



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE CIENCIAS

---

### Tarea 03

---

*Alumno:*

Ramírez López Alvaro. 316276355

*Profesor:* Jesús Villagómez Chávez

*Ayudantes:* Gabriela Peña Franco

Martha Rubí Gutiérrez González

9 de septiembre de 2024

1. ¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? En caso de ser función, calcula su dominio y su imagen:

a)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n, m \geq 0 \wedge 5n = m\}.$

b)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n, m \geq 0 \wedge 5m = n\}.$

c)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n, m \geq 0 \wedge m \leq n\}.$

d)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : n \geq 0 \wedge m = 3\}.$

e)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : m = n^2\}.$

f)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : m^2 = n^2\}.$

g)  $\{(n, m) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 4n + 2m = 6\}.$

**Solución:**

Aquí va la solución.

2. Determina la inyectividad, suprayectividad y biyectividad de las siguientes funciones:

a)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = 2n.$

b)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n + 7.$

c)  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(n) = n + 7.$

d)  $f : A \rightarrow A/R, f(a) = [a]_R$ , donde  $A$  es un conjunto y  $R$  una relación de equivalencia sobre  $A$ .

**Solución:**

Aquí va la solución.

3. Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Demuestra que:

a)  $f$  es inyectiva si y sólo si  $f^{-1}[f[X]] = X$ , para todo  $X \subseteq A$ .

b)  $f$  es inyectiva si y sólo si  $f[X \cap Y] = f[X] \cap f[Y]$ , para  $X, Y \subseteq A$ .

c)  $f$  es suprayectiva si y sólo si  $f[f^{-1}[Y]] = Y$ , para todo  $Y \subseteq B$ .

d)  $f$  es biyectiva si y sólo si  $f[X^c] = (f[X])^c$ , para todo  $X \subseteq A$ .

**Solución:**

Aquí va la solución.

4. Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Existe  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  función tal que  $g \neq \text{Id}_{\mathbb{N}}$  y  $g \circ g = g$ ?
- b) ¿Existe  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  función biyectiva tal que  $g \neq \text{Id}_{\mathbb{N}}$  y  $g \circ g = g$ ?
- c) ¿Existe  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  función biyectiva tal que  $g \neq \text{Id}_{\mathbb{N}}$  y  $g \circ g = \text{Id}_{\mathbb{N}}$ ?

**Solución:**

Aquí va la solución.

5. (Extra) Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Definimos la asignación  $F : B \rightarrow A$  con regla de correspondencia  $F(Y) = f^{-1}[Y]$ . Demuestra que:

- a)  $F$  es función.
- b) Si  $f$  es inyectiva, entonces  $F$  es suprayectiva.
- c) Si  $f$  es suprayectiva, entonces  $F$  es inyectiva.
- d) Si  $F$  es suprayectiva, entonces  $f$  es inyectiva.
- e) Si  $F$  es inyectiva, entonces  $F$  es suprayectiva.

**Solución:**

Aquí va la solución.