más ingresos que pueden estar disponible para los propietarios de los INPUTS.
- Para las empresas, el crecimiento de la productividad mejora la rentabilidad y realiza la posición competitiva de una firma en el mercado.
- Para los hogares, altos ingresos (producto de mejoras en productividad) permite incrementar su consumo en bienes y servicios.
- Para el gobierno, mejoras en productividad se reflejan en mayor recaudación que puede ser destinado a infraestructura.

Determinantes de la Productividad

- El progreso tecnológico es el motor principal del crecimiento de la productividad. El progreso tecnológico resulta de innovación organización y técnica. La innovación es producto de nuevas ideas y conocimiento.
- A nivel de firmas, el progreso tecnológico comprende:
 - 1 Inversión en nuevos equipos y capital que incorporen avances en diseño y cualidad, tales como computadoras más veloces o maquinaria más poderosa.
 - 2 Cambios en la organización de INPUTS tales como nuevos procesos, mejoras prácticas administrativas y organizacionales.
- Además, las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) también es una de las principales fuentes del crecimiento de la productividad.

Medición

- Existen diferentes medidas de productividad donde la elección de una depende del proposito de uso y de la disponibilidad de información.
- Las medidas de productividad pueden ser de un solo factor, lo cual toma en cuenta la relación entre el OUTPUT y un factor particular (trabajo, capital o materiales) o multi-factor donde se contabiliza múltiples factores.

Productividad Laboral

- Medido como el producto por unidad de trabajo. Este indicador mide la eficiencia en el uso del trabajo.
- Un incremento en la productividad laboral implica que un trabajador produce más que en periodos previos o que la misma cantidad de producción es obtenida con menos trabajo.
- Sin embargo, la medición de la productividad laboral puede ser engañoso porque puede estar influenciado por el mayor uso de K.

Productividad Multifactor (o PTF)

- Refleja la eficiencia general con la cual el capital y trabajo son utilizados para producir bienes o servicios.
- Las estimaciones de la PTF no son impactados por la cantidad utilizada de trabajo y capital. Así, la PTF toma en cuenta la influencia de todos los factores productivos que determinan como eficientemente el capital y trabajo son combinados.

Productividad Laboral

- La Productividad Laboral se define como el valor agregado por trabajador.

$$PL = \frac{Y}{L}$$

Donde Y es el valor agregado y L es la Población Económicamente Activa Ocupada (PEA Ocupada).

- Las fuentes de información para calcular la Productividad Laboral son diversas:

		Fuentes	
Variables	Definición	Macrodatos	Microdatos
Y	PBI o Valor Agregado a precios constantes.	BCRP, INEI, PWT, Conference Board.	EMYPE, ENE, EEA, Censo Económico.
L	PEA Ocupada o N° de trabajadores remunerados (para microdatos)	ENAHO, PWT, Conference Board.	ENAHO, EMYPE, ENE, EEA, Censo Económico.

Estimación

- La PTF es generalmente estimada como una tasa de crecimiento utilizando el marco de **contabilidad de crecimiento**. Solow (1957) identifica la tasa de crecimiento de la PTF partiendo de una función de producción que depende de los factores capital (K_t), fuerza laboral (L_t) y PTF (A_t).
- Las aplicaciones de este método consideran la **función de producción Cobb-Douglas con retornos constantes a escala**.

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

donde Y_t es el producto y α es la participación del capital físico en el producto.

- Tomando logaritmo y diferenciando respecto al tiempo, la ecuación se expresa en tasas de crecimiento:

$$\Delta y_t = \Delta a_t + \alpha \Delta k_t + (1 - \alpha) \Delta l_t$$

Así, la tasa de crecimiento de la PTF se expresa en términos de variables observables:

$$\Delta a_t = \Delta y_t - \alpha \Delta k_t - (1 - \alpha) \Delta l_t$$

Para la estimación de Δa_t es importante considerar la construcción del **stock de capital** y la **calidad de los factores de producción** (en específico, la calidad del trabajo).

Stock de Capital

- Se construye por el método de inventario perpetuo, procedimiento sugerido por Nehru & Dareshwar (1993).

$$K_t = (1 - d)^t K_0 + \sum_{s=0}^{t-s} I_{t-s} (1 - d)^s$$

donde K_0 es el capital físico en el periodo inicial, I_{t-s} es la Inversión BRuta Interna en el periodo $t - s$ y d es la tasa de depreciación. Así, reescribiendo la ecuación:

$$K_t = (1 - d)K_{t-1} + I_t \quad (1)$$

- La estimación de K_t según este método requiere conocer K_0 , valor que se estima asumiendo el supuesto de Estado Estacionario, mediante el cual la tasa de crecimiento del producto (g) es igual a la tasa de crecimiento del capital.

Stock de Capital

- Expresamos la ecuación anterior en tasas de crecimiento:

$$\frac{K_t - K_{t-1}}{K_{t-1}} = -d + \frac{I_t}{K_{t-1}}$$

al considerar el supuesto de Estado Estacionario $\frac{K_t - K_{t-1}}{K_{t-1}} = g$

$$\Rightarrow K_{t-1} = \frac{I_t}{g + d}$$

Finalmente, haciendo $t = 1$ se obtiene:

$$K_0 = \frac{I_1}{g + d} \quad (2)$$

- Para los calculos se consdiera que la tasa de depreciación del capital físico (d) es 5% y la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía (g) es 3,9% (promedio del crecimiento del PBI entre 1951 y ...). La Inversión Bruta Fija es estimada por el INEI.
- Con estos valores, se estima el valor inicial de capital físico mediante (2), y los demás valores mediante (1).

Calidad del factor trabajo

- La estimación de la PTF sin corregir por calidad de los factores de producción puede conducir a estimadores sesgados.
- Por ejemplo, si la calidad de los factores ha crecido a una tasa relevante entonces los estimados de la PTF estarían sobreestimados al contabilizar el crecimiento de la calidad del factor como parte del crecimiento de la productividad.
- Para corregir este sesgo, algunos estudios incorporan la calidad de la fuerza laboral o capital humano en sus estimaciones.
- Los estudios estiman un índice de calidad de trabajo (H) como el promedio ponderado de la fuerza laboral en cada categoría educativa (E) ponderado por los retornos a la educación j :

$$H = \sum_j W_j E_j$$

- El índice H se estima mediante el siguiente procedimiento: los retornos a la educación se estiman para siete niveles de educación (Psacharopoulos, 1994) y la proporción de la población en cada nivel educativo (E_j) que se obtiene de Barro & Lee (2010).

Participación del Capital Físico en el Producto

El α usualmente se estima por 3 métodos:

- 1 Se utiliza los datos de Cuentas Nacionales, específicamente se considera la medición del PBI por el método del ingreso. Así, α es la proporción del PBI que se destina al pago del factor capital físico.
- 2 Estimar α utilizando métodos econométricos.
 - MCO restringido.
 - Cointegración
- 3 Promedio de α de estudios previos.

Estudio	Valor
Bernanke & Gurkaynak (2002)	[0,41; 0,69]
Carranza et al (2005)	0.44 y 0.33
Cabredo & Valdivia (1999)	0.40
Elías (1992)	0.66
Miller (2003)	0.51
Seminario & Beltrán (1998)	0.51
Valderrama et al (2001)	0.64
Vega-Centeno (1989)	0.55

Fuentes de información

Variable	Definición	Fuente
Y	PBI real (1950-2020)	INEI, BCRP, PWT, FMI
L	PEA Ocupada	ENAHU, PWT y C.B.
I_t	Inversión Bruta Fija	INEI
W	Retornos a la educación por niveles	Psacharopoulos (1994)
E	% de la PEAO en cada nivel educativo	Barro & Lee (2010)

Conceptos

- Al igual que el caso agregado, partimos de una función de producción Cobb-Douglas:

$$Y_{it} = A_{it} K_{it}^{\beta_k} L_{it}^{\beta_l} M_{it}^{\beta_m} \quad (3)$$

donde Y_{it} representa el OUTPUT físico de la firma i en el periodo t ; K_{it} , L_{it} y M_{it} son el capital trabajo y materiales respectivamente. A_{it} es el nivel de eficiencia (PTF) a nivel de firmas.

- Tanto Y_{it} , K_{it} , L_{it} y M_{it} son observados por el econometrista. Sin embargo, A_{it} es no observable. Ahora, tomemos logaritmo:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \varepsilon_{it}$$

donde:

$$\ln(A_{it}) = \beta_0 + \varepsilon_{it}$$

- Así, β_0 mide la **eficiencia promedio a lo largo de las firmas y tiempo**, ε_{it} es la desviación específica de la firma respecto al promedio, la cual puede ser descompuesta en un componente observable (o al menos predecible) e inobservable.

Conceptos

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + v_{it} + u_{it}^q \quad (4)$$

- Donde $w_i = \beta_0 + v_{it}$ representa la PTF a nivel de firmas y u_{it}^q es un componente i.i.d representando desviaciones inesperadas de la media debido a errores de medición o circunstancias externas.
- La productividad estimada puede ser calculada por:

$$\hat{w}_i = \hat{v}_{it} + \hat{\beta}_0 = y_{it} - \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} \quad (5)$$

- Antes de estimar la ecuación es importante conocer algunos **problemas metodológicos**.

Problemas metodológicos

Endogeneidad de la elección del INPUT o sesgo por simultaneidad

- Aunque la ecuación (4) puede ser estimada por MCO, esta requiere que los INPUTS sean exógenos, es decir, sean determinados independientemente del nivel de la eficiencia de la firma.
- La endogeneidad de INPUTS o Sesgo por simultaneidad es definida como la correlación entre el nivel de INPUT y shocks de productividad no observado.
- Si la firma tiene un conocimiento a priori de w_{it} al momento de elegir la cantidad de INPUTS, la endogeneidad surge porque la cantidad de INPUT estará determinado por la creencia a priori sobre su productividad.

Problemas metodológicos

Endogeneidad por Atrición o Sesgo de Selección

- Tradicionalmente, la estimación de la PTF es realizada mediante un panel balanceado, es decir, se omite todas las empresas que entran y salen sobre el periodo de análisis. Sin embargo, varios modelos predicen que el crecimiento o salida de firmas es motivado por la diferencias en productividad a nivel de firmas.
- Sin embargo, aún cuando la entrada y **salida de empresas es tomada en cuenta** (mediante **uso de panel no balanceado**), no tomar en cuenta la decisión de salir del mercado explícitamente resultará en un sesgo de selección.
- Intuitivamente, el sesgo surge porque la decisión de la firma sobre la asignación de INPUTS, en un periodo particular, son realizadas condicional a su supervivencia.
- Si la firma tiene algún conocimiento sobre su nivel de w_{it} antes de su salida, esto generará una correlación entre ε_{it} y los INPUTS. Esta correlación tiene su origen en el hecho que firmas con alta oferta de capital será capaz de sobrevivir con bajo w_{it} respecto a firmas con bajo stock de capital.

Problemas metodológicos

Sesgo por omisión de precios

- En ausencia de información sobre precios a nivel de firma, los cuales son típicamente no disponibles, índices de precios a nivel de industria son utilizados para deflactar Y_{it} , K_{it} y M_{it} . Así, los valores deflactados son utilizados como proxy de su cantidad.
- Sin embargo, si la variación del precio a nivel de firma está correlacionado con la elección del INPUT, las estimaciones resultarán sesgadas.

Problemas metodológicos

Empresas multiproducto

- Si la empresa produce múltiples productos en una misma industria y estos productos difieren en su proceso productivo, esto conduciría a estimaciones sesgadas de la PTF porque la función de producción asume idénticos procesos productivos.

Métodos de estimación

Efectos Fijos

- Asumiendo que w_{it} es específica a cada empresa, pero invariante en el tiempo, es posible estimar (4) utilizando el estimador de Efectos Fijos.

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + w_{it} + u_{it}^q$$

- La ecuación puede ser estimada en niveles usando LSDV (es decir, incluyendo dummy específicas de empresas) o en primeras diferencias. Siempre que, w_{it} no varíe en el tiempo, la estimación otorga coeficientes consistentes.
- Utilizando este método es posible superar el sesgo por simultaneidad. Además, si las decisiones de salida son motivadas por factores invariantes en el tiempo, el estimador elimina el sesgo por selección.
- La invariabilidad de w_{it} en los modelos de efectos fijos ha sido relajado por Blundell & Bond (1999) donde la productividad es descompuesta en efectos fijos y un componente autoregresivo (AR(1)).

Métodos de estimación

Variables Instrumentales (IV)

- Un método alternativo para lograr la consistencia en los estimadores es instrumentalizar las variables independientes que causan el problema de endogeneidad.
- Para lograr la consistencia de los estimados, tres requerimientos deben ser cumplidos:
 - 1 El instrumento debe estar correlacionado con el regresor endogeno.
 - 2 El instrumento no debe entrar a la función de producción directamente.
 - 3 El instrumento no debe estar correlacionado con el termino de error (y por lo tanto con la productividad).
- Ejemplos de instrumentos son el precio de los INPUTS y OUTPUT, así como rezagos de los niveles de INPUTS.

Métodos de estimación

Algoritmo de Olley-Pakes

- Este estimador resuelve el problema de simultaneidad utilizando la decisión de inversión de la firma como proxy a shocks de productividad no observados. Además, el problema de sesgo de selección es superado al incorporar una regla de salida al modelo.
- Olley & Pakes (1996) desarrollan un modelo dinámico donde al inicio de cada periodo, la firma decide si salir o continuar con sus operaciones. Si la empresa sale del mercado, esta recibe un *sell-off value* y no vuelve a entrar. Si continúa, elige un nivel apropiado de INPUTS e inversión.
- La firma maximiza el valor neto de su flujo de caja y las decisiones de inversión y salida de mercado dependen de la percepción de la firma sobre la distribución de la estructura de mercado, dada la información actual disponible.

Métodos de estimación

- Tanto el nivel mínimo de productividad (valor de corte por el cual la empresa sale del mercado) y la decisión de inversión son determinados por procesos de Markov.
- Para lograr la consistencia entre coeficientes, los autores plantean tres importantes supuestos:
 - 1 La productividad es la única variable de estado no observable, el cual es asumido a seguir un proceso de Markov de primer orden.
 - 2 Monotonicidad de la variable inversión, lo cual asegura la invertibilidad de la función de demanda de inversión.
Esto implica que la inversión tiene que ser creciente en productividad, condicional a las otras variable de estado. Como consecuencia, valores no negativos puede ser utilizados en el análisis.
 - 3 Si el precio a nivel de industria son utilizados para deflactar los INPUT y OUTPUT, el modelo asume que todas las firmas en la industria enfrentan precios comunes.

Métodos de estimación

- El procedimiento de estimación inicia en declarar al capital como variable de estado, la cual es afectada por niveles pasados y actuales de w_i . Así, la inversión puede ser derivada de la regla de capital:

$$I_{it} = K_{it+1} - (1 - \delta)K_{it}$$

Por lo tanto, las decisiones de inversión dependen del capital y productividad $i_{it} = i_t(k_{it}, w_{it})$.

- Siempre que la inversión sea estrictamente reciente en productividad condicional al capital, la decisión de inversión puede ser invertida, permitiendo expresar la productividad como función de observables:

$$w_{it} = h_t(k_{it}, i_{it})$$

donde $h_t(\cdot) = i_t^{-1}(\cdot)$. Así, podemos reescribir:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + h_t(k_{it}, i_{it}) + u_{it}^q \quad (6)$$

luego se define $\varphi(i_{it}, k_{it})$ como:

$$\varphi(i_{it}, k_{it}) = \beta_0 + \beta_k k_{it} + h_t(k_{it}, i_{it})$$

Métodos de estimación

- La estimación de la ecuación (6) procede en dos etapas. En la primera etapa de estimación, la **siguiente** ecuación es estimada por MCO:

$$y_{it} = \beta_l l_{it} + \beta_m m_{it} + \varphi(i_{it}, k_{it}) + h_t(i_{it}, k_{it})$$

donde $\varphi(i_{it}, k_{it})$ es aproximado por un **polinomia** en i_{it} y k_{it} . La estimación otorga coeficientes consistentes de l_{it} y m_{it} .

- Para recuperar el coeficiente de k_{it} , es necesario explotar la dinámica de la firma. La productividad sigue un proceso de Markov de primer orden:

$$w_{it+1} = E(w_{it+1}|w_{it}) + \xi_{it+1}$$

donde ξ_{it+1} no esta correlacionado con la productividad y capital en el periodo $t + 1$.

- Además, la firma continuará operando si su nivel de productividad excede un umbral, es decir, $\chi_{it+1} = 1$ si $w_{it+1} > \bar{w}_{it+1}$, donde χ_{it+1} es un indicador de supervivencia.

Métodos para estimar Productividad

Métodos de estimación

Algoritmo de Levinsohn-Petrin

- Su algoritmo de estimación es idéntico al de Olley & Pakes, pero difiere en 2 importantes puntos:
 - 1 Levinsohn-Petrin utilizan INPUTS intermedios para aproximar por productividad no observable, en lugar de la inversión.
Dado que Olley & Pakes utilizan a la inversión como proxy, lo que implica utilizar valores positivos (mayores a cero) de la inversión y con ello se produce una gran pérdida de observaciones. Para evitar esto, Levinsohn-Petrin utilizan INPUTS intermedios en lugar de inversión para así retener la mayor cantidad de observaciones.
 - 2 La segunda diferencia entre OP y LP es la corrección del sesgo de selección. Si bien OP utiliza un panel desbalanceado e incorpora una regla de salida explícitamente en el modelo. LP no incorpora la probabilidad de supervivencia en la segunda etapa porque la ganancia de incorporar dicho mecanismo es muy pequeña en los resultados empíricos.

Fuentes de información

A diferencia de las variables utilizadas para estimar la PTF a nivel agregado, la PTF estimada con microdatos implica un gran manejo de bases de datos:

Variable	Definición	Fuente
Y	Valor agregado	EMYPE
L	N° de trabajadores remunerados	ENE
K	Total de Activos Fijos (terrenos, maquinarias, equipos, etc.) al inicio y fin de periodo	EEA
M	Insumos	Censo Económico
I	Diferencia entre el valor final e inicial del activo fijo.	Enterprise Survey