FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
ESPECIALIDAD DE ECONOMÍA
MICROECONOMÍA 2
SEMESTRE 2024-2

Taller 3

Profesora:	Janneth Leyva (janneth.leyva@pucp.edu.pe)
Jefes de práctica:	Daniel Chavez (a20234761@pucp.edu.pe)
	Alvaro Moran (alvaro.moran@pucp.edu.pe)

Para cada una de las siguientes preguntas considere los valores de los parámetros de preferencias y de las dotaciones iniciales contenidos en los cuadros de la última página, de acuerdo al número de grupo que le ha sido asignado.

1. Suponga que en el mercado de un bien opera una sola empresa. Se sabe que la función de costos de la empresa es $c(x) = 3x^2$ y que la cantidad demandada por el bien que produce la empresa a cada precio se encuentra adecuadamente resumida en la función $p(x) = 12 - 6x$

   a) Plantee y resuelva el problema de optimización de la firma monopólica y contrástelo con el resultado que obtendría si la firma fuese obligada a actuar de forma competitiva (**0.4 puntos**)

   1. Situación Competitiva

   En la situación competitiva, el beneficio de la empresa está dado por:

   $$\pi = p(x) - 3x^2$$

   Maximizamos el beneficio:

   $$\max \pi = p(x) - 3x^2$$

   Para encontrar el nivel óptimo de x, derivamos con respecto a x e igualamos a cero:

   $$\frac{\partial \pi}{\partial x} = p - 6x = 0$$

   Despejando, tenemos:

   $$p = 6x$$

   Dado que $p = 12 - 6x$, sustituimos:

   $$12 - 6x = 6x$$

   Resolviendo para x:

   $$x = 1$$

   Luego, el precio es:

   $$p = 6$$

   2. Situación Monopólica

   En la situación de monopolio, el beneficio de la empresa está dado por:

   $$\pi = p(x) \cdot x - 3x^2$$

Maximizamos el beneficio:

$$\max \pi = (12 - 6x)x - 3x^2$$

Derivamos con respecto a x e igualamos a cero:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 12 - 12x - 6x = 0$$

Simplificando:

$$12 - 18x = 0$$

Resolviendo para x:

$$x = \frac{2}{3}$$

Entonces, el precio es:

$$p = 12 - 6x = 8$$

La cantidad competitiva es mayor a la monopolica y el precio es menor

b) Calcule la diferencia en el excedente del consumidor en ambos escenarios. (**0.4 puntos**)

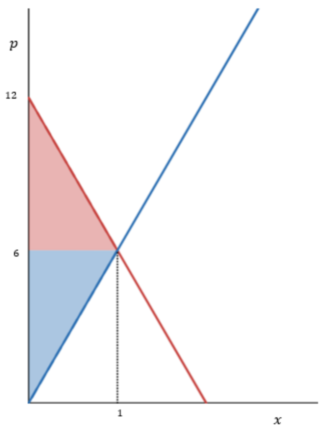


Figura 1: Equilibrio competitivo

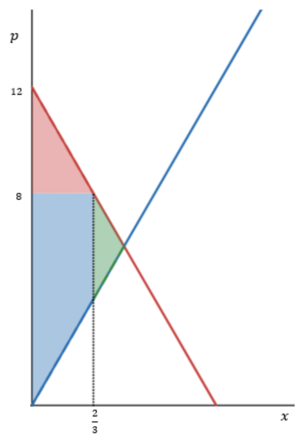


Figura 2: Equilibrio Monopolico

Para calcular la diferencia en el excedente del consumidor entre las situaciones de equilibrio competitivo y monopolio, es necesario encontrar la diferencia entre el área roja, que representa el excedente en el equilibrio competitivo, y el excedente en el equilibrio de monopolio.

El excedente del consumidor en el equilibrio competitivo es:

$$EC^c = \frac{(12 - 6) \cdot 1}{2} = 3$$

El excedente del consumidor en el equilibrio monopolístico es:

$$EC^m = \frac{(12 - 8) \cdot \frac{2}{3}}{2} = \frac{4}{3}$$

Por lo tanto, la diferencia en el excedente del consumidor entre ambas situaciones es:

$$EC^c - EC^m = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

c) Identifique el Índice de Lerner cuando la función de demanda cambia a $p(x) = 6 - 9x$ y compárelo con el Índice de Lerner en la situación inicial. Explique empleando un gráfico por qué existen o no diferencias (**0.3 puntos**)

Equilibrio monopolico con la nueva función de demanda

$$\pi = p(x) \cdot x - 3x^2$$

Maximizamos el beneficio:

$$\max \pi = (6 - 9x)x - 3x^2$$

Derivamos con respecto a x e igualamos a cero:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 6 - 18x - 6x = 0$$

Simplificando:

$$6 - 24x = 0$$

Resolviendo para x:

$$x = \frac{1}{4}$$

Entonces, el precio es:

$$p = 6 - 9(\frac{1}{4}) = 3{,}75$$

Escenario inicial del índice de Lerner:

$$\frac{8 - 6\left(\frac{2}{3}\right)}{8} = 0{,}5$$

Nuevo índice de Lerner con la nueva demanda:

$$\frac{3{,}75 - 6\left(\frac{1}{4}\right)}{3{,}75} = 0{,}6$$

La conclusión es que el índice de Lerner ha aumentado, indicando que la firma tiene un mayor poder de mercado en el escenario de la nueva demanda.

2. Considere una industria en la que opera una única empresa, cuya función de costos es: $c(x) = cx^\delta$. La función inversa de demanda en este mercado está dada por: $p(x) = \beta x^{-\alpha}$.

   a) Plantee y resuelva el problema de optimización que enfrenta la empresa monopólica, es decir, obtenga el precio que la firma establece y la cantidad que vende en el mercado. **(0.3 puntos)**

   Grupo 1A

$$p(x) = 4x^{-0{,}6}$$

$$c(x) = 3x^{0,9}$$

maximización de beneficios

Para maximizar la función de beneficios $\pi(x)$, derivamos la función con respecto a x, igualamos a cero y resolvemos para x. La función de beneficios está dada por:

$$\pi(x) = 4x^{-0,6} \cdot x - 3x^{0,9}$$

Simplificando la expresión de $\pi(x)$:

$$\pi(x) = 4x^{0,4} - 3x^{0,9}$$

Para encontrar el valor de x que maximiza $\pi(x)$, derivamos respecto a x y resolvemos cuando la derivada es igual a cero:

$$\pi'(x) = 4 \cdot 0{,}4x^{-0,6} - 3 \cdot 0{,}9x^{-0,1}$$
$$\pi'(x) = 1{,}6x^{-0,6} - 2{,}7x^{-0,1}$$

Igualamos la derivada a cero para encontrar el valor crítico:

$$1{,}6x^{-0,6} = 2{,}7x^{-0,1}$$

Dividiendo ambos lados por $x^{-0,6}$:

$$1{,}6 = 2{,}7x^{0,5}$$

Despejamos x:

$$x^{0,5} = \frac{1{,}6}{2{,}7}$$
$$x = \left(\frac{1{,}6}{2{,}7}\right)^2$$

Calculando el valor numérico de x:

$$x \approx 0{,}351$$

Dado este valor de x podemos calcular el precio

$$p = 2{,}998$$

b) Verifique que la solución obtenida en el inciso (a) satisface la condición de segundo orden (CSO) del problema de optimización que enfrenta el monopolista. **(0.4 puntos)**
Para verificar la solución debemos emplear la condición de segundo orden Por lo cual debemos hallar la segunda derivada de la función de beneficios Dada la función derivada:

$$\pi''(x) = 1{,}6 \cdot (-0{,}6)x^{-0,6-1} - 2{,}7 \cdot (-0{,}1)x^{-0,1-1}$$

Simplificando, obtenemos:

$$\pi''(x) = -0{,}96x^{-1,6} + 0{,}27x^{-1,1}$$
$$\pi''(x) = -0{,}96 * 0{,}351^{-1,6} + 0{,}27 * 0,351^{-1,1} = -4{,}27 < 0$$

Se cumple la codición de segundo orden.El punto de equilibrio es un maximo

c) Determine el nivel de producción que maximiza el excedente total en este mercado. **(0.4 puntos)**

Para encontrar el equilibrio de mercado, debemos determinar el precio de equilibrio que iguala la oferta y la demanda. Utilizamos la siguiente condición para el equilibrio:

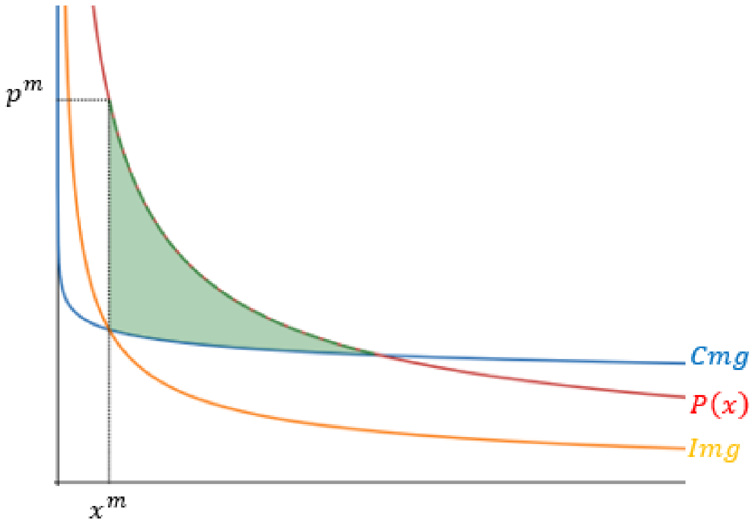
$$p = Cmg$$

Esto nos lleva a la ecuación:

$$4x^{-0{,}6} = 2{,}7x^{-0{,}1}$$

Resolviendo esta ecuación para x, obtenemos $x = 2{,}19$. Luego, sustituimos x en la ecuación del precio para encontrar que el precio de equilibrio es $p = 2{,}50$.

d) Represente gráficamente la solución del monopolista, e identifique en el gráfico la pérdida irrecuperable de eficiencia. Asegúrese de que su gráfico sea consistente con las funciones de costo y demanda proporcionadas. **(0.4 puntos)**



3. En la industria de un bien operan dos empresas idénticas. La función de costos de ambas firmas puede ser adecuadamente recogida por la función $c(x_i) = cx_i$, donde $i = 1, 2$ indica la empresa correspondiente. Además, la función inversa de demanda en el mercado del bien que ofrecen estas firmas es de la forma: $p(x) = a - bx$.

   a) Obtenga el precio y la cantidad ofrecida del bien en equilibrio si las empresas actuasen como tomadoras de precios. **(0.2 puntos)**

   Dado que ambas empresas emplean la misma tecnología y presentan rendimientos marginales constantes, el precio competitivo será $p = c$.

   La cantidad de equilibrio para cada empresa se determina a partir de la función de demanda agregada:

$$c = a - b(x_1 + x_2)$$

De esta ecuación, despejamos la cantidad total:

$$x_1 + x_2 = \frac{a-c}{b}$$

Como ambas empresas tienen la misma tecnología y, por lo tanto, la misma capacidad de producción, se repartirán la cantidad total de manera equitativa. Así, las cantidades de equilibrio para cada empresa serán:

$$x_1 = \frac{a-c}{2b} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{a-c}{2b}$$

b) Considere que las empresas se fusionan en una sola empresa y que la función de costos de la empresa fusionada es $c(x) = cx$. Obtenga el precio y la cantidad de equilibrio en este escenario. **(0.2 puntos)**

Esta situación se puede expresar como un problema de maximización de beneficios:

$$\max \pi = p(x)x - c(x)$$

Dado un precio de demanda lineal $p(x) = a - bx$, la expresión se convierte en:

$$\max \pi = (a - bx)x - cx$$

Para maximizar los beneficios, derivamos π con respecto a x e igualamos a cero:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = a - 2bx - c = 0$$

Despejando x, obtenemos:

$$x = \frac{a-c}{2b}$$

Y el precio correspondiente es:

$$p = \frac{a+b}{2}$$

c) Suponga ahora que las dos empresas compiten fijando precios (modelo de Bertrand). ¿Qué precio y cantidad de equilibrio resultan de esta competencia? **(0.3 puntos)**

En este modelo de Bertrand, las dos empresas compiten fijando precios. Como ambas tienen la misma estructura de costos y ofrecen productos idénticos, el equilibrio ocurre cuando el precio que establecen es igual al costo marginal, ya que si una empresa fija un precio mayor, la otra podría capturar todo el mercado con un precio ligeramente inferior.

Entonces, el precio de equilibrio será $p = c$. La cantidad total demandada en el mercado a este precio se calcula sustituyendo $p = c$ en la función de demanda inversa: $x = \frac{a-c}{b}$. Dado que las empresas son idénticas, cada una producirá la mitad de la cantidad total, es decir, $x_1 = x_2 = \frac{a-c}{2b}$.

En resumen, el equilibrio en precios y cantidades es: Precio de equilibrio: $p = c$ Cantidad total demandada: $x = \frac{a-c}{b}$ Cantidad producida por cada empresa: $x_1 = x_2 = \frac{a-c}{2b}$

d) Imagine ahora que las dos empresas compiten fijando cantidades (modelo de Cournot). Determine el precio y la cantidad de equilibrio en este nuevo escenario. **(0.3 puntos)**

Para encontrar el equilibrio de mercado, primero determinamos las funciones de reacción de ambas firmas.

La **función de reacción de la firma 1** se obtiene al maximizar su beneficio:

$$\pi = (a - b(x_1 + x_2))x_1 - cx_1$$

La condición de primer orden para un máximo es:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = a - 2bx_1 - bx_2 - c = 0$$

Despejando x_1, obtenemos:

$$x_1 = \frac{a - bx_2 - c}{2b}$$

De manera simétrica, la **función de reacción de la firma 2** es:

$$x_2 = \frac{a - bx_1 - c}{2b}$$

Para encontrar el equilibrio, resolvemos el sistema de ecuaciones generado por las funciones de reacción:

$$x_1 = \frac{a - bx_2 - c}{2b}$$
$$x_2 = \frac{a - bx_1 - c}{2b}$$

De este sistema, obtenemos que ambas firmas producirán la misma cantidad en equilibrio:

$$x_1 = x_2 = \frac{a - c}{3b}$$

Finalmente, el **precio de equilibrio** es:

$$p = \frac{a + 2c}{3}$$

Este resultado proporciona el equilibrio en cantidades para cada firma y el precio competitivo del mercado.

e) Compare los resultados obtenidos en los cuatro ítems interiores y explique sus diferencias y/o similitudes. **(0.4 puntos)**

- **Equilibrio de mercado**: En un mercado competitivo, el equilibrio se caracteriza por una mayor cantidad producida y precios más bajos. Esto se debe a que las empresas compiten intensamente y se ven incentivadas a reducir sus precios para atraer a los consumidores, lo que resulta en un beneficio máximo para los compradores en términos de precio y cantidad disponible.

- **Modelo de Bertrand**: En este modelo, las empresas también compiten principalmente bajando precios, al igual que en un mercado perfectamente competitivo. Esto lleva a un resultado similar al equilibrio de mercado, con precios bajos y una gran cantidad de producto disponible. La competencia de precios en el modelo de Bertrand empuja a las empresas a reducir los precios hasta el nivel del costo marginal, lo que maximiza el bienestar del consumidor.
- **Modelo de Cournot**: Aquí, las empresas compiten en función de la cantidad que producen, no del precio. Cada empresa elige su producción teniendo en cuenta la cantidad que esperan que produzcan las demás. Como resultado, el precio es más alto y la cantidad producida es menor que en un mercado competitivo o en el modelo de Bertrand, pero es más baja en precio y mayor en cantidad que en el modelo monopolista.
- **Monopolio**: En un mercado monopolista, una sola empresa controla la oferta del producto y maximiza sus beneficios al restringir la cantidad ofrecida y cobrar un precio elevado. Este modelo resulta en la menor cantidad producida y el precio más alto entre todos los modelos, con un efecto negativo en el bienestar de los consumidores en comparación con los demás escenarios.

En resumen, el equilibrio competitivo y el modelo de Bertrand ofrecen precios bajos y cantidades altas, beneficiando a los consumidores. El modelo de Cournot se encuentra en un punto intermedio en cuanto a cantidad producida y precio, mientras que el monopolio restringe la oferta y eleva el precio al máximo nivel, limitando el acceso de los consumidores al producto.

Cuadro 1: Parámetros para la Pregunta 2

Grupo	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{\delta}$	$\boldsymbol{\beta}$	$\boldsymbol{\alpha}$
1A	3	0.9	4	0.6
2A	4	0.7	3	0.8
3A	5	0.8	3	0.7
4A	4	0.8	2	0.5
5A	4	0.9	3	0.5
1B	5	0.6	3	0.9
2B	3	0.9	4	0.6
3B	5	0.6	3	0.9
4B	5	0.8	3	0.7
5B	4	0.8	2	0.5
6B	5	0.8	3	0.7

Cuadro 2: Parámetros para la pregunta 3

Grupo	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$
1A	10	4	4
2A	15	3	3
3A	7	5	3
4A	9	6	4
5A	8	7	5
1B	9	5	4
2B	10	6	5
3B	12	7	6
4B	11	8	7
5B	12	9	8
6B	14	10	9