

## Máster en Transformación Energética Power Electronics

# Máquinas eléctricas y sistemas de alta tensión en convertidores

### Práctica: Generación Alta Tensión

José Giménez Llanos  
Álvaro Navarro Jorquera



# Índice

1. Introducción	2
2. Objetivos	3
3. Estado de la técnica	3
4. Establecimiento de requerimientos	4
5. Desarrollo de la propuesta	4
6. Verificaciones	10
7. Conclusiones	15
Referencias	16

# Índice de figuras

1. Multiplicador de Greinacher de 1 etapa . . . . .	2
2. Esquema con los multiplicadores necesarios . . . . .	5
3. Esquema para los cálculos del circuito de medida . . . . .	8
4. Circuito multiplicador de tensión diseñado . . . . .	9
5. Tensión de salida y entrada a $50Hz$ (sin carga) . . . . .	10
6. Tensión de salida a $50Hz$ con carga . . . . .	11
7. Corriente en la carga y sistema de medida . . . . .	12
8. Tensión máxima en condensadores y diodos . . . . .	12
9. Tensión en el multímetro . . . . .	13
10. Tensión de salida y corriente en la carga para múltiples frecuencias .	14
11. Tensión de salida y entrada con señal de entrada de onda cuadrada .	14

## 1. Introducción

En este entregable se realiza el diseño y análisis de un circuito multiplicador de tensión basado en el Duplicador de Greinacher. Este circuito, el cual se puede ver en la figura 1, se basa en el principio del rectificador de medio puente.

El condensador  $C1$  se carga para tensiones de entrada desde  $-\hat{V}$  hasta  $+\hat{V}$  ( $\frac{dV}{dt}$  positivo) y se descarga a través del diodo  $D2$  durante las variaciones de tensión de entrada  $\frac{dV}{dt}$  negativas, cargando así el condensador  $C2$ . Este proceso se repite durante varios ciclos, hasta llegar a un punto en el que el condensador  $C1$  quede cargado a la tensión de pico de la senoidal de entrada y el condensador  $C2$  al doble de la tensión de pico de entrada. Esto se produce puesto que, en los ciclos de tensión de entrada negativa, la tensión soportada por el condensador  $C2$  es la del condensador  $C1$  sumada a la tensión de la fuente.

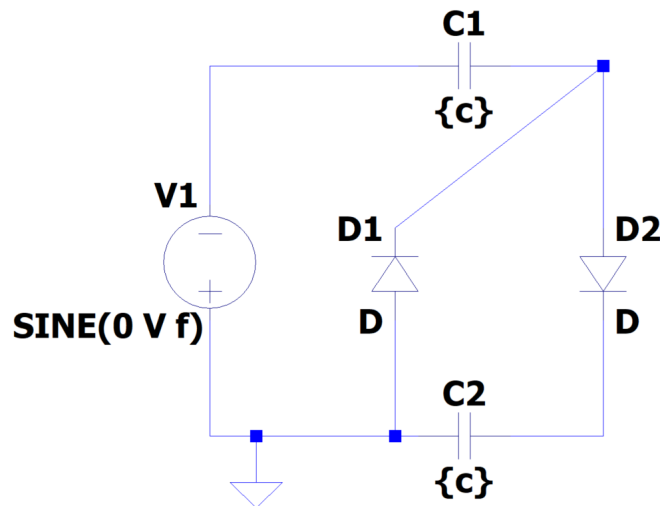


Figura 1: Multiplicador de Greinacher de 1 etapa

Además, cabe destacar que este circuito es escalable, permitiendo de manera teórica obtener tensiones de salida infinitas a partir de fuentes de tensión oscilatorias de bajo voltaje.

## 2. Objetivos

El principal objetivo de este trabajo es conseguir diseñar un Multiplicador de Greinacher que permita obtener una tensión de salida específica. Además, debe ser capaz de proveer cierta cantidad de corriente de salida sin que se produzca una caída significativa de la tensión, de manera que será necesario dimensionar correctamente la capacidad de los condensadores. Por otra parte, el circuito debe ser capaz de funcionar en un rango de frecuencia definido y para tensiones de entrada senoidales y cuadradas. También será necesario diseñar un circuito que permita medir la tensión de salida a partir de un multímetro. Todos los requisitos se definen de manera específica en la sección 4.

## 3. Estado de la técnica

Para la construcción del Multiplicador de Greinacher será necesario obtener el número de etapas necesarias a partir de la tensión de pico de entrada y la tensión continua requerida a la salida. A partir de ahí se seleccionarán los componentes (diodos y condensadores), los cuales deben ser capaces de soportar las tensiones máximas a las que se puedan someter.

Respecto a la carga, puesto que la tensión de salida es continua, se dimensionará una resistencia para que circule a través de la misma la corriente deseada. Dicha resistencia, en el circuito real, deberá ser seleccionada para que pueda soportar la potencia a disipar. Puesto que la tensión de salida será elevada, corrientes de mili-amperios pueden producir potencias de decenas de vatios que deberán ser disipadas por la resistencia o circuito conectado.

Para el diseño del circuito de medida de tensión, se utilizará un divisor resistivo con un multímetro en paralelo con la resistencia de debajo del divisor. De esta manera, la resistencia total de debajo del divisor estará limitada por la resistencia del multímetro. Consecuentemente, puesto que se debe construir el circuito para obtener corrientes mínimas, se diseñará para que la resistencia de debajo del puente total sea lo más cercana posible a la resistencia del multímetro.

## 4. Establecimiento de requerimientos

Los requerimientos del circuito se dividen, en este caso, en los requerimientos del Multiplicador de Greinacher y los del equipo de monitorización de tensión de salida. Los requerimientos del Multiplicador de Greinacher a diseñar son los siguientes:

- Tensión de salida:  $3kV \pm 5\%$  ( $DC$ )
- Corriente de salida:  $5mA$
- Rizado máximo:  $\pm 10\%$
- Tensión de entrada:  $220V$  ( $AC$ )
- Tensión de trabajo de componentes:  $< 1000V$
- Rango de frecuencia de entrada:  $[50Hz, 200Hz]$
- Forma de tensión: senoidal o cuadrada

Respecto al equipo de monitorización, debe cumplir los siguientes requisitos para que el funcionamiento del circuito se vea lo menos afectado posible al utilizarlo:

- Consumo de corriente mínimo
- Tensión máxima de  $200V$ , correspondiente con la tensión máxima de salida

## 5. Desarrollo de la propuesta

Como ya se ha mencionado vamos a diseñar un circuito basado en multiplicadores de tensión o duplicadores de Greinacher para conseguir a la salida los  $3kV$  especificados.

En primer lugar, vamos a calcular cuántas celdas duplicadoras son necesarias en el diseño para obtener los  $3kV$  a la salida. Para ello hay que tener en cuenta que el condensador de salida de cada celda duplicadora se carga a una tensión igual al doble de la tensión de pico de la fuente, por lo que al poner varias celdas en serie, la tensión entre el terminal positivo del último condensador y la referencia (terminal

negativo de la fuente) se irá duplicando. Por tanto, el cálculo queda de la siguiente manera:

$$n^{\circ} \text{ duplicadores} = \frac{3000 V}{220 \cdot \sqrt{2} \cdot 2} = 4,821 \approx 5 \quad (1)$$

Por tanto, con cinco duplicadores de tensión podemos obtener los  $3kV$  de continua a partir de la fuente de  $220V_{rms}$ .

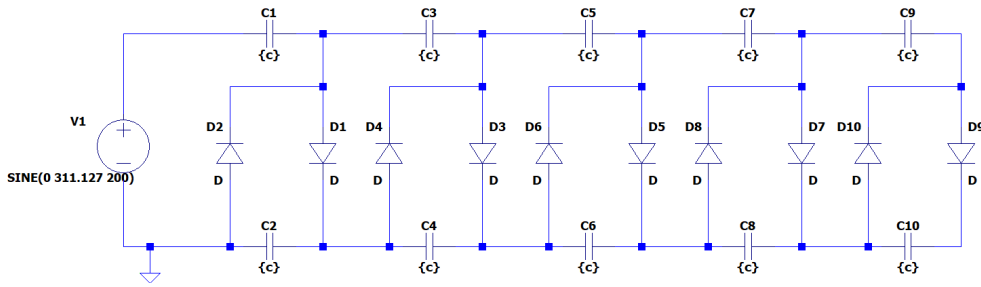


Figura 2: Esquema con los multiplicadores necesarios

Con este esquema, idealmente y sin carga tendremos a la salida la siguiente tensión:

$$V = 5 \cdot 2 \cdot 220 \cdot \sqrt{2} = 3111,27 V \quad (2)$$

Por otro lado, la corriente de salida del circuito multiplicador tiene que se aproximadamente de  $5mA$ . Para conseguir esta corriente de salida tenemos que calcular una carga que se conecte a la salida del multiplicador y que consuma esa corriente, ya que el multiplicador aislado, una vez se han cargado todos los condensadores, no consume ninguna corriente. La carga se puede calcular fácilmente mediante la Ley de Ohm:

$$V = R \cdot I \rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 220 \cdot \sqrt{2}}{0,005} = 622254 \Omega \quad (3)$$

Este consumo de corriente provoca que los condensadores se descarguen más rápidamente, aumentando el rizado y provocando una caída de tensión final, por lo que hay que emplear unos condensadores con una capacidad lo suficientemente elevada para minimizar el rizado y la caída de tensión. Además, esto producirá que el consumo de corriente de la carga no sea exactamente igual al calculado, pero se asumirá este error puesto que el rizado y la caída de tensión son dependientes de la frecuencia y el circuito debe ser capaz de funcionar en un rango de  $50Hz$  a  $200Hz$ .

Como se ha mencionado en las especificaciones, el rizado máximo debe ser de un  $\pm 20\%$ . En este caso realizaremos el diseño para tener un rizado de pico a pico

de aproximadamente 10V, que sería un rizado de aproximadamente  $\pm 8\%$ . Para la obtención del rizado vamos a comenzar calculándolo en el supuesto de que solo tuviésemos una celda duplicadora. Si llamamos  $t_1$  al tiempo en el que conduce el diodo que carga el condensador en cada ciclo y  $t_2$  al tiempo en el que no conduce el diodo, es decir, el tiempo de descarga del condensador en cada ciclo, podemos expresar la corriente que el condensador aporta a la carga  $R$  de la siguiente forma (llamamos  $q$  a la carga transferida en cada ciclo):

$$I = \frac{dq}{dt} \approx \frac{q}{t_2} \quad (4)$$

Como pasado el transitorio el tiempo  $t_1$  es mucho menor que  $t_2$  podemos aproximar  $t_2$  de la siguiente forma:

$$t_2 \approx \frac{1}{f} \quad (5)$$

Por otro lado, sabemos que el rizado de tensión en un condensador en función de la carga transferida en un ciclo es el siguiente:

$$\delta V = \frac{q}{C_2} \quad (6)$$

Por tanto, combinando las tres ecuaciones anteriores obtenemos la siguiente ecuación:

$$\delta V = \frac{I}{f \cdot C_2} \quad (7)$$

No obstante, en una celda duplicadora, la carga primero se transfiere del condensador  $C_1$  al condensador  $C_2$ , por lo que el rizado de pico a pico total a la salida de una sola celda duplicadora será el siguiente:

$$\delta V = \frac{I}{fC_1} + \frac{2I}{fC_2} = \frac{I}{f} \left[ \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] \quad (8)$$

Extrapolando este resultado a nuestro ejercicio y considerando todos los condensadores iguales con una capacidad  $C$ , el rizado de pico a pico queda de la siguiente forma:

$$\delta V = \frac{I}{fC} [1 + 2 + 3 + 4 + 5] = \frac{I}{fC} \cdot 15 \quad (9)$$

Por tanto, para obtener un rizado pico a pico de 10V, la capacidad de los condensadores debe ser la siguiente:

$$C = \frac{I}{\delta V \cdot f} \cdot 15 = \frac{0,005}{10 \cdot 50} \cdot 15 = 150 \mu F \quad (10)$$

El cálculo anterior se ha realizado para una frecuencia de  $50Hz$  porque es más restrictivo, ya que a menor frecuencia mayor rizado. Podemos comprobar el rizado de pico a pico que se obtendrá con ese condensador a  $200Hz$ :

$$\delta V = \frac{I}{fC} \cdot 15 = \frac{0,005}{200 \cdot 150 \mu F} \cdot 15 = 2,5 V \quad (11)$$

Por otro lado, podemos calcular la caída de tensión que va a provocar una carga con ese consumo de corriente. A partir de la expresión obtenida en la referencia [1]:

$$V_{\text{drop}} = \frac{I}{fC} \left( \frac{2n^3}{3} + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{6} \right) \quad (12)$$

En la ecuación anterior,  $n$  es el número de celdas duplicadoras, por lo que sustituyendo los datos a  $50Hz$  la caída del voltaje final es la siguiente:

$$V_{\text{drop}} = \frac{0,005}{50 \cdot 150 \mu F} \left( \frac{2 \cdot 5^3}{3} + \frac{5^2}{2} - \frac{5}{6} \right) = 63,33 V \quad (13)$$

Por tanto, el voltaje medio de salida que obtendremos con esa carga a  $50Hz$  será el siguiente:

$$V = 5 \cdot 2 \cdot 220 \cdot \sqrt{2} - V_{\text{drop}} = 3047,93 V \quad (14)$$

Por otro lado, a  $200Hz$  la tensión final será la siguiente:

$$V_{\text{drop}} = \frac{0,005}{200 \cdot 150 \mu F} \left( \frac{2 \cdot 5^3}{3} + \frac{5^2}{2} - \frac{5}{6} \right) = 15,83 V \quad (15)$$

$$V = 5 \cdot 2 \cdot 220 \cdot \sqrt{2} - 15,83 = 3095,44 V \quad (16)$$

Por último, nos faltaría el diseño del circuito de medida. Este circuito de medida estará basado en un divisor de tensión para poder medir con un fondo de escala de  $200V$ . Además, la resistencia del multímetro es de  $10M\Omega$ .

El circuito de medida para el que se van a realizar los cálculos es, por tanto, el siguiente:



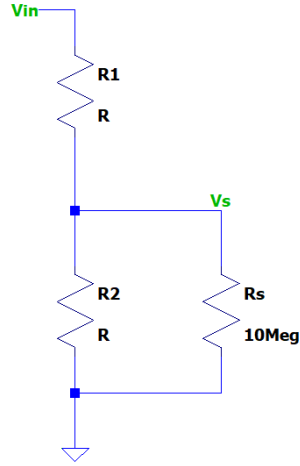


Figura 3: Esquema para los cálculos del circuito de medida

Como valor de  $V_{in}$  se selecciona la máxima tensión de salida que el circuito será capaz de proveer y dicha tensión se asociará con una caída en  $R_2$  y  $R_s$  de  $200V$ . De esta manera, nunca será posible sobrepasar el fondo de escala. Dicho valor de  $V_{in}$  es el siguiente:

$$V_{in} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 220 = 3111,27 V \quad (17)$$

Por otro lado, queremos que  $V_s$  sea igual a  $200V$ . Además,  $R_2$  en paralelo con  $R_s$  debe ser menor a  $10 M\Omega$ . Si fijamos el valor del paralelo en  $9 M\Omega$  (valor elevado para minimizar el consumo del circuito) podemos calcular el valor de  $R_2$ :

$$\frac{1}{9 M\Omega} = \frac{1}{10 M\Omega} + \frac{1}{R_2 M\Omega} \rightarrow R_2 = 90 M\Omega \quad (18)$$

Por último, obtenemos el valor de  $R_1$  a partir del divisor de tensión:

$$V_s = V_{in} \cdot \frac{R_2 // R_s}{R_1 + R_2 // R_s} \rightarrow R_1 = \frac{(R_2 // R_s) \cdot (V_{in} - V_s)}{V_s} \quad (19)$$

Sustituyendo valores, el valor de la resistencia  $R_1$  queda:

$$R_1 = \frac{9 M\Omega \cdot (3111,27 V - 200 V)}{200 V} = 131,007 M\Omega \quad (20)$$

No obstante, uno de los requerimientos de diseño es que los componentes tuviesen una tensión de trabajo inferior a  $1000V$ . En la resistencia  $R_1$  en las condiciones de

diseño va a caer aproximadamente la siguiente tensión:

$$V_{R1} = 3111,27 V - 200 V = 2911,27 V > 1000 V \quad (21)$$

Por tanto, si dividimos la resistencia  $R_1$  en tres resistencias iguales, cada una tendrá una tensión de trabajo igual a un tercio de la tensión de trabajo de  $R_1$ , es decir:

$$V_{R'} = \frac{V_{R1}}{3} = \frac{2911,27}{3} = 970,42 V < 1000 V \quad (22)$$

Por tanto, el circuito final del multiplicador de tensión con la carga y el circuito de medida de tensión queda de la siguiente manera:

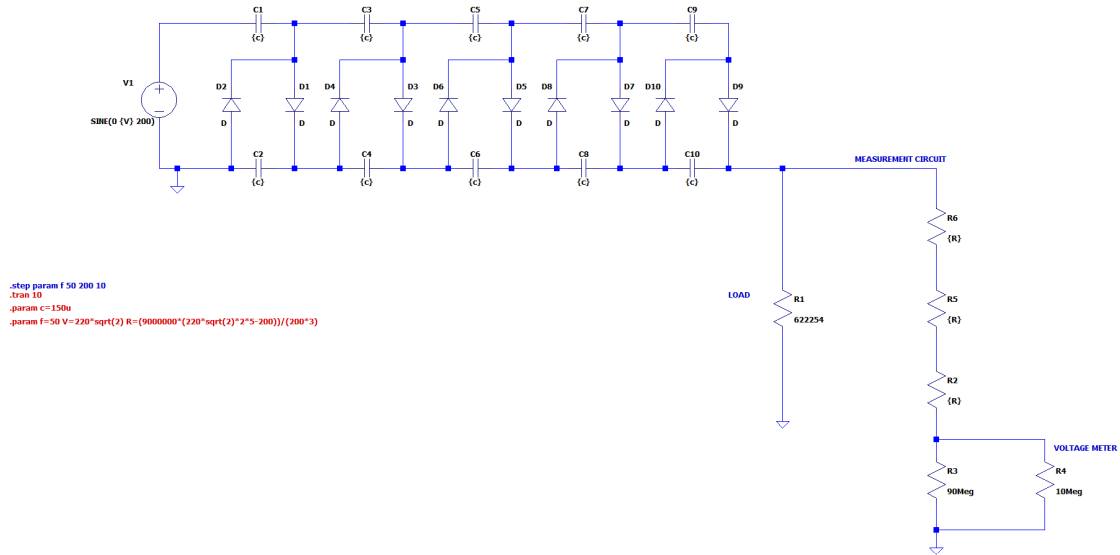


Figura 4: Circuito multiplicador de tensión diseñado

Por último, podemos calcular el consumo de corriente máxima aproximado del circuito de medida<sup>1</sup>:

$$I_{meas} = \frac{V_{in}}{R_{total}} = \frac{3111,27}{9 M\Omega + 131,007 M\Omega} = 22,22 \mu A \quad (23)$$

<sup>1</sup>Nos referimos a la corriente máxima que consume el circuito de medida, porque estamos considerando la tensión de salida teórica sin caída debido a la carga.

## 6. Verificaciones

En esta sección se va a justificar mediante las simulaciones necesarias que el funcionamiento del circuito es el correcto. Primero, se comprueba que la tensión de salida sin carga es igual a la esperada. En la figura 5 se puede ver que, al transcurrir un tiempo de aproximadamente  $5s$ , la tensión de salida se estabiliza en  $3101V$ , valor que supone un error mínimo del  $0,33\%$  respecto a la tensión de salida esperada sin carga ( $3111,27V$ ), como se puede ver en la siguiente expresión:

$$E_{V_{noload}} = \frac{3111,27V - 3101V}{3111,27V} \cdot 100 = 0,33\% \quad (24)$$

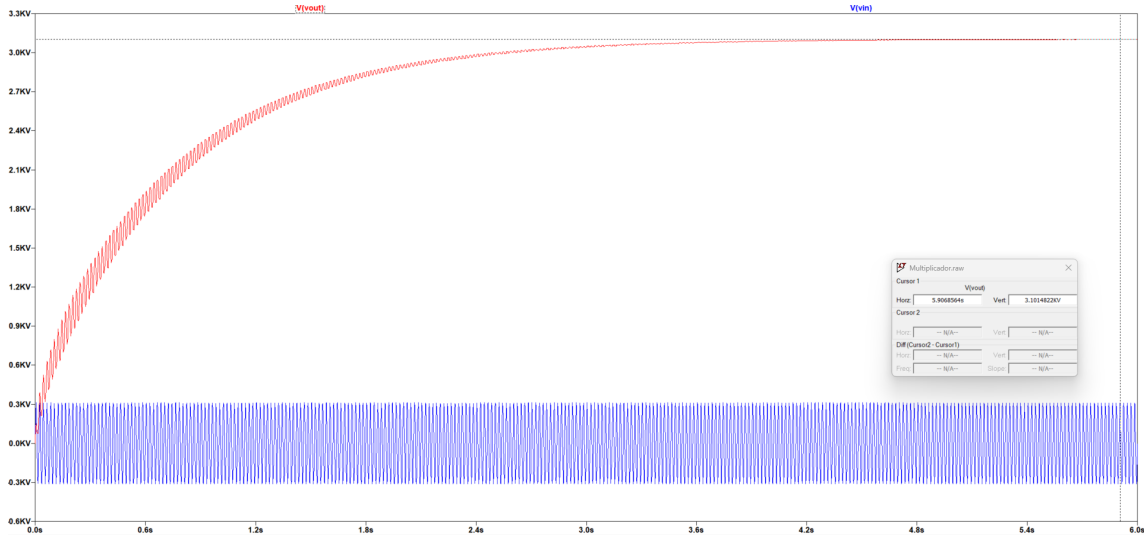


Figura 5: Tensión de salida y entrada a  $50Hz$  (sin carga)

Además, podemos garantizar que la tensión obtenida está dentro del rango de tensión de salida especificado, puesto que la tensión máxima establecida ( $5\%$  de  $3kV$ ) es de  $3150V$ .

Tras comprobar que el circuito funciona correctamente, pasamos a conectar la carga y el circuito de medida. Respecto del caso anterior, el tiempo de establecimiento es similar y no relevante puesto que no existe ningún requerimiento respecto del mismo, por lo que se pasa a analizar la tensión de salida en estacionario, obteniendo el resultado 6.

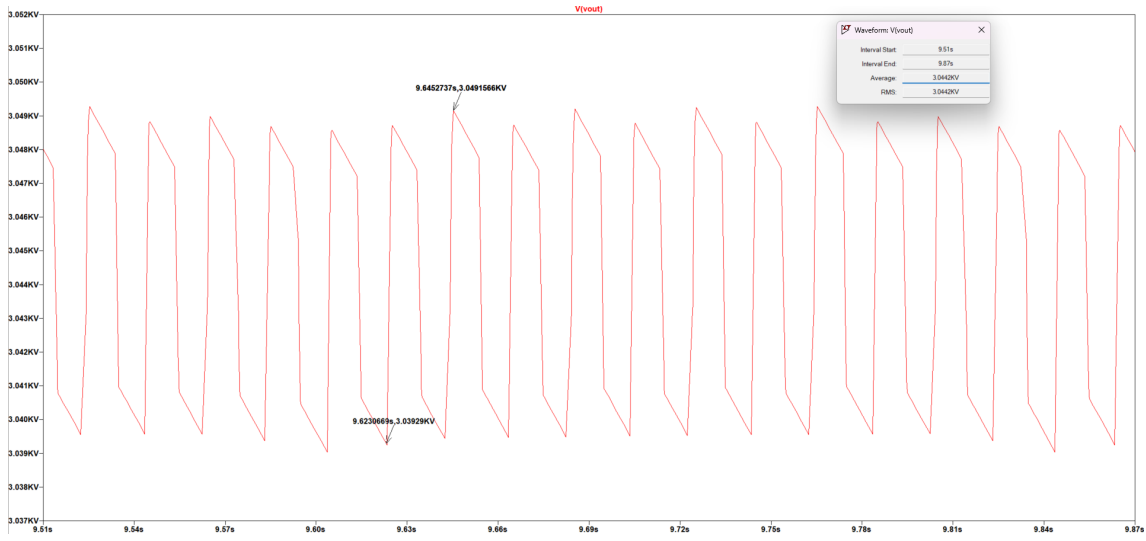


Figura 6: Tensión de salida a 50Hz con carga

Como se puede ver en la figura 6, se obtiene una tensión media de 3044V, una tensión máxima de 3049V y una tensión mínima de 3039V. De esta manera, se puede garantizar que el requisito de rizado de 10V para 50Hz sí se cumple, y el error obtenido para la tensión media es mínimo:

$$E_{V_{load}} = \frac{3047,93V - 3044V}{3047,93V} \cdot 100 = 0,13\% \quad (25)$$

Respecto a la corriente, se analiza en la figura 7 la corriente que circula a través de la carga y la que circula a través del circuito de medida. Puesto que, como se explica en la sección anterior, la tensión de salida es ligeramente menor a la esperada, en consecuencia la corriente en la carga también lo será, midiendo un valor de 4,898mA. La corriente a través del circuito de medida se ha diseñado para no ser significativa, dando un valor de 21,718μA. Se analiza el error cometido en la corriente a través de la carga y del circuito de medida:

$$E_{I_{load}} = \frac{5mA - 4,898mA}{5mA} \cdot 100 = 2,04\% \quad (26)$$

$$E_{I_{meas}} = \frac{22,22\mu A - 21,718\mu A}{22,22\mu A} \cdot 100 = 2,26\% \quad (27)$$

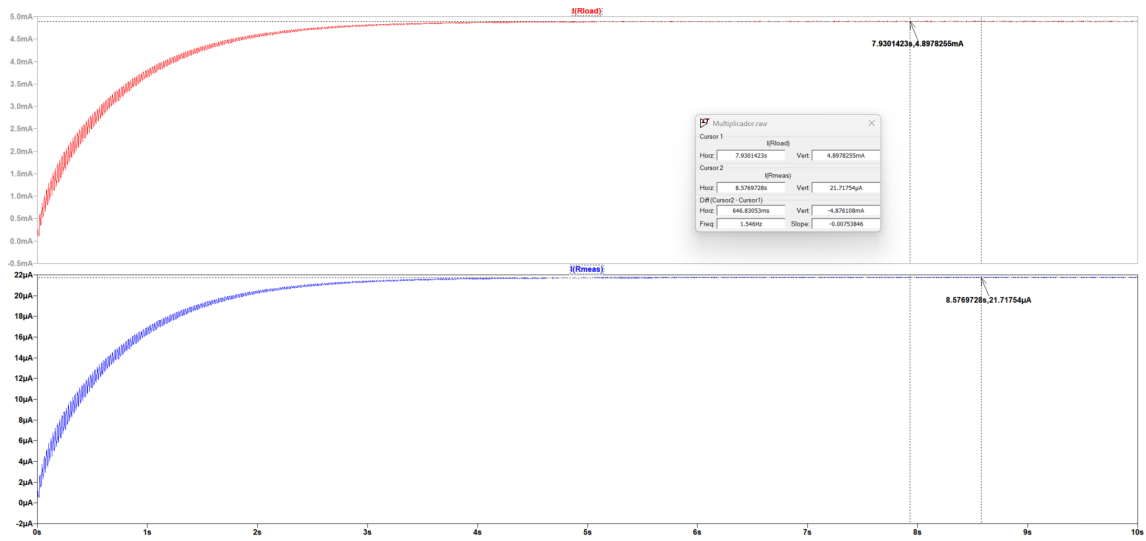


Figura 7: Corriente en la carga y sistema de medida

Por otra parte, también es necesario analizar la tensión máxima en los semiconductores y condensadores, cuyo resultado se puede ver en la figura 8. La tensión máxima es de 618,33V (aproximadamente el doble a la de la fuente), mucho menor a los 1000V establecidos como máximo, por lo que este requerimiento está cumplido. Además, cabe destacar que el primer condensador ( $C_1$ ) se carga a una tensión igual a la de la fuente, por lo que se puede utilizar un condensador de menor rango de tensión para este caso.

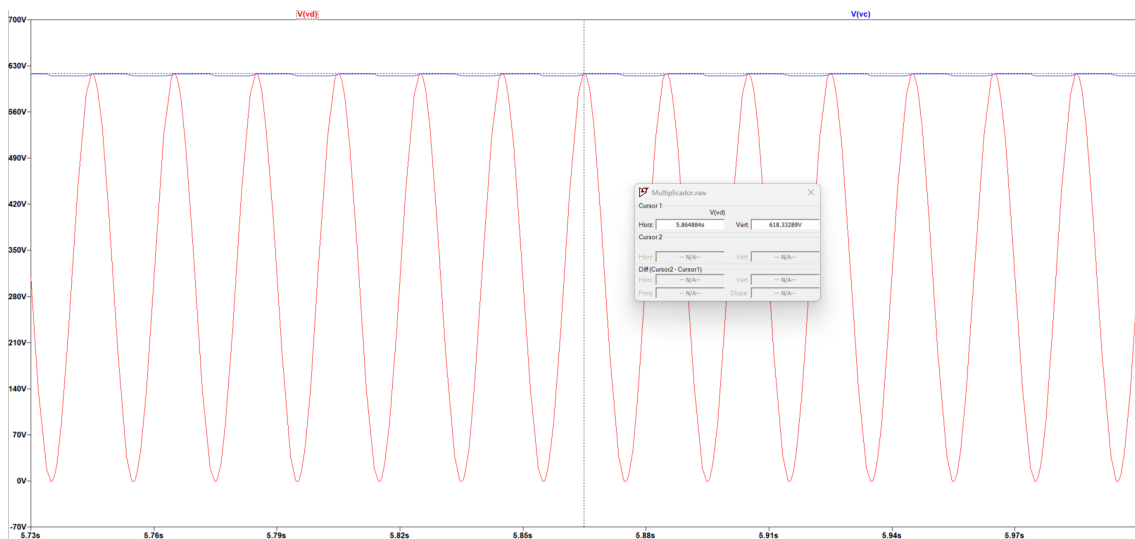


Figura 8: Tensión máxima en condensadores y diodos

También es necesario comprobar que la tensión en el multímetro no supera los

200V establecidos. Puesto que se definió el divisor para obtener 200V para la máxima tensión de salida posible (3111,27V), en este caso la tensión medida será necesariamente menor, dando un valor de 195,91V como se puede ver en la figura 9.

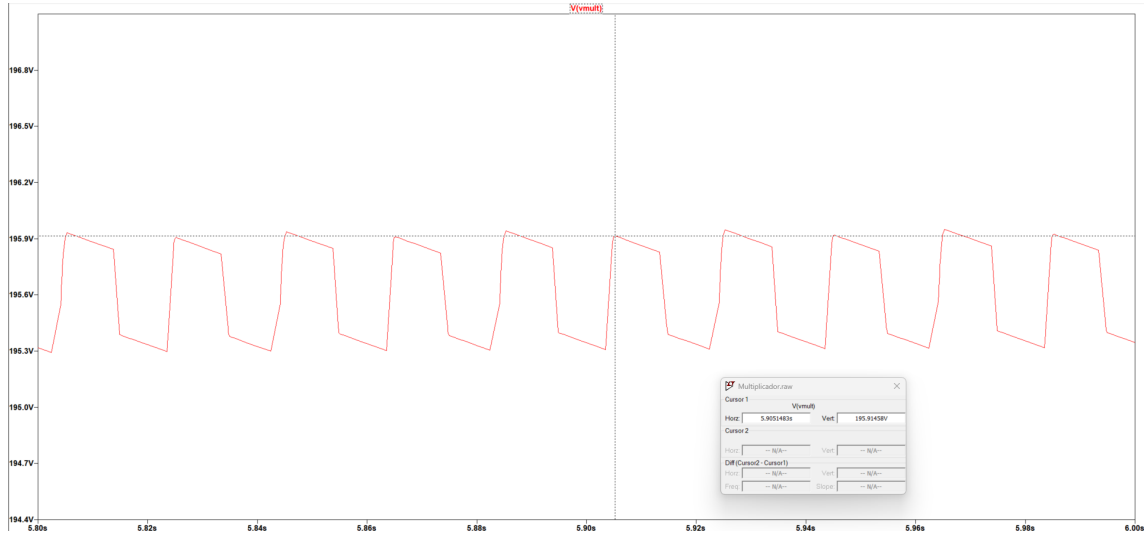


Figura 9: Tensión en el multímetro

En la figura 10 se puede ver la tensión de salida y corriente de carga a 50Hz (gráfica roja), 100Hz (gráfica azul), 150Hz (gráfica verde) y 200Hz (gráfica azul claro). Como se ha calculado previamente la tensión obtenida aumenta con la frecuencia, lo que produce un aumento de la corriente en consecuencia. Se obtiene una tensión de salida de 3090V y una corriente de carga de 4,963mA para una frecuencia de 200Hz. Obtenemos los errores respecto a los valores esperados:

$$E_{V_{load-200Hz}} = \frac{3095,44V - 3090V}{3095,44V} \cdot 100 = 0,18\% \quad (28)$$

$$E_{I_{load-200Hz}} = \frac{5mA - 4,963mA}{5mA} \cdot 100 = 0,74\% \quad (29)$$

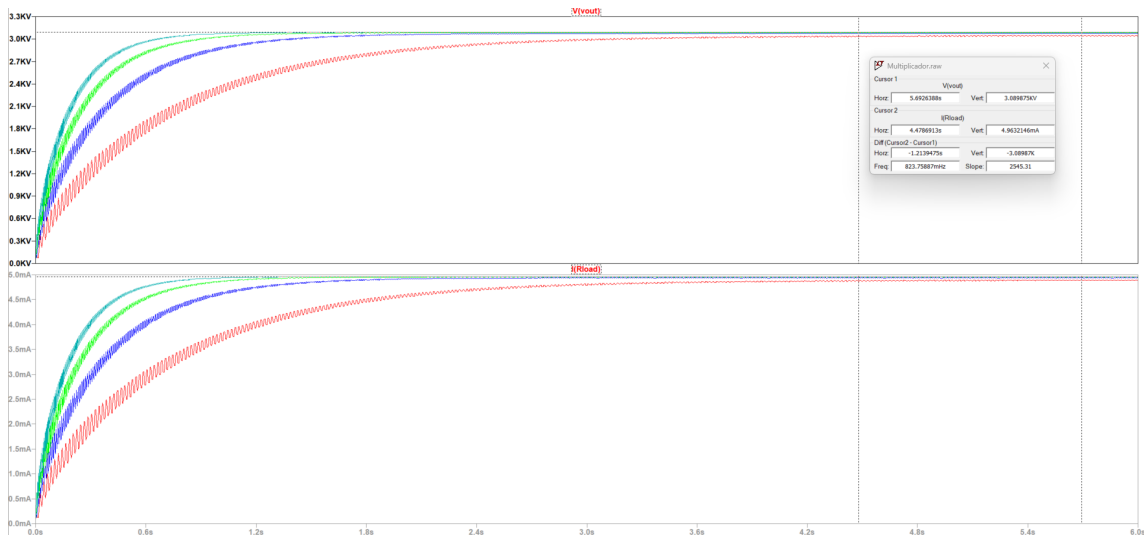


Figura 10: Tensión de salida y corriente en la carga para múltiples frecuencias

Finalmente, se comprueba al funcionamiento del circuito para una señal de entrada cuadrada de  $50Hz$ , con valores máximos y mínimos iguales a los valores de pico positivo y negativo de la senoidal y con un ciclo de trabajo del 50 %. El resultado se puede ver en la figura 11, donde se obtiene un valor medio de  $3044V$ , exactamente igual que el obtenido con la senoidal de misma frecuencia. También se mantiene el mismo rizado de  $10V$  del caso anterior.

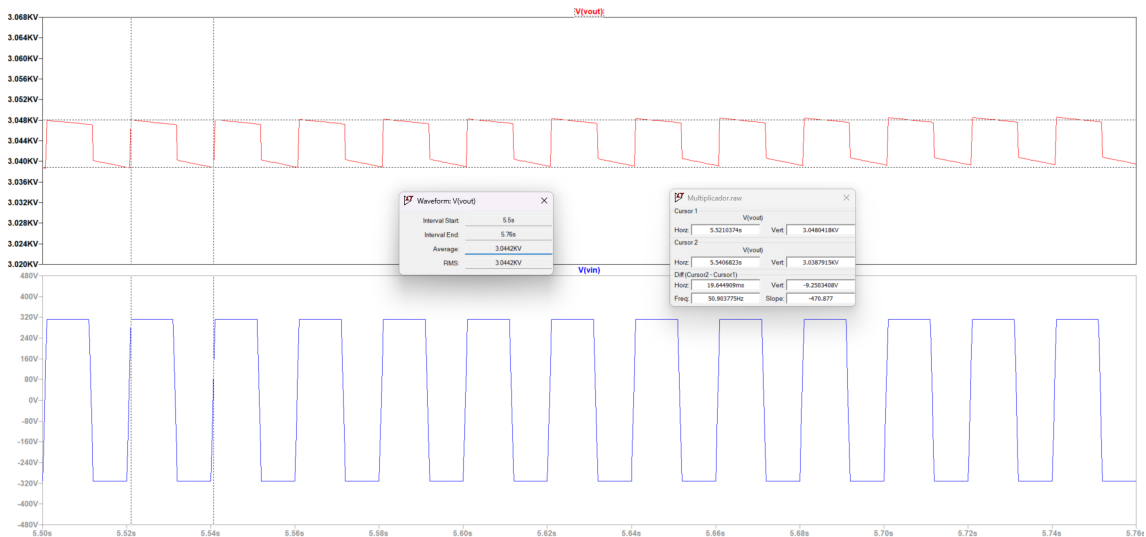


Figura 11: Tensión de salida y entrada con señal de entrada de onda cuadrada

## 7. Conclusiones

En esta práctica se ha llevado a cabo el diseño y simulación de un circuito Multiplicador de Greinacher capaz de proporcionar a la salida  $3kV$  a partir de una fuente de  $220V$ , asegurando un adecuado suministro de corriente sin un rizado y caída de tensión significativo. Para lograrlo se ha realizado un dimensionamiento de los condensadores a partir de un valor seleccionado de rizado de pico a pico máximo igual a  $10V$ .

Por otro lado, se ha diseñado un circuito sencillo de medida de tensión a partir de un divisor de tensión de tal forma que se puede medir la tensión de salida del multiplicador en un fondo de escala de  $200V$ .

Además, en las simulaciones se ha podido comprobar el correcto funcionamiento del circuito y la fiabilidad de los cálculos teóricos, los cuales han proporcionado aproximaciones con poco error.

Con los resultados obtenidos se puede destacar el atractivo de este tipo de soluciones para conseguir una elevada tensión a partir de una estructura sencilla basada en diodos y condensadores para aplicaciones que requieran de una elevada tensión sin la complejidad de circuitos conmutados o transformadores. También se destaca la funcionalidad del multiplicador diseñado, el cual ha demostrado ser apto para un amplio rango de frecuencias (de  $50Hz$  a  $200Hz$ ) y para una señal senoidal y cuadrada.

Por el contrario, estos circuitos presentan ciertas limitaciones que deben considerarse. En aplicaciones con cargas altamente variables, la caída de tensión resultante puede afectar a su rendimiento. Asimismo, su empleo puede ser complicado en aplicaciones con mucha variación de la frecuencia, especialmente cuando la frecuencia es demasiado baja. Otro inconveniente es el tiempo de carga relativamente lento, lo que puede ser problemático en sistemas que requieran una respuesta rápida en la elevación de la tensión. Por último, este tipo de circuitos suelen estar restringidos a aplicaciones de baja potencia, ya que su capacidad de suministrar corriente es limitada.



## Referencias

- [1] Se Hyun Park, Liran Katzir y Doron Shmilovitz. «Reduction of voltage drop and ripple in voltage multipliers». En: *2015 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*. IEEE. 2015, págs. 1-7.
- [2] EEEGuides. *Voltage Multiplier Circuits*. URL: <https://www.eeeguide.com/voltage-multiplier-circuits/>.